

개수로에서 흐름방향 유속의 횡분포 이론식에 기반한 종분산계수 개발 : II. 종분산계수

Development of Longitudinal Dispersion Coefficient Based on Theoretical Equation for Transverse Distribution of Stream-Wise Velocity in Open Channel : Part II. Longitudinal Dispersion Coefficient

백 경 오*

Baek, Kyong Oh

Abstract

The aim of this study is that a theoretical formula for estimating the one-dimensional longitudinal dispersion coefficient is derived based on a transverse distribution equation for the depth averaged stream-wise velocity in open channel. In “Part I. Theoretical equation for stream-wise velocity” which is the former volume of this article, the velocity distribution equation is derived analytically based on the Shiono-Knight Method (SKM). And then incorporating the velocity distribution equation into a triple integral formula which was proposed by Fischer (1968), the one-dimensional longitudinal dispersion coefficient can be derived theoretically in “Part II. Longitudinal dispersion coefficient” which is the latter volume of this article. The proposed equations for the velocity distribution and the longitudinal dispersion coefficient are verified by using observed data set. As a result, the non-dimensional longitudinal dispersion coefficient is inversely proportional to square of the Manning’s roughness coefficient and the non-dimensional transverse dispersion coefficient, and is directly proportional to square of the aspect ratio (channel width to depth).

Keywords : transverse distribution of stream-wise velocity, longitudinal dispersion coefficient, tracer test, transverse diffusion coefficient, roughness coefficient

요 지

본 연구의 목적은 하천에서 흐름방향 유속의 횡분포식에 기반하여 1차원 종분산계수를 이론적으로 유도하고 이들의 타당성을 검증하는 것이다. 이를 위해 본 논문의 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡포식”에서는 SKM을 도입하여 삼각형 단면수로에서 횡분포식을 해석적으로 유도하였다. 본 논문의 후편 “II. 종분산계수”에서는 전편에서 유도된 유속의 횡분포식을 기반으로 1차원 종분산계수 이론식을 새롭게 개발하였다. 개발된 종분산계수 이론식을 검증하기 위해 전편과 동일한 하천에서 수행된 추적자 농도 실험 결과를 이용한 관측 종분산계수와 비교 분석하였다. 또한 개발된 종분산 계수식을 기존의 식들과 비교하여 본 연구에서 개발된 식의 차별점 및 우수성을 검토하였다. 결과적으로 무차원 종분산계수는 무차원 횡확산 계수에 반비례하고, 하폭 대 수심비의 제곱에 비례하였다. 그리고 Manning의 조도계수의 제곱에 반비례함을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : 흐름방향유속의 횡분포; 종분산계수; 추적자실험; 횡확산계수; 조도계수

* 국립환경대학교 공과대학 토목안전환경공학과 부교수 (e-mail: pko@hknu.ac.kr, Tel: 82-31-670-5141)
Associate Prof., Dept. of Civil, Safety, and Environmental Engrg, Hankyong National Univ., Anseong 456-749, Korea

1. 서론

하천은 일정 정도의 자정능력을 가지고 있다. 하천의 자정작용은 하천에 유입된 하수, 폐수 등 오염물질이 자연적인 여러 현상에 의해 희석, 분해, 제거되는 것을 의미한다. 이 작용으로 인해 오염물질이 유입된 지점으로부터 멀리 떨어진 하류구간에서는 오염물질의 농도가 저하되어 수질이 깨끗한 물로 유지되는 것이다. 그러나 하천이 가지고 있는 고유의 자정능력 이상으로 오염물질이 유입되었을 경우에는 이를 다 분해시키지 못한 채 수질오염현상을 노출하게 된다. 여기서 하천의 자정작용은 물리적 자정작용, 생물화학적 자정작용으로 크게 구분할 수 있다. 우선 하천에서 물리적 자정작용이란 오염물질이 수체(water body)의 운동에 의해서 이동, 혼합, 교환되는 일련의 물리적인 과정을 의미하며, 인위적인 이동현상과 구분하기 위하여 수문학적 이동 과정(hydrologic transport processes)이라고도 명한다(Fischer et al., 1979). 그 세부 메카니즘은 이송(advection), 확산(diffusion), 분산(dispersion) 등으로 구별되는데 이송은 수체의 평균유속에 의해서 오염물질이 장소만 옮기는 이동 과정이다. 확산은 분자운동이나 난류(turbulence)에 의해 물질이 퍼지는 과정이고, 분산은 유속편차에 의해 확산 현상이 강화되는 과정으로 설명된다. 결국 하천의 물리적 자정작용은 하천 유속에 크게 의존한다고 볼 수 있다(Baek et al., 2012).

