

# Constrained 베이지 추정방식의 제품 품질관리 활용방안에 관한 연구

김태규\* · 김명준\*†

\* 한남대학교 비즈니스 통계학과

## A Study on the Application of Constrained Bayes Estimation for Product Quality Control

Kim, Tai-Kyoo\* · Kim, Myung Joon\*†

\* Department of Business Statistics, Hannam University

### ABSTRACT

**Purpose:** The purpose of this study is to apply the constrained Bayesian estimation methodology for product quality control process and prove the effectiveness of the product management by comparing with the well-known Bayes estimator through data performance result.

**Methods:** The Bayes and constrained Bayes estimators were produced based on the theoretical background and for confirming the effectiveness of suggested application, the deviation index was defined and calculated for the comparison.

**Results:** The statistical analysis result shows that applying the suggested estimation methodology, that is, constrained Bayes estimator improves the effectiveness of the index with regard to reduce the error by matching the first two empirical moments.

**Conclusion:** Considering the advanced Bayesian approaches such as constrained Bayes estimation for the product quality control process, the newly defined deviation index reduces the error for estimating the parameter histogram which is reflected both location and deviation parameters and furthermore various Bayesian perspective approaches seems to be meaningful for managing the product quality control process.

**Key Words:** Bayesian Estimation, Constrained Bayes Estimator, Quality Control Process

● Received 2 February 2015, 1st revised 1 March 2015, accepted 2 March 2015

† Corresponding Author(mkim@hnu.kr)

© 2015, The Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

※ 이 논문은 2015년도 한남대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었음.

# 1. 서론

베이즈(Bayes) 추정 방식은 적절한 사전 분포(prior distribution) 또는 모수(parameter)의 정보를 통하여 사후 분포(posterior distribution)를 도출하고 분석자가 궁극적으로 궁금해 하는 모수를 추정해내는 방식으로 기 증명된 이론적 근거를 통하여 많은 분야에서 실용적으로 활용되어 왔으며, 최근 컴퓨팅 기술의 발전과 더불어 베이즈 추정 방식의 이론적 우수성을 바탕으로 이러한 추정방식의 적용 분야 및 범위가 확대되어 가고 있다. 또한 사전 정보(prior information)가 부재하거나 주관적인 가정이 필요한 경우에 경험적(empirical) 사전 정보를 활용하거나 무정보적 사전정보(non-informative prior)를 활용하여 원하는 결과를 도출해내는 다양한 이론들이 제안되고 증명됨으로써 사전 정보에 대한 한계성을 극복하며 발전되어 왔다.

하지만, 실질적으로 베이즈 이론을 적용하는 다양한 분야에서 찾아내고자 하는 관심 모수들의 추정이 주요 관심사가 되기도 하지만, 때로는 모수들의 추정뿐만 아니라 해당 모수의 분포와 가장 부합하는 분포를 추정해내는 것이 관심사인 경우가 존재한다. 가장 널리 알려져 있는 베이즈 추정량(Bayes estimator)와 경험적 베이즈 추정량(empirical Bayes estimator)은 이론적으로 오차를 최소화하는 추정 방식을 사용하는 이론으로써 관심사가 모수의 분포와 가장 일치하는 분포를 추정하는 경우에는 부적합한 추정량이 되는데, 이는 모수의 편차를 과대 축소(under dispersion)하는 문제점을 가지고 있는 것에서 기인한다. 이러한 문제점을 극복하고자 여러 추정방식들이 제안되었으며, 기존의 베이즈 추정량의 문제점을 가장 합리적으로 해결한 덕으로 알려져 있는 추정방식은 Ghosh(1992)에 의하여 제안된 constrained 베이즈 추정량이다.

