Journal of The Korea Society of Computer and Information
Vol. 20, No. 5, May 2015
www.ksci.re.kr
http://dx.doi.org/10.9708/jksci.2015.20.5.107

중복된 최소 상호-호감도 합 이동방법을 적용한 결혼문제 알고리즘

이 상 운*

A Marriage Problem Algorithm Based on Duplicated Sum of Inter-Preference Moving Method

Sang-Un Lee*

요 약

본 논문은 결혼 문제의 최적 해를 간단히 찾을 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 일반적으로 결혼문제는 수행 복잡도 $O(|V|^2|E|)$의 Gale-Shapley 알고리즘으로 해를 구한다. 제안된 알고리즘은 먼저, 남성의 여성 선호도와 여성의 남성 선호도에 대해 상호-선호도 합 p_{ij}의 행렬로 변환시킨다. 두 번째로, 단순히 i행에서 최소값 ${}_{\min}p_i$를 선택하여, $|p_{.j}| \geq 2, j \in S$, $|p_{.j}|=1, j \in H$, $|p_{.j}|=0, j \in T$로 설정하고, $S \rightarrow T$의 ${}_{\min}p_{ST}$와 $S \rightarrow H, H \rightarrow T$의 $p_{SH}+p_{HT}$, $p_{HT} < {}_{\min}p_{ST}$에 대해 ${}_{\min}\{{}_{\min}p_{ST}, p_{SH}+p_{HT}\}$를 이동시키는 방법을 적용하였다. 제안된 알고리즘은 Gale-Shapley 알고리즘의 수행 복잡도 $O(|V|^2|E|)$를 $O(|V|^2)$으로 향상시켰다. 또한, 불균형 결혼 문제인 경우에도 적용될 수 있도록 확장성을 갖고 있다.

▸ Keywords : 결혼문제, 최소 가중치 매칭, 최대 매칭, 선호도

Abstract

This paper proposes a simplified algorithm devised to obtain optimal solution to the marriage problem. In solving this problem, the most widely resorted to is the Gale-Shapley algorithm with the time complexity of $O(|V|^2|E|)$. The proposed algorithm on the other hand firstly constructs a p_{ij} matrix of inter-preference sum both sexes' preference over the opposite sex. Secondly, it selects ${}_{\min}p_i$ from each row to establish $|p_{.j}| \geq 2, j \in S, |p_{.j}|=1, j \in H, |p_{.j}|=0, j \in T$. Finally, it shifts ${}_{\min}\{{}_{\min}p_{ST}, p_{SH}+p_{HT}\}$ for ${}_{\min}p_{ST}$ of $S \rightarrow T$ and $p_{SH}+p_{HT}$, $p_{HT} < {}_{\min}p_{ST}$ of $S \rightarrow H, H \rightarrow T$. The proposed algorithm has not only improved the Gale-Shapley's algorithm's complexity of $O(|V|^2|E|)$ to $O(|V|^2)$ but also proved its extendable use on unbalanced marriage problems.

•제1저자 : 이상운
•투고일 : 2015. 04. 18, 심사일 : 2015. 04. 29, 게재확정일 : 2015. 05. 07.
* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

▸ Keywords : Marriage problem, Minimum weight matching, Maximum matching, Preference

I. 서 론

본 논문은 간선 가중치 (선호도)가 주어진 안정된 결혼 문제 (stable marriage problem, SMP)의 최적 해를 쉽고 빠르게 찾을 수 있는 알고리즘을 제안하였다. SMP는 n명의 남성 $(m_1, m_2, \cdots, m_n)$과 n명의 여성 $(w_1, w_2, \cdots, w_n)$이 있고, 각자가 선호하는 이성의 순위가 주어졌을 때, n 쌍을 결혼시키되 결혼 관계가 깨지지 않는 가장 안정적인 매칭을 찾는 문제로 최소 가중치 이분 매칭 (minimum weight bipartite matching)이나 완전 매칭 (perfect matching)이라 한다[1,2].

주어진 그래프 $G=(V,E)$에 대해, SMP의 최적 해는 수행 복잡도 $O(|V|^2|E|)$의 Gale-Shapley 알고리즘[3,4]으로 구한다.

본 논문은 안정된 결혼 문제의 해를 기존 알고리즘보다 간단히 구하는 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 SMP에 대한 해를 구하는 Gale-Shapley 알고리즘[3,4]을 고찰한다. 3장에서는 중복된 최소 상호-호감도 합 이동 방법을 적용한 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 다양한 문제들에 적용하여 제안된 알고리즘의 적용성을 평가해 본다.