분산계수는 하천의 물리적 자정작용 능력을 가늠할 수 있는 지표이다. 개수로에서 분산계수의 결정시 유의할 점은 1차원 해석을 위해 사용되는 종분산계수와 2차원 해석의 종분산계수를 동일시하지 않는 것이다. 1차원에서의 종분산계수는 단면 전체에 걸쳐 발생하는 전단류의 영향을 고려하지만, 2차원의 종분산계수는 전단류의 연직분포만을 고려하기 때문에 그 값이 1차원 종분산계수에 비해 훨씬 작다(Fischer et al., 1979; Rutherford, 1994; Baek and Seo, 2007). Elder (1959)는 유속의 횡방향 편차가 없다는 가정하에 주흐름의 연직분포를 로그함수로 가정하여 2차원 해석에 적합한 종분산계수를 이론적으로 도출한 바 있다. 반면 1차원으로 해석할 때 하천과 같은 광폭 개수로의 경우에는 연직방향 전단류가 횡방향의 그것에 비해 매우 작기 때문에 수심 평균된 유속의 횡분포만 가지고도 충분히 종분산계수를 가늠할 수 있다. 주흐름의 횡분포를 이용하여 이론적으로 1차원 종분산계수를 제안한 연구는 Fischer (1966, 1968)로부터 비롯된다. 그의 연구 절차를 따라 Sooky (1969), Deng et al. (2001), Deng et al. (2002), Seo and Baek (2004) 등은 유속의 횡분포식을 우

선 제안한 후 이를 기반으로 종분산계수식을 유도하였다.

이와 같은 이론적인 접근과는 다르게 실제 하천 현장의 불규칙성을 감안하여 방대한 분산자료를 바탕으로 1차원 종분산계수에 대한 경험식을 제안한 연구들도 다수 존재한다. 대표적으로 McQuivey and Keefer (1974), Liu (1977), Iwasa and Aya (1991), Seo and Cheong (1998), Koussis and Rodriguez-Mirasol (1998), Swamee et al. (2000), Kashefipour and Falconer (2002) 등을 들 수 있다. 이러한 경험식들의 장점은 기본적인 수리량을 변수로 하여 간단한 공식의 형태로 표현되어 있어 계산과정이 간편하다. 또한 방대한 현장 자료를 기반으로 개발된 식들이므로 이상치가 발생하지 않는 안정적인 범위 안에서 분산계수 값이 결정될 수 있다. 하지만 특정하천의 특정구간에서 발생하는 분산과정을 보다 면밀히 분석하기 위해서는 이론적인 접근법이 동반되어야만 할 것이다.

본 연구에서는 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡분포”에서 개발된 수심 평균된 흐름방향 유속의 횡분포식을 이용하여 Fischer et al. (1979)의 연구 절차를 따라 1차원 종분산계수 이론식을 새롭게 제안하였다. 제안된 분산계수식을 검증하기 위해 본 논문의 전편과 동일한 하천에서 관측된 종분산계수와 비교하였다. 또한 제안된 식을 기존의 종분산계수 식들과 비교 분석하여 본 연구에서 개발된 식의 차별점, 우수성 및 발전 가능성 등을 검토해 보았다.