일반적인 품질을 관리하는 제조 공정에서 활용되는 6-시그마 기법은 특정 오차 범위 편차 내에서 원하는 목표값(target value)들이 임의적(random)으로 분포되며 관리되는 방식이다. 즉 목표값인 모수에 일치시키는 일차적인 관심 보다는 일정 수준의 편차 내에 관리모수가 위치하고 있는 상태만이 관리 대상인 것이다. 하지만 이러한 관리 방식의 경우 오차의 범위 내에 관리 모수의 존재 여부만을 고려하는 문제점을 가지고 있다. 예를 들어, 양의 방향으로 발생하는 오차가 지속적으로 관리 범위 내에서 존재하는 경우라면, 6-시그마 관리 기법 하에서는 문제가 되지 않을 수 있으나, 품질 관리 측면에서 위험 수준임을 나타내는 지표로 해석할 수도 있는 상황이기 때문이다. 따라서 관심 모수의 분포와 일치시키는 추정량의 관리는 관리 수준의 편차뿐만 아니라 관리 모수의 정합성 여부를 동시에 고려하여 이러한 문제점을 극복해낼 수 있는 또 다른 대안이 될 수 있으며, 제안된 constrained 베이즈 추정방식을 이러한 목적에 부합되는 방식이라고 할 수 있다.

따라서 본 연구는 일반 제조 과정에서 관리하고 있는 모수들에 대하여 이들의 분포를 일치시키는 추정방식인 constrained 베이즈 추정 방식을 적용해 보고자 한다. 산업 현장에서 활용되는 실제 자료를 바탕으로 기존에 널리 알려져 있는 베이즈 추정 방식을 적용하는 것과 본 연구에서 제안하고자 하는 추정방식을 비교해 봄으로써 관리 방식에 대한 효용성을 입증하고자 한다. 분석 결과는 2014년 국내 타이어 제조 업체 현장에서 관리하고 있는 주요 항목들의 표본을 추출하여 그 효용성에 대한 실증 분석을 실시하였다.

다음 장에서는 일반적으로 알려져 있는 베이저안 추정방식이 가지는 문제점과 이를 극복하고자 제안된 이론적 배경을 설명하고, 3장에서는 본 연구에서 적용하고자 제안하는 constrained 베이즈 추정량의 개념과 도출되는 과정에 대하여 논하고, 4장에서는 실제 자료를 바탕으로 하여 기존의 베이즈 방식으로 적용한 경우와 제안된 방식으로 적용한 경우에 산출되는 결과들을 비교해 봄으로써 그 효용성과 의미를 부여하고자 한다. 본 연구는 이론적으로 그 우수성이 증명되어 있는 다양한 베이즈 추정 방식이 실질적인 제조 공정 및 품질 관리 측면에서 보다 합리적인 대안으로 활용되고 지속적인 고민과 그를 통한 관리 방식의 발전 방향을 제시하는 데에 그 의의를 두고자 한다.

## 2. 베이지 추정 방식 및 진화 배경

### 2.1 베이지 추정 방식

이번 장에서는 베이지 추정 방식에 대한 설명과 이를 도출하는 과정을 살펴봄으로써 일반적으로 알려져 있는 베이지 추정량이 가지는 문제점을 확인하고, 이를 극복하고자 제안된 대안들에 대하여 살펴보기로 한다.

베이지 추정량의 도출 과정과 문제점 인식에 대한 이해를 돕고자 가장 널리 알려져 있는 분포를 가정하기로 한다. 즉  $X_i|\theta_i$  가 독립적인 정규분포  $N(\theta_i, 1)$ 을 따르고, 모수  $\theta_i$ 가  $iid N(\mu_i, A)$ 인 사전분포(prior distribution)를 따른다고 가정한다. 여기서  $X_i|\theta_i$ 의 분산이 1이 아닌 경우 변수변환 과정을 통하여 표준화가 가능하기 때문에 이론적 증명 과정의 편의를 위하여 단순화하여 가정하는 것으로 한다. 베이지 추정방식은 이러한 자료의 분포와 사전 정보를 통하여, 관심 대상인 모수를 추정하는 방식이며, 제곱오차 손실함수(squared error loss, SEL) 하에서 베이지 추정량(Bayes estimator,  $\theta^B(X)$ )은 사후분포의 평균(posterior mean)과 같음이 증명되었고, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\theta_i^B(X) = E[\theta_i | X_i = x_i] = \frac{x_i + \mu_i/A}{1 + 1/A} = \frac{A}{1+A}x_i + \frac{1}{1+A}\mu_i = \mu_i + (1-B)(x_i - \mu_i) \quad (1)$$

