한국경영과학회지
제40권 제2호
2015년 5월
http://dx.doi.org/10.7737/JKORMS.2015.40.2.001

외환 시장에서 마코브 체인을 활용한 포트폴리오 선정 모형과 투자 알고리즘 개발 및 성과평가

최재호 · 정종빈 · 김성문[†]
연세대학교 경영대학 경영학과

Development and Evaluation of a Portfolio Selection Model and Investment Algorithm utilizing a Markov Chain in the Foreign Exchange Market

Jaeho Choi · Jongbin Jung · Seongmoon Kim
School of Business, Yonsei University

■ Abstract ■

In this paper, we propose a portfolio selection model utilizing a Markov chain for investing in the foreign exchange market based on market forecasts and exchange rate movement predictions. The proposed model is utilized to compute optimum investment portfolio weights for investing in margin-based markets such as the FX margin market. We further present an objective investment algorithm for applying the proposed model in real-life investments. Empirical performance of the proposed model and investment algorithm is evaluated by conducting an experiment in the FX market consisting of the 7 most traded currency pairs, for a period of 9 years, from the beginning of 2005 to the end of 2013. We compare performance with 1) the Dollar Index, 2) a 1/N Portfolio that invests the equal amount in the N target assets, and 3) the Barclay BTOP FX Index. Performance is compared in terms of cumulated returns and Sharpe ratios. The results suggest that the proposed model outperforms all benchmarks during the period of our experiment, for both performance measures. Even when compared in terms of pre- and post-financial crisis, the proposed model outperformed all other benchmarks, showing that the model based on objective data and mathematical optimization achieves superior performance empirically.

Keywords : Markov Chain, Foreign Exchange Market, Portfolio Selection Model, Nonlinear Programming, Performance Evaluation, Sharpe Ratio

논문접수일 : 2014년 11월 24일 논문게재확정일 : 2014년 12월 08일
논문수정일(1차 : 2014년 12월 04일)
† 교신저자, kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

지난 2008년 발발한 금융위기는 전 세계 시장을 급격한 변동으로 몰아넣으며 대다수의 투자자들에게 큰 실패를 안겨주었다. 많은 금융 시장 참여자들이 손실을 경험하였으며 그 여파는 아직까지도 이어지고 있다. 이에 따라 투자자들은 새로운 투자처를 물색해 왔으며 외환 시장은 주식 및 채권 시장과는 다른 특성을 지닌 새로운 투자처로 인식되었다. 공매도가 제한된 유가 증권 시장과는 달리, 외환 시장은 매수와 매도 포지션을 자유롭게 선택할 수 있고, 레버리지를 이용하여 적은 돈으로도 큰 수익을 노릴 수 있기 때문에 투자자들에게 큰 매력을 가진 시장이다. 또한 외환시장은 다른 시장에 비하여 매우 큰 유동성을 가진 전 세계에서 가장 거대한 시장 가운데 하나이다. 국제결제은행(BIS)의 2010년 통계보고서[30]에 따르면, 2010년 외환 시장의 하루 평균 거래량은 약 4조 달러에 달하며, 이는 우리나라 주식 시장의 약 500배에 달하는 수치이다.

이러한 외환 시장에서, 환율 예측에 관한 연구는 다양하게 이루어져 왔다. Meese and Rogoff [23]는 환율의 움직임이 random walk이며, 다른 시장 예측 모형이 random walk forecast보다 낫다고 말할 수 없다고 주장한 이래로, 많은 연구들이 이러한 주장을 반박하고자 하였다. Edison[12]은 Meese and Rogoff가 사용하였던 환율 모형보다 더 진보된 dynamic monetary model을 통하여 random walk forecast보다 좋은 성과를 낼 수 있음을 보였고, Pilbeam[25] 역시 flexible monetary model과 portfolio balance model을 주장하며, 예측의 효용성을 개선하고자 하였다. 그러나 이러한 연구들에도 불구하고, 많은 학자들은 여전히 환율 움직임 예측의 효율성에 대하여 의문을 제기한다[6, 15].

이처럼 환율의 움직임을 예측하는 것이 어려움에도 불구하고, 많은 연구들은 기술적인 투자 방법을 제안하고 활용하여 외환 시장에서 시장 수익률을 초과하는 성과를 거두고자 노력하였다. Sweeney[28]는 1973년부터 1980년까지 10개의 통화에서 filter rule을 이용한 투자 기법을 통해 위험에 비해 높은 수익을 올릴 수 있음을 실증적으로 보이는데 성공하였으며, Lukac et al.[18]은 몇 가지의 기술적인 투자 기법이 영국 파운드와 독일 마르크가 포함된 투자 포트폴리오에서 좋은 성과를 달성할 수 있음을 보였다. 이러한 초창기 외환 시장 투자 연구의 기술적인 투자 기법들이 통계적으로 유효함을 보여주는 후속 연구들도 등장하였는데, LeBaron[16], Levich and Thomas[17], Taylor[29] 등은 외환 시장에서 1970년대 중반부터 1990년대 초반까지의 기간 동안 다양한 기술적인 기법을 이용한 투자가 높은 수익률을 달성할 수 있으며, bootstrap 기법을 이용하여 이러한 수익이 통계적으로 유의미함을 보여주었다. 그러나 이러한 주장에 대해 Marsh[22]와 Olson[24]은 1990년대 이후로는 외환 시장에서의 기술적인 기법을 통한 투자의 수익률이 감소하는 현상이 존재함을 지적하였다. Frankel and Froot[13]는 1980년대 중반 이후로 많은 투자자들이 거시적인 지표를 바탕으로 향후 외환 시장을 분석하기 보다는 기술적인 분석을 통한 예측을 선호하게 되었음을 보여주었는데, 이러한 현상은 1990년을 기점으로 이전에 기술적인 분석이 가지던 이점이 점차 사라지고, 시장 수익률을 초과하는 성과를 거두기가 어려워졌음을 설명해 주고 있다.

그러나, 현재까지 진행된 이와 같은 연구들은 몇 가지 한계도 가지고 있다. 먼저, 대표적 금융 시장 중 하나인 주식 시장에서 포트폴리오 이론을 바탕으로 한 투자가 활발하게 연구되는 것[1, 2, 3, 4]과 달리, 과거 외환시장에 관한 연구들은 실험 대상을 주로 한 가지 통화쌍에 한정시키고 있으며, 다양한 통화쌍의 공분산 등을 고려하여 외환 자산을 포트폴리오로 관리하는 연구는 매우 부족해 보인다. 이러한 실정에서 최재호 등[5]은 외환 시장과 같이 증거금을 기반으로 거래가 이루어지는 시장 특성에 맞는 포트폴리오 모형을 개발하여 제시하고, 개발한 모형을 이용하여 주요 통화쌍을 대상으로 한 가상의 펀드를 구성하고 그 성과를 실증적으로 입증

하였다. 하지만 최재호 등[5]이 제시한 모형은, 포트폴리오의 수익률에 직접적으로 영향을 미치는 통화쌍의 매도와 매수 포지션 결정을 오로지 포트폴리오의 분산 최소화 관점에서만 보았다는 한계점이 있다.

이와 같은 한계에 대하여 본 연구는 마코브 체인(Markov chain)을 활용하여 수익률을 감안하면서 매도와 매수 포지션 투자 여부를 결정한 뒤, 결정된 포지션 간 공분산을 고려한 새로운 포트폴리오 선정 모형에 기반을 두어 외환 시장에서 효과적이고 실용적인 투자에 활용할 수 있는 수학적 투자 모형을 개발하여 제안한다. 마코브 체인은 반복되는 상황에 대해 특정 시스템의 변화나 발전과정을 연구하는데 유용한 분석기법으로서, 어떤 사건이나 실험결과가 바로 이전 사건이나 실험결과에 의해서 결정되는 stochastic process에 관한 이론을 최초로 전개한 러시아의 수학자 Markov(1856~1922)의 이름을 따라 붙여졌다. 마코브 체인은 어떤 시스템이 한 상태(state)에서 다른 상태로 바뀌는 확률 값을 나타내는 전이확률행렬(transition matrix)을 이용하여 특정 시스템의 변화나 발전과정을 분석하는데 유용하게 사용된다[26]. 그 동안 마코브 체인을 바탕으로 주로 유가 증권 시장에서 연구들이 이루어졌는데, Dryden[8]은 주가의 움직임을 Increase(I), Decrease(D), No-change(N)의 세 가지 state로 나누고 마코브 체인을 바탕으로 이를 분석하여 의미 있는 성과를 보였다. Duan and Simonato[9]는 GARCH 모형을 이용한 옵션 가격 예측 모형에 마코브 체인을 적용하여 우수한 성과를 거두었으며 McQueen and Thorley[19] 역시 마코브 체인을 이용하여 주식 시장에서 마코브 체인이 유용함을 보이는 데 성공하였다. 주식 시장에서 가격의 움직임에 비하여 외환 시장에서 환율의 움직임은 상대적으로 무제한적으로 상승하거나 하락하기가 힘들며, 변화한 환율에 대해 더욱 다양한 경제 주체들이 즉각적으로 민감하게 반응 한다는 특징이 있다. 이러한 특징으로 미루어 볼 때, stochastic process로 가격의 움직임을 예측하는 것이 충분한 타당성을 지니고 있음에도 불구하고, 마코브 체인의 관점에서 환율의 움직임을 분석하고자 한 시도는 부족한 편이다. 또한 개별 종목 내에서 가격의 움직임을 분석한 연구에 비하여, 전체 시장의 상황을 감안하여 각 종목의 상태를 정의하고 그 움직임을 예측하고자 하는 연구는 미비한 실정이다.