II. 관련연구와 연구 배경

SMP의 해를 구하는 대표적인 방법으로 그림 1의 Gale-Shapley 알고리즘 (GSA)[3,4]이 있으며, 수행 복잡도는 $O(|V|^2|E|)$이다.

```
function stableMatching {
    모든 m∈M과 w∈W 를 독신으로 초기화시킴.
    while 독신 여성 w가 청혼한 것을 수락할 ∃ 독신 남성 m {
        m에 최우선 선호 순위를 결정한 독신 여성 w에 대해
        if      w는 독신 then (m,w) 짝을 약혼시킴
        else    (m′,w) 짝이 이미 존재
                if      m이 m′보다 w를 더 선호 then (m,w) 짝
                        을 약혼시키고, m′는 파혼시켜 독신으로 함
                else  (m′,w) 짝을 유지시킴.
    }
}
```

그림 1. Gale-Shapley 알고리즘
Fig. 1. Gale-Shapley Algorithm

n 명의 남성 m_i, $(m_1, m_2, \cdots, m_n)$과 n명의 여성 w_i, $(w_1, w_2, \cdots, w_n)$이 있고, 각각은 상대방에 대한 선호도를 갖고 있다. 이 경우, SMP는 2개의 $K_{n,n}$인 완전 이분 그래프 (complete bipartite graph)로 표현하여 최소 가중치 합 (최우선 선호도 순위)의 이분 매칭 해를 구하는 문제로 볼 수 있다. 여기서, K는 그래프 이론에서 "Complete"를 의미한다.

Hunt[5]에서 인용된 그림 2의 4×4 안정된 결혼문제인 SM_1에 GSA를 적용하여 보자.

남성의 여성 선호도	여성의 남성 선호도	해
$m_1: w_1,w_2,w_3,w_4$ $m_2: w_2,w_1,w_3,w_4$ $m_3: w_1,w_4,w_3,w_2$ $m_4: w_4,w_3,w_1,w_2$	$w_1: m_1,m_2,m_3,m_4$ $w_2: m_4,m_3,m_2,m_1$ $w_3: m_1,m_2,m_3,m_4$ $w_4: m_3,m_4,m_1,m_2$	$(m_1,w_1):1+1=2$ $(m_2,w_2):1+3=4$ $(m_3,w_4):2+1=3$ $(m_4,w_3):2+4=6$

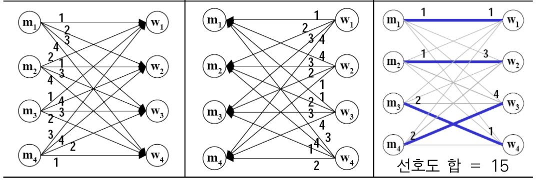


그림 2. SM_1 문제
Fig. 2. SM_1 problem

첫 번째로, m_1을 w_1,w_3가 가장 선호하며, m_2는 가장 선호하는 여성이 없다. 또한 m_3는 w_4가, m_4는 w_2가 가장 선호한다. 여기서, m_1을 w_1,w_3의 2명이 가장 선호하기 때문에 1명을 선택해야 한다. m_1이 w_1을 1순위로, w_3를 3순위로 선호한다. 따라서 (m_1,w_1)을 짝을 선택하고 w_3는 자유롭게 한다. 결국, (m_1,w_1), (m_3,w_4), (m_4,w_2)의 짝을 결정한다. 두 번째로, 짝을 결정하지 못한 m_2가 가장 선호하는 여성은 w_2이며, 이미 (m_4,w_2) 짝이 존재하지만, m_4의 w_2 선호도 4는 m_2의 w_2 선호도 1보다 우선순위가 낮기 때문에 (m_2,w_2) 짝을 결정하고 m_4를 자유롭게 한다. 세 번째로, 짝을 이루지 못한 m_4에 대해 m_4가 가장 선호하는 w_4는 m_3와 이미 짝을 이루고 있다. $(m_4,w_4)=1+2=3$이고 $(m_3,w_4)=2+1=3$으로 w_4와 짝을 이루지 못한다. m_4는 두 번째로 선호하는 w_3(현재 자유로움)와 짝을 이룰 수 있다. 결국, (m_4,w_3)짝을 결정한다. 이 결과 선호도 합 $z=2+4+3+6=15$를 얻는다.

