

## 지진계 저주파수 잡음의 ARMA 모델링 및 칼만필터를 이용한 지진계 동적범위 향상 방법

### A Method to Enhance Dynamic Range for Seismic Sensor Using ARMA Modelling of Low Frequency Noise and Kalman Filtering

성 상 만<sup>1)</sup>                      이 병 렬<sup>2)\*</sup>                      원 장 호<sup>3)</sup>  
Sang-Man Seong      Byeung-Leul Lee      Jang-Ho Won

#### Abstract

In this study, a method to enhance the dynamic range of seismic sensor is proposed. The low frequency noise included in the measurement of seismic sensor is modelled as an ARMA(Auto Regressive Moving Average) model and the order and parameters of the model are identified through system identification method. The identified noise model is augmented into Kalman filter which estimate seismic signal from sensor measurement. The proposed method is applied to a newly developed seismic sensor which is MEMS based 3-axis accelerometer type. The experiment show that the proposed method can enhance the dynamic range compared to the simple low pass filtering.

Keywords : 3-axis accelerometer, ARMA model, Dynamic range, Kalman filter, MEMS, Seismic sensor

#### 1. 서 론

MEMS(Micro Electro Mechanical System)은 반도체 소자인 실리콘(Si, silicon)의 우수한 기계적 특성 및 전기적 안정성을 기반으로 다양한 계측용 센서 소자로 사용되고 있다. 특히 용량형(capacitive) MEMS 센서는 미세 가공 및 일괄 생산에 적합하기 때문에 최근 들어 모바일 기기 용도의 저가 센서로 급속히 성장하고 있다.

MEMS 센서가 소형화와 저가격화를 추구하는 한편 기존의 고가의 기계식 계측용 센서를 MEMS 기반으로 대체하려는 노력도 활발히 진행되고 있다. 특히 가속도 센서의 경우 Analog Device사에서 1991년에 출시한 ADXL50 가속도 센서는 잡음 밀도가  $6.6 \text{ mg}/\sqrt{\text{Hz}}$  였지만 2006년에 출시한 ADXL330의 경우  $350 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ 로 성능이 개선되었으며, 2011년에 Colibrys사에서 출시한 SF2006는  $1.3 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ 에 불과하여 기존의 거대한 기계식 센서 성능에 근접하고 있다.

MEMS 가속도 센서의 정밀도가 높아지면 관성 항법 장치

나 지진 모니터링과 같은 기존의 대형 고비용 계측 설비를 소형 저가 시스템으로 대체할 수 있다(Lee, 2014). 이를 위해선 MEMS 센서의 정지 잡음을 줄이는 것이 중요하데, 본 연구에서는 용량형 MEMS 가속도 센서의 잡음 성분을 분석하여 이를 최소화 할 수 있는 디지털 필터링 알고리즘을 개발하는데 목적이 있다.

관련된 기존 연구는 Allan 분산을 이용하여 잡음의 특성을 파악하는 연구가 진행된 바 있는데(Naser et al., 2008), 이 연구는 어떠한 잡음이 포함되어 있는지 파악하는 것이 주 목적이며 파악된 잡음을 개선하는 필터링은 다루고 있지 않다. Lee 등은 neural-network을 이용하여 인공지진과 스펙트럼을 생성하는 연구를 수행하였다(Lee, 2002). 이 방법은 지진파 특성을 파악하는 연구로 본 연구와 차이가 있다. Choi 등은 다중 센서를 배치하여 이들의 측정값을 중합하여 잡음을 줄이는 연구를 수행하였다(Choi, 2014). 이 방법은 하드웨어를 다중 배치하는 방법으로 본 연구의 센서 하나를 사용하여 신호처리를 수행하는 방법과는 차이가 있다.

