J. Soc. Korea Ind. Syst. Eng Vol. 38, No. 2 : 145-151, June 2015
http://dx.doi.org/10.11627/jkise.2015.38.2.145
ISSN : 2005-0461(print)
ISSN : 2287-7975(online)

A Study on Inventory Control Policy for Quantity-Discount and Budget Constraint

Dongju Lee†

Dept. of Industrial and Systems Engineering, Kongju National University

수량 할인과 예산 제약을 고려한 재고관리 정책에 관한 연구

이 동 주†

공주대학교 산업시스템공학과

As order quantity is increased, the ordering cost per item will be cheaper due to saving of transportation and material handling costs. In this paper, two realistic assumptions such as quantity discount and budget limit are considered. Quantity discount means that all units in the order will be discounted according to the predetermined order levels. Budget limit represents that the costs for inventory investments are bounded. This paper develops a Lagrangian relaxation approach for a continuous review inventory model with a budget constraint and quantity discounts. Computational results indicate that the proposed approach provides a good solution. Sensitivity analysis is done to get some insights on budget limit and quantity discount. As budget limit or the amount of discount according to order quantity is increased, order quantity is increased, whereas reorder point is not always increased.

Keywords : Continuous review inventory system, Quantity discount, Budget Constraint, Supply Chain Management

1. 서 론

공급업체들은 도매업체나 소매업체와 같은 주문자들에게 많은 양을 한꺼번에 주문할수록 구매비용과 운송비용에 할인을 해 주는 것이 일반적이다. 하지만, 주문자들에게 있어서는 많은 양을 한꺼번에 주문하면 주문비는 절약할 수 있지만 늘어난 재고량으로 인해 재고유지비는 상승하기 마련이다. 또한, 주문자 입장에서는 이를 저장하기에 필요한 저장공간이 증가하고, 제품에 투자할 수 있는 예산(budget)에 제한이 있기에 주문량에 따른 할인을 위해 많은 양을 주문하기 어렵다.

이렇듯 수량할인이나 예산 제약은 재고정책에서 실제적으로 발생하는 일들이지만, 기존의 연구들에서는 수량할인과 예산 제약을 따로 고려한 재고정책에 대한 연구들이 있었으나 모두를 고려한 재고정책에 대한 연구는 없는 실정이다.

본 논문에서는 연속적 재고관리 모형에서 주문량에 따라 구매비용과 운송비용에 할인이 있고 예산 제약이 있는 문제를 고려하였다. 연속적 재고관리 모형이란 제품 재고수준이 r 단위가 되면 재고를 보충하기 위하여 Q단위만큼 더 주문한다[6]. 여기서 r은 재주문점(reorder point), Q는 주문량(order quantity)이다.

주문량에 따른 할인 문제는 많은 연구에서 다루어 졌다. Shin and Benton[8]은 불확실한 수요 하에서 수량할인으로 유발된 구매자의 과잉재고에 대한 위험을 공급자가 공유하는 B-RA(buyer's risk adjustment) 모형을 제안하고 공급사슬에서의 협조(coordination)를 강조하였다. Chang[2]은 주문량 할인과 수송비 할인을 고려한 경제적인 로트(lot) 크기 결정 문제에서 최적 로트 크기와 판매가격을

Received 21 April 2015; Finally Revised 19 June 2015; Accepted 19 June 2015
† Corresponding Author : djlee@kongju.ac.kr

결정하는 앨고리듬을 제안하였다. Darwish[4]는 연속적 재고관리 모형에서 주문량에 따른 구매비용과 운송비용에 할인이 있는 문제를 정의하고 제1계 필요조건(the first order necessary condition)을 적용한 해법을 제안하였다.

또한, 제품에 대한 재고투자액이 사전에 정한 금액 이하가 되도록 하는 예산 제약(budget constraint)을 고려하였다. 예산 제약은 많은 재고 문제에서 다루어졌다. 우선 다품종이 있는 신문판매문제(newsvendor model)에서의 예산 제약을 고려한 연구들은 Abdel-Malek and Areeratchakul[1], hen and Chen[3], Vairaktarakis[9]이 있다. 신문판매 문제란 신문에 대한 수요가 확률변수이면 가판대의 주인은 과다주문에 대한 잠재비용(판매가능수량보다 많이 주문하여 발생한 낭비)과 과소주문에 따른 잠재적인 비용(판매가능수량보다 적게 주문하여 상실된 이익)을 잘 절충하는 일일 주문량(Q)을 선택하는 문제이다[6]. 신문판매 문제는 연속적 재고관리 모형이나 주기적 재고관리 모형과 달리 소멸성 제품에 대한 재고모형으로 단기간 재고관리 모형이다.

