

# 동적 계획법을 이용한 LNG 현물시장에서의 포트폴리오 구성방법

류종현<sup>†</sup>

홍익대학교 상경대학

## Optimal LNG Procurement Policy in a Spot Market Using Dynamic Programming

Jong-hyun Ryu

College of Business Management, Hongik University

Among many energy resources, natural gas has recently received a remarkable amount of attention, particularly from the electrical generation industry. This is in part due to increasing shale gas production, providing an environment-friendly fossil fuel, and high risk of nuclear power. Because South Korea, the world's second largest LNG importing nation after Japan, has no international natural gas pipelines and relies on imports in the form of LNG, the natural gas has been traditionally procured by long term LNG contracts at relatively high price. Thus, there is a need of developing an Asian LNG trading hub, where LNG can be traded at more competitive spot prices. In a natural gas spot market, the amount of natural gas to be bought should be carefully determined considering a limited storage capacity and future pricing dynamics. In this work, the problem to find the optimal amount of natural gas in a spot market is formulated as a Markov decision process (MDP) in risk neutral environment and the optimal base stock policy which depends on a stage and price is established. Taking into account price and demand uncertainties, the basestock target levels are simply approximated from dynamic programming. The simulation results show that the basestock policy can be one of effective ways for procurement of LNG in a spot market.

**Keywords:** LNG procurement policy, Markov decision processes, Finite-horizon Dynamic programming, Trinomial lattice model, Stochastic optimization.

### 1. 서론

혁명이라고 불리는 셰일가스의 개발로 북미 지역의 천연가스의 생산이 급증하게 되었고 생산량의 증가로 인해 천연가스의 가격의 하락과 변동성이 증가하고 있는 상황이다. 이러한 천연가스의 가격 하락과 화석연료들 중 천연가스의 상대적 친환경적인 요인으로 인해 많은 국가에서 천연가스를 이용한 발전에 많은 관심과 투자가 이루어지고 있다. 2011년 일본 대지진

의 여파로 발생한 후쿠시마 원전 사태 이후 일본에서는 원자력 발전을 멈추고 대체 에너지원 중 하나인 LNG 수입이 증가하고 있다(Poten and Patners, 2014). 국내에서도 환경문제와 발전단가를 고려하였을 때 효율성이 가장 높다고 평가 받는 원자력 발전에 대해서 안정성 문제로 많은 전문가들이 회의적인 의견을 내고 있다. 여전히 원자력 발전에 많은 투자와 의존도를 높이려는 장기적인 정부차원의 계획과 시도가 있지만 새로운 원자력 발전소 건설과 관련 지역사회와의 소통이 원활히

이 논문은 2013학년도 홍익대학교 학술연구진흥비에 의하여 지원되었음.

<sup>†</sup> 연락저자 : 류종현 교수, 339-701 세종특별자치시 조치원읍 세종로 2639 홍익대학교 상경대학, Tel : 044-860-2449, Fax : 044-862-3760,

E-mail : jhryu@hongik.ac.kr

2015년 2월 9일 접수; 2015년 4월 15일 수정본 접수; 2015년 4월 19일 게재 확정.

이루어 지고 있지 않는 상황이다. 또한, 풍력에너지 및 태양열 에너지를 포함한 신재생 에너지 연구 개발의 중요성 및 필요성이 강조되고 있지만 오일가격과 천연가스가격의 하락으로 인해 신재생 에너지의 상대적으로 낮은 경제적 효율성이 좀더 감소하고 있으며 이러한 요인들이 신기술 개발과 투자에 부정적 영향을 주고 있다. 특히 일본은 원전 사고의 영향을 직접적으로 받은 국가로서 이전 상황보다 원자력의 의존도를 높이기에는 어려워 보이며 대체에너지로써 LNG 수입량은 계속 늘어날 것이라고 예상되고 있다(Hwang, 2014). 또한, 재정위기로 인한 유럽의 가스수요 감소와 북미지역의 셰일가스 생산 급증 등의 이유로 이 지역의 LNG 수입이 감소하고 있으며 상당한 양의 잉여물량이 아시아 및 중남미 지역으로 유입되고 있다. 이 중 아시아 국가의 천연가스 소비는 세계 천연가스 소비의 11%(2000년)에서 18%(2013년)로 증가하였고 21%(2020년)수준으로 확대될 것으로 예상되고 있다(Hwang, 2014).

동북 아시아 국가의 천연가스 도입은 전통적으로 20년 이상의 장기계약에 의해 이루어지고 있으며, 유가에 연동하여 결정되는 가격으로 계약이 체결되고 있다. 아시안 프리미엄이 더해진 유가연동가격은 천연가스 생산 급증과 같은 현 상황에서 경쟁력이 낮을 수 밖에 없다. 따라서, 아시안프리미엄이 붙은 천연가스 도입 가격보다 합리적인 가격 결정을 위한 노력으로 동북 아시아 지역의 천연가스 허브 구축의 필요성이 높아지고 있다(Han, 2012). 천연가스 허브가 구축되면 경쟁에 의한 가격이 결정되고 선물 및 현물 거래 등의 다양한 거래방식으로 포트폴리오를 구성하여 효율적으로 천연가스를 도입할 수 있다. 최근에 국제 잉여물량 유입, 장기계약에 의한 높은 유가연동가격 등의 아시아 지역 상황 때문에 이 지역의 천연가스 단기-현물 거래가 증가하고 있는 추세이며 현물시장에서의 국내 LNG 도입계획도 현물가격의 불확실성을 고려하여 신속하고 효율적으로 이루어져야 한다.