안정된 결혼문제는 남성과 여성의 양측을 모두 만족시키는 최적합 배정 (1:1 매칭)을 찾는 것이 목표이다. 이 목표를 한 번에 달성할 수 있는 방법은 없다. SMP는 Lee[6,7]의 할당 문제 (assignment problem, AP)와 유사하지만 AP는 한 셀의 값이 단일 값인데 반해, SMP는 남성의 여성 선호도와 여성의 남성 선호도의 2개 값을 갖고 서로 선택하는 방법이 차이가 있어 AP에 일반적으로 적용되는 헝가리안 알고리즘 (Hungarian algorithm)을 직접적으로 적용할 수 없다.

이와 같은 이유로 인해, GSA가 처음 제안되었으나 GSA는 $O(|V|^2|E|)$의 복잡도로 다소 복잡함에도 불구하고, 남성은 최적 선택 (optimal selection)을 하는 반면에, 여성은 최악 선택 (pessimal selection)을 할 수 있어 공평한 방법이 될 수 없다. 따라서, 여성의 최악 선택에 대한 보상을 추가로 해 주어 공평한 선택이 될 수 있는 교환 최적화 (swap optimization) 알고리즘이 추가로 요구된다.

GSA에 이어 Lee[8,9]는 최소 가중치 매칭 방법과 최대 선호도 합 선택 방법을 제안하였다. Lee[8,9]는 최소 선호도 합으로 초기 선정하는 과정에서, 중복 선택시 어떤 셀을 포기할 것인지에 대한 기준에 차이가 있다. 또한, 초기 선정 결과에 대해 다시 교환 최적화를 수행하여 GSA의 단점을 보완하였다.

본 논문에서는 초기 선정 방법은 Lee[8,9]와 동일하지만 동일한 선호도 합 값을 가진 남성 다수가 한 명의 여성을 선택하는 중복 선택된 셀에 대해 최소 선호도 합을 가진 셀을 포기하는 방법을 제안한다. 이는 GSA와는 다른 선택과 거절할 남성을 결정하는 방법으로 초기 선택 결과에 대해 추가적으로 교환 최적화를 수행할 필요가 없는 단점을 갖고 있다. 이 알고리즘을 3장에서 제안한다.

III. 중복된 최소 상호-선호도 합 이동 방법 알고리즘

본 장에서는 안정된 결혼문제의 해를 간단하게 구하는 알고리즘을 제안한다. 제안 알고리즘은 사전에 남성의 여성 선호도와 상대편 여성의 남성 선호도 합을 구한다. 그림 2의 SM_1 문제를 상호-선호도 합으로 변환시키면 그림 3과 같다.

만약, 3×3 행렬 (3명의 남자와 3명의 여자)에서 SM의 목표 (goal)는 $|p_{.1}|=|p_{.2}|=|p_{.3}|=1$을 선택하는 것이다. $p_{.1}$에서 ".1"은 모든 행의 1열을 의미한다. 여기서, 각 행의 최소 선호도 합 ${}_{\min}p_i$을 p_{11}, p_{21}, p_{32}를 선택하였다고 가정하여 보자. 이는 남성 m_1과 m_2는 여성 w_1을 중복 선택한 경우이고, 남성 m_3는 여성 w_2를 선택하여 여성 w_3가 선택되지 않은 경우이다. 따라서, 남성 m_1, m_2중 어느 한 명은 여성 w_3를 선택하도록 해야 한다.

셀의 값: (남성의 여성 선호도, 여성의 남성 선호도)

		여성			
		w_1	w_2	w_3	w_4
남성	m_1	(1,1)	(2,4)	(3,1)	(4,3)
	m_2	(2,2)	(1,3)	(3,2)	(4,4)
	m_3	(1,3)	(4,2)	(3,3)	(2,1)
	m_4	(3,4)	(4,1)	(2,4)	(1,2)

→

		여성			
		w_1	w_2	w_3	w_4
남성	m_1	2	6	4	7
	m_2	4	4	5	8
	m_3	4	6	6	3
	m_4	7	5	6	3

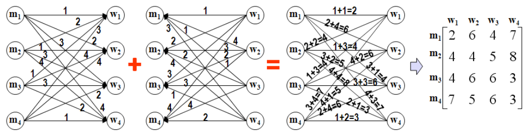


그림 3. SM_1 결혼문제의 선호도 합 행렬

Fig. 3. Sum of Inter-preference Matrix for SM_1 Marriage Problem

제안 알고리즘은 $|p_{.j}| \geq 2$인 j를 집합 S (source), $|p_{.j}|=1$인 j를 집합 H (hub), $|p_{.j}|=0$인 j를 집합 T (sink or Target)로 설정한다. 이 경우 $S=\{1\}, H=\{2\}, T=\{3\}$이다. 따라서, w_1에 과다하게 할당된 $p_{11}, p_{21} \in S$ 중의 어느 하나가 $w_3 \in T$로 이동되어야만 한다. 여기서 p_{11}은 식 (1)의 2가지 방법으로, p_{21}은 식 (2)의 방법으로 이동시킬 수 있다.