2. 종분산계수의 개발

본 논문에서는 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡분포”에서 해석적으로 유도된 수심평균 흐름방향 유속의 횡분포식을 기반으로 Fischer et al. (1979)의 삼중 적분식을 이용하여 1차원 종분산계수 이론식을 유도한다. 그들은 1차원 종분산계수를 해석적으로 유도하기 위해 이송-확산 방정식을 기반으로 하여 다음과 같은 3중 적분식을 제안한 바 있다.

$$K = -\frac{1}{A_a} \int_0^W z u'_d \int_0^y \frac{1}{\varepsilon_t z} \int_0^y z u'_d dy dy dy \quad (1)$$

여기서, K 는 1차원 종분산계수, A_a 는 단면적, W 는 하폭, ε_t 는 횡확산계수, u'_d 는 단면평균유속에 대한 흐름방향 유속의 편차이다. 본 논문의 전편에서와 마찬가지로 적분상의 계산편의를 위해 Fig. 1처럼 좌표변환 후 영역 (I)과 (II)에 대해 각각 분산계수를 구한다면 이들의 합이 최종 분산계수가 된다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$K = K_{(I)} + K_{(II)} \quad (2)$$

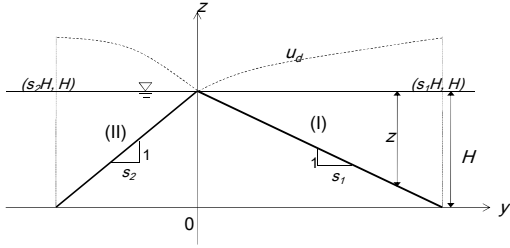


Fig. 1. Transformation of Coordinates for Transverse Profile of Stream-wise Velocity in Triangular Cross Section

여기서, $K_{(I)}$ 과 $K_{(II)}$ 는 각각 다음과 같다.

$$K_{(I)} = -\frac{1}{(s_1 H^2/2)} \int_0^{s_1 H} z u'_d \int_0^y \frac{1}{\varepsilon_t z} \int_0^y z u'_d dy dy dy \quad (3a)$$

$$K_{(II)} = -\frac{1}{(s_2 H^2/2)} \int_{-s_2 H}^0 z u'_d \int_0^y \frac{1}{\varepsilon_t z} \int_0^y z u'_d dy dy dy \quad (3b)$$

본 논문의 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡분포”에서 SKM을 기반으로 유도된 유속분포를 이용하면 영역 (I)에서의 유속편차는 다음과 같이 표현된다.

$$u'_d = u_d - U_{(I)} = \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} \quad (4)$$

모멘텀과 질량 이동의 유사성(Fischer et al., 1979)을 이용하여 횡확산계수를 전편의 Eq. (3d)와 유사한 형태로 표현할 수 있다.

$$\varepsilon_t = \beta z u_* \quad (5)$$

여기서, β 는 무차원 횡확산계수이다. Eqs. (4) and (5)를 Eq. (3a)에 대입 후 정리하여 영역(I)에서의 종분산계수를 표현하면 다음과 같다.

$$K_{(I)} = -\frac{s_1^3}{\beta u_* (s_1 H^2/2)} \int_0^H z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) \int_0^z \frac{1}{z^2} \int_0^z z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) dz dz dz \quad (6)$$

Eq. (6)에서 첫 번째 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\int_0^z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) dz = \int_0^z \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} dz - \int_0^z 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} dz \quad (7)$$

$$= 2\sqrt{\omega_1} C_f z^{(\alpha_1-1)n+2.5} - 2\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} z^2$$

Eq. (7)을 기반으로 Eq. (6)의 두 번째 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\int_0^z \frac{1}{z^2} \int_0^z z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) dz dz = \int_0^z 2\sqrt{\omega_1} C_f z^{(\alpha_1-1)n+0.5} - 2\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} dz$$

$$= 2\sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \quad (8)$$

$$\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \frac{2}{2(\alpha_1-1)n+3} z^{(\alpha_1-1)n+1.5}$$

$$- 2\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} z$$

$$= 4\sqrt{\omega_1} C_{ff} z^{(\alpha_1-1)n+1.5} - 2\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} z$$

$$\text{여기서 } C_{ff} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \quad \text{이다.}$$

$$\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+3}$$

Eq. (8)을 기반으로 Eq. (6)의 마지막 적분을 위해 전개 후 항을 정리하면 다음과 같다.