이에 따라서 본 연구에서 제시하는 투자 모형은 마코브 체인을 이용하여 전체 시장 상황을 구분하고, 전체 시장의 상황과 개별 종목의 관계를 고려하여 예측에 활용하는 새로운 방법을 사용한다. 각 통화쌍의 이전 수익률이 해당 통화쌍의 미래 수익률의 움직임에 영향을 준다는 가정 하에, 본 논문에서는 주어진 시장 내에서 상대적인 상승과 하락을 기준으로 하여 각 종목의 상태를 정의하고, 과거 관측치를 기반으로 각 상태에 따른 전이확률행렬을 학습하는 수학적인 방법을 제시한다. 더 나아가, 본 논문에서 제시하는 모형은 외환 시장뿐만 아니라 선물이나 옵션과 같이 증거금을 이용하여 투자를 진행하는 다양한 시장에서 활용할 수 있도록 고안되었다. 더불어, 이 모형을 실제 투자에 적용하기 위한 투자 알고리즘을 개발해서 함께 제안한다. 또한, 본 연구에서 제시하는 투자 모형과 알고리즘의 성과를 실제 시장에서 분석하기 위하여 가상 투자 실험을 하였다. 이 때, 시장에서 가장 신뢰를 얻고 있는 기축 통화인 미국 달러(USD)의 상대적인 가치를 나타내는 Dollar Index와, 모든 투자 가능한 N개의 자산에 동일한 비중으로 투자하는 1/N Portfolio, 외환 시장에 투자하는 헤지 펀드들의 성과를 추적하는 Barclay BTOP FX Index를 벤치마크로 선정하여 본 논문에서 제시하는 투자 모형과 알고리즘의 성과를 외환 시장에서 비교한다. Barclay BTOP FX Index가 2005년부터 집계되었기 때문에, 투자 실험 구간은 2005년부터 2013년까지, 변동성이 적고 안정적인 기간과 급격하게 변동성이 높아진 기간을 모두 포함하도록 최근 9년으로 설정하였다. 이 때, 투자구간에서 알고리즘의 성과를 보다 자세하게 분석하기 위하여 2008년 9월 금융위기 이전과 이후의 투자 성과를 비교하고,

각 구간에서 투자 알고리즘의 성과가 어떤 흐름을 보이고 있는지 살펴보았다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 투자 모형의 기본이 되는 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형에 대하여 간략하게 정리하여 설명하고, 외환 전체 시장의 상황과 개별 통화쌍의 상황을 고려하기 위해 마코브 체인을 활용하여 새롭게 개발한 환율 예측 및 포트폴리오 선정 모형에 대하여 설명한다. 제 3장에서는 수익률 및 공분산 데이터를 과거 자료에 기반해서 구한 뒤, 정해진 주기마다 새로 개발한 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 구성하고 투자하는 알고리즘에 대하여 설명한다. 제 4장에서는 본 연구에서 제시한 모형과 투자 알고리즘에 따라 운영되는 가상 펀드의 성과를 벤치마크와 비교 분석하고, 마지막 제 5장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향을 제시한다.

2. 외환 시장 포트폴리오 선정 모형

제 2장에서는 본 논문에서 새롭게 개발한 포트폴리오 선정 모형을 소개한다. 제 2.1절에서는 주식시장에서 널리 알려진 마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 간략하게 설명하고 이를 외환 시장에 바로 적용하는 데에 있어 한계점을 지적한다. 이어 제 2.2절에서는, 외환 시장의 특성을 반영하여 본 논문에서 개발한 포트폴리오 선정 모형을 제시한다.

2.1 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형 및 한계

이번 장에서는 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형[20]을 이용하여 분산 투자를 위한 포트폴리오를 구성하는 방법을 간단히 설명한다. 모형에 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하면 다음과 같으며, 벡터 및 행렬의 크기는 문맥상 명확한 경우 별도 표기하지 않는다.

- $\mathbf{0}$: 영 벡터, 즉, 모든 항이 0인 열 벡터
- $\boldsymbol{l}$: 모든 항이 1인 열 벡터
- N : 포트폴리오에 포함되는 투자 대상 종목의 수
- $\boldsymbol{w}$: 포트폴리오에서 각 종목에 투자하는 비율을 나타내는 $N\times1$열 벡터
- $\boldsymbol{\mu}$: 각 종목의 기대수익률을 나타내는 $N\times1$열 벡터
- Q : 각 종목의 수익률에 대한 $N\times N$ 분산/공분산 행렬
- K : 포트폴리오에 설정한 최저요구기대수익률
- V : 포트폴리오의 수익률에 대한 분산(기대위험도)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 비선형계획법으로 세워진 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad V = \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{w} \tag{1}$$

$$\text{Subject to} \quad \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{w} \geq K \tag{2}$$

$$\boldsymbol{l}^T \boldsymbol{w} = 1 \tag{3}$$

$$\boldsymbol{w} \geq \mathbf{0} \tag{4}$$

위의 모형은 공매도가 없다는 가정 하에 포트폴리오의 기대수익률($\boldsymbol{\mu}^T\boldsymbol{w}$)이 설정된 최저요구기대수익률($K$)을 만족시키도록 하고, 가용 금액을 100% 투자하면서, 포트폴리오의 분산(V)을 최소화하는 최적의 투자 비중($\boldsymbol{w}$)을 구하는 것을 목표로 한다. 위의 모형에서 공매도가 허용될 경우 식 (4)의 비음수 조건이 없는 형태가 되는데, 그런 경우 투자자의 성향에 따른 최적 포트폴리오 계산법은 Markowitz [21]에 구체적으로 소개 되어있다. 위의 모형은 비선형계획법 모형 중에서 목적함수가 한계 체감(decreasing marginal return)을 보이고 제약조건식이 모두 선형인 이차계획(quadratic programming)의 경우로, 상용 소프트웨어를 이용하여 글로벌 최적해를 효율적으로 구할 수 있다[1].

위의 포트폴리오 선정 모형은 주식 시장에서 최적 포트폴리오를 선정하는 데에 유용하게 사용 되는 반면, 외환 시장에서는 곧바로 적용하기 어렵다. 별도의 증거금 없이 투자자가 직접 종목을 거래할 수 있는 주식 시장과는 달리 외환 시장에서는 증거금을

바탕으로 거래가 이루어지는데, 이로 인해 주식 시장에서의 매수, 매도와 외환 시장에서 매수, 매도 포지션의 개념이 다르기 때문이다. 구체적으로 살펴보면, 주식 시장에서는 매수를 할 경우 어떤 회사의 주식을 매수하고 그 대가로 현금을 지불하는 형태의 거래가 이루어지며, 매도는 주식을 팔고 현금 받는 형태의 거래가 이루어진다. 반면, 투자자가 증거금 없이 자산을 매수 또는 매도하는 주식 시장의 거래와는 다르게, 외환 시장에서는 투자자가 증거금을 중개업자에게 맡기고 통화쌍의 매수 혹은 매도 포지션의 거래를 요청해야 한다. 만약 거래에서 손실이 발생한다면 중개업자는 투자자가 맡긴 증거금에서 손실이 발생한 만큼 차감하게 되는 것이다.

외환 시장에서 어떤 통화쌍에 대하여 매도 포지션을 취하는 것을 잘못 생각할 경우, 해당 통화쌍에 음수의 비중으로 투자를 하는 것으로 간주하여, 식 (4)를 삭제한 뒤 최적 투자 비중을 구하는 것과 같아 보일 수 있다. 그러나 앞서 설명한 바와 같이, 외환 시장에서의 투자는 증거금을 기반으로 이루어진다. 때문에, 각 통화쌍에 대한 투자 비중의 절대값의 합이 1을 넘게 되면 가용한 증거금을 초과하여 투자가 불가능하게 된다. 예를 들어, 비음수 조건을 삭제한 모형에서 A 종목과 B 종목에 각각 투자금의 -10%, 110% 비중으로 투자한다면 주식 시장의 경우, A 종목을 공매도하여 발생한 현금을 B 종목의 매수에 투자할 수 있다. 하지만 외환 시장에서는 A 종목의 매도 포지션 투자에 대해서도 똑같이 10%에 해당하는 증거금을 설정해야 하기 때문에 결과적으로 총 투자액이 증거금의 120%가 되어 투자가 불가하다. 따라서 증거금을 이용한 투자의 경우, 기존 포트폴리오 선정 모형에서 얻은 해로는 투자가 불가능하며, 식 (4)의 비음수 조건을 삭제하는 방법도 사용할 수 없다.