에너지원 구매와 관련 가격 변동성을 고려한 최적의 포트폴리오 선택에 관한 연구는 장기간 활발히 이루어져 왔다. Guldmann (1983)은 천연가스 공급자가 서비스 수준, 저장비용, 그리고 천연가스 현물가격을 모두 고려하여 불확실한 수요에 대응하는 최적의 trade-off 해법을 찾는 방법을 제시하였다. Avery *et al.* (1992)은 다수의 소비자의 수요를 상대로 천연가스의 구매, 운송, 그리고 저장비용 등과 관련된 다양한 거래계약 상황을 네트워크 문제로 모형화 하여 총 비용을 줄이는 방법을 제시하였다. 북미에서는 천연가스 단기-현물거래가 활발히 이루어지고 있기 때문에 단기-현물거래의 최적의 천연가스 구입에 관한 다양한 연구가 활발히 수행되고 있다. Secomandi(2010)는 천연가스의 저장장치의 효율적 활용을 위하여 저장장치로 주입하는 비용과 추출하는 비용의 차이를 고려하고 가격의 변동성 및 저장장치의 한계성을 감안한 최적화된 현물 구매량을 제시하였다. 국내 천연가스 수요는 전량 외국에서 LNG 수입으로 충당하기 때문에 기화과정(regasification) 후 저장한 다음에 공급이 가능하다. 따라서 여기서 주입비용 및 추출비용을 고려

한 문제는 파이프라인으로 매매가 가능한 북미지역 및 유럽지역에 적용될 수 있지만 국내 상황에는 적용되기 어렵다고 볼 수 있다. 반면, 미국은 천연가스 배관망의 집결지인 Henry hub를 중심으로 천연가스의 선물 및 현물거래가 활발히 이루어지고 있다. 천연가스 선물 및 현물시장에서 수요와 가격의 변동성간의 연관성을 가정하여 현시점에서의 현물거래량과 선물거래량을 수요에 맞추어 결정하는 정책을 제시하는 연구도 찾아볼 수 있다(Secomandi and Kekre, 2014). 본 연구는 현물시장에서의 국내 LNG 구매량을 결정변수로 하는 마코프 의사결정 모델을 구축하여 수요와 가격의 불확실성을 고려한 최적의 구매 정책을 제시하려고 한다.

이와 같은 천연가스 효율적 구매정책 문제는 전통적인 재고 관리 문제인 Newsvendor 문제와 비교될 수 있으며 기초재고정책(base stock policy)에 관한 연구와 유사하다고 볼 수 있다(Porteus, 2002). 하지만 가격의 변동성, 저장장치의 한계성, 재고의 잔존가치 및 처분비용 유무에서 차이가 있다. 이러한 전통적 재고정책 방법론은 신재생 에너지의 경제성 제고를 위한 저장장치의 효율적 운영 및 저장장치의 투자 타당성 연구에도 응용될 수 있다. 국내에서도 에너지 관련 사업이 미래의 중요한 국가사업이므로 본 연구와 같은 효율적 에너지원 구매 및 저장장치 투자 정책에 좀더 관심이 필요한 상황이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 본 연구에서 고려한 모델을 설명하고 제 3장에서는 본 연구에 이용된 모형의 수리적 구조를 설명한다. 이를 바탕으로 한 LNG 현물시장 모형과 수치 실험결과를 제 4장에서 설명하고 마지막으로 제 5장에서는 본 연구의 결론과 한계점 및 향후 연구에 대해 요약하였다.

## 2. 유한구간 마코프 의사 결정 모델(Finite-Horizon Markov Decision Process)

국제 천연가스 잉여물량의 증가와 아시아 지역의 수요증가로 인해 아시아 지역 중심으로 단기 현물거래가 증가하고 있는 추세이다. 전통적인 아시아 프리미엄이 부가되는 20년 이상 장기계약의 불이익을 해소하기 위해 유가연동가격으로 결정된 현 천연가스 거래가격을 탈피하고 현물시장의 도입으로 새로운 경쟁력 있는 가격으로 거래하려는 시도가 논의되고 있다. 본 연구에서는 국내의 천연가스 수급상황을 고려하여 천연가스는 고객에게 공급하기 전에 반드시 저장장치를 통해서 공급할 수 있다고 가정하고 LNG 수요량을 전량 수입으로 충당하는 상황에서 차익거래를 통한 수익 즉, 저장된 천연가스를 판매할 수 있어서 얻을 수 있는 수익은 없다고 가정하였다. 따라서 LNG 현물 시장에서 구매한 천연가스는 수요를 만족하기 위한 공급과 저장장치에 저장하는 것 외의 용도는 고려하지 않았다. 기간  $t$ 의 LNG 현물 가격을  $s_t$ 라고 표시하고 구입량을  $q_t$ 라고 할 때  $t$ 시점에서 구매하여 발생된 비용은  $s_t q_t$ 이다. 여기서  $s_t$ 는 관찰된 값이며  $q_t$ 는  $t$ 시점에서의 결정변수이다.