$$\int_0^H z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) \int_0^z \frac{1}{z^2} \int_0^z z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) dz dz dz$$

$$= \int_0^H z (\sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 4\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}) \cdot (4\sqrt{\omega_1} C_{ff} z^{(\alpha_1-1)n+1.5} - 2\sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5} z) dz$$

$$= 2\sqrt{\omega_1} \int_0^H 2C_{ff} z^{(\alpha_1-1)n+2.5} \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - C_f H^{0.5} z^2 \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} - 8\sqrt{\omega_1} C_f C_{ff} H^{0.5} z^{(\alpha_1-1)n+2.5} + 4\sqrt{\omega_1} C_f^2 H z^2 dz \quad (9)$$

Eq. (9)에서 보듯이 최종적으로 적분해야 할 항이 4개 남는데, 우선 $t = \frac{z}{H} \leq 1$ 로 치환 후 첫 번째 항만 적분하면 다음과 같다.

$$\int_0^H 2C_{ff} z^{(\alpha_1-1)n+2.5} \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} dz = 2C_{ff} H^{(\alpha_1-1)n+3.5} \int_0^1 t^{(\alpha_1-1)n+2.5} \sqrt{AH^{\alpha_1} t^{\alpha_1} + \omega_1 H t} dt$$

$$= 2C_{ff} H^{(\alpha_1-1)n+3.5} \sqrt{\omega_1 H} \cdot \int_0^1 \left(1 + \frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega} t^{\alpha_1-1} \right)^{0.5} \cdot t^{(\alpha_1-1)n+3} dt$$

$$\begin{aligned}
&= 2C_{ff}H^{(\alpha_1-1)n+3.5}\sqrt{\omega_1H}. \\
&\int_0^1 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{p(p-1)\cdots(p-m+1)}{m!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^m t^{(\alpha_1-1)m} \cdot t^{(\alpha_1-1)n+3} dt \\
&= 2C_{ff}H^{(\alpha_1-1)n+3.5}\sqrt{\omega_1H} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{p(p-1)\cdots(p-m+1)}{m!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^m \\
&\frac{1}{(\alpha_1-1)m+(\alpha_1-1)n+4} \left[t^{(\alpha_1-1)m+(\alpha_1-1)n+4}\right]_0^1 \\
&= 2C_{ff}H^{(\alpha_1-1)n+4}\sqrt{\omega_1}. \\
&\sum_{m=0}^{\infty} \frac{p(p-1)\cdots(p-m+1)}{m!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^m \\
&\frac{1}{(\alpha_1-1)(m+n)+4} \\
&= 2\sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \quad (10) \\
&\left(\frac{AH^{2(\alpha_1-1)}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \frac{2}{2(\alpha_1-1)n+3}. \\
&\sum_{m=0}^{\infty} \frac{p(p-1)\cdots(p-m+1)}{m!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^m \\
&\frac{1}{(\alpha_1-1)(m+n)+4} H^4 \\
&\text{Eq. (9)의 두 번째 항을 적분하면 다음과 같다.} \\
&-\int_0^H C_f H^{0.5} z^2 \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} dz \\
&= -C_f H^{0.5} \int_0^H \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} \cdot z^2 dz \\
&= -C_f H^{0.5} 2\sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \\
&\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+7} \cdot H^{3.5} \\
&= -2\sqrt{\omega_1} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!}\right) \\
&\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5}. \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \\
&\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+7} H^4
\end{aligned}$$

Eq. (9)의 세 번째 항을 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&-\int_0^H 8\sqrt{\omega_1} C_f C_{ff} H^{0.5} z^{(\alpha_1-1)n+2.5} dz \\
&= -8\sqrt{\omega_1} C_f C_{ff} H^{0.5} \frac{2}{2(\alpha_1-1)n+7} H^{(\alpha_1-1)n} H^{3.5} \\
&= -16\sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \quad (12) \\
&\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{2(\alpha_1-1)}}{\omega_1}\right)^n \\
&\frac{1}{(2(\alpha_1-1)n+3)(2(\alpha_1-1)n+5)(2(\alpha_1-1)n+7)} H^4
\end{aligned}$$