연속적 재고관리 문제에서 예산 제약도 많은 연구에서 다루어 졌는데, Ghalebsaz-Jeddi et al.[5], Lee et al.[7], Wang and Hu[10, 11] 등의 연구가 있다.

한편, 주문량에 따른 할인과 예산 제약을 모두 고려한 연구로는 Zhang[12]이 있는데, 신문판매 문제에 라그랑주 이완 접근법(Lagrangian relaxation approach)을 이용하여 우수해를 탐색하였다. 본 연구에서는 주문량에 따른 할인과 예산 제약을 모두 가진 연속적 재고관리 문제를 고려하였다. Zhang의 연구와 본 연구의 차이점으로는 적용된 재고모형이 상이하여 목적함수로 쓰이는 총비용함수가 다르며, Zhang의 연구에서는 의사결정변수가 주문량(Q)이지만, 본 연구에서는 주문량(Q)과 재주문점(r)이다.

본 연구에서는 수량할인과 예산 제약이 있는 연속적 재고관리 문제에 대한 수학모형을 정의하고 그에 따른 해법을 제시하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 사용되는 기호를 설명하고 본 연구에서 다루는 문제를 수학모형으로 나타내었다. 제 3장에서는 쌍대 라그랑주 문제(Lagrangian dual problem)를 이용하여 하한(lower bound)과 우수해를 탐색하는 해법을 제시하였다. 제 4장에서는 예제를 통해 제안한 해법의 우수성을 살펴보고, 예산의 변화, 주문량에 따른 구매액과 운송비의 할인 정도의 변화에 따른 민감도 분석을 통해 알아보았다. 마지막으로 제 5장에서는 본 논문의 결론을 제시하였다.

2. 문제 정의

본 논문에서 사용되는 기호들을 소개하면 다음과 같다.

A : 고정 발주비
D : 연간 기대 수요
s_j : 주문량 구간 q_j와 q_{j+1} 사이에 해당하는 제품단위당 혼합비용(구매비용과 운송비용의 합)
v_j : 주문량 구간 q_j와 q_{j+1} 사이에 해당하는 제품단위당 구매비용
f : 제품단위당 운송 중 재고유지비율(in-transit inventory carrying charge ratio)
F : 제품단위당 재고유지비율(in-house inventory carrying charge ratio)
t : 리드타임
p : 단위당 벌과 비용
C : 제품 단위당 가격
W : 최대 허용 예산
Z : 표준정규분포의 확률변수, $N(0, 1)$
X : 리드타임 동안의 제품의 수요에 대한 확률변수, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
$L(r)$: 제품의 재주문점이 r일 때 주기 말의 기대부족 수요, $L(r) = \int_r^{\infty} (x-r)h(x)dx$
$h(x)$: X의 확률밀도함수(p.d.f., probability density function)

이미 언급하였듯이 구하고자 하는 의사 결정 변수는 다음과 같다.

Q : 주문량
r : 재주문점

본 연구에서 고려하는 문제의 수학 모형은 다음과 같다.

$$\mathrm{P}: \text{Min } Obj(Q, r) = A\frac{D}{Q} + Ds + Dvft + Fs\left(\frac{Q}{2} + r - E[X] + \int_r^{\infty}(x-r)h(x)dx\right) + p\frac{D}{Q}\int_r^{\infty}(x-r)h(x)dx \quad (1)$$

subject to

$$s(Q+r) \le W \quad (2)$$
$$Q_j \le d_j^U y_j, \ \forall j, \quad (3)$$
$$Q_j \ge d_j^L y_j, \ \forall j, \quad (4)$$
$$\Sigma_{j=1}^{m} y_j = 1 \quad (5)$$
$$\Sigma_{j=1}^{m} Q_j = Q \quad (6)$$
$$\Sigma_{j=1}^{m} s_j y_j = s \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{m} v_j y_j = v \quad (8)$$

$$Q, Q_j,\ r \geq 0,\ \forall j, \quad (9)$$

$$y_j \in \{0, 1\},\quad \forall j. \quad (10)$$

식 (1)은 목적함수로 총비용을 나타낸다. 첫 번째 줄을 먼저 보면 첫 번째 항은 연간 주문비용이며, 두 번째 항은 구매비용과 운송비용의 합인 연간 혼합비용, 세 번째 항은 연간 운송 중 재고 비용이다. 두 번째 줄은 재고유지비용에 해당하며, 세 번째 줄은 연간 기대 품절 비용이다.

