

# A Non-Oriented DEA Game Cross Efficiency Model for Supplier Selection

Sungmook Lim<sup>†</sup>

Dongguk Business School, Dongguk University-Seoul

## 비방향 DEA 게임 교차효율성을 이용한 공급업체 선정방법

임 성 목<sup>†</sup>

동국대학교-서울캠퍼스 경영대학 경영학부

This study intends to propose a non-oriented DEA based game cross-efficiency approach for supplier selection. With a discussion on the choice of DEA models and approaches that are most appropriate for supplier selection, we propose a game cross efficiency model based upon the non-oriented variable returns-to-scale RAM DEA by adapting the existing game cross efficiency model based upon the oriented constant returns-to-scale CCR DEA. We develop the RAM game cross efficiency model and a convergent iterative solution procedure to find the best game cross efficiency scores that constitute a Nash equilibrium. We illustrate the proposed model with two data sets of supplier selection, and demonstrate that significantly different results are obtained when compared with the existing approaches.

**Keywords** : Supplier Selection, Data Envelopment Analysis, Game Cross Efficiency, Non-Oriented Model

### 1. 서 론

기업들이 자신이 가진 핵심역량에 집중하고 그 이외 부분은 외주로 처리하는 방식이 효과적인 전략으로 채택되면서, 원자재 조달, 제품개발, 생산, 유통 등 공급망 각 분야에서 외주공급계약과 관련한 공급업체 선정문제는 공급망의 성과에 큰 영향을 미치는 중요한 의사결정문제가 되었다.

공급업체 선정과정은 특정 공급계약과 관련하여 복수의 공급업체가 제시한 제안내용에 대해 일정한 평가기준을 적용하여 분석, 평가하고, 가장 우수한 제안내용을 제시한 공급업체를 선정하는 것으로 이루어진다. 제안내용을 평가하는 평가기준으로는 공급가격, 품질, 배송, 유연

성 등의 기초적인 기준과 더불어 서비스 수준, 업체의 재무안정성 및 명성, 연구개발 역량 등 다양한 기준이 포함될 수 있다. 이렇듯 평가기준이 다차원적이라는 사실이 공급업체 선정문제를 어렵게 만드는 기본적인 원인이 되고, 특히 이들 평가기준들 간의 상대적 중요도 또는 상쇄관계(trade-offs)를 명시적으로 정하는 것 또한 어렵거나 불가능한 문제가 된다. Wise and Morrison[29]은 과거 B2B 형태의 공급관계에서 다른 요인은 무시한 채 오직 공급가격(또는 비용)에 기초한 공급업체 선정방식이 가지는 문제점들을 지적하면서, 가격 이외 다양한 평가기준을 함께 고려할 수 있는 공급업체 선정모형의 개발 필요성을 주장한 바 있다.

공급업체 평가 및 선정문제와 관련한 연구는 그간 광범위하게 이루어져 왔다. 특히 공급업체 선정문제에서 평가기준의 다차원성으로 인해 다기준 의사결정 기법들이 주로 적용되어 왔는데, 대표적인 기법들로는 AHP(analytic hierarchy process), ANP(analytic network process),

DEA(data envelopment analysis), 수리계획법(mathematical programming) 등이 있다[15]. 각 범주에 속하는 대표적인 최근의 연구문헌들을 살펴보면, Chan et al.[5]은 항공업에서 비용, 품질, 만족도, 보증, R&D, 위험 등 14개의 평가기준을 바탕으로 공급업체를 평가하는 AHP 기반 접근법을 제안한 바 있고, Hou and Su[17]는 프린터 제조업의 대량맞춤생산 환경에서의 공급업체 평가를 위한 AHP 기반 의사결정지원시스템을 개발하면서 품질, 비용, 기술, 생산능력, R&D, 성능 및 서비스 등의 평가기준을 채택하였다. 한편, Bayazit[3]은 가상의 공급계약 상황을 가정하고 유연성, 정시배송, 가격, 배송 리드타임, 품질, 시장 점유율, 최고경영진 역량 등의 평가기준을 바탕으로 ANP에 기초한 공급업체 선정방법을 제안하였고, Gencer and Gürpınar[12]은 전자제품 산업에서 ANP를 이용한 공급업체 선정방법을 제시하면서 설비위치, 업력, 서비스 역량, 커뮤니케이션 역량, 조직 구조, 종업원 수, 종업원 교육수준 등을 평가기준으로 사용한 바 있다.

공급업체 선정문제에서 가장 많이 활용된 다기준 의사결정 기법은 DEA로서, 평가대상이 되는 공급업체들이 각각 하나의 DMU(decision making unit)를 구성하고 평가기준은 그 특성에 따라 투입요소 또는 산출요소로 정의되어 DEA 모형이 구성된다. Talluri et al.[25]은 제약산업을 대상으로 확률제약 DEA(chance-constrained DEA) 모형을 이용한 공급업체 선정방법을 개발하였는데 공급가격을 투입요소로, 품질 및 배송을 산출요소로 간주하였다. 이들 연구의 특이점은 일반적인 DEA 모형과는 달리 투입요소와 산출요소의 확률적 특성을 반영하였다는 점이다. Wu et al.[30]은 항공전자제품 제조업에서의 공급업체 선정을 위한 DEA 기반의 방법을 제안하였는데, 투입요소로는 비용과 정성적 평가결과를 사용하였고 산출요소로는 매출액과 만족도를 사용하였다. 이들은 투입, 산출요소의 불확실성을 반영하기 위해 기존의 IDEA(imprecise DEA) 모형을 채택하였다. 또한, Falagario et al.[11]은 공공분야 조달에서의 공급업체 선정을 위한 DEA 교차효율성 모형을 제안한 바 있다.

수리계획법을 활용한 공급업체 선정모형 또한 다양하게 연구되었다. Talluri and Narasimhan[24]과 Ng[21]은 각각 통신업과 농업 및 건설장비업에서의 공급업체 선정을 위한 선형계획법 기반의 모형을 제안하였고, Hong et al.[16]은 농업에서의 공급업체 선정을 위한 혼합정수계획법 모형을 개발하면서 배송, 품질, 비용, 수량 등을 평가기준으로 사용하였다. 한편, Narasimhan et al.[20]은 개인용컴퓨터 제조업에서의 공급업체 선정을 위한 방법으로 직접비용, 간접조정비용, 품질, 배송신뢰도 등을 평가기준으로 하는 다목적계획법 모형을 제안하였고, Wadhwa and Ravindran[28]은 가상의 상황을 설정하여 공급가격, 리드

타임, 인수거절 건수 등을 평가기준으로 하는 다목적계획법 기반의 공급업체 선정방법을 개발하였다.

본 연구에서는 상기 나열한 여러 가지 접근법 중에서 DEA에 기초한 공급업체 선정방법을 제안하고자 한다. 어떤 평가기준을 사용할 것인지에 관한 문제는 본 연구에 범위에 포함되지 않으며, 기 선정된 복수 개의 평가기준에 따른 공급업체들의 평가결과가 주어질 때 최적의 공급업체를 선정하는 DEA 기반의 다기준 의사결정 모형을 개발하는 것에 주안점을 둔다. 특히, 본 논문에서는 그간 광범위하게 개발되어 온 다양한 DEA 모형들 중 어떤 모형들을 선택하고 조합하는 것이 공급업체 선정문제의 특성에 부합될 것인가에 대해 논의하고, 이를 바탕으로 비방향 DEA 게임 교차효율성 모형을 제안하고자 한다. 이후 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 공급업체 선정문제에 있어서 DEA 기반 다기준 의사결정 모형이 가지는 일반적인 타당성에 관한 논의와 함께, 본 논문에서 개발하고자 하는 비방향 DEA 게임 교차효율성 모형이 공급업체 선정문제의 특성에 어떻게 부합되는지 구체적으로 논의한다. 제 3장에서는 기초적인 이론적 배경을 설명하기 위해 비방향 DEA 모형의 일종인 RAM(range-adjusted measure of inefficiency) 모형에 대해 기술하고 그 쌍대모형이 가지는 경제적 관점의 의미를 논의한다. 더불어 RAM 쌍대모형을 기준으로 하는 전통적인 교차효율성 모형에 대해 다룬다. 제 4장에서는 RAM 쌍대모형을 기준으로 하는 게임 교차효율성 모형 및 해법을 개발하고 그 수렴성 및 내쉬균형 특성을 논한다. 제 5장에서는 기존 문헌에서 다루었던 공급업체 선택문제 데이터를 이용하여 제 4장에서 개발한 모형을 시험하고 그 결과에 대해 논의하며, 제 6장에서는 본 논문의 결론을 제시한다.