수요량  $d_t$ 는  $t$ 시점에서 관측된 값이며 구입량과 재고량( $x_t$ )으로 반드시 만족하여야 하기 때문에 바로  $t+1$ 시기의 재고량( $x_{t+1}$ )은 다음과 같다.

$$x_{t+1} = x_t + q_t + d_t$$

본 연구의 목적은 수요와 가격의 변동성 및 저장공간의 한계성을 고려한 최적화된 구매량( $q_t^*$ )을 찾고자 한다. 정기주문 모형을 가정하고 정해진 기간내( $T$ ), 즉  $t=1, 2, \dots, T$ 에서의  $q_t^*$ 를 찾기 위해 마코프 의사결정 과정(Markov decision process (MDP))을 이용할 수 있다(Powell, 2007). 여기서 가격함수와 수요함수는 연속함수의 성격을 가지고 있으나 MDP를 이용하여 최적해를 찾기 위한 과정에서 이산화(discretized) 과정이 필요하다. 따라서, 가격과 수요는 확률적으로 이산화된 값으로 변환이 이루어진다고 가정하였다. 현재 상태(state)  $S_t$ 라고 표시하고 시간  $t$ 에서 관찰한 현재가격  $s_t$ , 현재 재고량  $x_t$ , 그리고 현재 수요량  $d_t$ 로 구성된다. 마지막 기간  $T$ 의 가치함수값( $V_T$ )을 경계값으로 고려하였다. 마지막 기간  $T$ 에서 나머지 재고량을 단순 처분한다는 가정하에  $s_T x_T$ 의 비용이 발생한다. 즉 마지막 기간에서의 재고의 가치는 그 기간의 현물가격에 비례하여 총비용에 단순 더해진다고 가정하였고, 따라서 고려하고 있는 기간 후에 남아있는 재고는 불필요하게 된다.

$$V_T(x_T, s_T, d_T) := -s_T x_T$$

$T$ 기간 내의 중간지점  $t$ 의 최적화 가치 평가 함수는 다음과 표현할 수 있다.

$$V_t(x_t, s_t, d_t) = \max_{q_t} v_t(x_t, s_t, q_t, d_t)$$

$$v_t(x_t, s_t, q_t, d_t) = -q_t s_t - h x_t + \delta_t E_t [V_{t+1}(x_t + q_t - d_t, s_{t+1}, d_{t+1})]. \quad (1)$$

중간지점  $t \in \{1, 2, \dots, T-1\}$ 에서 구매한 물량은 수요를 만족하거나 다음 재고량  $x_{t+1}$ 에 포함된다. 국내 LNG 공급 특성상 구매량과 재고량 모두 저장탱크를 통한 다음 가스화를 할 수 있기 때문에 재고량과 구매량 모두 저장탱크를 통하여 공급할 수 있다. 즉, 다음 시기의 재고량이 현 재고량보다 적게 되면 현 구매량 전부와 현 보유재고의 부분량으로 현 수요량을 만족하게 됨을 의미하고, 다음시기의 재고량이 현 재고량보다 크면 현 구매량으로 현 수요량을 만족한 후 나머지를 저장함을 의미이다.  $\delta_t$ 는 할인계수이며 미래가치를 현재가치로 환산해 주는 역할을 한다.  $h$ 는 단위당 재고유지비용이다.

### 3. 분석

본 절에서는 위에서 제시한 목적함수의 구조적 특성과 최적의

정책 결정에 관한 이론적 배경을 정리하려고 한다. 여기서 우리가 고려한 불확실성은 가격 및 수요의 변동성이며 가격은 마코프 프로세스를 따른다고 가정하고 수요는 독립동일분포로 가정하였다. 목적함수가 오목함수임을 보여주고 그에 따른 최적의 해의 특성을 보여주려고 한다.

#### 가정 1.

할인률을 고려한 다음기간의 가치함수의 기대값은 다음과 같이 유한하다고 가정한다.

$$\delta_t E[V_{t+1}(x, \tilde{s}_{t+1}, \tilde{d}_{t+1}) | s_j = s] < \infty$$

미래가치의 할인률을 고려한 현물가격이 무한대로 증가할 수 없다고 보면 위의 가정도 적절하게 성립할 수 있다고 쉽게 보일 수 있다 (Secomandi, 2010). 여기서  $\tilde{\cdot}$  표시는 확률적인 값을 의미한다.

동적 프로그래밍(Dynamic programming)을 사용하여 최적해를 찾기 편리하고 아래의 분석 결과에 도움이 되고자 다음과 같은 함수( $U_t$ )를 정의한다.

$$U_T(x, s) := 0$$

$$U_t(x, s) := 0 \delta_j E[V_{t+1}(x, \tilde{s}_{t+1}, \tilde{d}_{t+1}) | s_t = s] \quad (2)$$

여기서 기간별 수요량은 독립동일분포(independent and identical distribution, IID)를 갖는다고 가정하면 함수  $U_t$ 도  $d_t$ 에 독립적인 함수가 된다.

#### 정리 1.

기간  $t$ 에서 현재 상태(current state)  $S_t := [s_t, x_t, d_t]$ 가 주어지면  $U_t(x_t, s_t)$ 와  $V_t(x_t, s_t, d_t)$ 는  $x_t$ 에 관하여 오목함수(concave function)이다.

#### (증명)

기간  $T$ 에 대한 귀납법을 이용하여 증명한다. 기간  $T$ 에서는 정의에 의해서 오목함수임을 보일 수 있다. 기간  $t+1, \dots, T-1$ 에서 오목성을 갖는다고 가정하면 다음의 식이 성립된다.

$$V_{t+1}(x^\alpha, s_{t+1}, d_{t+1}) \geq \alpha V_{t+1}(x^1, s_{t+1}, d_{t+1})$$

$$+ (1-\alpha) V_{t+1}(x^2, s_{t+1}, d_{t+1})$$

여기서  $\alpha \in [0, 1]$ , 그리고  $x^\alpha = \alpha x^1 + (1-\alpha)x^2$ 로 정의한다. 가정 1을 고려하고

