

## PID 제어를 통한 쿼드콥터 다중목적 근사최적설계

윤재현\* · 이종수\*†

\* 연세대학교 기계공학부

### Approximate Multi-Objective Optimization of a Quadcopter through Proportional-Integral-Derivative Control

Jaehyun Yoon\* and Jongsoo Lee\*†

\* School of Mechanical Engineering, Yonsei Univ.

(Received December 19, 2014 ; Revised March 22, 2015 ; Accepted April 16, 2015)

**Key Words:** Quad-Copter(쿼드콥터), PID Control(비례적분미분제어), D-Optimal(D-최적계획법), Response Surface Method(반응표면법), NSGA-II(비지배분류유전알고리즘)

**초록:** 본 연구는 비지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)을 이용하여 흐트러진 쿼드콥터의 자세를 빠르게 회복 할 수 있는 최적화된 PID(Proportional-Integral-Derivative) 이득 값을 얻고자 하였다. PID 제어에 앞서 로터가 4 개로 이루어진 쿼드콥터의 간격을 전산유체해석을 통해 정의하였으며, 정의된 쿼드콥터 모델을 통하여 PID 제어 알고리즘을 생성하였다. 반응표면 모델을 생성하기 위해 실험계획법의 하나인 D-최적 계획법 이용하여 실험점을 배치 시킨 후 반응표면모델을 생성하였다. Roll 과 Altitude 의 두 값을 동시에 만족할 수 있는 PID 의 이득 값을 NSGA-II 를 통해 쿼드콥터의 최단 시간의 자세제어를 할 수 있는 최적의 이득 값을 얻을 수 있었다.

**Abstract:** In this study, the nondominated sorting genetic algorithm (NSGA-II) is used to obtain the optimized proportional-integral-derivative (PID) gain value that can quickly recover the motion of a quadcopter after a disturbance. Prior to PID control, the four-rotor quadcopter interval was defined using computational fluid dynamics (CFD). Through the definition of this model, the PID control algorithm was generated. To construct a response surface model, D-optimal programming was used for the generation of experimental points. For this purpose, a gain value that satisfies both the roll and altitude PID gain values is obtained. Using the NSGA-II, the gain value of shorten time of the quadcopter motion control can be optimized.

- 기호설명 -

$F_{Roll,Altitude}$  : 목적함수

$g_{time}$  : 구속조건

$F_i$  : 일반화된 힘

$q_i$  : 일반화된 좌표

$V$  : 비행체의 속도벡터

$\omega$  : 각속도 벡터

$I$  : 관성모멘트벡터

$\phi$  : 롤

$\theta$  : 피치

$\psi$  : 요

$I_{XX}, I_{YY}, I_{ZZ}$  : 몸체 관성모멘트

$\Omega$  : 로터 회전 각속도

$J_P$  : 프로펠러 관성모멘트

$g$  : 중력가속도

$l$  : 쿼드콥터 팔길이

$b$  : 추력계수

$d$  : 항력계수

$K$  : 감쇠비

† Corresponding Author, jleej@yonsei.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

## 1. 서론

근래 들어 무인 항공기는 군사분야는 물론이고 민간분야에서도 많은 주목을 받고 있으며, 농업현장, 무선통신, 기상예측, 방송촬영 등 많은 분야에서 사용되고 있다. 이에 따라 관련 연구도 활발히 이루어지고 있으며, 그 중 최근 10년간 많은 분야에서 주목을 받은 것이 멀티콥터이다.<sup>(1-3)</sup>

멀티콥터는 여러 개의 로터로 이루어진 항공기으로써 보편적인 고정익 항공기의 단점인 수직 이·착륙을 장점으로, 회전익 항공기와 같이 별도의 활주로 필요 없다. 또한, 소형화가 용이하고, 실내에서도 비행이 가능할 뿐만 아니라 구조가 단순하기 때문에 비교적 간단한 제어 알고리즘을 통해 제어가 가능하다.

본 논문에서는 수직 이·착륙이 가능한 회전익 항공기의 종류인 멀티콥터를 다루고자 한다. 로터가 4개로 이루어진 멀티콥터인 쿼드콥터를 대상으로 하여, 제자리 비행상태를 가정하고, PID(Proportional-Integral-Derivative) 제어를 통해 기체의 자세 안정성을 가장 빠르게 회복시킬 수 있는 PID의 이득값을 찾고자 하였다.