식 (2)는 주문할 때 구매비용을 지불한다고 가정할 때, 주문량과 재주문점의 합을 단위제품당 구매비용과 곱한 최대재고투자비용이 예산(W)이내로 되도록 하는 예산 제약(budget constraint)이다. 식 (3), 식 (4), 식 (6)은 주문량이 하나의 주문량 구간에만 해당하도록 한다. 식 (5)와 식 (10)은 단 하나의 y_j가 1이며 나머지는 0의 값을 가지게 하는데, 단 하나의 주문량 구간에 주문량(Q)가 속하게 한다. 식 (7)과 식 (8)은 하나의 주문량 구간에 해당되는 제품 단위당 혼합비용과 운송비용이 선택되도록 한다. 식 (9)는 비음 조건이며, 마지막으로 식 (10)은 y_j가 이진 정수(binary integer)라는 것이다.

3. 제안하는 해법

이번 장에서는 원문제(P)에 대한 라그랑주 쌍대문제와 하위문제인 라그랑주 완화문제를 정의한다. 라그랑주 완화문제(Lagrange relaxed problem)에 대한 해법을 위해 제1계 필요조건(the first order necessary condition)을 구한 후 해법을 제시한다. 마지막으로 원문제의 우수해와 최대하한을 제공하는 알고리즘을 제시한다.

3.1 라그랑주 완화 문제와 제1계 필요조건

라그랑주 계수 λ를 이용하여 식 (2)를 목적식으로 올린 라그랑주 쌍대문제는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathrm{LD}: \mathrm{Max}_{\lambda}\ \ & \mathrm{Min}\ L(Q, r, \lambda) \\ & = Obj(Q, r) - \lambda(W - s(Q+r)) \end{aligned} \quad (11)$$

Subject to (3)-(10)

쌍대 라그랑주 문제인 $\mathrm{Max}_{\lambda}\ L(\lambda)$의 해는 원문제인 P의 최대 하한(greatest lower bound)을 제공한다. λ값이 주어져 있을 때 라그랑주 완화 문제는

$$R: \mathrm{Min}\, L(Q, r, \lambda) = Obj(Q, r) - \lambda(W - s(Q+r)) \quad (12)$$

Subject to (3)-(10)

R 문제에서 목적식의 $\lambda(W - s(Q+r))$항을 제외하면 단일 제품을 고려한 Darwish[4]의 문제와 동일하다.

식 (12)를 Q, r 각각에 대해 편미분하고 이를 = 0으로 두면 목적 함수를 최소화하는 문제의 제1계 필요조건을 구할 수 있는데 다음과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{Fs}{2} - \frac{pD}{Q^2}\int_r^{\infty}(x-r)h(x)dx + \lambda s = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = Fs\left[1 - \int_r^{\infty} h(x)dx\right] - p\frac{D}{Q}\int_r^{INF} h(x)dx + \lambda s = 0 \quad (14)$$

식 (13)을 Q에 대해 정리하면

$$Q^* = \frac{\sqrt{2D\left[A + p\int_r^{\infty}(x-r)h(x)dx\right]}}{s(2\lambda + F)} \quad (15)$$

식 (15)에서 Q^*는 주문량의 구간 j에 의존하는 v_j, S_j와 r_j^*에 따라 달라진다. 그러므로 식 (15)를 다시 쓰면 식 (16)과 같다.

$$Q_j^* = \frac{\sqrt{2D\left[A + p\int_{r_j^*}^{\infty}(x-r_j^*)h(x)dx\right]}}{s_j(2\lambda + F)} \quad (16)$$