## 2. 공급업체 선정에서의 비방향 DEA 게임 교차효율성

DEA가 다른 접근법들에 비해 상대적으로 우수한 점은 다차원 평가기준들에 대한 상대적 중요도를 나타내는 가중치를 사전에 설정하지 않아도 되고, 일련의 선형계획법 모형의 최적화 과정을 통해 자동적으로 최적 가중치가 결정된다는 점이다. 즉, 평가기준들에 대한 상대적 중요도 가중치를 결정하기 위해 외부 전문가의 의견을 구하거나 내부 의사결정자가 임의로 정하는 복잡한 과정을 거치지 않아도 되며, 그런 인위적인 가중치 설정과정을 통해 평가의 공정성이 저해될 우려가 줄어든다는 이점이 있다. 이와 더불어, DEA는 비효율적인 DMU에 대해서는 베스트 프랙티스 경계선(best practice frontier)에

도달하기 위해 얼마만큼의 투입요소-산출요소의 개선이 필요한지에 대한 정보를 제공하는데, 공급업체 선택문제에서는 이러한 정보를 공급업체와의 계약조건에 관한 협상 과정에서 유용하게 활용할 수 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 DEA를 공급업체 선정방법의 기초적인 모형으로 선택하고자 한다.

기존 DEA 기반 공급업체 선택에 관한 연구들에서는 대부분 투입지향(input-oriented) 또는 산출지향(output-oriented)을 가정하는 방향(oriented) DEA 모형을 사용하고 있다. 방향 DEA 모형으로는 Charnes, Cooper, and Rhodes [6]에 의해 처음 개발된 CCR 모형, Banker, Charnes, and Cooper[2]에 의해 개발된 BCC 모형 등이 있으며, 두 모형 간의 차이점은 규모수익의 불변성을 가정하는지에 있다. 방향 DEA 모형에서는 각 DMU와 베스트 프랙티스 경계선 간의 거리를 측정할 때 산출요소의 양은 고정된 채 투입요소의 양을 줄이거나, 투입요소의 양은 고정된 채 산출요소의 양을 늘리는 방식을 취한다. 즉, 방향 DEA 모형은 동일한 투입요소의 양으로 얼마나 더 많은 양의 산출요소를 달성할 수 있는지, 또는 동일한 산출요소의 양을 얼마나 더 적은 투입요소의 양으로 달성할 수 있는지의 관점으로 효율성을 측정한다. 하지만, 공급업체 선택문제와 같이 다기준 의사결정 문제에서는 전통적인 생산이론 기반에서와 같은 투입요소와 산출요소의 구분이 명확하지 않고 단지 선호되는 증감의 방향성에 의해서만 요소의 유형이 구분되는 것이 일반적이다. 이런 경우에는 모든 요소의 증감이 선호되는 방향으로 동시에 이루어질 수 있다는 것을 가정하여 베스트 프랙티스 경계선과의 거리를 측정하는 것이 더욱 타당하다. 또 다른 측면을 살펴보면, 가변 규모수익을 가정하는 방향 DEA 모형에서는 불변 규모수익의 경우와는 달리 투입지향으로 산출된 효율성 점수와 산출지향으로 산출된 효율성 점수 간에 역수의 관계가 성립하지 않는다는 점을 고려할 필요가 있다. 또한 투입지향으로 산출된 효율성 점수를 기준으로 DMU 간의 순위를 매긴 결과와 산출지향으로 도출한 순위 간의 결과가 상호 일치하지 않을 수도 있다. 즉, 가변규모수익을 가정하는 방향 DEA 모형에서는 투입지향과 산출지향 간의 선택에 따라 DMU 간 효율성 점수의 순위가 달라질 수 있다는 문제점이 있는데, 이는 공급업체 선택문제와 같이 효율성 점수의 순위가 중요하게 작용하는 상황에서 중대한 결점이 될 수 있다. 이러한 이유로 본 연구에서는 비방향 DEA 모형을 기초로 하여 공급업체 선택방법을 수립한다. 비방향 DEA 모형으로는 Charnes et al.[7]의 합계모형(additive model), Tone[27]의 SBM(slacks-based model) 모형, Cooper et al.[8]의 RAM 모형 등이 있는데, 이 가운데 본 연구에서는 RAM 모형을 채택하는데 이는 해당 모형이 효율성 측정모형이 가

져야 할 여러 가지 바람직한 특성들을 모두 가지고 있기 때문이다.

한편, DEA 모형은 규모수익성에 대해 어떤 가정을 하느냐에 따라 불변 규모수익성을 가정하는 모형과 가변 규모수익성을 가정하는 모형으로 구분될 수 있다. 불변 규모수익성은 투입요소의 양을 특정 배수로 늘리거나 줄이면 산출요소의 양도 동일 배수만큼 증가되거나 줄어들 수 있다는 것을 가정하는 것으로 생산가능집합의 형태에 대한 상당히 강한 가정이다. 이러한 강한 가정이 성립한다고 확신할 수 없을 때에는 일반적으로 가변 규모수익성을 가정하는 것이 타당하다. 공급업체 선택문제에 있어서도 불변 규모수익성이 비현실적인 가정이 될 수 있는데, 예를 들어 투입요소인 공급가격을 2배로 증가시키면 산출요소인 품질수준도 2배로 증가된다는 것을 가정하기에는 무리가 있다. 따라서 공급업체 선택문제에 있어서는 가변 규모수익성을 가정하는 DEA 모형의 선택이 보다 타당하며, 앞서 논의한 RAM 모형은 가변 규모수익성을 가정하고 있는 모형이다.

DEA 모형의 약점으로 지적되는 사항들 중 하나는 각 DMU가 자신의 효율성 점수를 최대화하기 위한 투입요소 및 산출요소의 가중치를 정할 때 그 선택의 폭이 지나치게 넓다는 점이다. 이로 인해 효율적이라고 판정되는 DMU가 과도하게 많이 발생하여 그들 간의 효율성 우위관계를 판단하기 어렵게 되거나, 제한된 특정 요소에서는 아주 우수하나 나머지 요소들에서는 대부분 크게 열등한 DMU가 효율적이라고 판정되는 상황이 발생할 수도 있다. 이러한 약점을 보완하기 위한 방법으로 가중치 제약조건을 추가하는 모형[26], 초효율성 모형[1], 교차효율성[23] 모형 등이 개발되었다. 본 연구에서는 공급업체 선정문제에서 특히 중요한 평가기준의 공정한 설정 요구를 감안하기 위해 교차효율성 접근법을 채택하되, 평가대상 DMU들 간의 치열한 경쟁상황을 반영하고 그 경쟁상황을 게임의 형태로 모형화할 수 있다는 점을 고려하여 게임 교차효율성 모형[18]을 적용한다.