기대값과 할인률을 포함하면 식 (2)에 의해  $U_t(x, s)$ 의 오목성은 성립한다.  $t$ 시점을 고려하고  $q^\alpha = \alpha q^1 + (1-\alpha)q^2$ 를 정의하고  $d_t$ 의 IID를 고려하면

$$U_t(x^\alpha + q^\alpha - d_t, s) \leq \alpha U_t(x^1 + q^1 - d_t, s) + (1-\alpha) U_t(x^2 + q^2 - d_t, s_t)$$

가 성립된다. 여기서  $-q_t s_t$ 가 오목성이 성립하므로 오목함수들의 결합인  $v_t(x, s, q, d)$ 도 오목성이 성립하며, 따라서  $V_t(x_t, s_t, d_t) = \max_{q_t} v_t(x_t, s_t, q_t, d_t)$ 도 오목성이 성립한다(Heyman and Sobel, 2004). □

**정리 2.**

모든 기간  $t \in [1, T]$ 에서 현재 현물가격  $s_t$ 에 의존적인 기초재고수준(base stock level)  $b_t(s_t)$ 이 존재한다. 따라서 최적 구매량은 다음과 같다.

$$q_t^*(x_t, s_t, d_t) = \begin{cases} \min[d_t - x_t + b_t(s_t), 0], & \text{if } x_t \in [b_t(s_t), x_u] \\ d_t - x_t + b_t(s_t), & \text{if } x_t \in [x_l, b_t(s_t)] \end{cases}$$

여기서  $x_u$ 와  $x_l$ 은 최대 재고 저장량과 최소 재고 저장량을 표시한다.

(증명)

Portes(2002)에서 보여준 Newsvendor 문제의 증명방법과 유사하게 수요량을 제외한 현물 구매량을 포함한 재고량을  $y_t = q_t + x_t - d_t$ 라고 하면, 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\max_{y_t} -(y_t - x_t + d_t)s_t - h x_t + U_t(x_t, s_t)$$

주어진 상태 즉, 관찰된  $S_t := [x_t, s_t, d_t]$ 에서 위의 식은 상수항을 제외하고 목적함수를 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\max_{y_t} -y_t s_t + U_t(x_t, s_t)$$

정리 1에 의하면 주어진 현물가격  $s_t$ 에서 위의 목적함수는  $y_t$ 에 관하여 오목함수이다. 따라서 하나의 최적해가 존재한다. 위의 식의 최적해를  $b_t(s_t)$ 라고 한다면,  $x_t$ 가  $b_t(s_t)$ 보다 작을 때 수요  $d_t$ 보다  $b_t(s_t) - x_t$ 만큼 큰 구매량, 즉  $q_t^* = d_t - x_t + b_t(s_t)$ 을 취하여 하고 현 재고량  $x_t$ 가  $b_t(s_t)$ 보다 클 때에는 일부분의 수요량  $(x_t - b_t(s_t))$ 을 재고량에서 만족하고 현 수요량보다 적은량 즉,  $q_t^* = d_t - x_t + b_t(s_t)$  구매하여야 한다. 여기서  $d_t$ 가  $x_t - b_t(s_t)$ 보다 작을 때에는 구매할 필요가 없어지므로  $q_t^* = 0$ 이 된다. □

위에서 보여주듯이 본 문제가 기존 Newsvendor 문제와 유사하다고 볼 수 있지만 수요의 확률분포만을 고려한 것이 아닌 수요와 가격의 변동성을 동시에 고려했다는 것에 의미가 있다. 여기서 수요분포를 독립동일분포로 고려하여 분석을 단순화하였지만 천연가스 과거 수요자료를 관찰해 보면 가격보다는 계절의 영향을 주로 받는 것을 확인할 수 있다. 본 문제에서는 수요와 연관 있을 수 있는 다른 요소들을 고려하지 않았다.

**4. LNG 현물시장 모형**

**4.1 현물가격(Spot Price) 모델**

주로 현물가격과 선도가격에 대한 확률과정 추정을 위하여 “확률미분방정식”(stochastic differential equation, SDE)을 이용하였다. 특히 SDE는 특정 변수의 동태성(dynamics) 혹은 확률과정(stochastic process) 추정을 위한 기본 모형으로 많이 활용되어 왔다. 또한, 일반적으로 천연가스 및 오일의 현물가격을 모델링 할 때, 결정적 계절요인을 고려한 단일요소 평균 회귀 성질을 갖는 모델을 주로 사용되어 왔다(Jalliet et al., 2004). 본 연구에서 고려한 단일요소회귀모델(single-factor mean-reverting model 혹은 Orstein-Uhlenbeck model)은 에너지 관련 현물 가격뿐만 아니라 금융시장에서의 변수들을 모델링할 때에도 많이 쓰이고 있다. 기간  $t$ 에서 현물가격  $s_t$ 의 자연로그값을  $X_t = \ln s_t$ 라고 하면 다음과 같은 확률과정을 따른다고 가정한다.