여기서  $B = (1+A)^{-1}$ 을 나타낸다. 또한 공액 사전 분포(conjugate prior distribution)의 특성을 이용하여 사후 분포(posterior distribution)를 도출할 수 있게 되는데, 사후 분포인  $\theta_i | X_i$ 는 자료의 분포와 동일한 정규 분포를 따르게 된다. 즉  $\theta_i | X_i$ 는 독립적인 정규분포  $N((1-B)X_i + B\mu, 1-B)$ 임을 도출할 수 있으며, 벡터의 형태로 표현하면, '식 (1)'은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\theta^B(X) = (1-B)X + B\mu 1_m \quad (2)$$

즉 여기서  $X$ 는  $(X_1, X_2, \dots, X_m)$ 인 벡터를 의미하며  $1_m$ 은  $m$ 개의 모든 요소가 1로 구성된 벡터를 의미하며,  $m$ 은 추정의 대상이 되는 수를 의미한다고 할 수 있다. 이러한 추정량의 장점을 이용하여 소비자 품질 우수성 지수에 적용하는 방안이 있어 Kim 등(2013)이 제안한 결과를 발전시켜 베이지안 방식의 이론적 근거를 바탕으로 Kim 등(2014)에 의하여 제안되기도 하였다.

이렇게 추정된 베이지 추정량의 편차와 모수의 편차에 대한 기댓값을 비교함으로써 베이지 추정량의 문제점을 확인해 볼 수 있다. 즉 베이지 추정량의 편차로 정의할 수 있는  $\sum_{i=1}^m (\theta_i^B(x) - \overline{\theta^B(x)})^2$ 와 모수의 편차로 정의할 수 있는  $E[\sum_{i=1}^m (\theta_i - \bar{\theta})^2 | x]$ 의 크기를 비교 증명해 봄으로써 편차를 과대 축소하는 베이지 추정량의 문제점을 확인해 볼 수 있으며, 이러한 문제점을 극복하고자 추정 방식의 진화 과정에 대하여 다음 절에서 설명하는 것으로 한다.

### 2.2 베이지 추정 방식의 진화 배경

베이지 추정 방식의 가장 큰 장점은 위치 모수(location parameter)를 일치시키면서 추정량의 편차를 최소화한다

는 것에 있다. 하지만 앞서 언급한 바와 같이 위치 모수뿐만 아니라 편차의 수준까지 일치시키는 관리가 주목적이 된다면 베이지 추정량은 적절한 추정량이 될 수 없다. 즉 베이지 추정량은 위치 모수를 일치시킨다는 측면에서 다음의 수식을 만족하지만,

$$E[\bar{\theta}|x] = m^{-1} \sum_{i=1}^m \theta_i^B(x) = \bar{\theta}^B(x) \tag{3}$$

베이지 추정량의 편차(dispersion)의 일치성과 관련하여서는 다음 식과 같은 관계를 가지게 된다.

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{i=1}^m (\theta_i - \bar{\theta})^2 | X\right] &= \text{tr}\left[\left(I_m - \frac{1}{m} J_m\right) E(\theta\theta^T | X)\right] \\ &= \text{tr}\left[\left(I_m - \frac{1}{m} J_m\right) (V(\theta|X) + E(\theta|X)E(\theta|X)^T)\right] \\ &= \text{tr}\left[\left(I_m - \frac{1}{m} J_m\right) V(\theta|X)\right] + \sum_{i=1}^m (\theta_i^B(X) - \bar{\theta}^B(X))^2 \\ &> \sum_{i=1}^m (\theta_i^B(X) - \bar{\theta}^B(X))^2 \end{aligned} \tag{4}$$

‘식 (4)’의 증명에서 확인할 수 있듯이 베이지 추정량의 편차는 항상 모수의 편차보다 과소하게 발생하게 되며, 이는 모수의 위치와 편차를 동시에 고려해야 하는 경우에 부적합함을 보여주는 것이라 할 수 있다. 이러한 문제점에 대하여 Louis(1984)는 실험 결과 도출과정에서 발생 가능한 문제점에 대하여 지적하면서 경험적인 일차 적률과 이차 적률을 일치시키는 방안에 대하여 제안하였으며, 이후 Spjotvoll과 Thomsen(1987)에 의하여 사후 평균으로 정의되는 베이지 추정량의 문제점을 극복하고자 수정된 베이지안 추정 방식을 제안하기도 하였다.