이러한 문제는 해당 통화쌍에 대하여 매수 포지션을 취하는 경우와 매도 포지션을 취하는 경우를 서로 다른 종목으로 설정하고 식 (4)의 비음수 조건을 삭제하지 않음으로써 해결할 수 있다. 다만 이렇게 투자를 하게 될 경우에는 동일 종목을 매수함과 동시에 매도를 하게 되어 수수료만 지불하는 비효율적인 상황이 발생할 수 있다. 이러한 상황을 방지하기 위하여 새롭게 제약조건을 추가하여 특정 통화쌍에 대하여 매수 포지션을 취할 경우 동일 통화쌍은 매도 포지션을 취하지 않고, 또 그 반대로 매도 포지션을 취할 경우 매수 포지션을 취하지 않도록 할 필요가 있다. 이러한 문제점을 보완한 모델로 최재호 등[5]은 증거금을 활용한 시장에서 사용할 수 있는 포트폴리오 선정 모형을 제안하였다. 그러나 제안된 모형은 통화쌍의 개수 N이 증가함에 따라 계산 시간이 기하급수적으로 증가하게 되어 효율성이 떨어지게 되는 문제점이 존재한다. 또한 제안된 모형은 투자 대상 통화쌍에 대하여 매수 포지션을 선택할지, 매도 포지션을 선택할지에 따라 수익률이 크게 좌우되는 특징이 존재하는데, 이러한 중요성에도 불구하고 통화쌍에 대한 매수 및 매도 포지션의 선택 기준을 오로지 전체 포트폴리오의 분산 최소화로만 설정했다는 한계점이 존재한다. 이러한 단점들을 보완하고자, 본 연구에서는 마코브 체인을 활용하여 통화쌍의 수익률을 예측하고, 이를 기반으로 매수/매도 포지션을 결정하여 최적 포트폴리오를 구성하는 새로운 외환 시장 포트폴리오 선정 모형을 제안한다.

2.2 외환 시장에서의 환율 움직임 예측 및 포트폴리오 선정 모형

외환 시장에 투자함에 있어서 중요한 요소 중 하나는, 각 통화쌍 환율의 상승 혹은 하락을 예측하는 것이다. 본 논문에서는 이러한 통화쌍 환율의 등락에 대한 예측을 기반으로 각 종목의 기대수익률을 계산하고, 더 나아가 통화쌍에 매도/매수 포지션 투자 여부를 결정하기 위해 마코브 체인을 이용한다. 외환 시장 투자를 위한 마코브 체인 모형을 구성함에 있어서 각 상태의 정의, 과거 데이터를 기반으로 한 전이확률행렬(transition matrix)의 학습 및 기대수익률 예측, 이를 활용한 포트폴리오 선정 모형 등을 이하 절에서 구체적으로 설명한다.

2.2.1 상태(State)의 정의

상승세에 있는 통화쌍이 계속 상승세를 유지할 확률, 혹은 하락세로 전환될 확률 등이 각 통화쌍의 내재적 특성에 따라 결정된다고 가정하면, 시장의 움직임을 바탕으로 '상승세'와 '하락세'를 상태(state)로 나타내어 통화쌍의 등락을 마코브 모형으로 예측할 수 있다. 투자 시점에서 시장 상황을 표현하고 이를 마코브 체인으로 모형화 하기 위한 상태를 정의함에 있어 본 논문에서는 아래와 같이 기호를 정의한다.

- $\hat{\mu}(t)$: 투자하는 시점 t에 대상 시장의 기대수익률
- $\hat{\sigma}(t)$: 투자하는 시점 t에 대상 시장 수익률의 표준편차
- $r(m)_n$: 과거 m시점에서 $m+1$시점 간 통화쌍 n이 달성한 수익률
- $\boldsymbol{r}(m)$: 과거 m시점에서 $m+1$시점 간 N개의 투자 대상 통화쌍의 수익률을 나타내는 열 벡터, 즉, $\boldsymbol{r}(m)=((r(m)_1, \cdots, r(m)_n, \cdots, r(m)_N)^T$

투자자에 따라서 투자 시점 t에 투자 대상 통화쌍으로 구성된 시장의 기대수익률 $\hat{\mu}(t)$와 수익률의 표준편차 $\hat{\sigma}(t)$를 측정하는 방법은 여러 가지가 있을 수 있다. 본 논문에서는 객관적인 수치를 바탕으로 시장의 동향을 파악하는 투자 모형 개발을 위해, 아래와 같이 투자 대상 종목의 과거 수익률 데이터 $\boldsymbol{r}(m)$을 이용하여 계산하는 방법을 제안한다.

- M : 참조하는 과거 데이터의 개수
- $\boldsymbol{R}(t)$: t시점을 기준으로 M개의 과거 $\boldsymbol{r}(m)$ 관측치를 열로 가지는 $N\times M$ 행렬, 즉,

$$\boldsymbol{R}(t)=[\boldsymbol{r}(t-M), \cdots, \boldsymbol{r}(m), \cdots, \boldsymbol{r}(t-1)]$$
$$=\begin{bmatrix} r(t-M)_1 & \cdots & r(t-1)_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r(t-M)_N & \cdots & r(t-1)_N \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mu}(t)=\frac{\boldsymbol{l}^T\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{l}}{NM} \tag{5}$$

$$\hat{\sigma}(t)=\frac{\|\boldsymbol{R}(t)-\hat{\mu}(t)\boldsymbol{l}\boldsymbol{l}^T\|_F}{\sqrt{NM}} \tag{6}$$

위 식 (6)에서, $\|\boldsymbol{A}\|_F$는 행렬 $\boldsymbol{A}$의 프로베니우스 놈(Frobenius norm)으로, 행렬 $\boldsymbol{A}$의 i번째 행과 j번째 열의 항을 a_{ij}로 정의할 경우, $\|\boldsymbol{A}\|_F=\sqrt{\Sigma_i\Sigma_j|a_{ij}|^2}$로 계산된다. 즉, $\hat{\mu}(t)$는 과거 M구간 동안 관찰된 NM개의 투자 대상 통화쌍의 수익률 $r(m)_n$을 모두 평균하여 계산되며, $\hat{\sigma}(t)$는 관찰된 $r(m)_n$의 표준편차로 계산된다. 이렇게 계산된 $\hat{\mu}(t)$와 $\hat{\sigma}(t)$를 이용하여 t시점에 N개 통화쌍으로 이루어진 시장의 전반적인 동향을 파악할 수 있다. 이러한 전체 시장의 수익률 대비 각 통화쌍이 달성한 수익률을 기준으로 통화쌍의 상태(state)를 구분할 수 있는데, 본 논문에서는 다음과 같이 총 Q개의 상태 q를 구분하는 방법을 제안한다. 우선, t시점에 통화쌍의 상태를 구분하기 위한 기준치 벡터 $\boldsymbol{d}(t)=(d(t)_1, \cdots, d(t)_{Q+1})$의 각 항 $d(t)_q$를 아래와 같이 설정한다.

$$d(t)_q=\begin{cases} -\infty, & q=1 \\ \infty, & q=Q+1 \\ \hat{\mu}(t)+\left(q-\frac{Q}{2}-1\right)\hat{\sigma}(t), & \text{otherwise} \end{cases} \tag{7}$$

위 식 (7)을 이용하여 기준치 벡터 $\boldsymbol{d}(t)$를 설정한 후, m시점에 관찰된 통화쌍 n의 상태를 다음과 같이 설정한다.

- $\boldsymbol{X}(m)$: m시점에 총 N개의 투자 대상 통화쌍 n의 상태를 나타내는 열 벡터, 즉, $\boldsymbol{X}(m)=(X(m)_1, \cdots, X(m)_n, \cdots, X(m)_N)^T$

$$X(m)_n=q \text{ such that } d(t)_q<r(m)_n\le d(t)_{q+1} \tag{8}$$

본 논문에서는 각 통화쌍의 수익률을 총 4개의 상태로 구분($Q=4$)하여 위 식 (7)을 이용해 기준치 벡터 $\boldsymbol{d}(t)=(-\infty, \hat{\mu}(t)-\hat{\sigma}(t), \hat{\mu}(t), \hat{\mu}(t)+\hat{\sigma}(t), \infty)$를 설정한다. 설정된 $\boldsymbol{d}(t)$와 식 (8)로 투자 시점 t에 통화쌍 n의 과거 m시점 상태를 계산하면, $r(m)_n\le\hat{\mu}(t)-\hat{\sigma}(t)$일 경우 상태 1($X(m)_n=1$), $\hat{\mu}(t)-\hat{\sigma}(t)<r(m)_n\le\hat{\mu}(t)$일 경우 상태 2($X(m)_n=2$), $\hat{\mu}(t)<r(m)_n$

$\le \hat{\mu}(t) + \hat{\sigma}(t)$일 경우 상태 3($X(m)_n = 3$), $r(m)_n > \hat{\mu}(t) + \hat{\sigma}(t)$일 경우 상태 4($X(m)_n = 4$)로 구할 수 있다. 다시 말해, 투자 시점의 시장 상황을 기준으로 상대적으로 낮은 수익률을 달성한 경우 '하락세'인 상태 1 혹은 2로 구분되며, 반대로 비교적 높은 수익률을 달성한 경우는 '상승세'인 상태 3 혹은 4로 구분이 된다. 이 때, 통화쌍의 과거 상태는 항상 투자 시점의 시장 상황($\hat{\mu}(t), \hat{\sigma}(t)$)에 의해 결정된다.