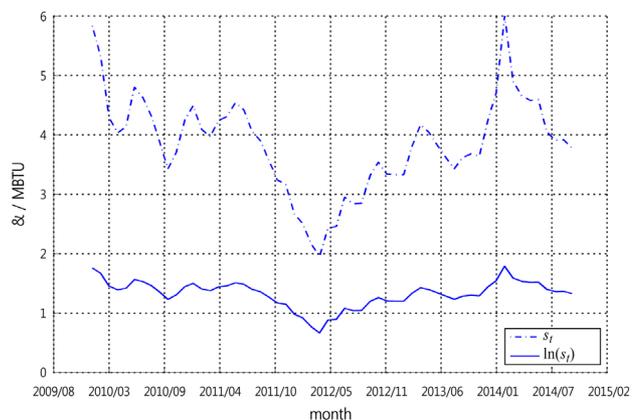
$$dX_t = \kappa(\xi - X_t)dt + \sigma dZ_t$$

여기서,  $\kappa$ 는 회귀속도,  $\xi$ 는 평균,  $\sigma$ 는  $X_t$ 의 변동성(volatility), 그리고  $dZ_t$ 는 표준적인 위너과정(Wiener process)(혹은 브라운 모션(Brownian motion))을 따른다. 위의 식을 확률편미분방정식을 이용하여 찾은 해법은 다음과 같다(Dixit and Pindyck, 1994).

$$X_{t+\Delta t} = (1 - e^{-\kappa\Delta t})\xi + e^{-\kappa\Delta t} X_t + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa\Delta t}}{2\kappa}} \cdot dZ_t \quad (3)$$

위의 표현식은 Orstein-Uhlenbeck 모델을 이산화한 표현식이며 1차 자기회귀모델(AR(1))로도 볼 수 있다.

위의 식은  $y = a + bx + \epsilon_t$ 와 같은 형식의 선형 회귀식으로 볼 수 있으며 회귀분석에 의하여  $\kappa, \xi$ , 그리고  $\sigma$ 를 추정할 수 있다. <Figure 1>에서 보여준 2012년에서 2014년 사이의 Henry hub 천연가스 현물가격을 대상으로 계수값들을 추정하였다. 현물가격 단위는 Million(metric) British Thermal Unit(MBTU) 당 US 달러를 고려하였다.



Source : www.eig.gov.

**Figure 1.** Henry hub natural gas spot price and logarithm of the price

<Table 1>에서 회귀식에 의해 구한 추정계수 값들을 보여주고 있다.

**Table 1.** Parameter estimation in (3) using the Henry hub natural gas spot price (2012~2014)

Parameter	Estimate
장기간 로그 현물가격의 평균 $\xi$	1.2675
평균으로의 회귀속도 $\kappa$	1.6863
로그현물가격의 변동성 $\sigma$	0.3532

**4.2 동적 계획법(Dynamic Programming)**

마코프 의사결정 프로세스(Markov Decision Process, MDP)를 이용하여 LNG 현물시장에서의 효과적인 현물 구매정책을 찾고자 한다. 일반적으로 현물가격 변동성은 연속함수로 모델화 할 수 있지만 유한기간 MDP를 이용하여 최적해를 찾기 위해서는 이산화(discretized) 모델이 필요하다. 식 (3)에서 제시된 단일요소회귀모델을 Jaillet *et al.* (2004)이 제시한 삼항격자모델 (trinomial lattice model)을 이용하여 이산화 하였다. 삼항격자모델은 현재 관찰된 가격에서 다음 기간의 가격이 3가지로(상승, 하락, 중간) 이동하는 나무구조 형태를 갖는다. 즉 현재 관찰된 가격에서 다음기간의 가격은 3가지로 구분되고 그 다음기간의 가격은 5가지로 뿔어서 분류될 수 있다. 각 가지에 해당하는 가격의 수치는 식 (3)의 모델 매개변수( $\xi, \kappa, \sigma$ )에 의해 결정될 수 있다(Jaillet *et al.*, 2004). 예를 들어 <Table 1>에서 제시한 매개변수 값으로 최대 가짓수 7개를 한 삼항격자모델은 <Figure 2>에서 나타낼 수 있다. 선상에 있는 숫자는 전이 확률 값이다.

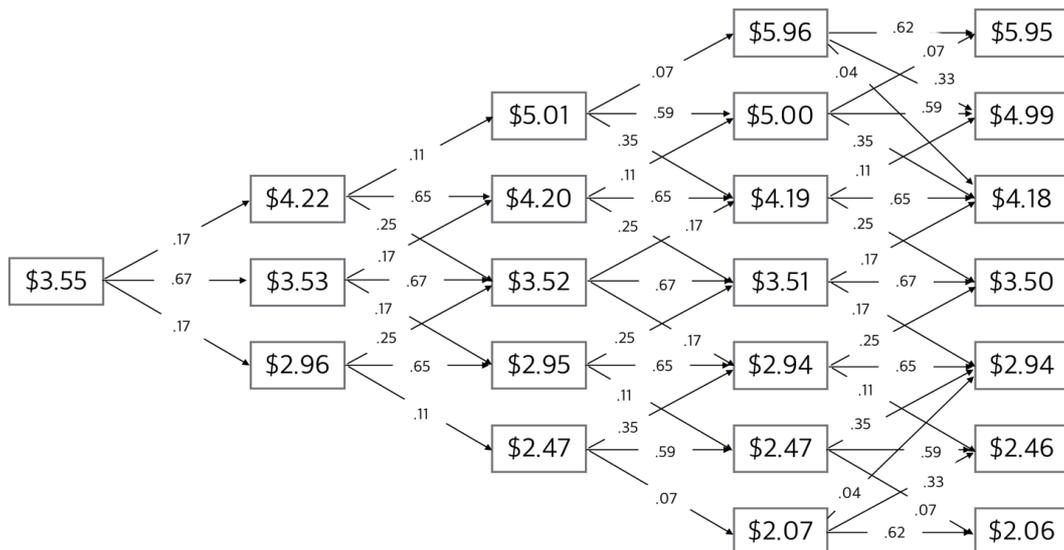
매달 구매정책을 세운다는 가정하에 2년에 해당하는 24기간을 고려하였고 유한기간 MDP로 모델화 하였으며 후진 동