이러한 문제점 극복을 위한 진화 과정을 거쳐 Ghosh(1992)에 의하여 일반화된 이론이 제안되었으며, 이를 constrained 베이지 추정량이라고 정의하였다. 해당 추정량은 베이지 오차(Bayes risk)를 최소화하는 베이지 추정량의 도출 방식 과정에 모수의 분포와 일치시키기 위한 추가적인 제한 사항을 고려하여, 이를 동시에 만족시키는 추정량을 도출하는 과정이라고 할 수 있다. 또한 다변량 버전의 증명이 Ghosh 와 Kim(2002)에 의하여 증명 제안되었다. 이러한 constrained 베이지 추정량의 기본 개념과 효율성에 대하여서는 다음 장에서 설명하는 것으로 한다.

### 3. Constrained 베이지 추정 방식

#### 3.1 이론적 개념

본 연구는 제품 제조 품질 관리 과정에서 일정 편차 수준을 유지하면서 제조품이 가져야할 속성을 지속 일치시키는 목적 하에 베이지안 추정 방식을 적용하는 것에 그 목적을 두고 있다. 즉 기존의 6-시그마 활동은 일정 편차 내에서 제조품의 속성이 포함만 되어 있으면 관리 상태라고 판단하던 것에 반해, 제조품의 속성을 위치 모수로 적용하여 그 수준을 일치시키는 정도로 판단하고, 발생하는 편차도 모수가 가지는 수준과 일치시키는 것을 목적으로 하는 것에 있으며, 이러한 개념이 이론적으로 증명, 제안된 것이 바로 constrained 베이지 추정량이다.

해당 추정량의 기본 개념은 주어진 자료에 따라, 베이지 위협으로 정의되는 다음 수식의 오차를 최소화하는 추정

량( $\hat{\theta}_i$ )을 도출하되,

$$E\left[\sum_{i=1}^m (\theta_i - \hat{\theta}_i)^2 | x\right] \quad (5)$$

위치 모수로 정의되는 일차 적률과 편차 모수로 정의되는 이차 적률을 모두 일치시키는 추정량을 찾아내는 방식인 것이다. 그럼으로 인하여 모수가 가지는 분포적 특성과 가장 근접한 추정량을 도출하게 되는 것이다. 따라서 해당 추정량은 다음 두 가지의 제한 조건이 추가되는 조건을 만족하는 추정량들 중에서 오차를 최소화하는 베イズ 추정량을 도출하는 것을 목적으로 하고 있다.

$$E[\bar{\theta} | x] = m^{-1} \sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i(x) \quad (6)$$

$$E[(\theta_i - \bar{\theta})^2 | x] = \sum_{i=1}^m [\hat{\theta}_i(x) - \bar{\theta}(x)]^2 \quad (7)$$

여기서 ‘식 (6)’은 위치 모수와 일치성 여부를 의미하고 ‘식 (7)’은 편차의 일치성 여부를 만족하고 있는지를 제한하는 조건으로 이해할 수 있다. 이러한 두 가지 조건을 만족하면서 베イズ 위험을 최소화하는 일반화된 추정량이 Ghosh(1992)에 의해 제안되었으며, 2가지 조건을 제한한다는 의미에서 constrained 베イズ 추정량( $\theta^{CB}(X)$ )이라는 이름으로 명명되었으며, 이는 다음 수식과 같이 표현된다.

$$\theta_i^{CB}(x) = a(x)\theta_i^B(x) + (1 - a(x))\bar{\theta}^B(x) \quad (8)$$

여기서  $a(x)$ 는  $[1 + H_1(x)/H_2(x)]^{1/2}$ 로 정의되는 함수로써,  $H_1(x)$ 는 ‘식 (4)’에서 정의한 모수의 편차를 구성하는 요소 중 첫째항인  $tr[(I_m - \frac{1}{m}J_m)V(\theta|X)]$ 이며,  $H_2(x)$ 는 두 번째 항인  $\sum_{i=1}^m (\theta_i^B(X) - \bar{\theta}^B(X))^2$ 로 정의되는 함수이다.

해당 추정량의 형태는 기존의 베イズ 추정량과 그의 평균에 대한 가중 평균 형태의 모습을 나타내고 있으며, 편차를 구성하는 요소의 정도에 따라 그 반영 비중이 다르게 반영된다고 할 수 있다. 다변량 버전의 해당 추정량 역시 Ghosh 와 Kim(2002)에 의하여 증명되었으며, 본 연구에서는 이러한 추정량이 가지는 장점을 활용하여 실제 제조 공정상의 품질과정 기법으로 적용하여 일반적인 베イズ 추정량과 비교해 봄으로써 제안된 추정 방식에 대한 효용성을 실증해 보고자 한다.