한편, 식 (14)를 정리하면

$$P(X \geq r_i) = \frac{Qs(F+\lambda)}{QFs + pD}$$

이를 다시 표현하면

$$1 - P(Z \leq \frac{r - E[X]}{\sigma}) = \frac{Q^* s(F+\lambda)}{QFs + pD}$$

이를 r에 대해 나타내면

$$r^* = E[X] + \sigma\Phi^{-1}\left(\frac{pD - \lambda Q^* s}{Q^* Fs + pD}\right) \quad (17)$$

식 (17)도 S_j와 Q_j^*에 의존하므로 식 (18)과 같다.

$$r^* = E[X] + \sigma\Phi^{-1}\left(\frac{pD - \lambda Q_j^* s_j}{Q_j^* Fs_j + pD}\right) \quad (18)$$

Darwish는 R 문제에서 목적식 L을 최소화하는 해 Q^*는
a) 식 (16)과 $q_j \le Q_j^* \le q_{j+1}$을 만족하는 Q_j^*,
b) 주문량 구간의 경계 q_j, 여기서 $j = j'+1, \cdots, m$ 중에 있다고 하였다.

3.2 제안하는 해법

R 문제를 푸는 Darwish가 제시한 해법에 기반한 알고리즘을 소개하면 다음과 같다.

Algorithm 1 : R문제를 푸는 알고리즘

Step 1 : $j=m$, $L^*=\infty$로 두자.

Step 2 : 초기 Q_j^*를 구하라. $Q_j^* = \sqrt{\frac{2DA}{s_j(2\lambda+F)}}$

Step 3 : Q_j^*와 r_j^*를 구하라. 식 (16)과 식 (18)의 값이 수렴할 때까지 반복하라.
- 만약 $q_j \le Q_j^* \le q_{j+1}$이면 $j=j'$, $L^*=L(Q_j^*, r_{j'}^*)$로 두고 Step 4로 가시오.
- 만약 $j \ge 1$이면, $j=j-1$로 두고 Step 3으로 돌아가시오.

Step 4 : Q^*와 r^*를 구하라.
$L_{\min} = \min(L^*, \min L^*(q_j, r^*))$인 Q^*와 r^*를 구한다. 단, $j=j'+1, \cdots, m$.

이상의 내용을 종합하여 본 연구에서 다루는 문제를 푸는 해법으로 subgradient 방법과 이분 탐색(bisection search)를 적용한 다음의 알고리즘을 제안한다.

Algorithm 2 : 원문제(P)에 대한 해와 최대하한을 제시하는 알고리즘

Step 1 : 초기값 λ^0, θ^0를 정한다. 반복횟수 $t=0$이라 두고, 또한, $\lambda_{\min} = -\infty, \lambda_{\max} = +\infty$로 둔다.

Step 2 : 초기 실현가능해를 생성하고 $UB = Obj(Q, r)$로 둔다. 즉, $Q = E[X]$ 이때의 $r(Q)$를 구하고 식 (2)를 만족할 때까지 Q의 값을 감소시킨다.

Step 3 : Algorithm 1을 이용하여 R문제의 해 Q, r를 구한다.

Step 4 : 식 (1)의 $Obj(Q, r)$과 식 (12)의 LR^t을 계산한다. LR^t의 값이 β회 동안 개선되지 않으면 $\theta^t = \theta^t/2$로 둔다.

Step 5 : 상한과 라그랑주 계수 λ의 범위를 갱신한다. 만약 해가 실현가능해이면,

$UB^t = Min\{Obj^t(Q^t, r^t), UB^t\}$, $\lambda_{\max} = Min\{\lambda^t, \lambda_{\max}\}$

아니면

$\lambda_{\min} = Max\{\lambda^t, \lambda_{\min}\}$로 둔다.

Step 6 : 식 (19)와 식 (20)을 적용하여 d^t, st^t를 갱신한다. 또한, 라그랑주 계수를 다음과 같이 갱신한다. 만약 $t < T$이면, $\lambda^{t+1} = Max\{0, \lambda^t - st^t d^t\}$. 아니면 $\lambda^{t+1} = (\lambda_{\max} + \lambda_{\min})/2$. 단, subgradient d와 step size st는 식 (19)와 식 (20)과 같이 구한다.

$$d = W - s(Q+r) \tag{19}$$

$$st = \theta(UB - LR)/d^2 \tag{20}$$

식 (20)에서 현재 반복횟수에서 UB는 상한(upper Bound), LR은 하한(lower bound)을 나타낸다.