적 계획법(backward dynamic programming)을 이용하여 최적해를 찾았다. 할인계수는 연이율 5%를 가정 하에 이에 해당하는  $\delta = 0.9959$ 의 고정값으로 하였다. 최고 재고수준을 1로 가정하였고 21개로 이산화(discretized)하여 0.05단위로 감소 및 증가할 수 있도록 하였다. 즉, 24기간 동안 21개의 재고수준에 맞는 최적의 구매량을 동적 계획법을 이용하여 찾았다. 유한기간 동적 계획법으로 최적해를 찾기 위해서, 경계값, 즉 최종 기간(기간 24)에서의 가치함수 값을 가정한다. 정해진 경계값을 이용하여 이 전 기간(기간 23)의 21개의 재고수준에 해당하는 최적 구매량을 찾을 수 있다. 계속해서 같은 방법으로 역으로 이 전 기간의 각 재고수준에 맞는 최적의 구매정책을 찾을 수 있게 되며 현 시점의 최적 구매량까지 계산될 수 있다. 고려된 총 기간 동안의 최적해는 그 중간의 지점부터 동일한 중점까지의 최적성도 보장한다는 동적 계획법의 근본 개념인 최적의 원리(principle of optimality)에 의해 현 시점의 최적의 가치함수값을 산출할 수 있다(Powell, 2007). 경계값, 즉 기간  $T$ 에서의 가능한 상태(state), 즉 재고수준, 현물가격, 그리고 수요를 고려하여 가치함수 값을 가정하고 그 결과를 바탕으로  $T-1, T-2, \dots, 1$ 까지의 후방향으로 단계별로 이동하면서 모든 기간의 가능한 상태(state)에서의 최적해를 찾게 된다. 최적의 원리에 의해서 이후 기간의 최적성은 이전 기간에서도 보존되므로 결국 최적의 해를 제공하게 된다.

LNG 수요는 이산화된 독립 동일 분포(IID)로 가정하였고 <Table 2>와 같은 확률분포를 고려하였다.

**Table 2.** Discrete Probability Distribution of the natural gas demand

Demand	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
Probability	0.05	0.15	0.4	0.25	0.1	0.05



**Figure 2.** An example of a trinomial lattice model of natural gas spot prices

후진 동적 프로그래밍(backward dynamic programming)은 아래와 같은 과정으로 실행될 수 있다.

**Step 0 :** 최종기간  $T$ 에서의 가능한 모든  $x_T$ 에 해당하는 가치 함수 값들을 초기화 한다.

$$V_T(x_T, s_T, d_T) := -s_T x_T$$

**Step 1 :** 현재 재고상태, 현물가격, 현 수요를 현 상태(state)로 고려하고,  $S_t = [x_t, s_t, d_t]$ 을 정의하면 아래와 같은 식으로 가능한  $x_t$ 에 해당하는 모든 가치함수의 값들을 구할 수 있다. 여기서 수요 ( $d_t$ )는 독립 동일 분포를 따른다고 가정하여 이산화하였고, 현물가격 ( $s_t$ )는 삼항격자모델로 이산화하였으며, 재고수준은  $x_{t+1} = x_t + q_t - d_t$ 로 정의할 수 있다.  $t$ 시점에서의 재고량  $x_t$ 와 다음시기의 가능한 재고수준( $x_{t+1}$ )를 고려하여 가능한 모든  $q_t$ 에 대한 함수 값들을 구하고 그 중 최적의 값을  $V_t(S_t)$ 로 정한다.

$$V_t(S_t) = \max_{q_t} \left[ -q_t s_t - h x_t + \gamma \sum_{s' \in S_{t+1}} P(s'|S_t) V_{t+1}(s') \right].$$

**Step 3 :**  $t$ 를 1단위로 감소시키고  $t > 0$ 이면 Step 1로 돌아가고 아니면 종료한다.

최종 가치함수값( $V_T$ )은 재고수준이 높을수록 낮은 값을 갖기 때문에 최종기간 근처에 갈수록 재고보유의 가치는 떨어지게 된다. 따라서, 최종기간에 가까울수록 기초 재고수준은 낮아지게 된다. 현실적으로는 재고가치가 시간이 지나감에 따라 감소되지 않으며 최종기간이라는 것이 존재하지 않으므로 위의 최적해 중 초기( $t < T/2$ )의 최적해( $q_t^*$ )만이 현실적인 구매 정책 방향을 제시할 수 있다. 나머지 후기( $t > T/2$ )에 해당하는 최적해들은 재고가치의 비현실적인 저평가 때문에 현실적인 해결책을 제시하지는 못한다(Powell, 2007). 즉, 24기간 동안의 최적해를 찾았지만 초기의 최적해들만이 현실적 의미가 있다고 볼 수 있다. 이를 극복하기 위해서는, 시간이 지나면서 계속해서 새로운 현물 가격이 관측되고 그 결과 새로운 현물 가격 예측 모델을 재구축하여 활용하여야 한다. 따라서 새로운 가격 모델과 변화된 상태(state)를 고려하여 동적 프로그래밍을 재적용하여 새로운 구매정책을 세워야 한다. 즉 위의 방법으로 찾아진 최적해들 중 초기의 결과들은 구매 정책 의사결정에 적용될 수 있으며 계속해서 관찰되는 값들로 인하여 정책 방향은 업데이트 되어야 한다.