### 3.2 효용성 검증방안

본 연구에서 제안하고 있는 추정 방식은 6시그마 공정관리 기법에서 일정 수준의 범위 내에서 관리되는 것과는 달리 목표를 하고 있는 위치 모수와 6시그마 기법에서 주로 관심을 가지는 편차를 동시에 고려를 하는 방식이다. 따라서 위치 모수와 편차 모수를 정확하게 반영하고 있는지를 확인하기 위한 두 가지의 척도가 필요하다.

먼저 위치 모수의 정합성을 판단하는 지수로 다음과 같은 수식을 통하여 판단하고자 하며,

$$Index_1 = w_1 [E[\bar{\theta}|x] - m^{-1} \sum_{i=1}^m \hat{\theta}_i(x)]^2 = w_1 L_1(x) \quad (9)$$

두 번째로 편차 모수의 정합성을 판단하는 지수로 다음과 같은 수식을 통하여 판단하고자 한다.

$$Index_2 = w_2 [E[(\theta_i - \bar{\theta})^2|x] - \sum_{i=1}^m [\hat{\theta}_i(x) - \bar{\hat{\theta}}(x)]^2] = w_2 L_2(x) \quad (10)$$

‘식 (9)’와 ‘식 (10)’의 표현에서 확인할 수 있듯이 두 식은 모수가 가지는 값과 이를 추정하는 추정량의 차이를 나타내는 수식으로써 차이가 0으로 수렴(converge)할수록 보다 모수에 대하여 보다 적정하게 추정한다고 할 수 있으며, 위치 모수의 차이에 제곱을 적용함으로써 편차의 차이의 정도와 같은 척도(scale)로 기준을 통일하였다. 또한 수식 앞에 부여된  $w_1$ 과  $w_2$ 는 해당하는 모수에 부여하고자 하는 가중치로써  $w_1 + w_2 = 1$ 의 관계를 만족하는 것으로 이해할 수 있다. 즉 분석자와 관리하고자 하는 모수가 위치 모수에 보다 높은 중요도를 부여하고자 한다면  $w_1$ 의 값을 0.5이상의 값을 부여함으로써 편차 모수보다 보다 많은 가중치를 부여하게 되는 것이다.

본 연구에서 수행하고자 하는 실증 분석에서는 위치 모수와 편차 모수를 동일한 중요도로 고려하는 방식, 즉  $w_1 = w_2 = 0.5$ 인 가중치를 부여하는 방안과 일반적인 베イズ 추정량도 위치 모수에 대하여서는 이론적으로 비편향성(unbiasedness)을 만족하기 때문에, 편차 모수에 보다 많은 가중치를 부여하는 방안 두 가지에 대하여 분석 결과를 도출하고 이에 대한 효용성을 검증하고자 한다.

따라서 최종적인 정합성에 판단은 다음과 같은 수식으로 표현할 수 있다.

$$Index = w_1 L_1(x) + w_2 L_2(x) = w_1 L_1(x) + (1 - w_1) L_2(x) \quad (11)$$

이는 부여된 가중치를 고려한 가중 평균이 추정 방식의 효용성을 판단하는 기준이 되는 것으로 이해 할 수 있으며, 보다 적은 지표의 값을 나타내는 추정 방식이 보다 효율적이라고 판단할 수 있다. 이는 보험 분야에서 해당 추정량의 효용성을 증명하고자 Kim 등(2014)이 제안한 지표와 유사한 성격을 가지는 것으로 이해할 수 있다.

## 4. 실증 분석

### 4.1 분석 자료의 구조 및 분석 방식

본 연구의 실증 분석은 국내 타이어 한 제조회사의 타이어 제조 공정 과정에서 관리되고 있는 지표를 표본 추출하여 제안된 추정 방식을 비교해 보고자 한다.