Step 7 : 만약 $t > Maxiter$이거나 $|\lambda^{t+1} - \lambda^t| < \epsilon$이면 종료한다. 아니면, $t=t+1$로 두고 Step 3으로 돌아간다.

4. 예 제

예제를 통해 제안한 해법의 활용과 성능 평가를 해 보았다. <Table 1>에 예제에 필요한 패러미터들의 값들이 주어져 있다.

<Table 1> Data for Numerical Example

Notation	Value	Notation	Value
D	2,000	t	1 week
μ	38.46	p	\$10
σ	4	Δ	\$0.4
A	\$40	δ	\$1.0
F	0.3	W	\$12,700
f	0.15		

Δ는 주문량 구간별 구매비 할인액과 관련된 패러미터이며, δ는 주문량 구간별 운송비의 할인액과 관련된 패러미터이다. <Table 2>에는 주문량별 구매비용과 운송비용의합인 혼합비용(s)과 구매비용(v)이 주어져 있다.

<Table 2> Combined Cost(s) and Purchasing Cost(v) by Order Quantity

Q	s	v
$0 < Q < 200$	12-Δ	8-Δ
$200 \le Q < 500$	12-Δ-δ	8-Δ
$500 \le Q < 700$	12-1.25Δ-δ	8-1.25Δ
$700 \le Q < 1500$	12-1.25Δ-2δ	8-1.25Δ
$1500 \le Q$	12-1.5Δ-3δ	8-1.5Δ

$\lambda = 0.2422$인 경우에 대해 Algorithm 1을 적용해서 Q^*, r^*를 구하면

$$j = 5,$$
$$Q_5^* = \sqrt{\frac{2\times 2000\times 40}{8.1\times(2\times 0.2422+0.3)}} = 155.83$$

$$r_5^* = 38.46 + 4\Phi^{-1}\left(\frac{10\times 2000 - 0.2422\times 158.69\times 8.1}{158.69\times 0.3\times 8.1 + 10\times 2000}\right) = 45.72$$

식 (16)과 식 (18)이 수렴할 때까지 반복해서 풀면 $Q_5^* = 156.37$, $r_5^* = 46.73$이 된다.
$1500 \le Q_5^* = 156.37$을 만족하지 못하므로 j = 4로 두고 식 (16)과 식 (18)이 수렴할 때까지 반복해서 풀면 $Q_4^* = 147.60$, $r_4^* = 45.60$이 된다.

이런 방법으로 $q_j \le Q_j^* \le q_{j+1}$이 만족될 때까지 반복해서 풀면, $0 \le Q_1^* \le 200$일 때, $Q_1^* = 133.70$, $r_1^* = 45.41$이고 $L(Q_1^*, r_1^*) = 23772.64$이다. 단, $j' = 1$이다.

이외의 주문량 구간의 경계에서는

$Q = 200,\ r^* = 44.83,\ L = 21780.69$
$Q = 500,\ r^* = 42.93,\ L = 22527.76$
$Q = 700,\ r^* = 42.38,\ L = 21016.10$
$Q = 1500,\ r^* = 40.71,\ L = 21039.00$

그러므로, $L_{\min} = 21016.10$이며 이때의 $Q^* = 700$, $r^* = 42.38$, $Obj = 22383.83$이다.

<Table 3>에는 예산(W)이 \$2,700부터 \$12,700까지 \$1,000 증가할 때 해의 변화가 주어져 있다. 즉, 주어진 예산에 대해 제안된 알고리즘으로 구한 라그랑주 계수 λ^*, 주문량 Q^*, 재주문점 r^*, 식 (1)의 총비용 Obj, 식 (12)의 하한 LB이 주어져 있다. 목적식의 값이 얼마나 LB와 가까운지를 파악하기 위해 Gap(%)의 값도 계산하였다. 이는 식 (21)과 같이 계산하였다.

$$Gap(\%) = \frac{obj - LB}{obj}\times 100 \qquad (21)$$

Gap이 0에 가까울수록 최적해라는 것을 의미한다. 하지만, Gap이 크다고 반드시 최적해가 아니라고는 할 수는 없다. 왜냐하면, 최적해에 가까운 하한(LB)을 구하지 못했을 수도 있기 때문이다.