본 논문의 연구 대상인 쿼드콥터를 3차원 CAD 프로그램을 통해 정의 하였으며, 4개의 로터가 동시에 회전하기 때문에 유동간섭이 일어나게 된다. 이를 전산유체해석을 통하여 로터와 로터 사이의 간격을 설계하였으며, 최적설계 기법인 D-최적계획법을 이용하여 실험점을 설계하였고, 이를 통해 반응표면법을 사용하여, 근사 함수를 정의 하였다. 이를 통해 비 지배 분류 유전알고리즘(NSGA-II)를 통해 최적의 PID의 이득값을 얻고자 하였다.

## 2. 모델 설계

### 2.1 쿼드콥터

본 연구에서는 멀티콥터의 한 종류인 쿼드콥터의 자세를 제어하고자 한다. 쿼드콥터는 4개의 로터로 이루어져 있으며, 헬리콥터, 옥타 콥터에 비해 몸체가 작고 무게가 가벼우며, 로터가 대칭으로 이루어져 있기 때문에 비교적 안정화된 비행을 할 수 있다. 블레이드 단면형상은 깃요소이론(Blade Element Theory:BET)식과 전산유체해석의 결과가 가장 일치하는 NACA0012 형상을 선정하였다.<sup>(2)</sup> 쿼드콥터의 구성은 몸체, 블레이드, 모터, 배터리, 제어기, 수신기 기관을 포함하여 총 무게 872g으로 추가적인 부품을 고려하여 1056g의 무게를 가정하였다. 설계한 쿼드콥터의 모델은 Fig. 1에 나타내었다.



Fig. 1 Quad-copter model<sup>(2)</sup>

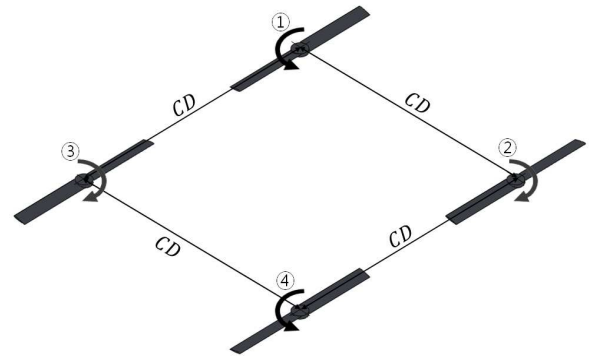


Fig. 2 Center Distance(CD) between rotors

### 2.2 간섭 변화에 따른 유동해석

쿼드콥터는 4개의 로터로 이루어져 있으며, 4개의 로터가 동시에 회전하기 때문에 블레이드 후류에서 생기는 유동의 간섭에 안정성이 불안정해질 수 있다. 그렇기 때문에 쿼드콥터의 설계 과정에서 로터와 로터 사이의 간격 변화에 따른 안정성을 평가하고자 로터와 로터 사이의 간격 변화에 따른 추력 안정성을 확인하고자 하였다. 간격 변화의 간섭효과를 분석하기 위하여 쿼드콥터가 제자리 비행에 필요한 추력값을 깃요소이론을 이용하여, 무게 1056g의 해당하는 추력을 낼 수 있는 로터의 회전 수가 5200rpm으로 계산되었다.<sup>(2)</sup> 로터와 로터 사이의 간격은 Fig. 2에서 보듯이 로터와 로터 사이를 CD로 정의하였으며, CD의 값을 300mm, 400mm, 500mm로 변화시켜 추력의 안정성을 확인한 결과 Table 1과 같은 추력값을 확인할 수 있었다. CD가 300mm일 경우 로터와 로터 사이의 간격이 비교적 작기 때문에 유동의 간섭이 일어나는 것을 4개의 로터의 값이 차이가 나는 것을 확인할 수 있었으며, 400mm 이후 간격 이후

**Table 1** Thrust performance of center distance rotors

| Rotational Speed [RPM] | Center Distance [mm] | Rotor ID | Thrust (CFD) [N] | Ave. Thrust (CFD) [N] |
|------------------------|----------------------|----------|------------------|-----------------------|
| 5200                   | 300                  | 1        | 2.6319           | 2.8196                |
|                        |                      | 2        | 2.7946           |                       |
|                        |                      | 3        | 2.8437           |                       |
|                        |                      | 4        | 2.8092           |                       |
|                        | 400                  | 1        | 2.6872           | 2.6908                |
|                        |                      | 2        | 2.6798           |                       |
|                        |                      | 3        | 2.6966           |                       |
|                        |                      | 4        | 2.6998           |                       |
|                        | 500                  | 1        | 2.6427           | 2.6639                |
|                        |                      | 2        | 2.6575           |                       |
|                        |                      | 3        | 2.6782           |                       |
|                        |                      | 4        | 2.6771           |                       |

부터는 4 개의 로터의 추력이 거의 일치함을 볼 수 있었다.