2.2.2 전이확률행렬의 학습 및 기대수익률 예측

과거에 관찰된 투자 대상 통화쌍의 상태를 바탕으로 통화쌍의 수익률 변화를 예측하기 위해서는, 각 통화쌍 n에 대한 투자 시점 t의 전이확률행렬 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$을 계산해야 한다. 본 논문에서는 과거 관측치 $\boldsymbol{X}(m)$을 이용하여 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$을 추정하기 위해 아래와 같이 m시점에 통화쌍 n의 상태에 대한 $Q\times 1$ 지표 벡터(indicator vector) $\boldsymbol{g}(m, n)$을 정의한다.

$$\boldsymbol{g}(m, n) = (g(m, n)_1, \cdots, g(m, n)_Q)^T$$

$$\text{여기서 } g(m, n) = \begin{cases} 1, & \text{if } X(m)_n = q \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{9}$$

예를 들어, 총 4개의 상태 중 m시점에 통화쌍 n의 상태가 2($X(m)_n = 2$)로 계산된다면, $\boldsymbol{g}(m, n)$은 $(0, 1, 0, 0)^T$가 된다. 이를 이용하여 t시점을 기준으로 M개의 과거 $\boldsymbol{g}(m, n)$ 관측치를 열로 가지는 $Q\times M$ 행렬 $\boldsymbol{G}(t, n) = [\boldsymbol{g}(t-M, n), \cdots, \boldsymbol{g}(m, n), \cdots, \boldsymbol{g}(t-1, n)]$을 정의 하면, 전이확률행렬 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$의 각 항 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)_{uv} = P\{X(t+1)_n = v | X(t)_n = u\}$는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\boldsymbol{c}(t, n) = \boldsymbol{G}(t, n)\boldsymbol{l} = (c(t, n)_1, \cdots, c(t, n)_Q)^T \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\Pi}(t, n)_{uv} \tag{11}$$

$$= \frac{1}{c(t, n)_u} \sum_{m=t-M}^{t-1} g(m, n)_u \times g(m+1, n)_v$$

위 식 (10)에서 $\boldsymbol{c}(t, n)$은 통화쌍 n의 과거 M개 관측치 중 각 상태가 관찰된 횟수를 나타내는 $Q\times 1$ 열 벡터이고, $c(t, n)_q$는 그 벡터의 q번째 항, 즉 상태 q가 관찰 된 횟수를 의미한다. 식 (11)은 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)_{uv}$를 계산하는 데에 있어서, 관찰된 과거 데이터에서 통화쌍 n이 실제로 상태 u에 있었던 횟수 ($c(t, n)_u$)와, 그 중 상태 u에 있다가 상태 v로 전이한 경우의 수($\sum_{m=t-M}^{t-1} g(m, n)_u \times g(m+1, n)_v$) 간의 비율을 이용한다.

위와 같이 구한 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$을 이용하여 각 통화쌍 n에 대한 t시점의 기대수익률을 예측하는 데에 있어, 우선 투자 대상 시장에서 각 상태 q에 대한 t시점의 기대수익률 $\hat{e}(t)_q$를 다음과 같이 계산한다.

$$\hat{e}(t)_q = \frac{1}{c(t)_q} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=t-M}^{t-1} r(m)_n\, g(m, n)_q,$$

$$\text{여기서 } c(t)_q = \sum_{n=1}^{N} c(t, n)_q \tag{12}$$

식 (12)에서 $c(t)_q$는 참조하는 과거 데이터 전체에서 상태 q가 관찰된 횟수를 나타내며, 이를 이용하여 계산된 $\hat{e}(t)_q$는 참조하는 과거 데이터 중 상태가 q인 모든 관측치의 수익률 평균을 나타낸다. 즉, 본 연구에서는 과거에 상태가 q인 모든 통화쌍이 평균적으로 달성한 수익률을 기반으로, 다음 시점에 상태가 q인 통화쌍이 달성할 수익률을 예측한다. 예를 들어, 현 시점에서 과거에 상태 1에 있었던 모든 통화쌍의 수익률 평균이 2.6%였다면, 우리는 다음 시점에 상태 1로 전이하는 통화쌍도 평균적으로 2.6%의 수익을 달성할 것이라고 예측한다.

위에서 계산한 전이확률행렬 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$과 각 상태 q의 기대수익률을 나타내는 $Q\times 1$열 벡터 $\hat{e}(t) = (\hat{e}(t)_1, \cdots, \hat{e}(t)_q, \cdots, \hat{e}(t)_Q)^T$를 이용하여, t시점에 통화쌍 n의 기대수익률 $\tau(t)_n$은 다음과 같이 계산한다.

$$\tau(t)_n = \boldsymbol{g}(t, n)^T \boldsymbol{\Pi}(t, n) \hat{\boldsymbol{e}}(t) \tag{13}$$

즉, $\tau(t)_n$은 t시점의 투자 대상 시장에서 각 상태의 기대수익률 $\hat{\boldsymbol{e}}(t)$를 통화쌍 n이 현재 상태에서 다음 시점에 각 상태로 전이할 확률 $\boldsymbol{g}(t, n)^T \boldsymbol{\Pi}(t, n)$으로 가

중평균 한 값으로 계산된다. 예를 들어, t시점에 통화쌍 n이 총 4개의 상태 중 상태 2에 있다면($X(t)_n = 2$), 통화쌍 n의 기대수익률 $\tau(t)_n$은 t시점에 각 상태에 대한 기대수익률 $\hat{e}(t)$와 전이확률행렬 $\boldsymbol{\Pi}(t, n)$의 2번째 행 $\boldsymbol{g}(t, n)^T \boldsymbol{\Pi}(t, n) = (0, 1, 0, 0)\boldsymbol{\Pi}(t, n)$간의 곱으로 계산된다.

2.2.3 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형

제 2.1절에서 언급한 외환 시장에서 기존 포트폴리오 선정 모형의 한계를 극복하기 위해, 본 논문에서는 최재호 등[5]을 따라, 각 통화쌍 n에 대해 매수 포지션에 투자하는 경우와 매도 포지션에 투자하는 경우를 서로 다른 두 가지 투자 종목으로 구분하고, 각 종목에 투자하는 비중의 벡터와 매수/매도 포지션에 대한 투자 여부를 나타내는 벡터를 아래와 같이 정의한다.

- y_n : 포트폴리오에서 통화쌍 n의 매수 포지션에 투자하는 비율($n = 1, 2, \cdots, N$)
- y_{n+N}: 포트폴리오에서 통화쌍 n의 매도 포지션에 투자하는 비율($n = 1, 2, \cdots, N$)
- $\boldsymbol{y}$: 포트폴리오에서 각 종목에 투자하는 비율을 나타내는 $2N \times 1$열 벡터$(y_1, \cdots, y_{2N})^{\mathrm{T}}$
- z_n : 통화쌍 n의 매수 포지션에 대한 투자 여부 (0 = 투자 금지, 1 = 투자; $n = 1, 2, \cdots, N$)
- z_{n+N}: 통화쌍 n의 매도 포지션에 대한 투자 여부 (0 = 투자 금지, 1 = 투자; $n = 1, 2, \cdots, N$)
- $\boldsymbol{z}$: 각 종목에 대한 투자 여부를 나타내는 $2N \times 1$열 벡터$(z_1, \cdots, z_{2N})^{\mathrm{T}}$

이에 더불어, 이진변수를 사용함으로써 최적화 모형의 복잡도가 높아진 최재호 등[5]의 한계를 극복하기 위해, 본 논문에서는 식 (13)를 통해 계산된 $\tau(t)_n$을 이용하여 각 통화쌍 n에 매수/매도 포지션 투자 여부를 미리 결정하는 모형을 다음과 같이 제안한다. 우선, 각 통화쌍에 대한 매수/매도 포지션 투자 여부를 결정하기 위해 $\tau(t)_n$을 다음과 같이 확장하여 정의한다.

- τ_n : 통화쌍 n의 매수 포지션의 기대수익률, $\tau_n = \tau(t)_n \quad (n = 1, 2, \cdots, N)$
- τ_{n+N}: 통화쌍 n의 매도 포지션의 기대수익률, $\tau_{n+N} = -\tau(t)_n (n = 1, 2, \cdots, N)$
- $\boldsymbol{\tau}$: 각 투자 종목의 기대수익률을 나타내는 $2N \times 1$열 벡터$(\tau_1, \cdots, \tau_{2N})^{\mathrm{T}}$

$\boldsymbol{\tau}$를 바탕으로, 각 통화쌍의 매수/매도 포지션에 대한 투자 여부를 나타내는 열 벡터 $\boldsymbol{z}$의 각 항 z_n은 다음과 같이 미리 결정한다.

$$z_n = \begin{cases} 1, & \text{if } \tau_n \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{14}$$

τ_n과 τ_{n+N}의 정의에서, $\tau_{n+N} = -\tau_n$이기 때문에, $z_n z_{n+N} = 0$과 $z_n z_{n+N} = 1 (n = 1, 2, \cdots, N)$을 항상 만족시킨다. 즉, 모든 통화쌍에 대해 반드시 매수 혹은 매도 포지션 중 한 가지에 대해 투자를 하게 되며, 한 통화쌍에 대해 매수/매도 포지션을 동시에 취하는 경우는 발생하지 않는다. 이는 직관적으로 외환 시장에서, 통화쌍에 대한 매수 포지션에 대해 양의 수익률이 기대되면, 매도 포지션에 대해서는 음의 수익률이 기대되고, 반대로 매수 포지션에 대해 음의 수익률이 기대되면, 매도 포지션에 대해서는 양의 수익률을 기대한다는 현실적인 측면을 반영하고 있다. 이렇게 마코브 체인을 이용하여 예측한 기대수익률 $\boldsymbol{\tau}$를 기반으로 각 통화쌍에 대한 매수/매도 포지션 투자 여부 $\boldsymbol{z}$를 결정한 후에, 다음 모형을 이용하여 외환 시장에서 포트폴리오를 구성하기 위한 추가적인 변수는 아래와 같이 정의 한다.