타이어의 성능 중 가장 중요시되는 특성 중 하나는 균일성(uniformity)이다. 타이어가 1회전을 하는 동안 강성, 치수, 중량 등에서 일정한 균일성을 가져야 함을 의미한다. 균일성을 담보하기 위하여 제조 과정에서 관리하는 항목으로는 타이어 회전에서 종방향(radial) 또는 횡방향(lateral)으로 발생하는 반력 변동을 의미하는 반력 편차(force variation)와 회전 방향 전환 시 쏠림 현상의 편차를 나타내는 코니시티(conicity)가 대표적이다. 반력 편차의 경우 해당 값이 작아질수록 우수한 성능을 가진 것으로 나타나며, 코니시티의 경우에는 0으로 수렴하는 경우 우수한 성능을 가진 것으로 나타나게 된다. 즉 0을 중심으로 좌우 방향으로 편차를 가지는 속성을 나타내는 변수이다.

본 연구에서는 목표 값과 관리 수준으로 알려져 있는 편차를 일치시키는 추정 방식에 대한 제안이 목적인 바, 특정 목표 값을 중심으로 편차가 고려되어야 하는 특성을 내포하고 있는 코니시티 변수가 연구의 취지에 부합하는 속성을 가진 것으로 판단할 수 있으며, 이 항목을 본 연구 대상으로 선정하였다.

이와 같이 선정된 변수는 타이어의 규격(standard)에 따라 5가지로 분류되어 있으며, 본 연구에서 제안한 표기 방식에 의하여 표본 자료를 다음과 같은 표로 정리할 수 있다.

**Table 1.** Sample data structure ( $n=100$ )

Sample	Standard A ( $X_1$ )	Standard B ( $X_2$ )	Standard C ( $X_3$ )	Standard D ( $X_4$ )	Standard E ( $X_5$ )
1	$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	$x_{41}$	$x_{51}$
2	$x_{12}$	$x_{22}$	$x_{32}$	$x_{42}$	$x_{52}$
...	...	...	...	...	...
$n$	$x_{1n}$	$x_{2n}$	$x_{3n}$	$x_{4n}$	$x_{5n}$

즉, 추정하고자 하는 대상의 수를 나타내는  $m$ 은 5개이며, 각각의 규격마다 100개의 표본으로 구성되어 있는 것으로 해석할 수 있다. 즉, 솔림 현상의 방지를 나타내는 측정치를 5개의 규격별로 나타낸다고 할 수 있다. 따라서, 추정 대상이 되는 모수는 자료 ( $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ )로 구성된  $X$  벡터와 사전에 인지하고 있는 정보를 활용하게 된다.

분석 대상이 되는 자료의 경우, 각각의 타이어 규격에 따라 관리되는 범위 수준이 상이한 편차 기준을 가지고 있으며, 해당 편차에 대하여서는 타이어 제조회사에서 경험적으로 사용되어 온 수치를 그대로 준용하는 것으로 하며, 다음과 같은 표로 정의될 수 있다.

**Table 2.** Management level and parameters

Category	Standard A ( $X_1$ )	Standard B ( $X_2$ )	Standard C ( $X_3$ )	Standard D ( $X_4$ )	Standard E ( $X_5$ )
Management Level	4.00	9.00	4.00	4.00	6.00
$\theta$	-1.12	-1.20	-1.08	-0.25	0.84
$\sigma$	1.33	3.00	1.33	1.33	2.00

표본 추출된 자료를 바탕으로 베イズ 추정량과 constrained 베イズ 추정량을 도출하고, 이에 대한 1차 적률과 알려져 있는 모수의 1차 적률 값들과의 차이를 계산하는 것이 위치 모수에 대한 일치성 여부에 대한 검증이 되는 것이며, 동일한 방식으로 2차 적률에 대한 값들의 차이가 편차에 대한 일치성 여부에 대한 검증이 되는 것이다.

따라서 표본 자료를 바탕으로 해당 추정 방식에 의거하여 도출된 해당 추정량들의 값들을 먼저 계산하고 이에 대한 효용성을 증명하고자 하는 제안한 지수를 계산하여 비교하는 것으로 한다. 또한 앞 장에서 제안한 바와 같이 위치 모수와 편차 모수에 대한 가중치 부여에 따른 결과를 확인하고자 가중치를 변경하여 비교하는 분석 결과를 추가적으로 실시하였으며, 자료의 분석은 통계 패키지인 SAS 9.3을 이용하였다.