<Table 3> Sensitivity Analysis from W = 2,700 to 12,700 by the Proposed Approach

W	λ^*	Q^*	r^*	Obj	LB	$Gap(\%)$
2,700	0.4191	200.00	44.26	24229.98	24183.53	0.19
3,700	0.4194	200.00	44.26	24229.98	23764.10	1.92
4,700	0.4219	200.00	44.26	24229.98	23339.47	3.68
5,700	0.4219	200.00	44.26	24229.98	22917.60	5.42
6,700	0.4219	200.00	44.26	24229.98	22495.72	7.16
7,700	0.2410	700.00	42.38	22383.83	22227.83	0.70
8,700	0.2389	700.00	42.38	22383.83	21990.25	1.76
9,700	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21742.67	2.86
10,700	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21500.48	3.95
11,700	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21258.29	5.03
12,700	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21016.10	6.11

<Table 4> Sensitivity Analysis from $\Delta = 0.1$ to 1.0 by the Proposed Approach

Δ	λ^*	Q^*	r^*	Obj	LB	$Gap(\%)$
0.1	0.1875	700.00	42.58	23285.79	22279.48	4.32
0.2	0.2031	700.00	42.50	22985.15	21875.96	4.83
0.3	0.2207	700.00	42.46	22684.44	21458.70	5.40
0.4	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21016.10	6.11
0.5	0.2578	700.00	42.34	22083.15	20603.16	6.70
0.6	0.0039	1500.00	42.50	20220.80	20220.00	0.00
0.7	0.0078	1500.00	42.50	19841.86	19838.44	0.02
0.8	0.0020	1500.00	42.62	19462.91	19461.60	0.01
0.9	0.0020	1500.00	42.66	19083.95	19082.20	0.01
1.0	0.0020	1500.00	42.70	18705.00	18702.79	0.01

<Table 5> Sensitivity Analysis from $\delta = 0.1$ to 1.0 by the Proposed Approach

δ	λ^*	Q^*	r^*	Obj	LB	$Gap(\%)$
0.1	0.0020	215.49	45.66	26053.31	26034.47	0.07
0.2	0.0039	700.00	43.46	25752.98	25735.50	0.07
0.3	0.0078	700.00	43.46	25331.57	25295.66	0.14
0.4	0.0156	700.00	43.46	24910.26	24836.12	0.30
0.5	0.0313	700.00	43.38	24488.97	24336.02	0.62
0.6	0.0625	700.00	43.22	24067.75	23752.45	1.31
0.7	0.0977	700.00	43.02	23646.62	23139.24	2.15
0.8	0.1406	700.00	42.82	23225.57	22473.77	3.24
0.9	0.1875	700.00	42.62	22804.61	21774.00	4.52
1.0	0.2422	700.00	42.38	22383.83	21016.10	6.11

최악의 Gap(%)는 7.16%이며 구한 해가 최적해와 가까운 것으로 판단된다.

예산이 증가할수록 목적식의 값이 감소하며, 주문량은 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러나, 재주문점은 반드시 증가한다고 할 수는 없다.

주지하다시피, 목적함수(*Obj*)는 주문량에 따른 할인으로 인해 불연속함수이다. 그러므로, 주문량 200, 500, 700, 1500은 혼합비용과 구매비용의 값이 변하는 경계로 이때의 값들이 해당 주문량 구간에서 총비용을 최소로 하는 경우가 많다. 예산이 2,700에서 6,700까지는 주문량이 200이며, 7,700부터 12,700까지는 주문량이 700이다. 예산이 2,700보다 커질수록 *Gap*이 커지며, 7,700보다 커질수록 또한 *Gap*이 커진다. 이는 *Obj*가 불연속함수로 예산이 커짐에 따라 다른 해로 옮겨가기에는 충분치 않아 그대로 머무르나, 쌍대 라그랑주 함수를 사용한 하한은 계속 감소하여 이에 따른 *Gap*이 커지는 것으로 판단된다.

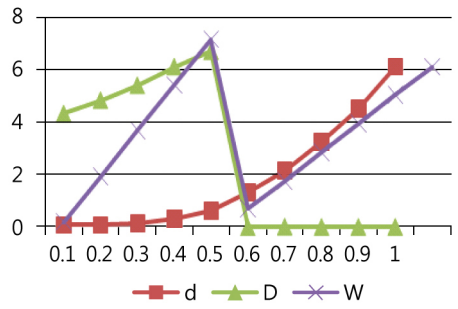
<Table 4>에 구매비 할인액에 영향을 미치는 Δ의 값이 0.1에서 1.0까지 변화할 때의 결과가 주어져 있다. Δ의 값이 커질수록 주문량에 따른 할인액이 커지므로 주문량을 많이 하는 것이 총비용을 감소시킬 수 있다.