본 논문의 대상인 쿼드콥터의 설계에서 CD 는 400mm 로 설계하였다.<sup>(4,5)</sup>

### 3. 시스템 모델링

#### 3.1 좌표계 및 변환 행렬

본 연구에서는 Fig. 3 과 같이 관성 좌표계와 비관성 좌표계를 함께 사용한다. 관성 좌표계는 지구와 같이 고정되어 있는 좌표계이며, 비관성 좌표계는 쿼드콥터 몸체와 함께 움직이는 좌표계로서 원점은 무게 중심에 위치해 있고 x 축과 y 축은 쿼드콥터의 두 팔과 평행하게 설정되어있다. 관성 좌표계에서 물체좌표계로 가는 변환 행렬은 식 (1)과 같이 나타낸다.<sup>(6)</sup>

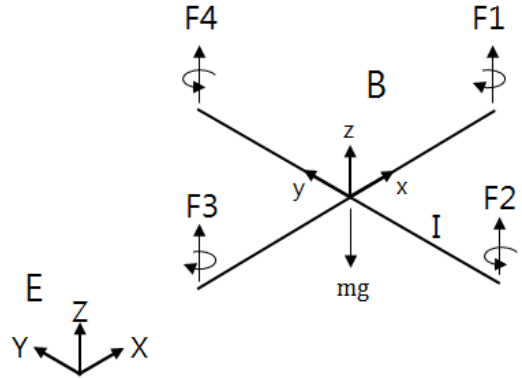
$$\begin{bmatrix} c\psi s\theta & c\psi s\phi s\theta - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\psi c\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi - c\phi c\psi & s\psi s\theta c\phi + c\psi s\phi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

#### 3.2 운동방정식

쿼드콥터의 동작인 Roll, Pitch, Yaw 회전의 동역학 모델은 동체에서의 회전에 의해서 발생하는 자이로 효과와 프로펠러에 회전에 의한 자이로 효과, 프로펠러에서 발생하는 토크로 나타낸다. 이를 식 (2)와 (3)에서 나타낸 라그랑지 방정식을 이용하여 유도하게 된다.

$$L = T - V \quad (2)$$

$$F_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (3)$$



**Fig. 3** Coordinate system of earth-fixed and body-fixed frame

쿼드콥터 몸체의 무게중심에 작용하는 외력과 모멘트의 운동방정식을 관성 좌표계로의 회전 행렬을 곱하여 운동방정식을 얻을 수 있는데 이는 식 (4), (5)에서 나타낸 뉴턴-오일러 방정식을 이용하게 된다.

$$m\dot{\mathbf{V}} + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) = \mathbf{R} \times \mathbf{F} \quad (4)$$

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{M} \quad (5)$$

위 라그랑지 방정식과 뉴턴-오일러 방정식을 이용하여 유도한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{X} = (s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi) \frac{U_1}{m} \quad (6)$$

$$\ddot{Y} = (-c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi) \frac{U_1}{m} \quad (7)$$

$$\ddot{Z} = -g + (c\psi c\phi) \frac{U_1}{m} \quad (8)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{YY} - I_{ZZ}}{I_{XX}} \dot{\theta}\dot{\psi} - \frac{J_P}{I_{XX}} \dot{\theta}\dot{\Omega} + \frac{U_2}{I_{XX}} \quad (9)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{ZZ} - I_{XX}}{I_{YY}} \dot{\phi}\dot{\psi} + \frac{J_P}{I_{YY}} \dot{\phi}\dot{\Omega} + \frac{U_3}{I_{YY}} \quad (10)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{XX} - I_{YY}}{I_{XX}} \dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{U_4}{I_{ZZ}} \quad (11)$$

위 식을 다시 정리하면, 아래와 같은 식으로 정의 할 수 있다.