1) 정회원, 한국기술교육대학교 교수  
2) 정회원, 한국기술교육대학교 교수, 교신저자  
3) 학생회원, 한국기술교육대학교 석사과정

\* Corresponding author : blee@koreatech.ac.kr  
• 본 논문에 대한 토의를 2015년 8월 31일까지 학회로 보내주시면 2015년 9월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

지진계 출력에는 지진파 신호와 이를 측정하는 과정에서 입력되는 잡음을 모두 포함하고 있다. 잡음의 종류로는 백색 잡음,  $1/f$ 잡음, 랜덤워크, 양자화잡음, 마코프 프로세서 등이 있다(Naser et al., 2008). 저주파 영역에서는 지진파 신호에 더해지는 저주파수 잡음과 이 영역을 벗어난 고주파수 잡음으로 구분할 수 있다. 고주파의 잡음은 LPF(Low Pass Filter)로 충분히 억제할 수 있다. 다만 이 과정에서 주의해야 할 사항은 신호가 포함된 저주파에 왜곡이 최소화되도록 하는 것이다. 저주파의 잡음은 신호와 같은 주파수 대역에 존재하므로 일반적인 LPF로는 억제가 불가능하다. 본 논문에서는 저주파의 잡음에 대하여 ARMA (Auto Regressive Moving Average)모델로 모델링 한 후 칼만필터 방법을 사용하여 저주파 잡음을 억제하고 지진파 신호를 추정하는 방법을 제안한다.

## 2. 본 론

### 2.1 지진계용 가속도 센서

본 논문에서는 Photo 1과 같이 자체 개발한 지진계를 대상으로 동적범위를 향상하는 방법을 제시한다. 개발된 지진계는 MEMS 공정으로 3축의 가속도계를 하나의 모듈에 일체화하였으며 최대 2g 이상의 입력이 가능하다. 개발된 센서에 대한 자세한 설명은 센서 개발이 본 논문의 주제가 아니므로 생략한다.

지진계용 가속도 센서가 가져야 할 성능 중에서 가장 중요한 것은 동적 범위로 다음과 같이 정해진 최대 입력에 대한 센서 신호의 최대값과 배경잡음의 표준편차 비율로 표시한다.

$$\text{동적범위} = 20 \log_{10} \left( \frac{\text{센서 신호의 최대값}}{\text{배경잡음의 표준편차}} \right) \quad (1)$$

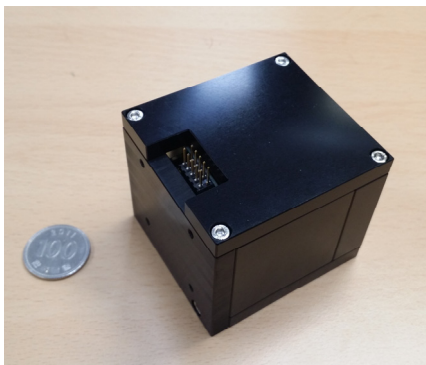


Photo 1 Developed MEMS seismic sensor

본 연구에서는 최대 입력으로서 국내 지진계 규격에 정해진 2g를 사용한다.

센서의 배경잡음에 대한 이론적 한계는 다음식과 같이 스프링에 연결된 관성 질량의 열역학적 거동으로 설명할 수 있다.

$$v = \sqrt{\frac{4k_B T \omega_o}{QM}} \quad (2)$$

여기에서  $v$ 는  $1/\sqrt{Hz}$  단위의 배경잡음 밀도,  $k_B$ 는 Boltzmann 상수,  $T$ 는 온도,  $\omega_o$ 는 2차 진동계의 고유진동수,  $Q$ 는 quality factor,  $M$ 은 관성 질량을 의미한다. 이와 같이 MEMS 가속도 센서의 배경잡음은 센서의 구조 개선 및 온도 보상 등의 방법으로 개선은 가능하나 기본적으로 한계가 있다. 그러므로 센서 출력에 대한 후처리 과정을 통하여 배경잡음에 의한 영향을 억제하는 필터가 필요하다.

### 2.2 센서 저주파수 잡음의 MA 모델링 및 계수추정

지진계 센서에 포함된 잡음들의 혼합은 등가의 ARMA(Auto Regressive Moving Average) 모델로 나타낼 수 있다(Seong et al., 2000). 본 논문에서는 저주파 대역 잡음을 ARMA로 모델링하고 나타내고 칼만필터 방법으로 입력 신호를 추정하는 방법을 사용한다.