0.1에서 0.5까지는 주문량이 700이며, 0.6부터 1.0까지는 1,500이다.

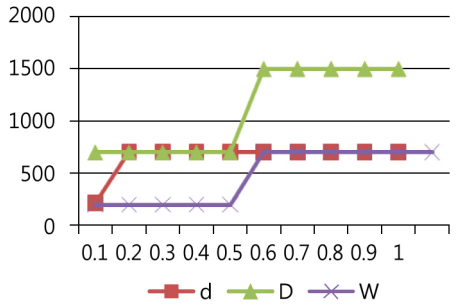
*Gap*은 최소 0.0%에서 최대 6.70%이며 *Gap*이 큰 이유는 이전에 설명하였듯이 *Obj*가 불연속함수이기 때문이다.

<Table 5>에는 운송비 할인액에 영향을 미치는 δ의 값이0.1에서 1.0까지 변화할 때의 결과가 주어져 있다. δ의 값이 커질수록 주문량에 따른 할인액이 커지므로 주문량을 많이 하는 것이 총비용을 감소시킬 수 있다.

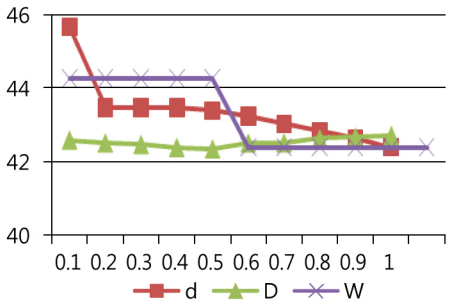
δ = 0.1일 때 주문량이 215.49이며 0.2부터 1.0까지는 700이다. *Gap*은 최소 0.07%에서 최대 6.11%까지이다.



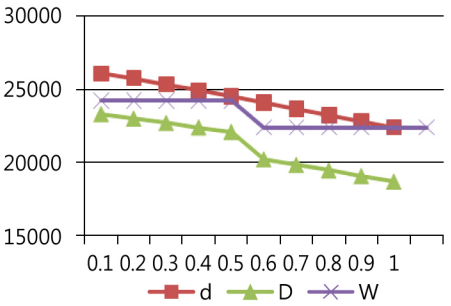
<Figure 1> Sensitivity Analysis for Gap(%)



<Figure 2> Sensitivity Analysis for Q^*



<Figure 3> Sensitivity Analysis for r^*



<Figure 4> Sensitivity Analysis for *Obj*

<Figure 1>~<Figure 4>에는 δ, Δ, W의 변화에 따른 *Gap*(%), Q^*, r^*, *Obj*의 값들의 변화가 주어져 있다. 여기서 횡축에는 δ, Δ의 값이 0.1에서 1.0까지 0.1씩 증가하는 것을 나타내며, *W*는 2700에서 12,700까지 1,000씩 증가하는 경우이다. 그림들을 통해 알 수 있는 내용을 살펴보면 다음과 같다.

- *Gap*(%)는 일정한 형태가 없는 것으로 보인다(<Figure 1> 참조).
- Q^*는 δ, Δ, *W*가 증가함에 따라 증가한다(<Figure 2> 참조).
- r^*는 Δ가 증가하면 증가하지만 δ, *W*가 증가하는 경우에는 오히려 감소하는 것으로 보아 일정한 형태가 있어 보이지 않는다. 그리고 그 변화량들은 크지 않다(<Figure 3> 참조).
- *Obj*는 δ, Δ, *W*가 증가함에 따라 모두 감소한다(<Figure 4> 참조).