$$p_{11} \xrightarrow{p_{ST}} p_{13}, \left\{ p_{11} \xrightarrow{p_{SH}} p_{12} + p_{32} \xrightarrow{p_{HT}} p_{33} \right\} \tag{1}$$

$$p_{21} \xrightarrow{p_{ST}} p_{23}, \left\{ p_{21} \xrightarrow{p_{SH}} p_{22} + p_{32} \xrightarrow{p_{HT}} p_{33} \right\} \tag{2}$$

즉, S는 H와 T로 이동할 수 있으며, H는 S에서 하나가 이동되어야만 자신이 T로 이동될 수 있다. 제안된 알고리즘은 $S \rightarrow T$의 p_{ST}들을 계산하여 ${}_{\min}p_{ST}$를 결정한다. 다음으로 $H \rightarrow T$의 p_{HT}는 $p_{HT} < {}_{\min}p_{ST}$에 대해서만 $p_{SH}+p_{HT}$ 계산 결과에 따라 최종적으로 식 (3)을 이동시킨다.

$$H \rightarrow T \text{ 이동: } {}_{\min}\left\{ {}_{\min}p_{ST}, {}_{\min}(p_{SH}+p_{HT}) \right\} \quad \text{for } p_{HT} < {}_{\min}p_{ST} \tag{3}$$

이를 중복된 최소 상호-선호도 합 이동 (duplicated minimum inter-preference moving, DMIPM) 알고리즘이라 하며, 다음과 같이 수행된다.

Step 1. $m \times n (m \leq n)$ 상호-선호도 합 행렬로 변환.
p_{ij}= 남성의 여성 선호도+여성의 남성 선호도.

Step 2. 최소 상호-선호도 합 선택
for $i=1,2,\cdots,m$ $(m \leq n)$
${}_{\min}p_i$ 선택, (단, 중복 선택된 열과 미선택된

열이 동일 값이면 미선택 열로 이동)
end
$|p_{\cdot j}| \ge 2 \in S,\ |p_{\cdot j}| = 1 \in H,\ |p_{\cdot j}| = 0 \in T$

Step 3. 중복 선택된 최소 상호-선호도 합 이동
While $T=\{\phi\}$
T 집합의 j열에 대해 기본적으로 L-R 순서로 다음과 같이 수행. $|T| \ge 2$인 경우 R-L로 검증, 만약, L-R보다 z가 최소값이면 R-L로 z 결정.
While $S=\{\phi\}$
(1) $S \rightarrow T$의 ${}_{\min}p_{ST}$ 계산
(2) $H \rightarrow T$의 $p_{HT} < {}_{\min}p_{ST}$에 대해 $p_{SH} + p_{HT}$ 계산.
(3) ${}_{\min}\{{}_{\min}p_{ST},\ {}_{\min}(p_{SH} + p_{HT})\}$ 을 선택하여 이동.
end
if $m \ne n$ and $T \ne \{\phi\}$ then
T 집합 j열에 대해 $p_{ST} < 0$이면 이동
end
end

SM_1 문제에 대해 DMIPM 알고리즘을 적용한 결과는 그림 4와 같다.

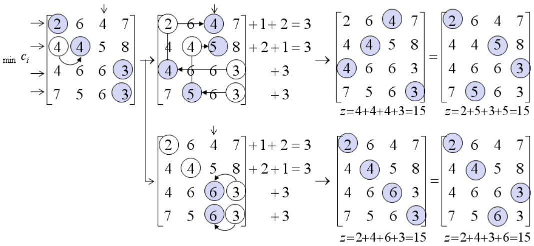


그림 4. SM_1 문제의 DMIPM 알고리즘
Fig. 4. DMIPM Algorithm for SM_1 Problem

그림 3으로 얻은 Step 1의 상호-호감도 합 행렬에 대해, Step 2에서 각 행의 최소 상호-호감도 합 ${}_{\min}p_{i\cdot}$는 $p_{11}=2$, $p_{21}=4, p_{34}=3, p_{44}=3$가 선택된다. 이 때 $p_{21}=p_{22}=4$이며, $j=1$열은 2개가 선택되었고, $j=2$열은 선택되지 않은 상태가 된다. 따라서 $p_{21} \rightarrow p_{22}$로 이동시킨다. 즉, $S=\{4\}$, $H=\{1,2\}$, $T=\{3\}$으로 결정되어 w_4에 배정된 남성 1명을 w_3와 짝을 이루도록 해야 한다. Step 3은 2번째 행렬에서 계산되었으며, 다음과 같이 짝을 맺도록 4가지 경우가 모두 동일한 해 $z=15$를 얻었다.