### 3. RAM 모형과 교차효율성

본 절에서는 우선 비방향 DEA 모형 중 하나인 RAM 모형에 대해 기술하고 그 쌍대모형이 가지는 경제적 의미를 논의한다. 여기서 논의되는 RAM 모형이 공급업체 선택문제에 적용될 때에는 계약을 수주하기 위해 경쟁하는 각각의 공급업체가 하나의 DMU를 구성하고, 공급업체 평가기준 중 그 값이 작을수록 유리한 요인(예를 들어 공급가격)을 투입요소로, 그 값이 클수록 유리한 요인(예를 들어 품질수준)을 산출요소로 취급한다.

효율성 평가의 대상이 되는  $n$ 개의 DMU가 있고 각각의 DMU는  $m$ 개의 투입요소와  $s$ 개의 산출요소를 가진다. 그리고 DMU  $k(k=1, 2, \dots, n)$ 의 투입요소 벡터를  $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{mk})^T \in R_+^m$ , 산출요소 벡터를  $y_k = (y_{1k}, \dots, y_{sk})^T \in R_+^s$  라고 하자.

Cooper et al.[8]이 제안한 RAM 모형은 강효율성과 약효율성을 구별할 수 있는 inclusiveness, 투입-산출요소의 측정단위에 효율성 점수가 영향을 받지 않는 unit invariance, 투입-산출요소에 일정한 값을 일괄적으로 더하거나 빼주어도 효율성 점수가 영향을 받지 않는다는 translation invariance 등 바람직한 성질들을 가지고 있다. 이 모형에서는 DMU  $k$ 에 대해 다음의 선형계획법 문제를 풀어 그 효율성을 측정한다.

$$(P_k) \min -\frac{1}{m+s}(R^-s^- + R^+s^+) \\ \text{s.t. } X\lambda + s^- = x_k \\ Y\lambda - s^+ = y_k \\ e^T\lambda = 1, \\ \lambda, s^-, s^+ \geq 0.$$

여기서  $X=(x_{ij}) \in R^{n \times m}$ 와  $Y=(y_{rj}) \in R^{n \times s}$ 는 각각 투입요소와 산출요소 행렬을 나타내고  $s^+$ 와  $s^-$ 는 각각 투입관련, 산출관련 제약식에서의 여유변수,  $\lambda$ 는  $X$ 와  $Y$ 에 대한 볼록조합에 사용되는 강도벡터(intensity vector)에 해당한다. 한편,  $R^-$ 와  $R^+$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R^- = \left( \frac{1}{R_1^-}, \frac{1}{R_2^-}, \dots, \frac{1}{R_m^-} \right), \\ R^+ = \left( \frac{1}{R_1^+}, \frac{1}{R_2^+}, \dots, \frac{1}{R_m^+} \right), \\ R_i^- = \max_j \{x_{ij}\} - \min_j \{x_{ij}\}, i = 1, \dots, m, \\ R_i^+ = \max_j \{y_{rj}\} - \min_j \{y_{rj}\}, r = 1, \dots, s.$$

이 문제를 풀어 얻어지는 최적 목적함수 값은 0보다

작거나 같은 값을 가지며 그 값이 0에 가까울수록(또는 더 클수록) 더 효율적인 것으로 판단된다.

상기 모형을 원(primal) 모형으로 할 때 그 쌍대(dual) 모형은 다음과 같다.

$$(D_k) \max ry_k - cx_k + \xi \\ \text{s.t. } rY - cX + \xi e \leq 0, \\ r \geq \frac{1}{m+s}R^+, c \geq \frac{1}{m+s}R^-.$$

이 모형에 대해서는 다음과 같은 경제적 해석을 할 수 있다. 즉, 산출요소에 곱해지는 가중치  $r$ 은 해당 요소의 단위가격을 나타내고 투입요소에 곱해지는 가중치  $c$ 는 해당 요소의 단위비용을 나타낸다고 간주할 때,  $ry_k$ 와  $cx_k$ 는 각각 DMU  $k$ 의 운영을 통해 창출되는 일종의 매출(revenue)과 비용(cost)이라고 볼 수 있다. 따라서  $ry_k - cx_k + \xi$ 는 단위가격-단위비용 벡터  $(r, c)$ 가 적용될 때의 DMU  $k$ 의  $\xi$ -조정된 이익이라고 해석할 수 있고, 그 이익이 높을수록 더 효율적이라고 할 수 있다. 여기서  $\xi$ -조정이란 DMU  $k$ 의 최적 단위가격-단위비용 벡터  $(r, c)$ 를 적용해 계산된 모든 DMU들의 이익 중 최대값이 0이 되도록  $\xi$  값을 정해 더해주는 일종의 정규화 과정을 나타낸다. 즉, DMU  $k$ 가 모형  $(D_k)$ 를 풀어 선택한 최적해인  $(r^*, c^*)$ 와  $\xi^*$ 에 대해  $\max_{j=1, \dots, n} r^* y_j - c^* x_j + \xi^* = 0$ 가 성립한다. 일반적으로는 가변규모수익(variable returns to scale)을 가정하고 있는 DEA 모형에서 자유변수  $\xi$ 는 규모수익의 상태를 나타내주는 변수로서 해석된다.

DMU  $k$ 가 효율적이라고 판정되기 위해서는 해당 DMU가 다른 어떤 DMU보다 더 높은 이익을 가지게 해주는 단위가격-단위비용 벡터  $(r, c)$  및  $\xi$ 의 값이 존재하여야 한다. 즉,  $ry_k - cx_k \geq ry_l - cx_l$ 이 모든  $l$ 에 대해 성립하는 경우 DMU  $k$ 는 효율적이라고 할 수 있고, 그렇지 않은 경우 비효율적이라고 할 수 있다. DMU  $k$ 의 최적 단위가격-단위비용 벡터 및 최적 조정값을 각각  $(r_k^*, c_k^*)$ 과  $\xi_k^*$ 라고 할 때, 그 최적 이익값은  $r_k^* y_k - c_k^* x_k + \xi_k^*$ 이 되고 이를 효율성 점수

<Table 1> Cross Efficiency Matrix

		Rated DMU					
		DMU 1	DMU 2	...	DMU $k$	...	DMU $n$
Rating DMU	DMU 1	$e_{11}^*$	$e_{12}^*$	...	$e_{1k}^*$	⋮	$e_{1n}^*$
	DMU 2	$e_{21}^*$	$e_{22}^*$	...	$e_{2k}^*$	...	$e_{2n}^*$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	DMU $k$	$e_{k1}^*$	$e_{k2}^*$	...	$e_{kk}^*$	...	$e_{kn}^*$
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	DMU $n$	$e_{n1}^*$	$e_{n2}^*$	...	$e_{nk}^*$	...	$e_{nn}^*$
Average		$\bar{e}_1$	$\bar{e}_2$	...	$\bar{e}_k$	...	$\bar{e}_n$

$e_{kk}^*$ 로 표기한다.

한편, DEA에서의 교차효율성 개념을 상기 RAM 쌍대 모형에서도 적용할 수 있다[19]. 교차효율성은 DEA 모형의 자기 평가(self-appraisal) 구조가 가지는 가중치 선택의 지나친 자유도와 관련된 단점을 보완하기 위해 제안된 개념으로서, 동료 평가(peer-appraisal) 구조를 병행하여 적용한다. 이러한 개념이 상기 모형에 어떻게 적용되는지 구체적으로 살펴보면 다음과 같다. DMU  $l$ 이 선택한 최적 단위가격-단위비용 벡터 및 최적 조정값을 적용할 때 DMU  $k$ 의 이익값은  $r_l^*y_k - c_l^*x_k + \xi_l^*$ 이 되고 이를 DMU  $l$ 에 의한 DMU  $k$ 의 교차효율성  $e_{lk}^*$ 로 표기한다.  $l=k$ 인 경우 해당 교차효율성은 DMU  $k$ 의 효율성 점수인  $e_{kk}^*$ 가 되며, 교차효율성과 대비되는 용어로서 단순효율성으로 칭한다. 모든 DMU  $l(l=1, \dots, n)$ 에 의한 모든 DMU  $k(k=1, \dots, n)$ 의 교차효율성을 각각 구한 후 이를 행렬 형태로 정리하면 <Table 1>과 같으며, 이를 교차효율성 행렬이라고 부른다[10].