저주파 대역의 잡음을 모델링하기 위해 먼저 센서에 입력을 가하지 않는 상태에서 측정된 센서의 데이터를 LPF를 통과시켜 저주파 대역의 잡음 데이터를 획득하여야 한다. LPF는 통과대역에서 지진파 입력이 가해지는 경우에도 신호의 왜곡이 발생하지 않도록 리플(ripple)을 최소화하도록 해야 한다. 이와 같은 필터 중의 하나로 타원형 필터(elliptic filter)를 사용한다. 통과 대역은 국내 지진계 주파수 규격인 인 0Hz ~ 50Hz로 정한다.

LPF를 통과한 저주파 대역 잡음을 ARMA 모델로 표현한다. ARMA 모델은 일반적인 식은 다음과 같다.

$$y_t + a_1 y_{t-1} + \dots + a_{na} y_{t-na} = e_t + c_1 e_{t-1} + \dots + c_{nc} e_{t-nc} \quad (3)$$

여기에서  $y_t$ 는 센서 출력,  $e_t$ 는 백색 가우시안 잡음,  $a_i$ 는 AR 부분의 계수, 그리고  $c_i$ 는 MA 부분의 계수이다. 또한  $t-1$ 은 현재시간  $t$ 로부터 한 샘플 이전 시간을 의미한다. 식 (3)을 간략화된 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$A(z)y_t = C(z)e_t \quad (4)$$

여기에서  $A(z) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_naz^{-na}$ ,  $C(z) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_n cz^{-nc}$ , 그리고  $z^{-1}$ 은 지연 연산자로 예를 들어  $z^{-1}y_t = y_{t-1}$ 을 의미한다. 식 (4)를 출력에 대해 다시 정리하면 다음과 같다.

$$y_t = \frac{C(z)}{A(z)} e_t \quad (5)$$

$A(z)$  및  $C(z)$ 의 계수를 추정하여야 하는데 시스템 식별 방법 중 잡음 백색화(whitening)에 최적방법으로 알려진 예측오차법(prediction error method)를 사용한다(Ljung, 1999). 대상 센서의 시험 데이터로부터 추정된 결과  $A(z)$ 의 차수  $na = 5$  그리고  $C(z)$ 의 차수  $nc = 0$ 를 사용하면 충분히 잡음이 백색화가 됨을 확인하였다.

### 2.3 칼만필터 구성

칼만필터는 선형시불변시스템에 상태변수를 추정하는 최적필터로 알려져 있으며 여러 분야에 널리 사용되고 있다. 본 논문에서는 ARMA 모델로 표현된 저주파 잡음을 상태변수 방정식에 포함시켜 칼만필터에 의해 지진과 입력 신호를 추정한다.

식 (5)는  $C(z) = 1$ 로 추정되었으므로 다음과 같이 변경된다.

$$y_t = \frac{1}{A(z)} e_t \quad (6)$$

식 (6)의 우변을 새로운 변수를 사용하여  $b_t = \frac{1}{A(z)} e_t$ 로 정의하자. 그러면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$b_t = -a_1b_{t-1} - \dots - a_nab_{t-na} + e_t \quad (7)$$

지진과 입력이 가해졌을 경우에 그 입력은 출력에 그대로 더해진다. 따라서 지진과 입력을  $u_t$ 로 정의하고 식 (6)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$y_t = u_t + b_t \quad (8)$$

입력  $u_t$ 는 다음과 같이 1차 마코프 프로세스로 가정한다.

$$u_t = \alpha u_{t-1} + f_t \quad (9)$$

여기에서  $f_t$ 는 백색잡음이며  $\alpha$ 는 상수로서 필터 구성시 적절하게 튜닝이 필요하다.