### 4.3 수치실험 결과

위의 모델에서 찾은 최적해를 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 유효성을 평가하였다. 수요분포는 <Table 2>와 같은 분포를 고

려하였고 현물가격은 <Table 1>에서 보여준 매개 변수 값들을 이용하여 식 (2)를 이용하여 현물가격을 발생시켰다. 재고 수준은 최고값 1, 최저값 0으로 하고 0.05단위로 증감할 수 있다고 가정하였다. 즉, 21개의 재고수준을 고려하였다. 초기 재고수준은 0으로 정하였고 현재 현물가격은  $\exp(\xi) = \$3.552/MBtu$ 로 하였다. 재고유지비용  $h$ 는 U.S. 상황과 비슷하다는 가정에서  $h = \$0/MBtu$ 로 간주하였다(Secomandi, 2010). 다음 아래와 같은 세 가지 정책을 이용하여 기초재고정책(basestock policy)의 가치를 평가하였다.

1. 위의 기초재고 정책으로 실행한 가치함수 값을  $V^{base}$ 라고 표현한다. 시뮬레이션에 이용한 현물가격은 연속함수 값이기 때문에 현물가격이 삼항격자모델(trinomial lattice model)에서 고려된 이산화된 가격들 중 가장 가까운 가격에서의 기초재고 정책을 채택하였다.
2. 결정적 모델(Deterministic Model)로 구해진 최적 가치함수 값을  $V^{det}$ 로 표현한다. 여기서 결정적 모델은 현물가격의 변동 및 수요의 변동성을 무시하고 문제를 해결하는 것이다. 결국에는 재고유지비용이 존재하기 때문에 모든 수요를 현물가격으로 구입하여 충족시키는 결과를 가져온다.
3. 완벽한 정보로 찾아낸 최적의 가치함수 값을  $V^*$ 로 표시한다.  $V^*$ 을 구하기 위해서 이용한 모델은 현실 불가능한 모델로 미래 수요와 현물가격의 값을 미리 알고 있다는 가정하에 후진 동적 계획법(backward dynamic programming)으로 구하였다. 시뮬레이션과정에서 미래의 현물가격과 수요를 발생시키고 이들의 값들을 사용하였기 때문에 변동성을 고려하지 않은 결정적 모델에 의해 구해진 구매정책이다. 따라서, 변동성을 고려한 어떠한 다른 정책보다 결과값은 좋을 수밖에 없다.

가격과 불확실성을 고려한 구매정책의 경제성을 평가하기 위해 다음과 같은 상대적 성능지표(RL)를 고려하였다.

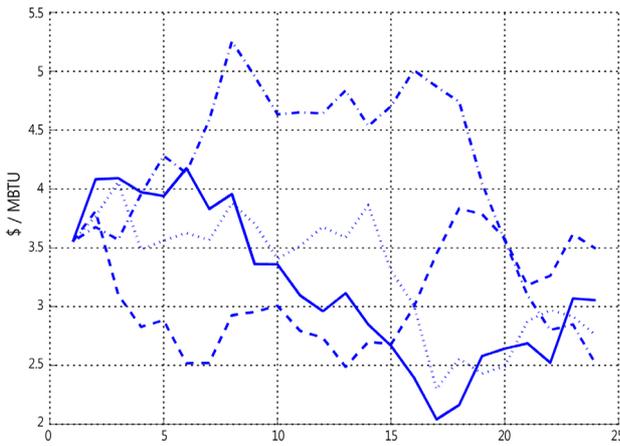
$$RV^{base} = \frac{V^{base} - V^*}{V^*}, \quad RV^{det} = \frac{V^{det} - V^*}{V^*}$$

$RV^{base}$ 과  $RV^{det}$ 는 각각 기초재고정책을 이용한 가치함수 값( $V^{base}$ )과 가격과 수요의 불확실성을 고려하지 않은 모델의 가치함수 값( $V^{det}$ )을 완벽한 정보를 가지고 최적화된 가치함수 값( $V^*$ )과 비교한 상대적 가치함수 값(relative value)이다. 따라서  $RV^{base}$ 와  $RV^{det}$ 값은 작을수록 좋은 결과를 얻었음을 의미한다.

Monte Carlo 시뮬레이션을 위하여 1000개의 24기의 가격과 수요 값들을 식 (3)과 <Table 1>, <Table 2>에 의해 생성되었고 그 결과로 구하여진  $RV^{base}$ 과  $RV^{det}$ 의 평균과 표준편차를 <Table 3>과 <Figure 4>에서 보여주고 있다. <Figure 3>에서는 <Table 1>과 식 (3)에 의하여 랜덤하게 발생된 현물가격의 흐름경로 예 4개를 보여주고 있다.

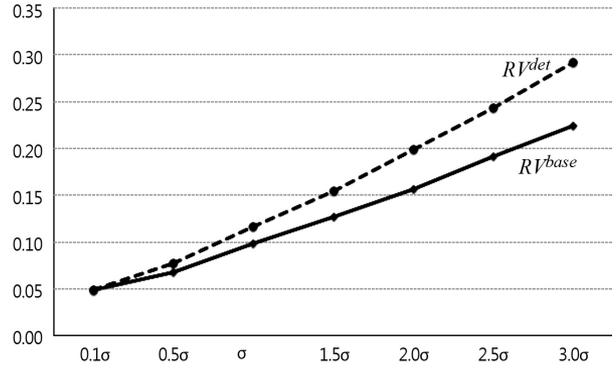
**Table 3.** Comparison of results of relative value functions with different spot price variability