DMU  $k$ 에 대한 모든 교차효율성을 평균 낸 값을 평균 교차효율성 점수  $\bar{e}_k$ 라고 한다. 즉,  $\bar{e}_k = (e_{1k}^* + e_{2k}^* + \dots + e_{nk}^*)/n$ 으로 계산된다. 평균 교차효율성 점수를 기준으로 DMU들 간의 순위를 매길 수 있고, 공급업체 선정문제에 적용된다면 가장 높은 평균 교차효율성 점수를 획득한 공급업체가 선택될 수 있다.

### 4. RAM 모형에서의 게임 교차효율성

Liang et al.[18]은 DMU들 간 경쟁상황을 반영하기 위한 교차효율성 계산 방식으로 게임이론에 바탕을 둔 게임 교차효율성 모형을 제안한 바 있다. 하나의 공급계약에 경쟁입찰하는 공급업체들, 제한된 예산범위 내에서 R&D 과제를 수주하기 위해 경쟁하는 연구기관들, 올림픽과 같은 스포츠 경기에서 경쟁하는 참여국가들 등을 DMU들로 보고 효율성 점수를 성과(payoff)로 간주한다면, 이들 DMU들은 더 높은 효율성 점수를 획득하기 위해 비협조 게임을 한다고 볼 수 있다. 즉 각 DMU들은 게임을 통해 자신이 가질 수 있는 최악의 성과를 최대화하려고 시도한다. Liang et al.[18]은 이러한 게임 교차효율성 접근법이 내쉬균형점(Nash equilibrium point)을 도출한다고 증명한 바 있다.

본 연구에서는 이러한 게임 교차효율성 접근법을 앞서 살펴본 RAM 모형에 적용한 교차효율성 모형을 개발한다. 게임 교차효율성은 앞서 살펴본 통상적인 교차효율성과는 크게 다른 접근법을 취한다. 기본적인 개념을 설명하기 위해 두 개의 DMU  $k$ 와 DMU  $l$ 을 생각해 보자. 제 2장에서 기술하였듯이 통상적인 교차효율성 모형

에서는 DMU  $l$ 에 의한 DMU  $k$ 의 교차효율성을 구할 때 DMU  $l$ 이 선택한 최적 가중치(최적 단위가격-단위비용 벡터 및 최적 조정값)를 사용하여 DMU  $k$ 의 효율성 점수(최적 이익값)를 계산하였다. 하지만 게임 교차효율성 방법에서는 DMU  $l$ 의 효율성 점수를 자신의 평균 게임 교차효율성 점수  $\bar{\alpha}_l$  미만으로 낮추지 않는 가중치 집합 내에서 DMU  $k$ 의 효율성 점수를 최대화하는 가중치 값을 찾는 문제를 풀어 DMU  $l$ 에 의한 DMU  $k$ 의 게임 교차효율성을 구한다. 즉, DMU  $l$ 에 의한 DMU  $k$ 의 게임 교차효율성  $\alpha_{lk}^*$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_{lk}^* = \max \{ r_k^l y_k - c_k^l x_k + \xi_k^l \mid (r_k^l, c_k^l, \xi_k^l) \in \Omega_l \cap F \},$$

$F$ 는  $(D_k)$ 의 가능해 집합,

$$\Omega_l = \{ (r, c, \xi) \mid r y_l - c x_l + \xi \geq \bar{\alpha}_l \}.$$

$\alpha_{lk}^*$ 를 구하는 문제를  $\bar{\alpha}_l$ 을 매개변수로 하는 선형계획법의 형태로 풀어 쓰면  $(D_k)$ 에 제약조건이 하나 추가되어 다음과 같이 된다.

$$(DG_k^l(\bar{\alpha}_l)) \quad \max \quad r_k^l y_k - c_k^l x_k + \xi_k^l$$

$$s.t. \quad r_k^l Y - c_k^l X + \xi_k^l e \leq 0,$$

$$r_k^l y_l - c_k^l x_l + \xi_k^l \geq \bar{\alpha}_l,$$

$$r_k^l \geq \frac{1}{m+s} R^+,$$

$$c_k^l \geq \frac{1}{m+s} R^-.$$

모든  $l$ 에 대해  $(DG_k^l(\bar{\alpha}_l))$ 를 풀어 구한 최적 목적함수 값을  $\alpha_{lk}^*$ 로 두고 이를 평균하여 DMU  $k$ 의 평균 게임 교차효율성 점수  $\bar{\alpha}_k$ 를 계산한다. 즉,  $\bar{\alpha}_k = (\alpha_{1k}^* + \alpha_{2k}^* + \dots + \alpha_{nk}^*)/n$ 이 되고, 이 값이 더 클수록 더 우수하다고 판단한다.

한편, 상기  $(DG_k^l(\bar{\alpha}_l))$ 를 풀 때  $\bar{\alpha}_l$ 의 값을 알아야 하는데  $\bar{\alpha}_l$ 의 값은  $(DG_k^l(\bar{\alpha}_l))$ 를 풀어야 알 수 있다는 문제가 있다. 이러한 자기순환 관계를 해소하기 위해 다음과 같은 반복적 절차를 적용할 수 있는데, 최종적으로 구하고자 하는  $\bar{\alpha}_l$ 을  $\tilde{\alpha}_l^t (t=1, 2, \dots)$ 로 파라미터화하여 점진적으로 근사치를 계산해 간다.

#### <알고리즘 1> RAM 게임 교차효율성 점수 계산

단계 0 :  $t:=1$ 로 둔다.  $(D_l)$ 를 풀어 (통상적인) 평균 교차효율성 점수  $\bar{e}_l$ 을 구하고,  $\tilde{\alpha}_l^t = \bar{e}_l (l=1, 2, \dots, n)$ 로 둔다.

단계 1 : DMU  $k(k=1, 2, \dots, n)$ 에 대해  $(DG_k^l(\tilde{\alpha}_l^t)) (l=1, 2, \dots, n)$ 를 풀어 얻어지는 최적 목적함수 값

$\alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^t)$  을 구하고,  $\tilde{\alpha}_k^{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^t)$  로 둔다.

단계 2 : 모든  $k$  에 대해  $|\tilde{\alpha}_k^{t+1} - \tilde{\alpha}_k^t| < \epsilon$  이라면 절차를 종료하고,  $\tilde{\alpha}_k^{t+1}$  를 DMU  $k$  에 대한 평균 게임 교차효율성 점수로 한다( $k=1, 2, \dots, n$ ). 그렇지 않은 경우에는  $t:=t+1$  로 두고 단계 1로 간다. 여기서  $\epsilon$  은 충분히 작은 양수로서 해의 수렴 여부를 판단하는 기준이다.