### 4.2 비교 분석 결과

먼저 주어진 100개의 표본 데이터를 통하여 타이어의 규격별로 프리퀀티스트의 방식에 따라 산출된 표본 평균을 도출하고, 사전에 알려진 모수의 정보, 즉 목표 값이 0이라는 사실과 경험적으로 공정 관리 하에 있는 각 라인별로 실현되고 있는 경험적 모수 값을 적용하여 베이지안 추정량들을 도출하였다.

일반적으로 알려진 베이스 추정량과 본 연구에서 모수의 분포를 일치시키는 목적 하에 제안하고자 하는 constrained 베이지안 추정량들을 도출한 결과가 ‘Table 3’에 나타나 있다. 추정량들의 결과들을 보면 데이터보다 추정량들이 일부 모수를 근접하고 있음을 확인할 수 있다. 경험적 모수를 활용한다는 점에서 과거 데이터의 실적 값들이 반영되기에 그 영향도가 크지 않는 제한적인 상황이라는 하지만, 분석 결과를 통하여 개선의 방향은 확인할 수 있다.

**Table 3.** Statistical analysis result #1 - Estimates

Estimates	$X$	$\theta$	$\theta^B$	$\theta^{CB}$
Standard A	-1.09	-1.12	-1.08	-1.08
Standard B	-2.03	-1.20	-2.00	-2.01
Standard C	-1.79	-1.08	-1.78	-1.78
Standard D	0.28	-0.25	0.28	0.28
Standard E	1.53	0.84	1.51	1.53

다음은 ‘Table 3’에서 추정된 추정량들을 바탕으로 1차 적률과 2차 적률의 일치성 정도를 확인하고자 제안한 지수를 계산하여 보았다. 첫 번째 지수는 위치 모수와의 일치성 여부를 확인하는 지수이며, 두 번째 지수는 편차 모수와의 일치성 여부를 확인하는 지수이다.

두 개의 베이스 추정량 모두 일차 적률을 일치시킨다는 점에서는 공통점을 가지고 있으므로, 편차 모수의 일치성 여부에 보다 많은 가중치를 반영하면서 제안하고자 하는 방식의 효용성을 증명해 보고자 하였다. 즉 위치 모수와 편차 모수에 동일한 가중치를 부여하는 방식으로부터, 편차 모수에 70%, 90% 수준으로 가중치를 확대해가는 경우 가질 수 있는 장점을 실증적으로 확인해 보고자 하였다.

**Table 4.** Statistical analysis result #2 - Index

weight	Estimates	$Index_1$	$Index_2$	$Index$	Difference
$w_1 = 0.5$	$\theta^B$	0.0012	5.4602	5.4614	2.3388
$w_2 = 0.5$	$\theta^{CB}$	0.0012	3.1213	3.1255	
$w_1 = 0.3$	$\theta^B$	0.0007	7.6442	7.6449	3.2744
$w_2 = 0.7$	$\theta^{CB}$	0.0007	4.3698	4.3706	
$w_1 = 0.1$	$\theta^B$	0.0002	9.8283	9.8285	4.2099
$w_2 = 0.9$	$\theta^{CB}$	0.0002	5.6184	5.6185	

실증 분석 결과에 따르면 베이스 추정량과 constrained 베이스 추정량 모두 위치 모수를 일치시킨다는 점에서 첫



번째 지수에서는 거의 동일한 결과 값들이 도출됨을 확인할 수 있다. 하지만, 편차의 정도에 대한 일치성을 확인하는 두 번째 지수에서 제안하고자 하는 추정량의 일치성 정도가 기존의 베イズ 추정량보다 뚜렷하게 개선됨을 확인할 수 있으며, 이를 반영한 전체적인 지수에서도 우월한 결과가 나타남을 확인할 수 있었으며, 이에 대한 이해를 돕고자 두 방식의 차이에 대한 결과를 포함시켰으며, 개선 정도의 크기가 편차 모수에 대한 가중치를 확대해 나갈수록 더욱 두드러지게 나타남을 확인할 수 있었다.