$\sigma$		$RV^{base}$	$RV^{det}$
$0.1\sigma$	Mean	0.0486	0.0492
	St. Dev.	0.0022	0.0021
$0.5\sigma$	Mean	0.0684	0.0770
	St. Dev.	0.0095	0.0086
$\sigma$	Mean	0.0987	0.1161
	St. Dev.	0.1273	0.1549
$1.5\sigma$	Mean	0.1273	0.1549
	St. Dev.	0.0173	0.0189
$2\sigma$	Mean	0.1563	0.1993
	St. Dev.	0.0262	0.0300
$2.5\sigma$	Mean	0.1919	0.2432
	St. Dev.	0.0537	0.0599
$3\sigma$	Mean	0.2244	0.2918
	St. Dev.	0.0663	0.0748



**Figure 3.** Four Sample Paths using values in Table 1 and (3)

일반적으로 가격의 변동성이 커지면  $RV^{base}$ 와  $RV^{det}$ 의 차이가 더 커짐이 예상된다. 따라서 현물가격 발생식인 식 (3)에서  $\sigma$ 값을  $0.1\sigma, 0.5\sigma, \sigma, 1.5\sigma, 2\sigma, 2.5\sigma, 3\sigma$ 로 변경하여 시뮬레이션 결과를 관찰하였다. 가격의 변동성이 작을 때에는  $RV^{det}$ 와  $RV^{base}$ 의 차이가 많이 나질 않지만 변동성이 클 때에는 기초재고정책의 우월성이 더욱 부각되는 현상이 보여진다. 예상하였듯이 가격의 변동성이 커지면 완벽한 정보를 가진 정책과의 차이는 점점 커짐을 보이고 있다. 또한, 가격의 변동성이 커짐에 따라  $RV^{base}$ 의 표준편차가  $RV^{det}$ 의 표준편차보다 작아짐을 보여주고 있으며 따라서 가격의 불확실성이 클 때에도 기초재고정책이 좀 더 안정적인 정책임을 보여준다.



**Figure 4.** Comparison of  $RV^{Base}$  and  $RV^{det}$  with different spot price variability

### 5. 결론

본 논문은 LNG 현물시장에서 경제적 현물 구매량을 가격과 수요의 불확실성을 고려하여 찾는 방법을 제시하였다. 현물가격의 변동성을 삼항격자모델(trinomial lattice model)로 이산화(discretized)하여 구현하고 독립적이고 동일한 (IID) 확률 분포를 따르는 천연가스 수요를 고려하였다. 즉 미래의 현물가격과 수요의 변동성을 이산화하여 마코프 의사 결정 방법을 이용하여 최적의 저장장치 관리 정책을 제시하였다. 여기서 고려한 문제에서 최적의 정책은 전통적인 정기주준재고모형의 최적해와 유사하게 기초 재고정책(basestock policy)이 최적정책임을 증명하였고 유한구간 MDP 모델로 기초 재고수준을 찾는 방법을 제시하였다. 수치실험의 결과에서 기초 재고정책이 저장장치의 관리에 효과적임을 보였다. 따라서 향후 LNG 현물 시장의 도입에 따른 현물구매 정책에 응용될 수 있으며 좀 더 현실적인 모델로 위와 같은 비슷한 방법으로 장기계약에 의한 천연가스 도입 외에 현물구매의 효과적이고 과학적인 의사결정에 활용될 수 있다.

본 연구에서는 천연가스의 운영에 중요한 역할을 하는 저장장치의 크기에 대해 고려하지 않고 있다. 향후 천연가스 저장장치 건설에 관한 경제성 및 타당성 관련 연구도 본 연구와 같은 가치함수 평가로 수행될 수 있으며 선물시장의 개방에 따른 장기계약구매, 현물구매, 그리고 선물구매로 이루어진 효율적인 LNG 구매 포트폴리오 구성방법도 연구분야로 생각할 수 있다. 또한, 본 연구의 응용분야는 천연가스뿐만 아니라 최근 확장된 FTA 국가를 대상으로 여러 상품들의 재고정책에 응용될 수 있다.

### 참고문헌

Avery, W., Brown, G. G., Rosengranz, J. A., and Wood, R. K. (1992), Optimization of purchase, storage and transmission contracts for natural gas utilities, *Operations Research*, 446-462.

- Dixit, A. K. and Pindyck, R. S. (1994), *Investment under uncertainty*, Princeton Univ. Pr.
- Guldmann, J. (1983), Supply, storage and service reliability decisions by gas distribution utilities : a chance-constraint approach, *Management Science*, **29**(8), 884-906.
- Han, W. (2012), Global view of the international LNG market : potential LNG hub of Northeast Asia, *Gas Industry*, **11**(4), 7-29.
- Heyman, D. P. and Sobel, M. J. (2004), *Stochastic models in operations research : Volume II, Stochastic Optimization*, **2**, Dover Publications, Mineola, NY.
- Hwang, K. (2014), Outlook and expectations of the Asian gas market, *Gas Industry*, **13**(3), 50-62.
- Jaillet, P., Ronn, E. I., and Tompaidis, S. (2004), Valuation of commodity-based swing option, *Management Science*, **50**(7), 909-921.
- Poten and Partners (2014), *2014 Global LNG Outlook*.
- Porteus, E. L. (2002), *Foundations of Stochastic Inventory Theory*, *Stanford Business Books*, Stanford, CA.
- Powell, W. B. (2007), *Approximate Dynamic Programming : Solving the curses of dimensionality*, *John Wiley and Sons*, New Jersey.
- Secomandi, N. (2010), Optimal commodity trading with a capacitated storage asset, *Management Science*, **56**(3), 449-467.
- Secomandi, N. and Kekre, S. (2014), Optimal Energy Procurement in Spot and Forward Markets, *Manufacturing and Service Operations Management*, **16**(2), 270-282.