Liang et al.[18]은 CCR 모형을 대상으로 게임 교차효율성 개념을 개발하였는데, 상기와 같은 반복절차의 수렴성을 보였고 이를 통해 얻어지는 게임 교차효율성 점수가 내쉬균형을 이룬다는 것을 증명한 바 있다. 본 연구에서 개발한 RAM 모형에 대한 게임 교차효율성 모형도 반복절차의 수렴성과 내쉬균형을 달성한다는 것을 Liang et al.[18]에서 제시한 방법과 유사한 방법으로 보일 수 있는데, 아래와 같이 간략화하여 기술한다. 참고로 Liang et al.[18]에서는 가변 규모수익을 가정하는 DEA 모형을 대상으로 한 게임 교차효율성에 대한 수렴성과 내쉬균형 특성에 관한 연구를 추후 연구과제로 제시한 바 있는데, 본 연구에서는 가변 규모수익을 가정하는 RAM 모형을 대상으로 아래와 같이 증명한다.

**정리 1)** (i)  $\tilde{\alpha}_k^1 \leq \tilde{\alpha}_k^t$ ,  
 (ii)  $\tilde{\alpha}_k^2 \geq \tilde{\alpha}_k^4 \geq \dots \geq \tilde{\alpha}_k^{2t-2} \geq \tilde{\alpha}_k^{2t} \geq \tilde{\alpha}_k^{2t-1}$   
 $\geq \tilde{\alpha}_k^{2t-3} \geq \dots \geq \tilde{\alpha}_k^3 \geq \tilde{\alpha}_k^1$ ,  
 $t=2, 3, 4, \dots, k=1, 2, \dots, n$ .

증명) (i) 임의의 DMU  $k$  에 대한 통상적인 평균 교차효율성 점수  $\bar{e}_k = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n e_{lk}^*$  를 계산하는데 포함되는  $e_{lk}^*$  를 구하기 위해  $(D_l)$  ( $l=1, 2, \dots, n$ )를 풀어 얻어진 최적 가중치 값들은  $DG_k^l(e_{ll}^*)$  에서도 가능해가 되므로,  $\frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(e_{ll}^*) \geq \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n e_{lk}^* = \bar{e}_k = \tilde{\alpha}_k^1$  이 성립한다. 한편  $e_{ll}^*$  은 DMU  $l$  이 가질 수 있는 최대의 효율성 점수이므로  $\tilde{\alpha}_l^t$  보다 항상 크거나 같다. 즉,  $DG_k^l(\tilde{\alpha}_l^t)$  의 가능해 집합은  $DG_k^l(e_{ll}^*)$  의 가능해 집합보다 항상 크거나 같으므로  $\tilde{\alpha}_k^t \geq \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(e_{ll}^*)$  이다. 따라서  $\alpha_k^t \geq \alpha_k^1$  이  $t > 1$  에 대해 임의의  $k$  에서 항상 성립한다.

(ii) 임의의  $l$  에 대해  $\tilde{\alpha}_l^1 \leq \tilde{\alpha}_l^2$  이 성립하므로 임의의

$l$  에 대해  $\alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^1) \geq \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^2)$  이 성립한다. 따라서  $\tilde{\alpha}_k^2 = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^1) \geq \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^2) = \tilde{\alpha}_k^3$ , 즉  $\tilde{\alpha}_k^2 \geq \tilde{\alpha}_k^3$  이 임의의  $k$  에 대해 만족된다. 이어서 임의의  $l$  에 대해  $\tilde{\alpha}_l^2 \geq \tilde{\alpha}_l^3$  이 성립하므로 임의의  $l$  과  $k$  에 대해  $\alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^2) \leq \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^3)$  이 성립한다. 따라서  $\tilde{\alpha}_k^3 = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^2) \leq \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^3) = \tilde{\alpha}_k^4$ , 즉  $\tilde{\alpha}_k^3 \leq \tilde{\alpha}_k^4$  이 임의의  $k$  에 대해 만족된다. 한편, (i)에 의해 임의의  $l$  에 대해  $\tilde{\alpha}_l^1 \leq \tilde{\alpha}_l^3$  이 성립하므로 임의의  $l$  에 대해  $\alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^1) \geq \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^3)$  이 성립한다. 따라서  $\tilde{\alpha}_k^2 = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^1) \geq \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n \alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^3) = \tilde{\alpha}_k^4$ , 즉  $\tilde{\alpha}_k^2 \geq \tilde{\alpha}_k^4$  이 임의의  $k$  에 대해 만족된다. 이러한 과정을 무한히 반복하면 (ii)가 성립함을 알 수 있다.2) 즉, <알고리즘 1>은 수렴한다. ■

**정리 2)**  $n$  개의 DMU를  $n$  명의 참가자(players)로, 평균 게임 교차효율성 점수를 성과(payoffs)로, 각 DMU가 선택하는 가중치 값들을 각 참가자의 전략으로 구성되는 게임에서, <알고리즘 1>에 의해 도출되는 각 참가자의 평균 게임 교차효율성 점수들은 내쉬균형을 이룬다.

증명) 우선 정리 1의 증명을 통해  $DG_k^l(\tilde{\alpha}_l^t)$  은  $\tilde{\alpha}_l^t \in [e_l^*, e_{ll}^*]$  에 대해 가능해가 존재한다는 것을 알 수 있고,  $DG_k^l(\tilde{\alpha}_l^t)$  은 선형계획법이므로 그 가능해 집합이 볼록 집합이다. 따라서 각 참가자가 선택하는 가중치 값들의 집합(전략집합)은 비어있지 않는 볼록집합임을 알 수 있다. 한편, DMU  $l$  이 취하는 전략에 따른 DMU  $k$  의 성과함수  $\alpha_{lk}^*(\tilde{\alpha}_l^t)$  은  $\tilde{\alpha}_l^t \in [e_l^*, e_{ll}^*]$  에서 연속이고 semi-concave이다[18]. 이러한 사실과 함께 Debreu[9]와 Glicksberg[13]에 따라 주어진 게임에는 내쉬균형이 존재함을 알 수 있다. 한편, 정리 1에서 보였듯이 <알고리즘 1>에 의해 각 참가자  $l$  의 평균 게임 교차효율성 점수  $\tilde{\alpha}_l^t$  ( $l=1, 2, \dots, n$ )이 하나의 고정점(fixed point)으로 수렴하는데, 그러한 고정점은 내쉬균형을 이룬다[4]. ■

2) 본 증명에서는 사실상  $t=2$ 인 경우  $\tilde{\alpha}_k^2 \geq \tilde{\alpha}_k^1 \geq \tilde{\alpha}_k^3 \geq \tilde{\alpha}_k^1$  이 모든  $k$  에 대해 성립한다는 것만을 보인 것인데,  $t > 2$ 인 경우에 대해서는 상기와 같은 단순한 일반화가 아닌 수학적 귀납법을 적용하여 엄밀하게 증명하여야 한다. 증명 방식은 Liang et al. [18]과 유사하므로 여기서는 생략한다.

### 5. 사례 연구

본 절에서는 관련 문헌에서 소개된 바 있는 두 가지 데이터 집합을 활용하여 본 논문에서 개발한 방법론의 결과와 해당 문헌의 결과를 상호 비교하도록 한다. 우선, Oral et al.[22]에서 소개된 터키 철강산업 분야의 37개 R&D 프로젝트 평가 데이터를 사용하는데, 이 데이터는 Green et al.[14]과 Liang et al.[18]에서도 각각 교차효율성에서의 2차 목적함수 도입의 효과, 게임 교차효율성의 효과를 보이기 위해 사용된 바 있다. R&D 프로젝트 평가 및 선정문제도 공급업체 선정문제의 일종으로 볼 수 있다. 이 사례를 통해 Liang et al.[18]에서 개발한 방향 DEA(CCR 모형)에서의 게임 교차효율성 산출 결과

와 본 논문의 비방향 RAM 모형에서의 게임 교차효율성 산출 결과 간에 어떤 차이가 발생하는지에 중점을 두고 살펴보도록 한다. 데이터에 포함된 터키 철강산업 분야 37개의 R&D 프로젝트는 한정된 예산을 두고 상호 경쟁하며, 각각의 프로젝트는 <Table 2>와 같이 5개의 산출 요소와 1개의 투입요소로 특징지어진다. 산출요소로는 간접적 경제 기여도(indirect economic contribution), 직접적 경제 기여도(direct economic contribution), 기술적 기여도(technological contribution), 사회적 기여도(social contribution), 과학적 기여도(scientific contribution)가 포함되고, 투입요소로는 비용, 즉 예산이 포함된다. 모든 요소의 값은 전문가 설문을 통해 얻은 0~100사이의 점수로 표현된다.