$\{m_1w_3, m_2w_2, m_3w_1, m_4w_4\}$, $\{m_1w_1, m_2w_3, m_3w_4, m_4w_2\}$,
$\{m_1w_1, m_2w_2, m_3w_3, m_4w_4\}$, $\{m_1w_1, m_2w_2, m_3w_4, m_4w_3\}$

제안된 알고리즘은 Gale-Shapley 알고리즘[3,4]과 동일한 해를 $O(|V|^2)$으로 보다 쉽게 구하였다.

IV. 알고리즘 적용성 평가

본 장에서는 그림 5의 7개 안정된 결혼 문제에 제안된 알고리즘을 적용하여 본다.

남성 선호도	여성 선호도	해=13
$m_1: w_1,w_4,w_2,w_3$	$w_1: m_4,m_1,m_2,m_3$	$(m_1,w_1): 1+2=3$
$m_2: w_3,w_2,w_4,w_1$	$w_2: m_1,m_2,m_4,m_3$	$(m_2,w_2): 2+2=4$
$m_3: w_2,w_3,w_4,w_1$	$w_3: m_2,m_3,m_4,m_1$	$(m_3,w_3): 2+1=3$
$m_4: w_4,w_3,w_1,w_2$	$w_4: m_4,m_3,m_1,m_2$	$(m_4,w_4): 1+2=3$

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	(1,2)	(3,1)	(4,3)	(2,4)
m_2	(4,3)	(2,2)	(1,2)	(3,1)
m_3	(4,4)	(1,4)	(2,1)	(3,3)
m_4	(3,1)	(4,3)	(2,4)	(1,2)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	3	4	7	6
m_2	7	4	3	4
m_3	8	5	3	6
m_4	4	7	6	3

(a) SM_2

남성 선호도	여성 선호도	해=14
$m_1: w_1,w_4,w_3,w_2$	$w_1: m_2,m_3,m_1,m_4$	$(m_1,w_4): 2+1=3$
$m_2: w_4,w_2,w_1,w_3$	$w_2: m_2,m_4,m_1,m_3$	$(m_2,w_2): 2+1=3$
$m_3: w_2,w_1,w_4,w_3$	$w_3: m_1,m_4,m_3,m_2$	$(m_3,w_1): 2+2=4$
$m_4: w_2,w_3,w_4,w_1$	$w_4: m_1,m_4,m_2,m_3$	$(m_4,w_3): 2+2=4$

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	(1,3)	(4,3)	(3,1)	(2,1)
m_2	(3,1)	(2,1)	(4,4)	(1,3)
m_3	(2,2)	(1,4)	(4,3)	(3,4)
m_4	(4,4)	(1,2)	(2,2)	(3,2)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	4	7	4	3
m_2	4	3	8	4
m_3	4	5	7	7
m_4	8	3	4	5

(b) SM_3

남성 선호도	여성 선호도	해=23
$m_1: w_2,w_1,w_3,w_4,w_6,w_5$	$w_1: m_5,m_1,m_6,m_2,m_3,m_4$	$(m_1,w_1): 2+2=4$
$m_2: w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6$	$w_2: m_6,m_2,m_1,m_4,m_3,m_5$	$(m_2,w_2): 2+2=4$
$m_3: ,w_3,w_4,w_2,w_5,w_1,w_6$	$w_3: m_1,m_4,m_3,m_6,m_2,m_5$	$(m_3,w_3): 1+3=4$
$m_4: w_4,w_1,w_3,w_5,w_6,w_2$	$w_4: m_2,m_3,m_4,m_5,m_1,m_6$	$(m_4,w_4): 1+3=4$
$m_5: w_5,w_1,w_4,w_6,w_3,w_2$	$w_5: m_3,m_5,m_6,m_4,m_2,m_1$	$(m_5,w_5): 1+2=3$
$m_6: w_1,w_6,w_2,w_3,w_5,w_4$	$w_6: m_4,m_6,m_3,m_1,m_5,m_2$	$(m_6,w_6): 2+2=4$