$$U_1 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (12)$$

$$U_2 = lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (13)$$

$$U_3 = lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (14)$$

$$U_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \quad (15)$$

각각의 Altitude, Roll, Pitch, Yaw 의  $U_1 \sim U_4$  는 4

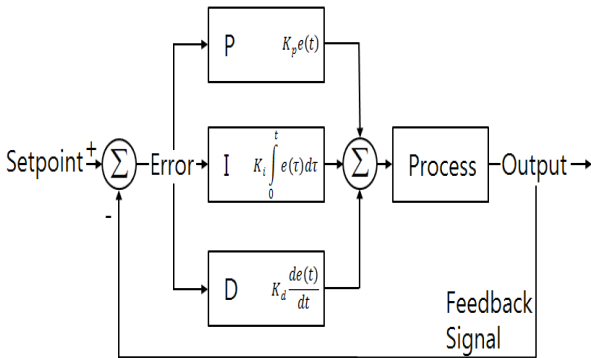


Fig. 4 Schematic diagram of PID controller

개의 값을 제어 변수로 사용하였다.<sup>(7~9)</sup>

#### 4. PID 제어

PID 제어기는 Fig. 4 에서 보이듯이 설정 값과 현재 값의 오차를 각각 비례, 적분, 미분한 값을 제어기의 출력으로 내는 제어기로서 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$u(t) = K_{pe}(t) + K_I \int_0^t e(t)dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (16)$$

PID 제어기에서 P, I, D의 각각 이득 값은 고유한 역할을 가진다. P 제어기는 일종의 스프링과 같은 역할을 하는데, P의 이득 값이 증가하면 시스템의 응답속도가 빨라지나 동시에 불안정성이 증가하는 경향이 있다. I의 제어기는 정상상태 오차를 없애주는 역할을 하지만 I의 이득 값이 커지면 오버슈트가 증가하고 시스템이 불안정해지는 효과가 있다. D의 제어기는 일종의 저항기와 같은 역할을 하는데 D의 이득 값을 증가시키면 시스템이 Stable해지는 효과가 있지만 값이 너무 커지면 오히려 시스템을 급격히 불안정하게 만들 수 있다.

#### 5. 시뮬레이터

제어 알고리즘의 시뮬레이터 구성은 Fig. 5와 같은 순서로 계산 된다. 먼저 원하는 Roll, Pitch, Yaw, Altitude를 결정하면 각 변수의 현재 값을 센서 모델을 통해 받아들인 후에 각각의 오차를 비례, 적분, 미분 해준다. 그러면 PID 제어기에서 나오는 출력 값이 제어 변수  $U_1 \sim U_4$ 가 되는데, 각 모터에 얼마만큼의 전압을 걸어주어야 하는지를 inverse kinematics를 통해 계산해 낸다. 모터 드라이버에 해당 전압이 인가되면 로터의 모델을 통해 프로펠러의 속도가 계산된다. 쿼드콥터 몸체에는

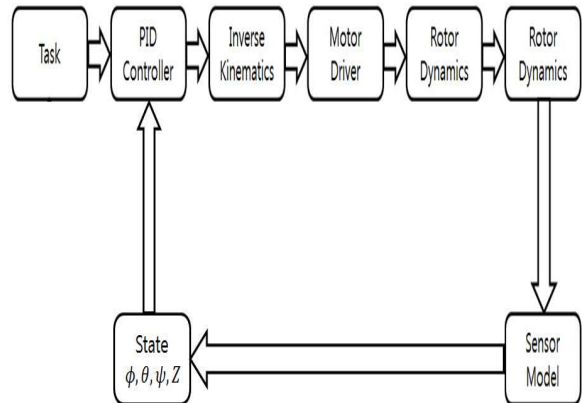


Fig. 5 Schematic diagram of the simulator

이제 프로펠러의 회전속도의 제곱에 비례하는 추력과 항력이 작용하게 되는데, 이 값들로 쿼드콥터의 운동방정식을 풀어서 현재의 자세와 위치를 계산할 수 있다.

#### 6. 최적화

##### 6.1 설계 목표

PID 제어에서는 쿼드콥터 형상에 따른 P, I, D 제어기의 적절한 이득 값을 입력해주어야 한다. 하지만 실험을 통한 이득 값 조정이나, 많은 경험이 밑바탕이 되어야 적절한 이득 값을 얻을 수 있다. 하지만 반응표면 모델과 유전알고리즘을 통해서 쿼드콥터의 호트러진 자세를 최단시간에 회복할 수 있는 이득 값을 얻고자 한다.