<Table 2> Case 1 : Data of 37 R&D Project Proposals[22]

R&D project	Indirect economic contribution	Direct economic contribution	Technological contribution	Social contribution	Scientific contribution	Budget
1	67.53	70.82	62.64	44.91	46.28	84.20
2	58.94	62.86	57.47	42.84	45.64	90.00
3	22.27	9.68	6.73	10.99	5.92	50.20
4	47.32	47.05	21.75	20.82	19.64	67.50
5	48.96	48.48	34.90	32.73	26.21	75.40
6	58.88	77.16	35.42	29.11	26.08	90.00
7	50.10	58.20	36.12	32.46	18.90	87.40
8	47.46	49.54	46.89	24.54	36.35	88.80
9	55.26	61.09	38.93	47.71	29.47	95.90
10	52.40	55.09	53.45	19.52	46.57	77.50
11	55.13	55.54	55.13	23.36	46.31	76.50
12	32.09	34.04	33.57	10.60	29.36	47.50
13	27.49	39.00	34.51	21.25	25.74	58.50
14	77.17	83.35	60.01	41.37	51.91	95.00
15	72.00	68.32	25.84	36.64	25.84	83.80
16	39.74	34.54	38.01	15.79	33.06	35.40
17	38.50	28.65	51.18	59.59	48.82	32.10
18	41.23	47.18	40.01	10.18	38.86	46.70
19	53.02	51.34	42.48	17.42	46.30	78.60
20	19.91	18.98	25.49	8.66	27.04	54.10
21	50.96	53.56	55.47	30.23	54.72	74.40
22	53.36	46.47	49.72	36.53	50.44	82.10
23	61.60	66.59	64.54	39.10	51.12	75.60
24	52.56	55.11	57.58	39.69	56.49	92.30
25	31.22	29.84	33.08	13.27	36.75	68.50
26	54.64	58.05	60.03	31.16	46.71	69.30
27	50.40	53.58	53.06	26.68	48.85	57.10
28	30.76	32.45	36.63	25.45	34.79	80.00
29	48.97	54.97	51.52	23.02	45.75	72.00
30	59.68	63.78	54.80	15.94	44.04	82.90
31	48.28	55.58	53.30	7.61	36.74	44.60
32	39.78	51.69	35.10	5.30	29.57	54.50
33	24.93	29.72	28.72	8.38	23.45	52.70
34	22.32	33.12	18.94	4.03	9.58	28.00
35	48.83	53.41	40.82	10.45	33.72	36.00
36	61.45	70.22	58.26	19.53	49.33	64.10
37	57.78	72.10	43.83	16.14	31.32	66.40

&lt;Table 3&gt; The Input-Oriented CCR Game Cross Efficiency Scores vs. the Proposed RAM Game Cross Efficiency Scores

R&D project	Liang et al.[18]'s Game Cross Efficiency with Input-Oriented CCR			Proposed Game Cross Efficiency with RAM		
	Score	Rank	Selected	Score	Rank	Selected
1	0.6332	12	yes	-0.0170	4	yes
2	0.5343	23		-0.1202	12	yes
3	0.2388	37		-0.6015	37	
4	0.4860	28		-0.3683	31	
5	0.4788	29		-0.2949	25	
6	0.5609	18		-0.2532	24	
7	0.4639	31		-0.3358	29	
8	0.4168	33		-0.3067	27	
9	0.4735	30		-0.2500	23	
10	0.5353	22		-0.1899	18	
11	0.5542	19		-0.1603	14	yes
12	0.5422	21		-0.3337	28	
13	0.4898	26		-0.3575	30	
14	0.6292	13	yes	-0.0012	2	yes
15	0.5829	16	yes	-0.1915	19	
16	0.8162	4	yes	-0.2116	21	
17	0.9987	2	yes	0.0000	1	yes
18	0.7373	6	yes	-0.2072	20	
19	0.5015	24		-0.2422	22	
20	0.3294	36		-0.4791	36	
21	0.5843	15	yes	-0.0967	10	yes
22	0.4895	27		-0.1765	15	
23	0.6696	10	yes	-0.0056	3	yes
24	0.4905	25		-0.1176	11	yes
25	0.3799	34		-0.4027	33	
26	0.6504	11	yes	-0.0825	6	yes
27	0.7287	8	yes	-0.0842	7	yes
28	0.3412	35		-0.4040	34	
29	0.5710	17		-0.1765	16	
30	0.5446	20		-0.1801	17	
31	0.9078	3	yes	-0.0962	9	yes
32	0.6209	14	yes	-0.2949	26	
33	0.4188	32		-0.4310	35	
34	0.7373	6	yes	-0.3684	32	
35	1	1	yes	-0.0926	8	yes
36	0.7671	5	yes	-0.0180	5	yes
37	0.7050	9	yes	-0.1384	13	yes

<Table 3>은 37개 R&D 프로젝트를 대상으로 Liang et al. [18]의 투입지향 CCR 모형 기반 게임 교차효율성 점수 산출결과와 함께 본 논문에서 제안한 RAM 모형 기반 게임 교차효율성 점수 산출결과를 비교하고 있다. 비교 결과에서 명확히 드러나듯이 두 가지 방법에 의해 산출되는 프로젝트 간 순위에는 큰 차이가 나타난다. 투입지향 CCR 모형 기반 게임 교차효율성 하에서는 프로젝트 35번이 가장 우수했지만 RAM 모형 기반 게임 교차효율성 하에서는 프로젝트 17번이 가장 우수하다. RAM 모형 기반 게임 교차효율성 하에서 프로젝트 35번은 등수가 8 등에 불과한 반면, 프로젝트 17번은 투입지향 CCR 모형 기반 게임 교차효율성 하에서도 두 번째로 점수가 높다. 한편, RAM 모형 기반 게임 교차효율성 하에서 등수가 2, 3등인 프로젝트가 투입지향 CCR 모형 기반 게임 교차효율성 하에서는 각각 13, 10등에 불과하다. 한편, 만

일 제한된 총 예산의 규모가 1,000이라고 하고, 게임 교차효율성 점수가 높은 순으로 예산이 소진될 때까지 복수 개의 프로젝트를 선정한다고 할 때 그 선정 결과가 'Selected' 열에 표현되어 있다. 투입지향 CCR 모형 기반 게임 교차효율성 하에서는 총 16개의 프로젝트가 선정되었고 RAM 모형 기반 게임 교차효율성 하에서는 14개의 프로젝트가 선정되었는데, 두 모형에서 공통적으로 선정된 프로젝트의 개수는 11개이다. 공통 개수가 비교적 많아 차이가 없다고 생각될 수 있으나, 선정된 프로젝트의 세부 순위는 두 모형 간에 크게 다르며 순위에 따라 예산을 차등 배분한다면 그 결과는 많이 달라질 수 있다. 이와 같은 실험 결과에서 보듯이 방향 DEA 모형과 비방향 DEA 모형 중 어떤 것을 선택하느냐에 따라 프로젝트 선정결과는 크게 달라질 수 있으며, 이는 상황에 맞는 적절한 모형의 선택이 중요함을 보여준다.