따라서 본 연구의 실증 분석 결과, 모수의 분포를 일치시키고자 하는 목적이 요구되는 상황, 즉 위치 모수와 편차 모수를 동시에 만족하고자 하는 경우에는 제안하고자 하는 추정방식이 기존의 베イズ 추정량보다 보다 효율적임이 증명되었으며, 이는 기존의 공정 관리 방식에 추가적인 대안으로 활용함으로써 보다 안정적이고 선제적인 관리 도구로써 활용될 수 있음을 확인할 수 있다는 것에 그 의의를 두고자 한다.

## 5. 결 론

품질관리 방식으로 가장 널리 알려져 있는 6시그마 기법은 통계적 이론을 바탕으로 제조 공정 뿐만 아니라 다양한 분야에서 각광을 받으며 활용되어 왔으며, 현재에도 중요한 관리 도구로써 활용되고 있다. 하지만, 일정 수준 안에서 목표 값이 포함되지만 하는 것을 관리하는 것은 목표 값과의 일치성 여부에 대한 고려를 하지 않는다는 단점이 존재하며, 해당 값이 일정 방향으로 편향되어 지속 발생하더라도 일정 수준 범위 내에 있는 경우에는 이를 위험 상태로 사전에 인지하지 못하고 범위 밖으로 시현되는 시점에서야 통제가 가능하게 되는 문제점을 가지고 있다.

또한 일반적으로 알려져 있는 베イズ 추정 방식은 관심 모수와 추정량과의 오차를 최소화하면서 일차 적률, 즉 위치 모수를 일치시키는 추정량을 도출하는 방식으로 모수의 편차를 과도하게 축소하는 문제점이 지적되어 왔으며, 제조 공정과정과 같이 위치 모수와 편차 모수를 동시에 관리해야 하는 경우, 즉 모수의 히스토그램을 일치시키는 것이 궁극적인 관리의 목적이 되는 경우에는 부적절한 추정 방식이 될 수 있다고 알려져 있다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제점들을 극복하고자 제안된 constrained 베イズ 추정 방식을 활용하여, 제조 공정 품질 관리에 있어서 보다 효율적인 대안이 될 수 있음을 실제 자료의 분석 결과를 토대로 증명하였다. 이는 기존의 6시그마 공정관리 방식에 추가적인 관리 지표로 활용하게 되는 경우, 제품의 불량 발생에 대한 위험 인지에 보다 신속하고 적절하게 대응할 수 있음을 보여주는 것이기도 하다.

이론적으로 그 우수성과 효율성이 이미 증명된 고차원적인 베이지안 추정 방식은 복잡한 이론 전개로 인하여 활용이 제한적이었으나, 최근 컴퓨팅 기술의 발전으로 인하여 그러한 제약이 따르지 않는다고 할 수 있다. 따라서 기존의 추정 방식이 가지고 있는 문제점을 해결하고자 제안된 다양한 추정 방식이 실제 현업에서 보다 활발하게 적용되어 보다 철저한 품질관리가 이루어지길 기대하며, 추가적인 다양한 방식의 실증 연구 결과들이 향후 지속 제안됨으로써 보다 진일보한 품질 관리의 도구들이 다양하게 활용되기를 기대하는 바이다.

## REFERENCES

- Ghosh, M. 1992. "Constrained Bayes Estimation with Applications." *Journal of the American Statistical Association* 82:1153-1162.
- Ghosh, M., and Kim, D. 2002. "Multivariate Constrained Bayes Estimation." *Pakistan Journal of Statistics* 18(2):143-148.
- Kim, Myung Joon, and Kim, Yeong-Hwa. 2014. "Application of Constrained Bayes Estimation under Balanced Loss Function in Insurance Pricing." *Communication for Statistical Applications and Methods* 21(3):235-243.

- Kim, Tai Kyoo, and Kim, Myung Joon. 2013. "A Study on the Model Improvement of Korean Standard-Quality Excellence Index." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 41(3):327-336.
- Kim, Tai Kyoo, and Kim, Myung Joon. 2014. "A Study on the Bayes Estimation Application for Korean Standard-Quality Excellence Index(KS-QEI)." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 42(4):747-756.
- Louis, T. A. 1984. "Estimating a Population of Parameter Values Using Bayes and Empirical Bayes Methods." *Journal of the American Statistical Association* 79:393-398.
- Spjotvoll, E., and Thomsen, I. 1987. "Application of Some Empirical Bayes Methods on Small Area Statistics." *Proceedings of the International Statistical Institute* 2:435-449.