식 (7) 및 (9)를 결합하면 다음과 같은 시스템 식을 얻을 수 있다.

$$x_{t+1} = Fx_t + Gw_t \quad (10)$$

$x_t$ 는 상태변수로  $x_t = [b_{t-na} \dots b_{t-2} b_{t-1} u_t]^T$ 이며  $w_t$ 는 공정잡음으로  $w_t = [e_{t-1} f_t]^T$ 이다. 행렬  $F$ 와  $G$ 는 다음과 같다.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & & 1 & \vdots \\ \vdots & 0 & & \ddots \\ -a_{na} & \dots & a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

출력 식은 식 (8)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$y_{t-1} = Hx_t + v_{t-1} \quad (12)$$

여기에서  $v_t$ 는 측정 잡음이며 행렬  $H$ 는 다음과 같다.

$$H = [0 \dots 0 \ 1 \ 1] \quad (13)$$

칼만필터는 출력과 출력의 예측값과의 차이를 이득행렬을 곱하여 상태변수 값을 보정하는 필터로 간단하게 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{x}_{t+1} = F\hat{x}_t + K(y_t^f - \hat{y}_{t-1}^f) \quad (14)$$

여기에서  $\hat{x}_t$ 는 상태변수 추정값,  $\hat{y}_{t-1}^f$ 은  $y_{t-1}^f$ 의 추정값으로  $\hat{y}_{t-1}^f = H\hat{x}_t$ 로 계산되는 값이다.  $K$ 는 칼만이득 행렬로 시스템 및 측정 행렬과 잡음의 분산으로부터 계산된다(Lewis, 1986).

### 2.4 시험에 의한 검증

제안한 방법을 실제 시험 데이터로 검증하기 위하여 Photo



Photo 2 Experiment Setup

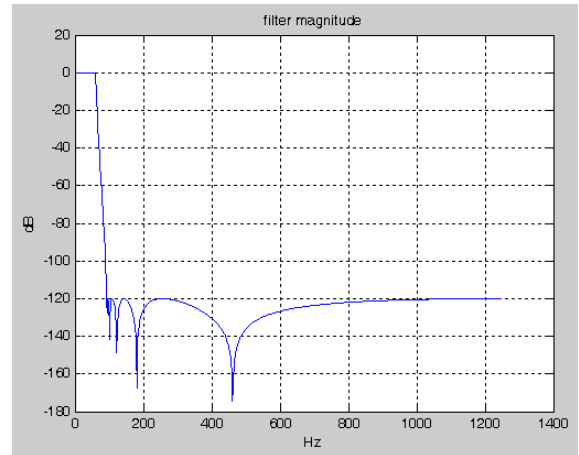


Fig. 1 Frequency response of LPF

2와 같이 시험장치를 구성하였다. 무진동 테이블 위에 가진기를 장착하였으며 가진기 윗 부분에 개발된 지진계를 부착하여 가진 시험을 하였다. 시험은 배경잡음의 표준편차를 구할 때는 가진기 동작을 멈춘 정적 상태에서 데이터를 수집하였다. 입력을 인가하는 경우에는 국내 지진계 규격에서 정한 최대입력인 2g의 크기로 정현파 입력을 가하였다. 정현파의 주파수는 지진계 규격에서 정한 주파수 범위의 중간 정도인 27Hz를 사용하였다. 데이터 수집을 위하여 NI사의 24bit ADC가 내장된 NI-9239 DAQ 장치를 사용하였다. NI-9239 DAQ에서 PC로 데이터를 전송하고 PC에서 제안된 알고리즘을 수행하였다.

고주파 잡음을 제거하기 위한 LPF로서 타원형 필터를 사용하였는데 Fig. 1에 그 주파수 응답을 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 고주파의 잡음을 120dB 이상 억제하도록 설계하여 고주파 잡음이 충분히 제거될 것으로 판단된다.

정적 상태에서 시험한 데이터로 고주파 잡음을 제거한 후 예측오차법을 이용하여 ARMA 모델의 계수를 추정하였다. 추정된 모델은 AR 5차, MA 0차로 나타났다.

추정된 모델로 충분히 백색화가 가능한지 확인하기 위하여 Fig. 2 및 Fig. 3에 자기상관함수(auto correlation function)을 비교하였다. 그림에서 알 수 있듯이 LPF만 통과한 데이터에 비해 ARMA 모델을 통과한 데이터는 백색화에 매우 근접하므로 추정된 ARMA 모델이 타당하다고 판단된다.