&lt;Table 4&gt; Case 2 : Data of 45 Public Procurement Tenders[11]

Vendor	Price (euros)	Execution time (weeks)	Post-delivery free maintenance(months)	Enhancement plans
1	110238.11	27	48	8
2	110963.63	31	9	9
3	109514.93	15	29	1
4	110484.45	27	15	9
5	110681.87	22	22	6
6	111092.92	31	29	1
7	112930.37	20	50	3
8	112783.38	28	6	5
9	131714.23	19	108	10
10	109920.87	18	113	10
11	110821.52	16	59	2
12	109775.89	24	59	10
13	108511.7	33	41	10
14	111457.61	29	108	5
15	111127.97	12	44	8
16	108990.13	31	13	1
17	115299.67	14	94	4
18	111242.01	22	47	9
19	112036.06	10	29	8
20	111461.96	33	48	10
21	111009.58	24	12	7
22	110504.87	32	16	0
23	110247.06	11	113	8
24	110438.76	35	120	9
25	112457.83	16	69	7
26	108469.71	15	7	8
27	110667.84	13	28	7
28	111660.57	33	42	4
29	110500.76	25	99	7
30	110918.29	29	0	2
31	115520.49	15	5	7
32	119535.68	24	20	0
33	110183.27	12	78	3
34	109839.68	30	88	0
35	110583.74	28	78	1
36	110186.17	31	54	8
37	125075.21	32	66	7
38	111151.44	13	36	3
39	109224.97	21	89	10
40	110556.28	21	23	0
41	110575.67	31	82	4
42	107967.74	14	22	4
43	111367.66	19	44	8
44	116276.03	26	75	8
45	118868.15	22	94	2

다음 사례로서 Falagarío et al.[11]에서 소개된 이탈리아 공공기관의 조달계약과 관련한 공급업체 데이터에 대한 적용결과를 살펴본다. 공공기관 설비 개축에 대한 공공조달 계약이며 입찰에 참가한 45개 공급업체에 대해 4가지 기준(공급가격, 공사기간, 사후 무상유지보수기간, 개축계획의 우수성)에 따라 평가한 결과를 정리하면 <Table 4>와 같다. 공급가격과 공사기간은 그 값이 작을수록 좋으므로 투입요소로, 사후 무상유지보수기간과 개축계획의

우수성은 그 값이 클수록 좋으므로 산출요소로 처리한다. 이 사례를 통해 통상적인 교차효율성 하의 결과와 본 논문에서 제안한 RAM 모형 기반의 게임 교차효율성 하의 결과가 어떻게 달라지는지 검토한다. Falagarío et al.[11]은 투입지향 CCR 모형을 기반으로 통상적인 교차효율성 모형을 적용하는 방법을 제안하고 있는데, 여기서는 공정한 비교를 위해 이를 수정하여 RAM 모형 기반으로 통상적인 교차효율성 점수를 새롭게 계산하였다.

&lt;Table 5&gt; Conventional Cross Efficiency Scores vs. the Proposed Game Cross Efficiency Scores

Vendor	Conventional cross-efficiency with RAM			Proposed game cross efficiency with RAM		
	Score	Rank	Selected	Score	Rank	Selected
1	-0.4332	17		-0.2990	19	
2	-0.6124	32		-0.4030	33	
3	-0.4644	21		-0.3610	26	
4	-0.5103	24		-0.3425	25	
5	-0.5114	25		-0.3617	27	
6	-0.7878	39		-0.5709	42	
7	-0.6107	31		-0.3939	32	
8	-0.7875	38		-0.5145	39	
9	-1.2638	44		-0.3620	28	
10	-0.0460	2	yes	-0.0032	2	yes
11	-0.4393	18		-0.3260	24	
12	-0.2770	7	yes	-0.1721	6	yes
13	-0.3915	16		-0.2275	13	yes
14	-0.4468	19		-0.2874	18	
15	-0.2704	5	yes	-0.1699	4	yes
16	-0.7175	36		-0.5357	40	
17	-0.5008	23		-0.2508	17	
18	-0.3886	15		-0.2359	15	
19	-0.3319	10	yes	-0.1794	7	yes
20	-0.5330	27		-0.3179	20	
21	-0.5587	28		-0.3827	31	
22	-0.8347	41		-0.6236	44	
23	-0.0159	1	yes	0.0000	1	yes
24	-0.3349	12	yes	-0.1828	8	yes
25	-0.3609	13	yes	-0.2035	10	yes
26	-0.2726	6	yes	-0.1706	5	yes
27	-0.3325	11	yes	-0.2324	14	
28	-0.7284	37		-0.4968	37	
29	-0.3043	9	yes	-0.2005	9	yes
30	-0.8012	40		-0.5840	43	
31	-0.6908	35		-0.3763	30	
32	-1.1977	43		-0.6768	45	
33	-0.2644	4	yes	-0.2079	12	yes
34	-0.5688	29		-0.4315	35	
35	-0.5795	30		-0.4276	34	
36	-0.4730	22		-0.3250	22	
37	-1.2949	45		-0.5662	41	
38	-0.4487	20		-0.3249	21	
39	-0.1191	3	yes	-0.0528	3	yes
40	-0.6549	33		-0.4986	38	
41	-0.5285	26		-0.3741	29	
42	-0.3007	8	yes	-0.2062	11	yes
43	-0.3873	14		-0.2443	16	
44	-0.6729	34		-0.3251	23	
45	-0.8702	42		-0.4376	36	

<Table 5>는 45개 공급업체를 대상으로 RAM 모형 기반 통상적인 교차효율성 점수 산출결과와 함께 본 논문에서 제안한 RAM 모형 기반 게임 교차효율성 점수 산출결과를 비교하고 있다. 실험결과에서 살펴보면 사례 1의 경우에 비해 크지는 않지만 두 모형 간에 순위 차이가 발생하고 있음을 관찰할 수 있다. 예를 들어 공급업체 33번이 통상적인 교차효율성 하에서는 4등이지만, 게임 교차효율성 하에서는 12등이다. 만일 제한된 총 예산의 규모가 1,500,000유로라고 하고, 교차효율성 점수가 높은 순으로 예산이 소진될 때까지 복수 개의 공급업체를 선정한다고

할 때 그 선정 결과가 'Selected'열에 표현되어 있다. 두 가지 방식 모두에서 총 13개의 공급업체가 선정되었는데, 두 방식에서 공통적으로 선정된 공급업체의 개수는 12개이고 공급업체 13과 27은 어느 한 방식에 의해서만 선정되었다. 제 2장에서 논리적으로 기술하였듯이 공급업체 간 치열한 경쟁상황은 게임으로 모형화할 수 있고 이는 통상적인 교차효율성정보보다는 게임 교차효율성이 더 타당하고 현실적인 모형화 방식이다. 즉, 게임 교차효율성 하에서는 공급업체 27은 탈락되고 대신 공급업체 13이 선정되는 반면 통상적인 교차효율성 하에서는 그 반대의 경우가 발생

하는데, 두 공급업체에게 그 이유를 납득시킬 때 게임 교차 효율성을 이용한 논리가 더욱 설득력 있다고 할 수 있다.