- $\boldsymbol{\Gamma}$: 각 투자 종목의 수익률에 대한 $2N \times 2N$ 분산/공분산 행렬
- $\boldsymbol{Z}$: 각 통화쌍에 대한 매수/매도 포지션 투자 여부를 나타내는 $2N \times 2N$ 대각행렬

$$\boldsymbol{Z} = diag(\boldsymbol{z}) = \begin{bmatrix} z_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & z_{2N} \end{bmatrix} \tag{15}$$

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 새롭게 제안하는 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize} \quad V = \boldsymbol{y}^T Z\Gamma Z\boldsymbol{y} \tag{16}$$
$$\text{Subject to} \quad \boldsymbol{\tau}^T \boldsymbol{y} \geq K \tag{17}$$
$$\boldsymbol{l}^T \boldsymbol{y} = 1 \tag{18}$$
$$\boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{z} \tag{19}$$
$$\boldsymbol{y} \geq 0 \tag{20}$$

위 모형의 식 (19)를 통해 z_n 혹은 z_{n+N}의 값이 0일 경우에 해당 통화쌍의 매수 혹은 매도 포지션에 투자하지 않도록 설정하였다. 식 (20)의 비음수 조건과 식 (18)에서 총 합을 1로 유지하도록 하는 제약조건을 추가하여 전체 투자 총액이 투자자의 증거금을 초과하지 않도록 설정한다.

이러한 제약조건을 바탕으로 설정된 위 모형은, 앞서 언급한 초과 투자 문제와 매수 및 매도 포지션에 동시에 투자하는 문제를 해결할 수 있다. 이와 같은 문제는 외환 시장뿐만 아니라, 옵션, 파생상품 시장을 비롯하여 증거금을 기반으로 거래가 이루어지는 모든 시장에서 발생하는 문제이다. 따라서, 본 논문에서 제안하는 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형은 단순히 외환 시장에만 적용 가능한 것이 아니라, 증거금을 바탕으로 매수, 매도 포지션을 취하여 거래가 이루어지는 모든 시장으로 확장될 수 있다.

식 (16)의 목적함수에 포함되는 $Z\Gamma Z$는, 기존 $2N$개의 종목에 대한 분산/공분산 행렬 Γ에서 $z_n = 0$, $(n = 1, 2, \cdots, 2N)$인 종목 n에 해당하는 행과 열을 0으로 설정한 행렬로, 반정부호(positive semi-definite) 행렬이며, 식 (17)~식 (20)의 제약조건은 모두 선형으로, 위 모형은 볼록계획법(quadratic programming) 모형이고, 그 복잡도는 기존의 포트폴리오 선정 모형과 동일하다. 이에 따라 계산 시간이 최재호 등[5]에서 제안한 모형 대비 단축되는 효과를 볼 수 있으며, 단순히 과거 데이터를 바탕으로 한 이동평균이 아니라 마코브 체인을 활용하여 현재 시장 상황에 따른 기대수익률을 계산하기 때문에 시장 상황에 보다 민감하게 반응할 수 있다는 장점이 존재한다.

3. 외환 시장에서의 투자 실험

3.1 투자 대상

투자를 진행할 통화쌍은 기축통화인 USD가 포함된 주요 통화쌍 중, 최근 9년간 가장 거래가 많았던 통화쌍 7개를 선정하였다. <표 1>은 선정된 통화쌍에 관한 정보를 기입한 것이다.

〈표 1〉 외환 시장 거래량 상위 7개 통화쌍

통화쌍	2005~2013년 월 평균 거래량 (단위 : million USD)
USD/JPY	18,136,471
EUR/USD	14,555,129
AUD/USD	13,752,670
USD/CHF	10,421,998
GBP/USD	6,735,690
NZD/USD	6,494,468
USD/CAD	4,292,333

앞서 제 2장에서 설명한 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 바탕으로 본 연구에서는 <표 1>에 나온 7개의 통화쌍을 매수와 매도 포지션의 경우를 구분하여 총 14개의 종목에 투자를 진행한다. 본 연구에서는 기축 통화인 USD의 상대적 가치를 나타내는 대표적 지수인 Dollar Index와 투자 가능한 N개의 종목에 동일한 비중으로 투자하는 1/N Portfolio, 외환 시장에 투자하는 헤지 펀드들의 성과를 추적하는 Barclay BTOP FX Index를 벤치마크로 선정하였다. Dollar Index는 유로(EUR), 일본 엔(JPY), 영국 파운드(GBP), 캐나다 달러(CAD), 스웨덴 크로네(SEK), 스위스 프랑(CHF)에 대한 USD 가치를 지수화한 것으로, 1973년 3월을 기준점으로 하여 미국 연방준비제도이사회(FRB)에서 발표하며, 각 국가의 경제규모에 비례해 통화의 비중이 결정된다. 1/N Portfolio는 전체 자산을 동일한 비중으로 나누어 각 종목에 투자하는 것으로, 포트폴리오 투

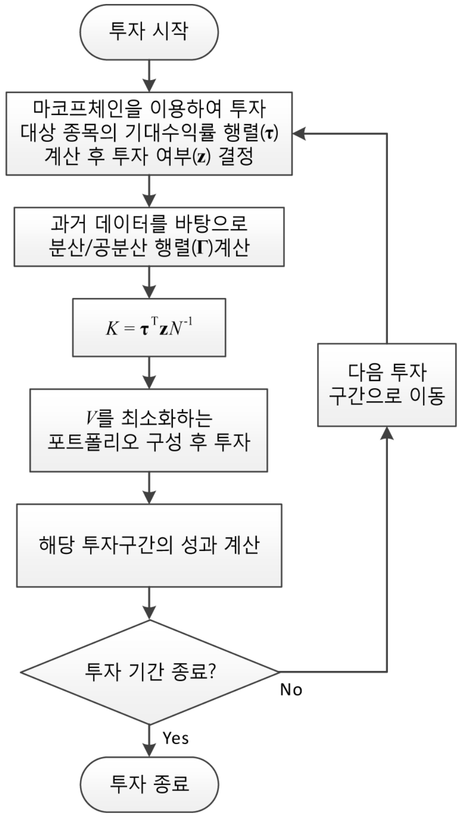
자의 성과를 살펴보기 위해서는 반드시 포함해야 하는 벤치마크로 지목되는 투자 방법이다[7, 11]. 본 실험에서는 투자 대상 통화쌍 7개에 동일한 비중으로 매수 포지션을 취하며, 매달 1/N로 리밸런싱하는 전략으로 1/N Portfolio 를 운영한다. Barclay BTOP FX Index는 외환 시장에 투자하는 대형 헤지 펀드들의 성과를 지수화 한 지표이다. Dollar Index와 1/N Portfolio는 전통적인 투자의 관점에서 우수하다고 여겨지는 투자 방법이며, Barclay BTOP FX Index는 실제 현업에서 활동하는 다양한 헤지 펀드들에 대한 평가 지표이다. 본 연구에서는 이러한 벤치마크들에 대해 금융위기 이전 구간과 이후 구간으로 나누어 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형과 그 성과를 비교한다.

3.2 투자 기간

본 실험에서는 벤치마크 중 하나로 삼은 Barclay BTOP FX Index가 2005년부터 집계되었기 때문에, 2005년 개장일인 1월 2일부터 2013년 12월 31일 폐장일까지의 최근 9년을 실험 기간으로 설정하고 이 기간 동안 제 2장에서 소개한 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 가상으로 투자하는 실험을 진행한다. 이 기간은 전 세계 시장에서 큰 이벤트가 없었던 2005년부터 시작하여 2007년 말 미국의 서브프라임 모기지 사태 및 2008년 9월 리만 브라더스 발 금융위기로 세계 경제가 위기에 빠졌던 시기와 그 뒤로 이어진 2011년 말 그리스 재정위기와 유럽발 금융위기 등을 모두 포함하고 있다. 이처럼 다양한 변화가 관찰되는 기간에 대해 실험을 함으로써, 상대적으로 안정적인 시기뿐만 아니라 급격한 경기 침체와 같은 경제 현상에 대해 모형의 효용성을 살펴보고자 한다.

3.3 투자 알고리즘

본 연구에서는 외환 시장 관련 데이터를 제공하는 중개업체[10]에서 해당 기간의 일간 전일대비 절대수익률을 수집하여 Markov-Margin 포트폴리오 모형의 입력값이 되는 기대수익률 τ와 분산/공분산 행렬 Γ를 계산하고, 이를 바탕으로 Markov-Margin 포트폴리오 모형을 이용하여 최적 포트폴리오를 구성하였다. 자료참조기간은 리밸런싱 시점마다 가장 최근 1년으로 설정하였다. [그림 1]은 투자 프로세스를 하나의 순서도로 정리한 것이다.