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6
m_1	(2,2)	(1,3)	(3,1)	(4,5)	(6,6)	(5,4)
m_2	(1,4)	(2,2)	(3,5)	(4,1)	(5,5)	(6,6)
m_3	(5,5)	(3,5)	(1,3)	(2,2)	(4,1)	(6,3)
m_4	(2,6)	(6,4)	(3,2)	(1,3)	(4,4)	(5,1)
m_5	(2,1)	(6,6)	(5,6)	(3,4)	(1,2)	(4,5)
m_6	(1,3)	(3,1)	(4,4)	(6,6)	(5,3)	(2,2)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6
m_1	4	4	4	9	12	9
m_2	5	4	8	5	10	12
m_3	10	8	4	4	5	9
m_4	8	10	5	4	8	6
m_5	3	12	11	7	3	9
m_6	4	4	8	12	8	4

(c) SM_4

남성 선호도	여성 선호도	해=23
$m_1: w_1,w_3,w_2,w_4,w_5$	$w_1: m_2,m_1,m_3,m_4,m_5$	$(m_1,w_1): 1+2=3$
$m_2: w_3,w_1,w_5,w_2,w_4$	$w_2: m_2,m_1,m_4,m_5,m_3$	$(m_2,w_3): 1+2=3$
$m_3: w_2,w_1,w_5,w_4,w_3$	$w_3: m_1,m_2,m_3,m_5,m_4$	$(m_3,w_5): 3+2=5$
$m_4: w_3,w_2,w_4,w_5,w_1$	$w_4: m_3,m_1,m_4,m_2,m_5$	$(m_4,w_2): 2+3=5$
$m_5: w_3,w_4,w_2,w_5,w_1$	$w_5: m_4,m_3,m_1,m_2,m_5,$	$(m_5,w_4): 2+5=7$

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	(1,2)	(3,2)	(2,1)	(4,2)	(5,3)
m_2	(2,1)	(4,1)	(1,2)	(5,4)	(3,4)
m_3	(2,3)	(1,5)	(5,3)	(4,1)	(3,2)
m_4	(5,4)	(2,3)	(1,5)	(3,3)	(4,1)
m_5	(5,5)	(3,4)	(1,4)	(2,5)	(4,5)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	3	5	3	6	8
m_2	3	5	3	9	7
m_3	5	6	8	5	5
m_4	9	5	6	6	5
m_5	10	7	5	7	9

(d) SM_5

남성 선호도	여성 선호도	해=20

$m_1: w_1, w_3, w_2, w_4$ $m_2: w_2, w_4, w_3, w_1$ $m_3: , w_3, w_1, w_4, w_2$ $m_4: w_4, w_2, w_1, w_3$	$w_1: m_2, m_4, m_1, m_3$ $w_2: m_3, m_1, m_2, m_4$ $w_3: m_4, m_2, m_3, m_1$ $w_4: m_1, m_3, m_4, m_2$	$(m_1, w_2): 3+2=5$ $(m_2, w_1): 4+1=5$ $(m_3, w_4): 3+2=5$ $(m_4, w_3): 4+1=5$

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	(1,3)	(3,2)	(2,4)	(4,1)
m_2	(4,1)	(1,3)	(3,2)	(2,4)
m_3	(2,4)	(4,1)	(1,3)	(3,2)
m_4	(3,2)	(2,4)	(4,1)	(1,3)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	4	5	6	5
m_2	5	4	5	6
m_3	6	5	4	5
m_4	5	6	5	4

(e) SM_6

남성 선호도	여성 선호도	해=21
$m_1: w_3, w_2, w_5, w_1, w_4$ $m_2: w_1, w_2, w_5, w_3, w_4$ $m_3: w_4, w_3, w_2, w_1, w_5$ $m_4: w_1, w_3, w_4, w_2, w_5$ $m_5: w_1, w_2, w_4, w_5, w_3$	$w_1: m_3, m_5, m_2, m_1, m_4$ $w_2: m_5, m_2, m_1, m_4, m_3$ $w_3: m_4, m_3, m_5, m_1, m_2$ $w_4: m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$ $w_5: m_2, m_3, m_4, m_1, m_5$	$(m_1, w_5): 3+4=7$ $(m_2, w_2): 2+2=4$ $(m_3, w_4): 1+3=4$ $(m_4, w_3): 2+1=3$ $(m_5, w_1): 1+2=3$

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	(4,4)	(2,3)	(1,4)	(5,1)	(3,4)
m_2	(1,3)	(2,2)	(4,5)	(5,2)	(3,1)
m_3	(4,1)	(3,5)	(2,2)	(1,3)	(5,2)
m_4	(1,5)	(4,4)	(2,1)	(3,4)	(5,3)
m_5	(1,2)	(2,1)	(5,3)	(3,5)	(4,5)