Eq. (9)의 네 번째 항을 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\int_0^H 4\sqrt{\omega_1} C_f^2 H z^2 dz \\
&= \frac{4}{3}\sqrt{\omega_1} C_f^2 H^4 \quad (13) \\
&= \frac{4}{3}\sqrt{\omega_1} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!}\right)^2 \\
&\left(\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5}\right)^2 H^4
\end{aligned}$$

Eqs. (10)~(13)을 종합하여 Eq.(6)을 통해 영역(I)에서
의 충분산계수를 구하면 다음과 같다.

$$K_{(I)} = -\frac{8\omega_1 s_1^2 H^2}{\beta u_*} \{T1 + T2 + T3 + T4\} \quad (14)$$

여기서, T1, T2, T3, T4는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
T1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2)\cdots(p-n+1)}{n!} \\
&\left(\frac{AH^{2(\alpha_1-1)}}{\omega_1}\right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \frac{2}{2(\alpha_1-1)n+3} \quad (15a)
\end{aligned}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1) \cdots (p-m+1)}{m!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^m \cdot \frac{1}{(\alpha_1-1)(m+n)+4}$$

$$T2 = - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \right) \cdot \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \cdot \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+7} \quad (15b)$$

$$T3 = -8 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \cdot \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \quad (15c)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{2(\alpha_1-1)}}{\omega_1} \right)^n \cdot \frac{1}{(2(\alpha_1-1)n+3)(2(\alpha_1-1)n+5)(2(\alpha_1-1)n+7)}$$

$$T4 = \frac{2}{3} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \right)^2 \cdot \left(\left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} \right)^2 \quad (15d)$$

동일한 방식으로 영역 (II)에서의 종분산계수를 구할 수 있고, Eq. (2)와 같이 영역 (I)과 (II)의 합이 최종 종분산계수가 된다.

3. 종분산계수식의 검증 및 분석

3.1 종분산계수의 검증

본 연구에서 개발한 1차원 종분산계수식(Eq. (14))을 실제 자연하천에서 관측된 분산계수와 비교하여 그 적용성을 검증해 보았다. 검증에 쓰인 자료는 앞서 전편 "I. 흐름방향 유속의 횡분포"에서 언급하였듯이 Godfrey and Frederick (1970)의 실험 결과를 사용하였다. 그 이유는 실제하천에서 1차원 추적자 실험이 수행되어 분산자료가

존재하고, 동시에 임의의 단면에서 횡분포가 도시될 만큼 촘촘히 유속을 관측한 연구사례이기 때문이다. Godfrey and Frederick (1970)은 4곳의 자연하천과 2곳의 인공수로에서 11차례의 추적자 실험과 수리량을 관측한 바 있는데, 그 중 인공수로의 실험자료는 보고서에 수록되어 있지 않아 본 연구에서는 8차례의 조사결과만을 요약하였다. 그리고 Table 1에 관측분산계수 산정에 이용된 단면들 위주로 주요 지형 및 수리량을 기재하였다. 더불어 실험이 수행된 하천의 개략도를 Fig. 2에 도시하였다.