추정된 ARMA 모델의 계수로 칼만필터를 구성하고 지진파 입력을 추정하였다. 먼저 지진파 입력이 없는 동적 상태에서 추정한 결과이다. 이 경우에는 추정되는 값이 배경잡음으로 그 표준편차를 Table 1에 나타내었다. 결과를 보면 센서 출력에 비해 LPF 통과 후 배경잡음이 약 0.5배 감소하며

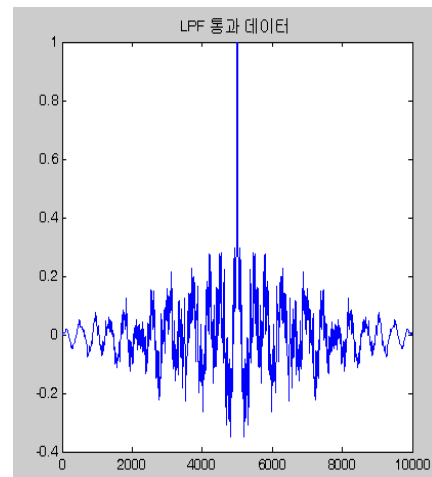


Fig. 2 Auto correlation function for the LPF filtered data

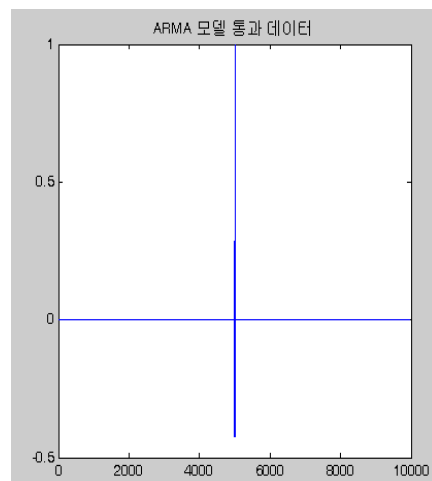


Fig. 3 Auto correlation function for the ARMA model filtered data

Table 1 Standard deviation of background noise

	표준편차(g)
센서 출력	2.04e-5
LPF 통과 후	1.02e-5
칼만필터 통과 후	7.72e-6

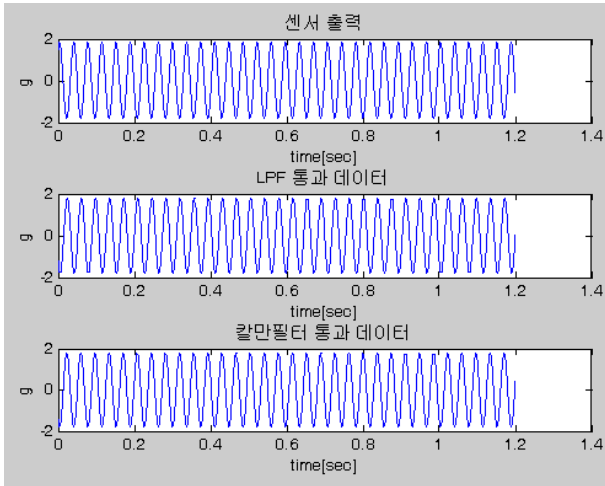


Fig. 4 Comparison of filtering result in case of sine input

Table 2 Dynamic range

	동적범위(dB)
센서 출력	99
LPF 통과 후	105
칼만필터 통과 후	108

칼만필터 통과 후에는 약 0.35배로 감소함을 알 수 있다.

다음으로 지진파 입력이 가해진 경우 추정 결과이다. 27Hz 정현파로 2g 입력을 가하여 LPF 통과 후 결과와 칼만필터 추정 후 결과를 비교하였다. Fig. 4에 센서 출력 데이터, LPF 통과 데이터, 칼만필터 통과 데이터를 도시하였다. 결과를 보면 칼만필터 추정값은 센서 출력 및 LPF 통과 데이터와 잘 일치함을 보여준다.