→

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
m_1	8	5	5	6	7
m_2	4	4	9	7	4
m_3	5	8	4	4	7
m_4	6	8	3	7	8
m_5	3	3	8	8	9

(f) SM_7

남성 선호도	여성 선호도	해=14
$m_1: w_1, w_3, w_2, w_4$ $m_2: w_3, w_4, w_1, w_2$ $m_3: , w_4, w_2, w_3, w_1$ $m_4: w_3, w_2, w_1, w_4$	$w_1: m_2, m_1, m_3, m_4$ $w_2: m_4, m_1, m_2, m_3$ $w_3: m_1, m_3, m_2, m_4$ $w_4: m_2, m_3, m_1, m_4$	$(m_1, w_1): 1+2=3$ $(m_2, w_4): 2+1=3$ $(m_3, w_3): 3+2=5$ $(m_4, w_2): 2+1=3$

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	(1,2)	(3,2)	(2,1)	(4,3)
m_2	(3,1)	(4,3)	(1,3)	(2,1)
m_3	(4,3)	(2,4)	(3,2)	(1,2)
m_4	(3,4)	(2,1)	(1,4)	(4,4)

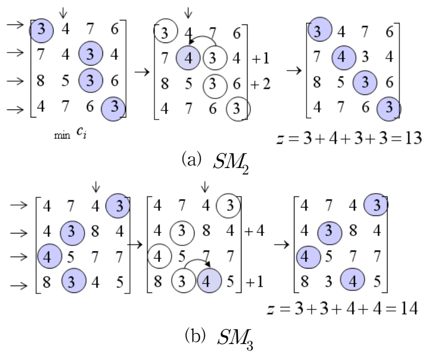
→

	w_1	w_2	w_3	w_4
m_1	3	5	3	7
m_2	4	7	4	3
m_3	7	6	5	3
m_4	7	3	5	8

(g) SM_8

그림 5. 결혼문제 실험 데이터
Fig. 5. Benchmark Data for Marriage Problem

SM_2, SM_3, SM_4는 Irving [10,11]에서, SM_5, SM_6는 Iwama [12]에서, SM_7은 Kim[13]에서, SM_8은 Wikipedia[4]에서 인용되었다. 제안된 알고리즘을 적용한 결과는 그림 6에 제시하였다.



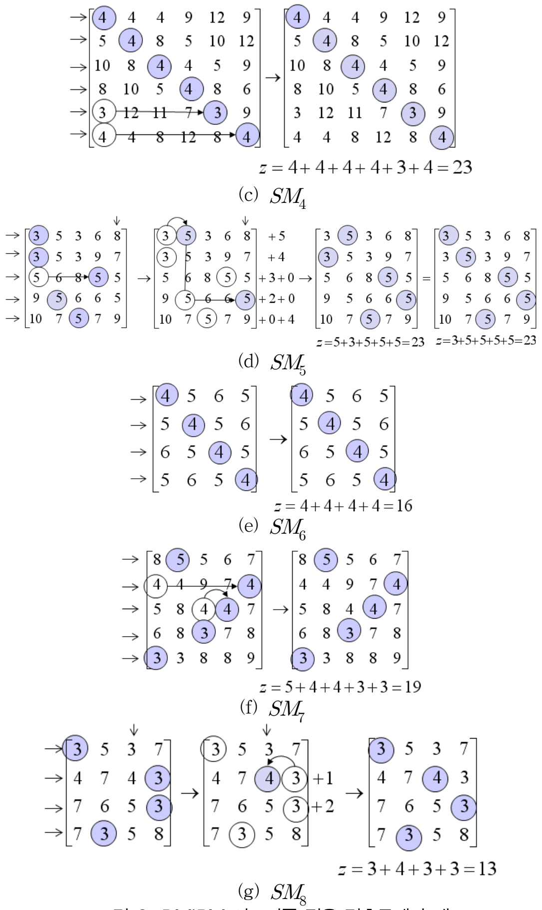


그림 6. DMIPM 알고리즘 적용 결혼문제의 해
Fig. 6. The Optimal Solution of Marriage Problems with DMIPM Algorithm

DMIPM 알고리즘을 적용한 결과, SM_4, SM_6, SM_7은 Step 2의 $_{\min}p_i$ 선택으로만 최적 해를 구하였으며, SM_2, SM_3, SM_5, SM_8은 $_{\min}p_i$ 선택 후, Step 3에서 단지 1회 이동만으로 최적 해를 간단히 구하였다.

DMIPM 알고리즘은 SM_2, SM_3, SM_4, SM_5에 대해 Irving[8,9]과 Iwama[10]와 동일한 결과를 얻었다. 그러나 SM_6는 최적 해를 20에서 16으로, SM_7은 21에서 17로, SM_8은 14에서 13으로 개선시켰다.