[그림 1] 실험과정 순서도

과거 데이터를 기반으로 각종 입력값을 계산한 뒤, Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 실제 투자에 적용하기 위해서는 투자자가 최저요구기대수익률(K)을 설정해야 한다. 본 논문에서는 K를 설정하는 데에 있어서 시장의 움직임에 대한 객관적 예측을 반영하여 동적으로 최저요구기대수익률을 설정하는 것이 포트폴리오 투자에 있어 우수한 성과를 달성한다는 최근의 연구[14]를 바탕으로, 투자가 결정된 통화쌍 포지션들의 기대수익률의 평균값(

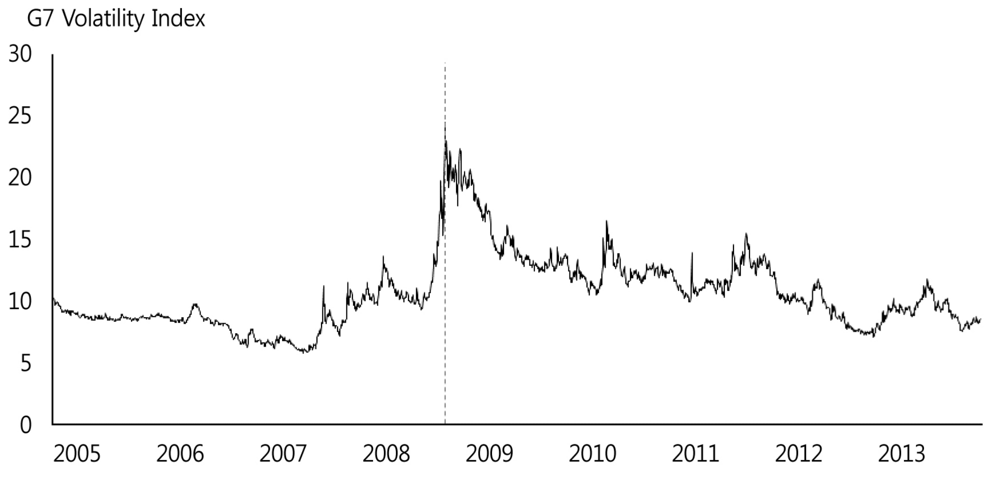
$\tau^T zN^{-1}$)을 사용한다. 또한 과거 수익률 데이터를 바탕으로 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 이용하여 포트폴리오를 설정한 뒤 시간이 지나면서 생긴 외환 시장의 변화를 반영하기 위하여 일정한 간격으로 리밸런싱을 통해 포트폴리오를 재구성하였다. 본 연구에서 사용하는 데이터가 일간 데이터이기 때문에, 포트폴리오 리밸런싱 주기는 새로운 데이터가 관찰되는 주기와 동일하게 매일 리밸런싱을 하는 것으로 설정하였다. 위와 같은 프로세스를 통해 운영되는 가상 펀드를 이하 장에서는 'FX Fund'라고 칭하겠다.

4. 투자 결과 비교

본 연구에서는 2005년 개장일부터 2013년 폐장일까지 최근 9년에 걸친 투자 기간에 대한 FX Fund의 성과를 살펴보고, 특히 외환 시장의 전반적인 움직임에 따라 금융위기 이전과 이후로 구분되는 각 구간에 대해 수익률 측면에서 살펴본다. 이 때, 금융위기의 기준점으로 삼는 시점은 2008년 9월 리만 브라더스의 파산이며, 2008년 9월 이전까지의 시기를 금융위기 이전으로 분류하고 2008년 10월부터 2013년 12월까지를 금융위기 이후의 구간으로 설정하였다. 이 때, 각 구간의 누적수익률뿐만 아니라 샤프 지수(Sharpe ratio)를 이용하여 FX Fund와 벤치마크 지수의 성과를 비교하였다. 샤프 지수는 포트폴리오가 달성한 수익률을 포트폴리오 수익률의 변동성으로 나눈 비율로 나타낸 지수로, 그 숫자가 높을수록 위험대비 높은 수익률을 달성하여 효율적인 포트폴리오임을 나타낸다. 본 논문에서 샤프 지수를 계산하는 데에는 Sharpe[27]에서 제시한 ex post Sharpe ratio의 계산법을 따랐다. 이하 제 4.1절에서는 금융위기 전후의 외환 시장 특성을 살펴보고, 제 4.2절에서는 벤치마크와 본 논문에서 제시하는 알고리즘을 바탕으로 운영되는 FX Fund의 성과를 비교해본다.

4.1 금융위기 전후의 외환 시장 특성 비교 및 벤치마크 설정

본 연구의 실험에서는 실험 구간을 2008년 9월 리만 브라더스 파산 이전과 이후 두 구간으로 나누었다. 두 구간의 특징을 변동성 측면에서 비교하기 위하여 JP Morgan에서 외환 시장의 변동성을 수치화하기 위해 주요 7개국 통화의 변동성을 지수로 만든 JP Morgan G7 Volatility Index를 살펴보고자 한다. [그림 2]는 2005년부터 2013년까지 JP Morgan G7 Volatility Index의 움직임을 나타낸 그래프이다.

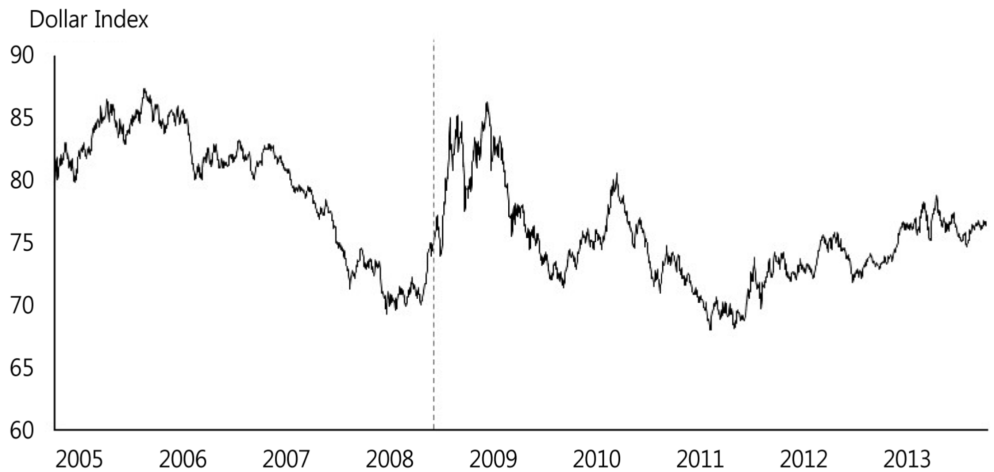


[그림 2] JP Morgan G7 Volatility Index

지수의 움직임은 2008년 9월 리만 브라더스 파산을 기점으로 큰 변화를 보이게 된다. 금융위기 이전에는 지수의 평균값이 8.88이였던 반면, 금융위기 이후에는 지수의 평균값이 11.89로 약 34% 증가하였다. 이는 금융위기 이전보다 금융위기 이후에 변동성이 크게 증가하였으며 시장의 특성이 바뀌었음을 시사한다. 따라서 본 연구는 금융위기 이전의 시장을 안정적인 시장으로 파악하고, 금융위기 이후의 시장이 변동성이 급증한 시장으로 파악하여, 환경이 서로 다른 시장에 대하여 각 투자 모형이 어떠한 성과를 내는지를 파악해 볼 것이다.

벤치마크로는 USD의 가치를 지수화한 Dollar Index, 투자 가능한 N개의 자산을 1/N의 비중으로 매수한 1/N Portfolio, 외환 시장에 투자하는 다양한 펀드들의 성과를 지수화한 Barclay BTOP FX Index를 FX Fund와 비교한다. Dollar Index는 전통적으로 안전하다고 여겨져 온 USD의 가치를 다른 통화와 비교하여 지수화 한 것으로, [그림 3]은 2005년부터 2013년 동안 Dollar Index의 움직임을 그래프로 표현한 것이다.

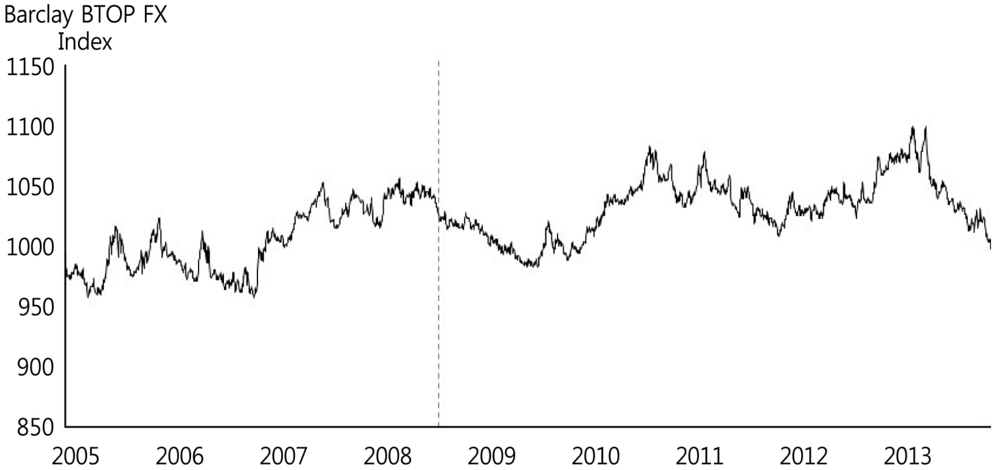
1/N Portfolio는 과거 문헌에서 매우 효율적인 투자로 인식되어 왔으며, 포트폴리오 선정 모형의 성과를 평가하는 데에 있어 반드시 포함해야 하는 가장 기본적인 벤치마크로 지목된다[7, 11]. Barclay BTOP FX Index는 시스템 트레이딩과 알고리즘 트레이딩을 이용하여 절대 수익을 추구하는 다양한 펀드들이 포함되어 있다. <표 2>는 Barclay BTOP FX Index에 편입된 펀드를 나타낸 것이며 [그림 4]는 같은 기간 동안 Barclay BTOP FX의 움직임을 나타낸다.