쿼드콥터의 P, I, D의 최적화된 이득 값을 얻기 위해 다음과 같은 가정을 하였다.

- 쿼드콥터는 제자리 비행상태를 가정한다.
- 제자리 비행상태이기 때문에 Yaw(회전)의 움직임은 무시한다.
- Roll 회전 방향으로 30°기울어진 상태를 가정한다.

본 연구의 설계 목표는 Roll의 움직임과 Altitude의 움직임이 안정상태로 되돌아 오는 시간을 최소화 하는 것이며, 비지배 유전알고리즘에서는 목적함수의 최소화 값을 얻기 위하여 음의 값을 출력할 수 있기 때문에 구속함수 g를 정의하였다. 또한  $x_1 \sim x_6$ 는 Roll과 Altitude 각각의 P, I, D 이득 값의 범위를 나타내었다.

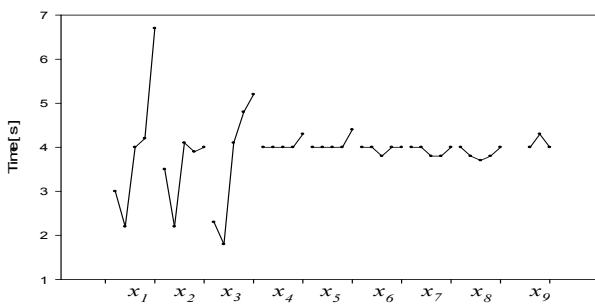
설계 목표를 정식화하여 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize } F_{Roll} \\
 &\quad F_{Altitude} \\
 \text{Subject to } &g_{time}(x_i) \geq 0s \quad i = 1, 2, \dots, 6 \\
 &1 \leq x_1 \leq 15 \quad (P_{Roll} \text{ gain}) \\
 &1 \leq x_2 \leq 14 \quad (I_{Roll} \text{ gain}) \\
 &1 \leq x_3 \leq 13 \quad (D_{Roll} \text{ gain}) \\
 &1 \leq x_4 \leq 11 \quad (P_{Altitude} \text{ gain}) \\
 &1 \leq x_5 \leq 45 \quad (I_{Altitude} \text{ gain}) \\
 &1 \leq x_6 \leq 8 \quad (D_{Altitude} \text{ gain})
 \end{aligned}$$

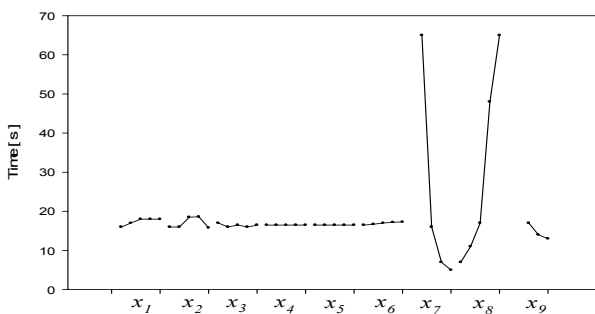
6.2 파라미터 분석

PID 제어기에서는 Roll, Pitch, Yaw, Altitude 4 가지 움직임의 각각의 PID 이득 값, 총 12 개의 변수가 입력 된다. 하지만 파라미터 분석을 통하여 파라미터변동에 의한 응답 값이 미미한 부분은 배제하고자 하였다. 그에 대한 변화폭은 Fig. 6 에 나타내었다.  $x_1 \sim x_3$  는 Roll 의 P, I, D 이득 값 변화에 따른 자세 제어 시간,  $x_4 \sim x_6$  은 Yaw 의 P, I, D 이득 값 변화에 따른 자세 제어 시간,  $x_7 \sim x_9$  는 Altitude 의 P, I, D 이득 값 변화에 따른 자세 제어 시간이

제자리 비행상태이기 때문에 진행방향이 없으므로 Roll 과 Pitch 는 같은 움직임으로 볼 수 있으며, 두 움직임은 같은 이득 값으로 제어하게 된다. 총 9 개의 변수에 값을 변동 시킨 결과 Yaw 의 PID



(a) Sensitivity for roll



(b) Sensitivity for altitude

Fig. 6 Parameter analysis

이득 값 변화에 Roll 과 Altitude 의 움직임의 영향이 매우 미미하므로 설계 파라미터에서 배제할 수 있다. 파라미터 분석을 통하여 설계 변수 12 개 변수에서 6 개의 변수로 축소하여 값을 얻고자 하였다.