## 6. 결 론

공급업체 선정문제는 공급망의 성과에 큰 영향을 미치는 중요한 의사결정 사항으로서 전형적인 다기준 의사결정 문제이다. 이로 인해 AHP, ANP, DEA 등 다기준 의사결정 기법에 기초한 다양한 유형의 공급업체 선정모형들이 개발되어 온 가운데 본 논문에서는 DEA 모형에 기반한 방법에 관해 연구하였다. 공급업체 선정문제에 효과적으로 적용되기 위해 DEA 모형이 가져야 할 특성들에 논의하고, 그 결과에 기초하여 비방향 가변 규모수익 RAM DEA에 기반한 게임 교차효율성 모형을 제안하였다. 개발된 RAM DEA 게임 교차효율성 모형에서 최적 게임 교차효율성 점수를 찾는 반복적 계산절차를 수립하고 그 수렴성과 내쉬균형 특성에 관해 논의하였다. 기존 문헌에서 소개된 바 있는 두 가지 공급업체 선택 관련 데이터를 대상으로 개발된 방법을 적용하고 그 결과를 기존 접근법과 비교 분석한 결과, 산출되는 공급업체 평가 순위에서 유의미한 차이가 발생함을 관찰하였다.

공급업체 선정문제를 위한 해법의 연구에서 가장 근본적인 어려움은 해법의 유효성과 타당성을 실증적으로 보이기가 현실적으로 어렵다는 점이다. 즉, 개발된 해법에 의해 선정된 공급업체가 결과적으로 좋은 성과를 나타내었다는 것을 보여야 하는데, 통계적으로 유의미한 결론을 얻을 수 있을 정도로 충분한 데이터를 확보하는 것이 어렵다. 이러한 현실적 어려움을 감안할 때 차선책으로 취할 수 있는 방법은 새롭게 개발한 해법의 구성 논리가 기존 해법이 가지고 있는 결점을 보완할 수 있음을 논증하여 그 타당성을 보이고, 기존 해법으로 도출된 결과와는 유의미하게 다른 결과를 도출한다는 것을 실험적으로 보임으로써 그 유효성을 보이는 방법일 것이다. 본 논문에서는 이러한 접근법을 취하였다는 점을 밝힌다.

## Acknowledgement

This research was supported by Basic Science Research Program through the National Research Foundation of Korea (NRF) funded by the Ministry of Education (NRF-2011-0010582).

## References

- [1] Andreson, P. and Petersen, N.C., A procedure for ranking efficient unit in data envelopment analysis. *Management Science*, 1993, Vol. 39, pp. 1261-1294.
- [2] Banker, R.D., Charnes, A., and Cooper, W.W., Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 1984, Vol. 30, pp. 1078-1092.
- [3] Bayazit, O., Use of analytic network process in vendor selection decisions. *Benchmarking : An International Journal*, 2006, Vol. 13, No. 5, pp. 566-579.
- [4] Becker, R.A. and Chakrabarti, S.K., Satisficing behavior, Brouwer's fixed point theorem and Nash equilibrium. *Economic Theory*, 2005, Vol. 26, No. 1, pp. 63-83.
- [5] Chan, F.T.S., Chan, H.K., Ip, R.W.L., and Lau, H.C.W., A decision support system for supplier selection in the airline industry. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part B-Journal of Engineering Manufacture*, 2007, Vol. 221, No. 4, pp. 741-758.
- [6] Charnes, A., Cooper, W.W., and Rhodes, E., Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 1978, Vol. 2, No. 6, pp. 429-444.
- [7] Charnes, A., Cooper, W.W., Golany, B., Seiford, L.M., and Stutz, J., Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 1985, Vol. 30, No. 1, pp. 91-107.
- [8] Cooper, W.W., Park, K.S., and Pastor, J.T., RAM : A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 1999, Vol. 11, No. 1, pp. 5-42.
- [9] Debreu, D., A social equilibrium existence theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1952, Vol. 38, pp. 886-893.
- [10] Doyle, J. and Green, R., Efficiency and cross-efficiency in DEA : Derivations, meanings and uses. *Journal of the Operational Research Society*, 1994, Vol. 45, No. 5, pp. 567-578.
- [11] Falagario, M., Sciancalepore, F., Costantino, N., and Pietroforte, R., Using a DEA-cross efficiency approach in public procurement tenders. *European Journal of Operational Research*, 2012, Vol. 218, No. 2, pp. 523-529.
- [12] Gencer, C. and Gurpinar, D., Analytic network process in supplier selection : A case study in an electronic firm. *Applied Mathematical Modeling*, 2007, Vol. 31,

- No. 11, pp. 2475-2486.
- [13] Glicksberg, I.L., A further generalization of the Kakutani fixed point theorem with application to Nash equilibrium points. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1952, Vol. 38, pp. 170-174.
- [14] Green, R.H., Doyle, J.R., and Cook, W.D., Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation. *European Journal of Operational Research*, 1996, Vol. 90, No. 3, pp. 461-472.
- [15] Ho, W., Xu, X., and Dey, P.K., Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection : A literature review. *European Journal of Operational Research*, 2010, Vol. 202, No. 1, pp. 16-24.
- [16] Hong, G.H., Park, S.C., Jang, D.S., and Rho, H.M., An effective supplier selection method for constructing a competitive supply-relationship. *Expert Systems with Applications*, 2005, Vol. 28, No. 4, pp. 629-639.
- [17] Hou, J. and Su, D., EJB-MVC oriented supplier selection system for mass customization. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 2007, Vol. 18, No. 1, pp. 54-71.
- [18] Liang, L., Wu, J., Cook, W.D., and Zhu, J., The DEA game cross-efficiency model and its Nash equilibrium. *Operations Research*, 2008, Vol. 56, No. 5, pp. 1278-1288.
- [19] Lim, S., Oh, K.W., and Zhu, J., Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection : An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 2014, Vol. 236, No. 1, pp. 361-368.
- [20] Narasimhan, R., Talluri, S., and Mahapatra, S.K., Multi-product, multicriteria model for supplier selection with product life-cycle considerations. *Decision Sciences*, 2006, Vol. 37, No. 4, pp. 577-603.
- [21] Ng, W.L., An efficient and simple model for multiple criteria supplier selection problem. *European Journal of Operational Research*, 2008, Vol. 186, No. 3, pp. 1059-1067.
- [22] Oral, M., Kettani, O., and Lang, P., A methodology for collective evaluation and selection of industrial R&D projects. *Management Science*, 1991, Vol. 37, No. 7, pp. 871-885.
- [23] Sexton, T.R., Silkman, R.H., and Hogan, A.J., Data envelopment analysis : Critique and extensions. In *Measuring efficiency : An Assessment of Data Envelopment Analysis*, 73-104, Jossey-Bass, SanFrancisco, 1986.
- [24] Talluri, S. and Narasimhan, R., A note on a methodology for supply base optimization. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 2005, Vol. 52, No. 1, pp. 130-139.
- [25] Talluri, S., Narasimhan, R., and Nair, A., Vendor performance with supply risk : A chance-constrained DEA approach, *International Journal of Production Economics*, 2006, Vol. 100, No. 2, pp. 212-222.
- [26] Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.T., Lee, E., and Thrall, R.M., The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming. *Journal of Econometrics*, 1990, Vol. 46, No. 1, pp. 93-108.
- [27] Tone, K., A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 2001, Vol. 130, No. 3, pp. 498-509.
- [28] Wadhwa, V. and Ravindran, A.R., Vendor selection in outsourcing. *Computers and Operations Research*, 2007, Vol. 34, No. 12, pp. 3725-3737.
- [29] Wise, R. and Morrison, D., Beyond the exchange: The future of B2B. *Harvard Business Review*, 2000, Vol. 78, No. 6, pp. 86-96.
- [30] Wu, T., Shunk, D., Blackhurst, J., and Appalla, R., AIDEA : A methodology for supplier evaluation and selection in a supplier-based manufacturing environment. *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, 2007, Vol. 11, No. 2, pp. 174-192.

#### ORCID

Sungmook Lim | <http://orcid.org/0000-0003-2690-1133>