[그림 3] 2005~2013년 동안 Dollar Index의 움직임

〈표 2〉 Barclay BTOP FX Index 구성 펀드

헤지 펀드	펀드명
Civic Capital Advisors, LLC	CC Currency Fund LP
Excalibur Funds Mgmt. Pty	Excalibur Gl. Macro Fund
FDO Partners, LLC	Emerging Markets Quant. Currency
Harmonic Capital	Alpha Plus Global Currency
Harness Investment Group Limited	FX
Hathersage	Long Term Curr
IPM Informed Portfolio Mgmt.	IPM Systematic Curr. C
P/E Investments	FX Strategy-Aggressive
Premium Currency Advisors AG	Premium Currencies
Rhicon Currency Management(Pte) Ltd	Strategic

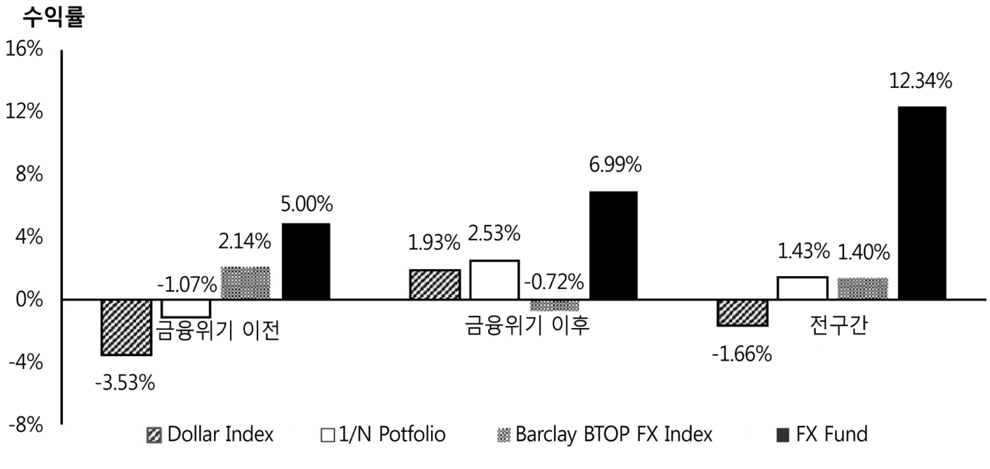


[그림 4] 2005~2013년 동안 Barclay BTOP FX의 움직임

4.2 벤치마크와 FX Fund와의 비교

이번 절에서는 위에서 설명한 다양한 벤치마크들과 FX Fund의 성과를 금융위기 이전과 이후로 구분하고 수익률과 Sharpe ratio의 측면에서 비교한다. 먼저 [그림 5]는 벤치마크와 FX Fund의 성과를 수익률 측면에서 그래프로 비교한 것이다.

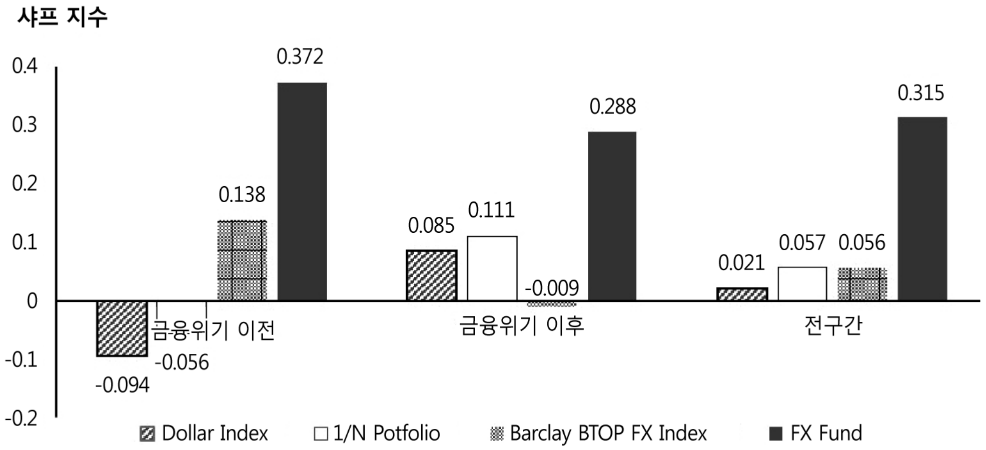
외환 시장에서 Dollar Index는 2005년부터 2013년까지 최근 총 9년 동안 1.66% 하락하였다. 이는 가장 안전한 자산 중 하나라고 여겨지는 USD에 대한 투자가 항상 옳지는 않는다는 사실을 보여준다. 효율적인 투자 중 하나로 여겨지는 1/N Portfolio는 같은 기간 동안 1.43%의 수익을 거두었으며, Barclay BTOP FX Index가 1.40%의 수익률을 거두었다. 반면 FX Fund의 경우 같은 기간에 누적수익률 12.34%를 달성함으로써 다른 벤치마크에 비하여 우수한 성과를 기록하였다. 그래프에서 2008년 금융위기를 기점으로 Dollar Index와 1/N Portfolio, Barclay BTOP FX Index의 수익률이 크게 변하는 것을 확인할 수 있는 반면, 본 논문에서 제시하는 FX Fund의 수익률은 매우 강건한 모습을 보여주는 것을 확인할 수 있다. 금융위기 이전 시기의 투자에서 Dollar



[그림 5] 벤치마크와 FX Fund의 금융위기 전후의 수익률

Index는 -3.53%의 수익률을 보여주고 있다. 이는 안전자산이라고 여겨지는 USD의 가치 하락이 일어났음을 의미한다. 1/N Portfolio는 -1.07%의 수익률을 보여주며 Dollar Index에 비하여 좋은 성과를 보여주고 있는데, 이는 투자 대상 통화쌍 7개 가운데 4개의 통화쌍에서 USD를 매도했기 때문으로 보인다. Barclay BTOP FX Index는 2.14%의 수익률을 기록하여 다른 벤치마크보다 좋은 성과를 보여주고 있다. 이에 비해 각 통화쌍의 매수와 매도 포지션을 자유롭게 활용하는 FX Fund의 투자 성과는 5.00%로 다른 벤치마크에 비하여 좋은 성과를 보여주고 있다. 전 세계 시장에 강한 쇼크를 몰고 온 리만 브라더스 파산 이후로 투자는 급격하게 다른 양상을 보이게 된다. Dollar Index는 이 구간에서 역시 1.93%로 어느 정도 가치를 회복하는 모습을 보여주고 있으며 1/N Portfolio는 금융위기 이전과는 달리, 2.53%을 기록함으로써 Dollar Index와 크게 차이가 나지 않는 성과를 보여준다. Barclay BTOP FX Index의 경우 금융위기 이전과는 달리 -0.72%로 음의 수익률을 기록한다. 그러나 FX Fund의 투자 수익률은 6.99%로 여전히 다른 벤치마크보다 좋은 모습을 발견할 수 있다. 벤치마크의 성과는 금융위기를 기점으로 하여 크게 차이가 나는 모습을 보여주고 있으며, 따라서 금융위기 이후 바뀐 시장의 특성 때문에 투자 모형의 성과가 달라졌다고 해석할 수 있다. 반면 FX Fund는 변동성이 낮은 시장 상황과 상대적으로 변동성이 증가한 시장 상황 모두에서 벤치마크에 비하여 우수한 성과를 거두고 있으며 꾸준하게 양의 수익률을 달성하는 모습으로 미루어 보아, 상당히 우수한 투자 모형이라고 할 수 있고, 특히 다른 모형에 비하여 매우 강건한 모습을 보여주고 있다. 이를 바탕으로 2008년에 발발한 금융위기로 인하여 바뀐 외환 시장의 특성으로 인해 다른 지수 및 모형은 금융위기 이전과 이후의 투자 성과가 크게 차이가 난다고 유추해 볼 수 있으며, 바뀐 시장 특성에서도 본 논문에서 제시한 알고리즘을 바탕으로 운영되는 FX Fund의 경우 시장 상황의 변화에도 불구하고 꾸준히 좋은 성과를 내고 있음을 알 수 있다. [그림 6]은 이러한 차이를 샤프 지수 측면에서 살펴본 것이다.

앞서 살펴본 차이를 조금 더 자세히 분석하기 위하여 수익률뿐만 아니라 변동성을 함께 고려한 샤프 지수를 구간별로 살펴보았다. 금융위기 이전의 투자구간에서는 Dollar Index와 1/N Portfolio의 샤프 지수가 음의 값을 기록하여 좋지 않은 성과를 보이고 있는 반면, Barclay BTOP FX Index는 0.138로 다른 벤치마크에 비하여 좋은 성과를 보이고 있으며, FX Fund의 샤프 지수는 0.372로 보다 더 높은 수치를 기록하고 있다. 금융위기 이후의 투자에서는 금융위기 이전과는 다른 양상을 보여주



[그림 6] 벤치마크와 FX Fund의 각 구간별 샤프 지수

는데, Dollar Index와 1/N Portfolio의 샤프 지수가 모두 양의 값을 가지며 나아진 모습을 보이는 반면, Barclay BTOP FX Index는 -0.009로 악화된 모습을 보인다. 같은 기간 동안 FX Fund의 샤프 지수는 다른 벤치마크에 비하여 여전히 높은 0.288로 금융위기 이전과 이후, 어느 구간에서도 벤치마크 대비 우월한 성과를 거둔다. 전구간의 샤프 지수는 FX Fund가 0.315로 다른 벤치마크를 압도하는 모습을 볼 수 있으며, 변동성을 고려한 수익률 측면에서도 FX Fund가 다른 투자에 비하여 더 우수하다고 말할 수 있다.