6.3 반응표면모델(RSM)

6.2.1 D-Optimal 계획법

반응표면을 형성하기 위한 실험계획에 있어 D-Optimal 방법을 사용하였다. D-Optimal 은 최적성이  $[X^T X]$  를 극대화 하고자 하는 가장 일반적인 실험 계획법이다.

$$M = [X^T X] \tag{17}$$

M 은 n 개의 실험을 포함하는 최적의 설계 매트릭스를 의미하며,  $[X^T X]$  를 극대화 할 수 있다. 다시 말해 n 은 실험영역에서 가장 큰 값을 갖는 조건을 의미하게 된다.

D-Optimal 계획법을 이용하여 얻은 실험점들로부터 반응표면 모델을 생성하였다.

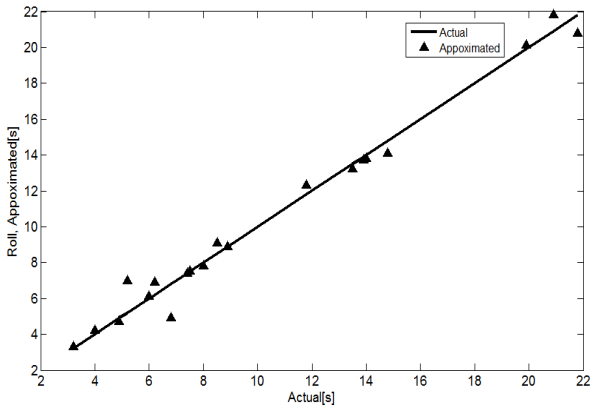
6.2.2 반응표면모델 생성

D-Optimal 을 통해 얻은 Roll, Altitude 의 자세 안정화된 시간과 관련된 데이터를 이용하여 반응표면을 생성하여 얻은 결과는 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

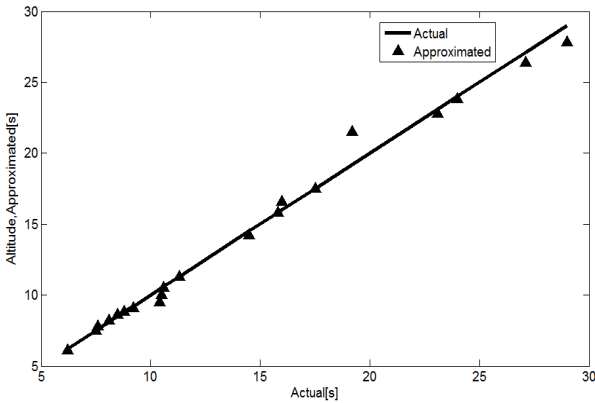
$$\begin{aligned}
 F_{Roll} = &41.57072 - 2.68433x_1 - 3.95101x_2 \\
 &- 1.39904x_3 + 1.05518x_4 + 0.16185x_5 \\
 &- 4.61973x_6 + 0.13549x_1x_1 + 0.24312x_2x_2 \\
 &+ 0.13413x_3x_3 - 0.0429x_4x_4 - 0.00488x_5x_5 \\
 &+ 0.41613x_6x_6 \\
 &\text{(R-Square : 98.00\%)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{Altitude} = &75.36213 - 1.38921x_1 + 0.45259x_2 \\
 &+ 0.30696x_3 - 12.09709x_4 - 0.16685x_5 \\
 &- 2.73971x_6 + 0.08249x_1x_1 - 0.0305x_2x_2 \\
 &- 0.03157x_3x_3 + 0.63282x_4x_4 + 0.0043x_5x_5 \\
 &+ 0.29659x_6x_6 \\
 &\text{(R-Square : 98.01\%)}
 \end{aligned}$$

위의 근사 방정식의 정확도를 확인하기 위해 D-Optimal 에서 수행한 각 실험 값, 즉 설계 파라미터를 위의 근사 방정식에 재 대입하여 실제 출력 값과 비교 검증 하였으며, 그에 대한 비교 값은 Fig. 7 에 나타내었다.