본 연구에서 개발한 종분산계수식을 Table 1의 자료 기반으로 각 Test별, section별로 적용하여 1차원 종분산계수값을 계산하였다. 본 논문의 전편에서 개발한 유속의 횡분포식을 이용하여 종분산계수식이 유도되었으므로, 종분산계수식의 적용시에도 매개변수인 조도계수와 와점성계수가 결정돼야 한다. 본 연구에서는 각 단면별로 관측된 단면평균유속을 이용하여 Manning의 유속식으로 조도계수를 역산하여 이 값을 고정시키고, 관측 단면평균 유속과 이론식(본 논문의 전편에서 개발된 유속의 횡분포식)으로 계산된 단면평균유속 값간의 차이가 최소가 되도록 와점성계수를 결정하였다. 이러한 과정을 통해 계산된 종분산계수를 관측 종분산계수와 비교하였다. 관측 종분산계수는 추적자실험을 통해 취득한 추적자 농도곡선을 기반으로 추적법(routing procedure)으로 산정하였다. 추적법은 모멘트법의 단점을 극복하고자 Fischer (1968)가 제시한 방안으로, 마치 하도내 홍수파를 추적하듯이 상류 지점에서 관측된 농도자료를 입력하여 하류지점에서 농도 곡선을 계산하고 이것을 동일지점에서 관측한 농도곡선과 비교, 오차가 최소가 되게끔 매개변수인 분산계수를 조정하여 결정하는 방식이다. 이때 추적자 주입 후 초기 시간을 지나 Fick의 법칙이 적용되는 하류 구간에 추적법을 적용해야 적절한 관측 분산계수를 산정할 수 있다 (Fischer et al., 1979). 따라서 본 연구에서는 Fig. 2에서 보듯이 Test별로 존재하는 6개의 단면 중 section 3보다 하류 지점의 자료들을 주로 이용하여 관측 분산계수를 산정하였다. 이와 함께 여러 연구자들이 제안한 기존의 1차원 종분산계수식도 함께 적용하여 비교하였다. 일반적으로 무차원 종분산계수는 다음의 식과 같은 형태를 띈다.

$$\frac{K}{H_a u_*} = a \left(\frac{U}{u_*} \right)^b \left(\frac{W}{H_a} \right)^c \quad (16)$$

여기서, H_a 는 평균수심이고 a, b, c 는 각각 상수이다. 앞서 서론에서 언급된 여러 연구자들의 종분산계수 식들 중 대표적인 것을 수록하면 상수 a, b, c 를 Table 2와 같은 수치

Table 1. Summary of Geometric and Hydraulic Data (After Godfrey and Frederick, 1970)

Stream Reach	Test #	Sec.	W (m)	H_a (m)	U (m/s)	S_0	n
Copper Creek near Gate City, Va.	1	4	17.68	0.45	0.20	0.00144	0.061
		5	17.68	0.58	0.16	0.00130	0.065
	6	4	17.68	0.81	0.53	0.00137	0.034
		5	19.81	0.82	0.50	0.00130	0.032
		6	21.34	0.90	0.45	0.00130	0.038
	11	4	14.94	0.47	0.27	0.00144	0.056
5		18.29	0.49	0.22	0.00130	0.064	
6		16.46	0.49	0.24	0.00130	0.042	
Clinch River near Speers Ferry, Va	2	4	50.60	0.99	0.21	0.00048	0.056
		5	53.65	1.10	0.18	0.00044	0.057
		6	47.55	1.90	0.11	0.00036	0.159
	7	4	59.44	2.33	0.80	0.00044	0.021
		5	62.18	2.21	0.76	0.00040	0.020
		6	52.12	2.82	0.69	0.00040	0.029
	10	4	55.78	2.26	0.69	0.00044	0.024
		5	53.34	2.25	0.70	0.00044	0.021
		6	50.60	2.72	0.62	0.00040	0.032
Powell River near Sneedville, Tenn	4	3	35.97	0.81	0.15	0.00036	0.052
		4	37.19	1.09	0.09	0.00029	0.071
		5	37.19	0.71	0.15	0.00032	0.054
Clinch River near Clinchport, Va.	5	4	25.60	0.59	0.38	0.00040	0.017
		5	33.53	0.78	0.20	0.00032	0.044
		6	47.55	0.53	0.23	0.00032	0.035