동적범위를 구하기 위해 최대값을 구해보면 세 가지 데이터 모두 2g에 거의 근접한 1.8g 정도의 값을 나타낸다. 그러므로 동적범위를 식 (1)에 의해 구해보면 Table 2와 같다. 표에서 알 수 있듯이 센서 출력에 비해 LPF 통과 후 6dB정도 개선되었으며 칼만필터 통과 후는 9dB 정도 개선됨을 알 수 있다. 그러므로 제안된 ARMA 모델링 및 칼만필터 방법은 흔히 사용하는 LPF 방법보다 동적범위를 더 개선시킬 수 있는 방법임을 알 수 있다.

### 3. 결론

저주파의 잡음에 대하여 ARMA 모델로 모델링 한 후 칼만필터 방법을 사용하여 저주파 잡음을 억제하고 지진파 신호를 추정하는 방법을 제안하였다. 이를 위하여 입력 무인가 상태에서의 센서 출력을 LPF를 통과하여 구한 저주파수 대역 잡음을 ARMA 모델로 모델링하고 시스템 식별 방법으로 그 모델을 식별하였다. 다음으로, 모델링된 잡음과 지진파 입력을 칼만필터 식에 포함하여 칼만필터에 의한 지진파 입력을 추정하였다. 제안한 방법을 새로이 개발된 MEMS 기반 3축 가속도 형태의 지진계에 적용하여 성능을 검증한 결과 제안한 방법이 단순한 LPF를 사용한 경우에 비해 동적범위를 3dB 정도 더 개선시킴을 보여준다.

### 감사의 글

본 연구는 미래창조과학부 및 한국산업기술평가관리원의 산업융합원천기술개발사업(정보통신)의 일환으로 수행하였음. [10045088, 지진재해 대비 건물 진동 모니터링 시스템의 개발]

### References

1. Box, G. E. P., Jenkins, G. M. and Reinsel, G. C. (1994), Time Series Analysis Forecasting and Control, 3rd ed., Prentice-Hall.
2. Choi, H., Sohn, S. W. and Bae, H. D. (2014), Seismic Noise Reduction Using Micro-Site Array Stacking, *Trans. on the KIEE*, 63(3), 395-403.
3. Lee, B. L., Lee, S. J., Moon, D. J. and Jung, J. W. (2014), Efficiency Test for Low Electric Power Type and MEMS Based 3-axis Accelerometer, *Journal of The Korea Institute for Structural Maintenance and Inspection*, 18(1), 160-165.
4. Lee, S. C. and Han, S. W. (2002), The Generation of Artificial Earthquakes and Response Spectra using Neural-Network-based Models, *Trans. on the Architectural Institute of Korea*, 18(6), 47-54.
5. Lewis, F. L. (1986), Optimal Estimation with an introduction to stochastic control theory, John Wiley & Sons.
6. Ljung, L. (1999), System Identification Theory for the User 2nd Ed., Prentice-Hall.
7. Naser, E. S., Hou, H. and Niu, X. (2008), Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 57(1), 140-149.
8. Seong, S. M., Lee, J. G. and Park, C. G. (2000), Equivalent ARMA Model Representation for RLG Random Errors, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 36(1), 286-290.

---

Received : 12/31/2014  
Revised : 06/12/2015  
Accepted : 06/19/2015

---

## 요 지

본 연구에서는 지진계 센서의 동적범위를 향상시키는 새로운 방법을 제안하였다. 먼저, 센서에 포함된 저주파수 대역 잡음을 ARMA(Auto Regressive Moving Average) 모델로 모델링하고 시스템 식별 방법으로 그 모델을 식별한다. 다음으로, 모델링된 잡음과 지진파 입력을 칼만필터 식에 포함하여 칼만필터에 의한 지진파입력을 추정한다. 제안한 방법을 새로이 개발된 MEMS 기반 3축 가속도 형태의 지진계에 적용하여 성능을 검증하였다. 시험 결과는 제안한 방법이 단순한 LPF(Low Pass Filter)를 사용한 경우에 비해 동적범위를 개선시킴을 보여준다.

**핵심 용어** : 3축 가속도계, ARMA 모델, 동적 범위, Kalman 필터, MEMS, 지진계

---