(a)Accuracy of RSM - Roll



(b)Accuracy of RSM - Altitude

Fig. 7 Accuracy of RSM about roll and altitude

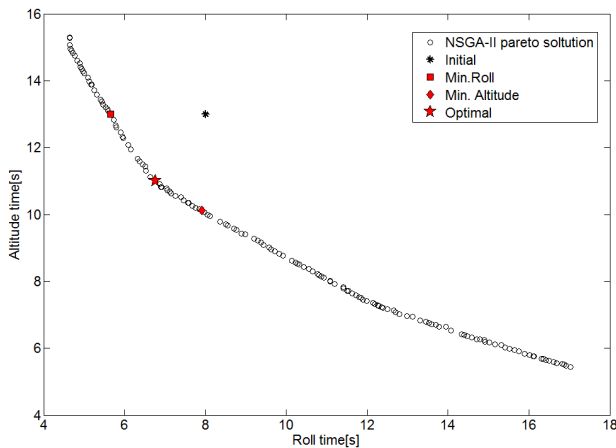
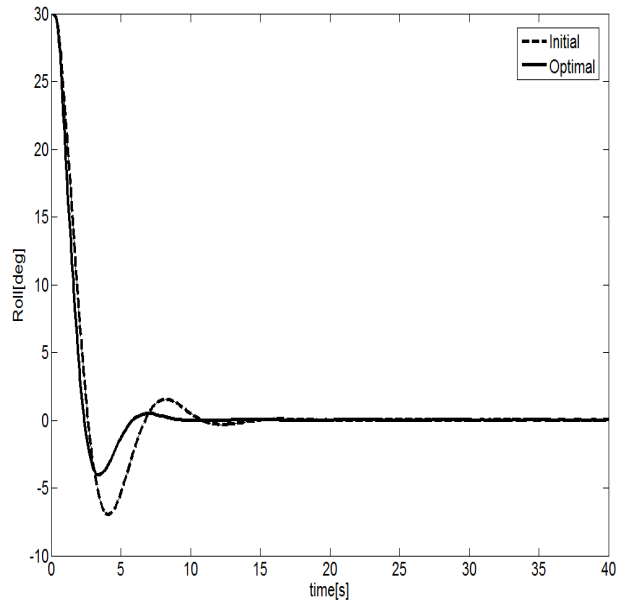


Fig. 8 Pareto solution of NSGA-II

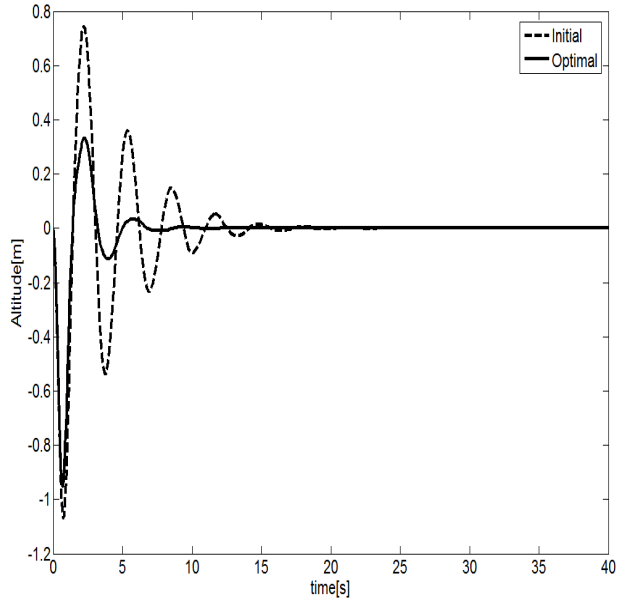
6.3 다중목적 유전알고리즘(NSGA-II)

Roll 과 Altitude 의 두 가지 목적함수를 동시에 만족 시킬 수 있는 다목적 함수의 최적화를 위해 NSGA-II 를 적용하여 최적화를 수행하였다.<sup>(12)</sup>

NSGA-II 는 기존에 사용되던 비지배 분류 알고리즘의 단점을 개선한 알고리즘으로 본 논문에서는 세대 수 300, 인구수 150 으로 설정하였다. 반



(a) Roll



(b) Altitude

Fig. 9 Comparison of initial PID gain and optimal PID gain

응표면법에 의해 생성된 목적함수 Roll 과 Altitude 를 적용하여 얻은 결과는 Fig. 8 에 보여진다.

6.4 최적해 비교

NSGA-II 의 Pareto 에서 얻은 최적해와 기존 초기 값과의 비교를 통해 최적화된 결과를 확인하였으며, 두 값이 비교는 Fig. 9 에 나타내었다.