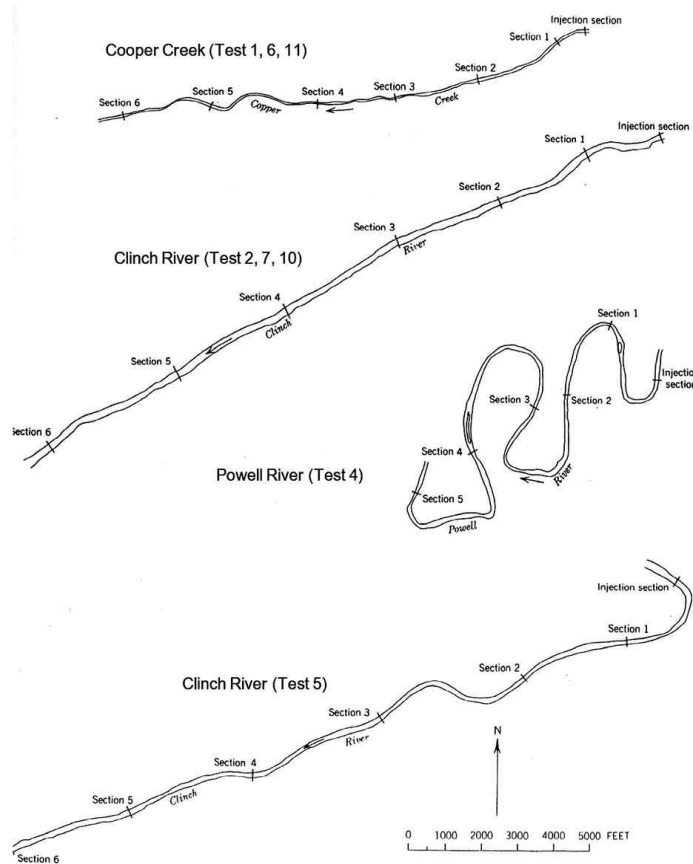


Fig. 2. Sketch of tracer test sites (After Godfrey and Frederick, 1970)

로 표현할 수 있다.

본 연구에서 개발한 종분산계수식과 기존 추정식들 (Table 2)은 각각의 단면에서 종분산계수를 계산할 수 있다. 그런데 관측 분산계수는 앞서 언급했듯이 추적자 주입 후 초기시간(initial period)을 피하기 위해 하류 단면에 추적법을 적용하여 산출해 냈으므로, 추정식들도 이와 동일한 하류단면들에만 적용하였다. 그리고 각 단면별 종방향 거리를 가중치로 삼아 가중평균한 값을 그 구간의 대표 분산계수로 간주하였다. 각 test별 관측 분산계수 및 추정된 분산계수를 Table 3에 정리하였고, Fig. 3에 비교 도시하였다. 이 Table과 Fig.에서 보듯이 관측분산계수를

참값으로 간주하면 Iwasa and Aya (1991) 및 Koussis and Rodriguez-Mirasol (1998)의 결과는 모든 지점에서 분산계수를 과대산정하였고, Liu (1977) 및 Seo and Cheong (1998)의 결과는 전반적으로 과대산정하는 경향이 있었다. 반면 Fischer (1975)와 Seo and Baek (2004) 그리고 본 연구의 결과는 치우침 없이 대체적으로 관측치에 근접하는 양상을 보였다. 특히 그중에서 Seo and Baek (2004)의 결과가 가장 나았는데, 그 이유는 본 논문의 전면 “I. 흐름방향 유속의 횡분포”에서 분석했듯이 Seo and Baek (2004)이 제시한 유속식이 횡분포를 가장 잘 모사하였고 그 결과로 도출된 분산계수 또한 관측치에 일치하기 때문이다. 본

Table 2. Values of the Constant in the Formulae for the Longitudinal Dispersion Coefficient (after Seo and Baek, 2004)

Formulae	Constant	a	b	c
Fischer (1975)		0.011	2.0	2.0
Liu (1977)		0.18	0.5	2.0
Iwasa and Aya (1991)		2.0	0.0	1.5
Seo and Cheong (1998)		5.92	1.43	0.62
Koussis and Rodriguez-Mirasol (1998)		0.6	0.0	2.0
Seo and Baek (2004)		$f(\alpha, \beta)$	2.0	2.0