이러한 실험 결과는 중요한 시사점을 가지고 있다. 기존 과거 연구에서 기술적인 투자가 시장 수익률을 초과하는 수익률을 거두기 어렵다는 주장에 반하여, 본 연구에서 제시하는 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 바탕으로 운영되는 펀드는 상당히 유의미한 성과를 냈다. 시장의 변동성이 심해지고 효율성이 떨어졌다고 평가되는 글로벌 금융위기 이후 상황에서 역시 꾸준하게 우수한 성과를 거둠으로써, 본 연구가 제시한 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 활용한 투자 기법이 다른 벤치마크에 비하여 다양한 측면에서 우월함을 확인하였다. 따라서, 금융위기 이전의 안정적인 시장에서뿐만 아니라 금융위기 이후와 같이 변동성이 큰 시기 역시 본 연구에서 제시하는 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 통하여 우수한 성과를 거두는 것이 가능한 것으로 보이며, 그 성과가 매우 강건함을 확인하였다.

5. 결론 및 향후 연구과제

지금까지 본 논문은 외환 시장에 대한 포트폴리오 선정 모형인 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 개발하고, 이를 바탕으로 실제 투자에 적용하기 위해 객관적 과거 데이터에 의한 투자 알고리즘을 제안하였다. Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형은 외환 시장에서 잘 사용되지 않았던 마코브 체인을 이용하여 시장 상황을 구분하고 현재 시장 상황과 개별 통화쌍의 상황에 따른 유연한 투자를 가능하게 하며, 기존에 주식 시장에서 널리 사용되어 온 마코위츠 포트폴리오 선정 모형으로는 투자할 수 없었던 외환 시장뿐만 아니라, 증거금을 활용하여 투자하는 모든 시장에 대하여 폭넓게 활용될 수 있다는 점에서 의의가 있다. 이러한 모형과 알고리즘을 바탕으로 2005년 개장일부터 2013년 폐장일까지 최근 총 9년에 대하여 외환 시장 거래량 상위 7개 종목으로 포트폴리오를 구성하여 투자할 경우 성과를 비교하여 분석하였으며, 그 결과 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형을 사용하여 운영한 FX Fund는 변동성이 낮은 금융위기 이전뿐만 아니라, 변동성이 크게 증가한 금융위기 이후의 시장에서도 다른 벤치마크에 비해 탁월한 성과를 거두었다. 9년간에 걸친 투자 기간 동안 FX Fund는 외환 시장에서 12.34%의 누적수익률을 기록하였으며, 이는 같은 기간 동안 Dollar Index가 -1.66%, 1/N Portfolio가 1.43%의 수익률을 거둔 것에 비하여 월등한 수익률이다. 또한 절대 수익을 추구하는 헤지 펀드의 수익률을 나타내는 Barclay BTOP FX Index가 1.40%를 기록한 것에 비해서도 우월한 수익률을 거두었다. 현실에서 외환 시장에 대한 투자는 보통 레버리지 효과를 이용하여 거래되는 점을 감안한다면, 본 논문에서 FX Fund가 레버리지 효과를 제외하고 기록한 수익률은 상당히 보수적인 수치라 할 수 있으며, Markov-Margin 포트폴리오 모형이 현실 시장에서 이용될 경우 더 좋은 성과를 거둘 수 있음을 보여준다. 투자구간의 위험 대비 수익률을 고려한 샤프 지수 측면에서도 FX Fund는 금융위기 이전과 이후 모두에서 벤치마크 대비 월등한 성과를 기록하였다. 따라서 본 논문은 금융위기 이후 매우 불안정해진 시장 상황에서도 Markov-Margin 포트폴리오 선정 모형에 의한 투자를 통해 다른 벤치마크 대비 우월한 수익을 거둘 수 있음을 확인하였다.

향후 연구 과제로, 본 논문에서는 외환 시장에서 일반적으로 사용되는 레버리지 효과를 전혀 고려하지 않고 투자를 하였으나, 레버리지의 활용에 따라

전체 수익률에 미치는 영향에 관한 연구도 의미가 있을 것이다. 또한 리밸런싱 구간을 다양하게 설정하여 리밸런싱이 외환 투자에 미치는 영향에 대한 분석과 Markov Chain에서 참조하는 데이터의 길이에 따른 성과의 변화에 대한 비교 연구도 필요해 보인다. 마지막으로, 외환 시장이 아닌 다른 시장에서 모형의 효용성을 확인하고 성과를 비교해 보는 것도 의미 있는 연구가 될 것이다.

참 고 문 헌

[1] 김성문, 김홍선, "한국 주식시장에서 비선형계획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구", 「경영과학」, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.

[2] 김홍선, 김성문, "한국 주식시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력 변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구", 「한국경영과학회지」, 제38권, 제4호(2013), pp.35-52.

[3] 박경찬, 정종빈, 김성문, "지수가중이동평균법과 결합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반 투자 프레임워크 개발 : 글로벌 금융위기 상황하 한국 주식시장을 중심으로", 「한국경영과학회지」, 제28권, 제2호(2013), pp.75-93.

[4] 최재호, 정종빈, 김성문, "마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로", 「경영과학」, 제30권, 제1호(2013), pp.73-89.

[5] 최재호, 정종빈, 김성문, "외환 시장 포트폴리오 선정 모형과 투자 알고리즘 개발 및 성과평가", 「한국경영과학회지」, 제39권, 제2호(2014), pp.83-95.

[6] Cheung, Y., M. Chinn, and A. Pascual, "Empirical exchange rate models of the nineties : Are any fit to survive?," *Journal of International Money and Finance*, Vol.24, No.7(2005), pp.1150-1175.

[7] DeMiguel, V., L. Garlappi, and R. Uppal, "Optimal Versus Naive Diversification : How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?," *Review of Financial Studies*, Vol.22, No.5 (2007), pp.1915-1953.

[8] Dryden, M., "Share Price Movements : A Markovian Approach," *The Journal of Finance*, Vol.24, No.1(1969), pp.49-60.

[9] Duan, J. and Simonato, J., "American option pricing under GARCH by a Markov chain approximation," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.25, No.11(2001), pp.1689-1718.

[10] Dukascopy(http://www.dukascopy.com/swiss/english/marketwatch/historical/).

[11] Dunchin, R. and H. Levy, "Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.35, No.2(2009), pp.71-74.

[12] Edison, H., "Forecast performance of exchange rate models revisited," *Applied Economics*, Vol.23, No.1(1991), pp.187-196.

[13] Frankel, J. and K. Froot, "Chartists, fundamentalists, and trading in the foreign exchange market," *The American Economic Review*, Vol.80, No.2(1990), pp.181-185.

[14] Jung, J. and S. Kim, "An adaptively managed dynamic portfolio selection model using a time-varying investment target according to the market forecast," *Journal of the Operational Research Society*, doi:10.1057/jors.2014.72

[15] Kilian, L. and M. Taylor, "Why is it so difficult to beat the random walk forecast of exchange rates?," *Journal of International Economics*, Vol.60, No.1(2003), pp.85-107.

[16] LeBaron, B., "Technical trading rule profitability and foreign exchange intervention," *Journal of International Economics*, Vol.49,

No.1(1999), pp.125-143.

[17] Levich, R. and L. Thomas, III, "The significance of technical trading-rule profits in the foreign exchange market : a bootstrap approach," *Journal of International Money and Finance*, Vol.12, No.5(1993), pp.451-474.

[18] Lukac, L., B. Brorsen, and S. Irwin, "A test of futures market disequilibrium using twelve different technical trading systems," *Applied Economics*, Vol.20, No.5(1988), pp. 623-639.

[19] McQueen, G. and S. Thorley, "Are Stock Returns Predictable? A Test Using Markov Chains," *The Journal of Finance*, Vol.46, No. 1(1991), pp.239-263.

[20] Markowitz, H., "Portfolio selection," *Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.

[21] Markowitz, H., *Portfolio selection : efficient diversification of investments*, New York : Wiley, 1959.

[22] Marsh, I., "High frequency Markov switching models in the foreign exchange market," *Journal of Forecasting*, Vol.19, No.2 (2000), pp.123-134.

[23] Meese, R. and Rogoff, K., "Empirical exchange rate models of the seventies : Do they fit out of sample?," *Journal of International Economics*, Vol.14, No.1-2(1983), pp.3-24.

[24] Olson, D., "Have trading rule profits in the currency markets declined over time?," *Journal of banking and Finance*, Vol.28, No.1 (2004), pp.85-105.

[25] Pilbeam, K., "Exchange rate models and exchange rate expectations : An empirical investigation," *Applied Economics*, Vol.27, No. 11(1995), pp.1009-1015.

[26] Ross, S.M., Introduction to Probability Models, 10th ed. Academic Press(2010).

[27] Sharpe, W.F., "The Sharpe ratio," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1 (1994), pp.49-58.

[28] Sweeney, R., "Beating the foreign exchange market," *The Journal of Finance*, Vol.41, No.1 (1986), pp.163-182.

[29] Taylor, S., "Trading futures using a channel rule : A study of the predictive power of technical analysis with currency examples," *Journal of Futures Markets*, Vol.14, No.2(1994), pp.215-235.

[30] Zahlungsausgleich, B., "Triennial-Central Bank Survey-Report on global foreign exchange market activity in 2010," The Bank for International Settlements, 2010.