Roll 의 자세제어 시간과 Altitude 의 자세제어 시간이 초기 시간에 비해 줄어들어든 것을 확인할 수 있었으며, Altitude 의 시간이 확연히 줄어들어든 것

을 확인할 수 있다. 또한, Roll 과 Altitude 의 목표 값에 도달하기 까지의 기체의 안정성도 두 움직임 모두 안정됨을 보이고 있다.

## 7. 결 론

본 논문에서는 쿼드콥터의 기체가 제자리 비행 상태에 있을 때, 외부적인 영향에 의해 기체가 기울어 졌을 경우 PID 제어를 통하여 최단 시간내에 기체의 안정성을 회복할 수 있는 P, I, D 의 이득 값을 찾고자 하였다. 쿼드콥터의 안정성을 높이기 위하여 쿼드콥터의 로터와 로터사이의 거리를 정의하여 쿼드콥터를 설계 하였으며, 설계된 쿼드콥터를 통하여 PID 제어 알고리즘을 생성하였다.

P, I, D 각각의 최적화된 이득 값을 얻기 위하여 D-Optimal 계획법을 사용하여 실험점을 배치 하였고, 이를 통해 반응표면모델을 생성하여, 다중 목적 함수의 최적화를 위해 비지배 분류 유전 알고리즘(NSGA-II)를 사용하여 최적 해를 얻었다.

현대에 들어 무인항공기의 종류인 쿼드콥터가 다양한 분야에 적용되고 있으며, 외부 환경에도 안정성을 유지 할 수 있는 제어기의 이득 값을 설계 할 때, 실험을 통해 얻을 수 있는 방법밖에는 없었다. 하지만 본 연구를 통해서 반복적인 실험을 통하지 않아도 최소한의 실험을 통해서 유전알고리즘을 사용한다면 무인비행체의 안정성을 유지 할 수 있는 최적의 이득 값을 얻을 수 있음을 확인 하였다.

## 참고문헌

### (References)

- (1) Thipuopas, C., 2010, "Survey of Micro air Vehicles in an International Even & Utilization in Thailand," *The First TSME International Conference on Mechanical Engineering*.
- (2) Yun, J. H., Ko, J. C. and Lee, J., 2012, "Aerodynamic Performance Analysis of Fan-Bladed Rotors in Tandem Arrangement," *The Korean Society of Mechanical Engineers*, pp.311~334.
- (3) Punds, P., Mahony, R. and Corke, P., 2010, "Modelling and Control of a Large Quadrotor Robot," *Control Engineering Practice*, Vol.18, No.7, pp. 691~699.
- (4) Aleksandrov, D. and Penkov, I., 2013, "Optimization of Lift Force of Mini Quad Rotor Helicopter by Changing of Gap Size Between Rotors," *Solid State Phenomena*, Vol.198, pp.226~231.
- (5) Yun, J. H. and Lee, J., 2014, "Effect of Rotor-Rotor Interactions in Aerodynamic Performance of Multirotor Air Vehicle," *6<sup>th</sup> European Conference on Computational Fluid Dynamics(ECFD VI)*,
- (6) Naidoo, Y., Stopforth, R. and Bright, G., 2011, "Quad-rotor Unmanned Aerial Vehicle Helicopter Modelling & Control," *Int. J Adv Robotics System*, Vol.8, No.4, pp.139~149
- (7) Bresciani, T., 2008, "Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter," *Department of Automatic control*, Lund University.
- (8) Naidoo, Y., Stopforth, R. and Bright, G., 2004, "Quad-Rotor Unmanned Aerial Vehicle Helicopter Modelling & Control," 2011, *International Journal of advanced Robotic System*, Vol. 8, No. 4, pp. 139~149.
- (9) Ali, I., Radice, G. and Kim, J. 2010, "Backstepping Control Design with Actuator Torque Bound for Spacecraft Attitude Maneuver," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol.33, No.1, pp.254~259.
- (10) Altug, E., Ostrowski, J. P. and Mahony, R., 2002, "Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback," *In Robotics and Automation, IEEE International Conference on*, Vol. 1 pp.72~77.
- (11) Hong, K. J., Jeon, K. K., Cho, Y. S., Choi, D. H. and Lee, S. J., 2000, "A Study on the Construction of Response Surface for Design Optimization," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol.24, No. 6, pp. 1408~1418.
- (12) Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarian, T., 2002, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol.6, No.2, pp.182~197.