5. 결 론

제조업체와 같은 공급업자들은 많은 양을 한꺼번에 주문하는 경우 개당 판매단가와 운반비를 할인해 주는 경우가 많다. 많은 양을 한꺼번에 출하하는 경우 규모의 경제로 인해 개당 단가가 싸지거나 운송비, 자재취급비,

주문비 등의 절감이 발생하기 때문이다. 하지만, 수요자들은 무한히 많은 양을 한꺼번에 주문할 수는 없다. 수요자들이 가지고 있는 예산이나 저장공간 등에 제한이 있으며 지나치게 많은 재고유지비용 발생으로 인해 오히려 비용이 상승하기 때문이다. 그러므로, 주문량에 따른 구매비용, 운송비용의 할인과 수요자의 예산의 한계를 동시에 고려하는 것이 실제적이라 할 수 있다.

본 연구에서는 주문량에 따른 구매비용과 운송비용에 대한 할인과 수요자의 예산에 한계가 존재하는 경우 주문비용, 재고유지비용, 품절비용을 모두 고려한 총비용을 최소화하도록 최적 주문량과 재주문점을 결정하는 문제와 이에 대한 해법을 최초로 제시하였다. 연속적 재고관리 모형을 가정하였으며, 라그랑주 이완 접근법에 기초한 휴리스틱을 제안하고 하한을 구하여 제안한 휴리스틱의 해와 비교하였다. 또한, 예산, 예산의 변화, 주문량에 따른 구매액과 운송비의 할인 정도의 변화에 따른 민감도 분석을 통해 알아보았다. 주문량에 따른 구매비 할인액(Δ), 운송비 할인액(δ), 최대허용예산(W)이 증가함에 따라 총비용(Obj)은 감소하며 주문량(Q^*)은 증가하였다. 한편, 재주문점(r^*)은 일정한 형태를 보이지 않았다.

미래의 연구과제로는 다양한 재고모형들에 대하여 주문량에 따른 할인과 예산 제약을 고려한 연구들이 필요한 것으로 보인다.

Acknowledgement

이 논문은 2014년 공주대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

References

[1] Abdel-Malek, L.L. and Areeratchakul, N., A quadratic programming approach to the multi-product newsvendor problem with side constraints. *Euro J of Oper Res*, 2007, Vol. 176, No. 3, pp. 1607-1619.

[2] Chang, H.-C., A note on economic lot size model for price-dependent demand under quantity and freight discounts. *Int J Prod Eco*, 2013, Vol. 144, No. 1, pp. 175-179.

[3] Chen, L. and Chen, Y.C., A multiple-item budget-constraint newsboy problem with a reservation policy. *Omega*, 2010, Vol. 38, No. 6, pp. 431-439.

[4] Darwish, M.A., Joint Determination of order quantity and reorder point of continuous review model under quantity and freight rate discounts. *Com and Oper Res*, 2008, Vol. 35, No. 12, pp. 3902-3917.

[5] Ghalebsaz-Jeddi, B., Shultes, B.C., and Haji, R., A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorders, and a budget constraint. *Euro J of Oper Res*, 2004, Vol. 158, No. 2, pp. 456-469.

[6] Hiller, F.S. and Liberman, G.J., *Introduction to Operations Research* (8th), McGraw-Hill Com., 2005, New York, USA.

[7] Lee, D.J., Yoo, J.Y., and Lee, M.S., An Approximation Approach for A Multi-Product Continuous Review Inventory Problem with Budget Constraint. *J of the Soci of Korea Ind And Sys Eng*, 2008, Vol. 31, No. 4, pp. 134-139.

[8] Shin, H. and Benton, W.C., A quantity discount approach to supply chain coordination. *Euro J of Oper Res*, 2007, Vol. 180, No. 2, pp. 601-616.

[9] Vairaktarakis, G.L., Robust multi-item newsboy models with a budget constraint. *Int J Prod Econ*, 2000, Vol. 66, No. 3, pp. 213-226.

[10] Wang, T.Y. and Hu, J.M., An inventory control system for products with optional components under service level and budget constraints. *Euro J of Oper Res*, 2008, Vol. 189, No. 1, pp. 41-58.

[11] Wang, T.Y. and Hu, J.M., Heuristic method on solving an inventory model for products with optional components under stochastic payment and budget constraints. *Exp sys with App*, 2010, Vol. 37, No. 3, pp. 2588-2598.

[12] Zhang, G., The multi-product newsboy problem with supplier quantity discounts and a budget constraint. *Euro J of Oper Res*, 2010, Vol. 206, No. 2, pp. 350-360.

ORCID

Dongju Lee | http://orcid.org/0000-0001-6650-9270