제안된 알고리즘은 단지 선택과 이동만을 수행하는 단순한 알고리즘으로, 선택만으로 최적 해를 얻은 경우는 SM_4, SM_6, SM_7의 3개 데이터, 선택-최소 선호도 합 1회 이동은 $SM_1, SM_2, SM_3, SM_4, SM_5$의 5개 데이터이다. 제안된 방법은 교환 최적화를 추가적으로 수행하지 않는 장점을 갖고 있다.

이러한 단순한 장점에도 불구하고 기존에 알려진 해를 개선할 수 있었으며, Lee[8,9]의 선택-이동-교환 최적화의 3단계를 수행하는 알고리즘들에 비해 보다 단순하면서도 동일한 해를 얻을 수 있었다.

V. 결론

본 논문은 결혼문제를 상호-선호도 합 행렬로 변환시키고 중복 선택된 최소 상호-선호도 합을 이동시키는 방법을 적용하여 간단하고 빠르게 최적 해를 구하는 알고리즘을 제안하였다.

SMP에 대해 기존의 알고리즘들은 배정-이동-교환 최적화의 3단계를 수행해야 최적 해를 얻을 수 있었다. 그러나 본 논문에서는 단순히 배정-이동의 2단계만을 수행하는 알고리즘으로 기존 연구들과 차별성이 있다고 할 수 있다.

제안된 알고리즘은 8개 문제 중에서 3개 문제는 기존 논문에서 제시한 최적 해를 개선하는 효과도 얻었다. 또한, 불균형 결혼문제에 대해서도 적용할 수 있도록 확장성도 갖고 있다.

제안된 알고리즘은 쉽고 빠르게 해를 구할 수 있기 때문에 결혼문제의 최적 해를 구하는 알고리즘으로 적용할 수 있을 것이다.

REFERENCES

[1] T. Szabó, "Graph Theory," Institute of Technical Computer Science, Department of Computer Science, ETH, 2004.

[2] M. X. Goemans, "18.433 Combinatorial Operation: Lecture Notes on Bipartite Matching," Massachusetts Institute of Technology, 2007.

[3] J. T. Eyck, "Algorithm Analysis and Design," http://www.academic.marist.edu/~jzbv/algorithms/TheStableMarriageProblem.htm, 2008.

[4] Wikipedia, "Stable Marriage Problem,," http://en.wikipedia.org/wiki/Stable_marriage_problem, Wikimedia Foundation Inc., 2015.

[5] W. Hunt, "The Stable Marriage Problem," Lane Department of Computer Science and Electrical Engineering, West Virginia University, 2004.

[6] S. U. Lee, "Assignment Problem Algorithm Based on the First Selection Method of the Minimum Cost," Journal of IIBC, Vol. 13, No. 5, pp. 163-171, Oct. 2013.

[7] S. U. Lee, "The Grid Type Quadratic Assignment Problem Algorithm," Journal of KSCI, Vol. 19, No. 5, pp. 91-99, Apr. 2014.

[8] S. U. Lee, "A Marriage Problem Algorithm," Journal of KIIT, Vol. 11, No. 4, pp. 159-168, Apr. 2013.

[9] S. U. Lee, "Marriage Problem Algorithm Based on Maximum-Preferred Rank Selection Method," Journal of IIBC, Vol. 14, No. 3, pp. 111-117, Jun. 2014.

[10] R. W. Irving, "Stable Matching Problems with Exchange Restrictions," Journal of Combinatorial Optimization, Vol. 16, pp. 344-360, 2008.

[11] R. W. Irving, "The Man-Exchange Stable Marriage Problem," Department of Computing Science, Research Report, TR-2004-177, University of Glasgow, UK., 2004.

[12] K. Iwama, "Stable Matching Problems," http://www.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/~iwama/papers/isaac2006-3.ppt, 2006.

[13] J. H. Kim, "MAT 2106-02 Discrete Mathematics: Combinatory Theory from the Prospective of Marriage Problem," Department of Mathematics, Yousei University, Korea, 2001.

저 자 소 개

이 상 운(Sang-Un, Lee)

1983년 ~ 1987년 :
한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)

1995년 ~ 1997년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)

1998년 ~ 2001년 :
경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)

2003.3 ~ 2015.3 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수

2015.4 ~ 현 재 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 정교수

관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발 방법론, 소프트웨어 신뢰성, 그래프 알고리즘

e-mail : sulee@gwnu.ac.kr