Table 3. Observed and Estimated Longitudinal Dispersion Coefficients

Stream (Test #)	Route secs	Longitudinal Dispersion Coefficient (K, m ² /s)							
		Observed value	Fischer (1975)	Liu (1977)	Iwasa and Aya (1991)	Seo and Cheong (1998)	Koussis and Rodriguez (1998)	Seo and Baek (2004)	This Study
Copper Creek (test1)	s4-s5	5.4	3.9	13.6	42.0	8.4	27.1	5.6	2.9
Clinch River (test2)	s4-s6	8.6	11.5	44.7	116.0	17.8	95.0	5.7	27.8
Powell River (test4)	s3-s5	9.5	8.5	27.5	75.3	11.7	53.3	3.2	7.7
Clinch River (test5)	s4-s6	10.7	30.8	37.4	126.0	23.0	53.9	9.8	25.2
Copper Creek (test6)	s4-s6	20.8	12.1	18.7	94.0	34.2	28.3	25.1	14.9
Clinch River (test7)	s4-s6	40.5	85.3	64.8	406.0	177.0	77.9	42.2	33.3
Clinch River (test10)	s4-s6	36.9	62.1	56.1	342.0	148.0	71.4	37.2	11.2
Copper Creek (test11)	s4-s6	24.6	4.6	14.6	47.1	9.8	28.4	11.0	3.7

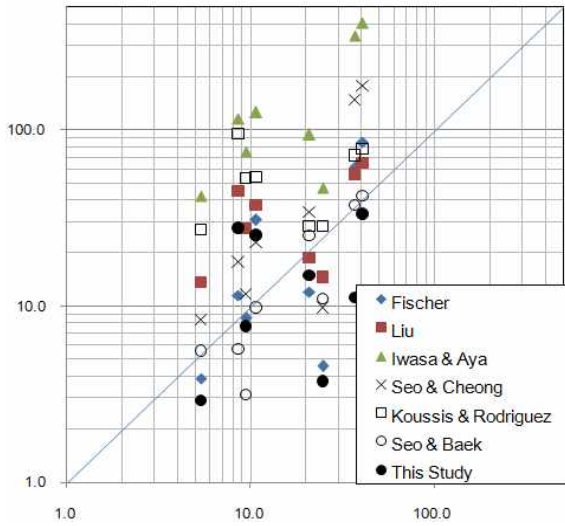


Fig. 3. Comparison of Observed and Estimated Longitudinal Dispersion Coefficients

연구에서 제시한 횡분포식은 수심과 유속이 편기하는 방향이 다를 경우 유속분포를 정확히 재현해 내지 못하고 (전편 Fig. 5), 이것의 영향으로 분산계수의 차이가 발생했을 것으로 사료되고, 이는 곧 본 연구의 한계점으로 지적될 수 있다. 그렇다고 해서 본 연구에서 개발한 분산계수식이 Seo and Baik (2004)의 식보다 우월하지 못하다고 단정해서는 안 된다. Seo and Baik (2004)의 식은 경험식이므로 관측된 횡분포 유속자료가 존재하는 경우에 정확한 값을 도출할 수 있지만, 자료가 없는 경우에는 매개변수 결정이 어려운 분산계수 산정에 오차요인으로 작용할 수 있다. 반면 본 연구에서 제시한 분산계수식의 매개변수는 조도계수와 와점성계수이므로 관측 유속자료의 유무와 상관없이 매개변수 결정에 큰 어려움이 없다. 따라서 세세한 유속자료 없이 기초적인 지형이나 수리량 정보만 알고 있는 경우에 분산계수를 산정해야 한다면 본 연구에서 개발한 식을 활용하는 것이 유용하리라 사료된다.

3.2 무차원 중분산계수의 분석

본 연구에서 제안한 1차원 중분산계수식의 형태가 매우 복잡하여 현장 적용성이 떨어질 수 있다. 따라서 무차원화 및 수리량들의 유사성을 통해 식을 간략화하였다. 우선 본 연구에서는 삼각형 단면을 가정하여 식을 유도하였으므로 최대수심과 평균수심간에는 다음의 관계가 성립한다.

$$H = 2H_a \quad (17)$$

무차원 중분산계수는 일반적으로 분산계수(Eq. (14))

를 평균수심과 마찰유속의 곱으로 나누어 주면 되는데, Eq. (17)을 대입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{K}{H_a u_*} = - \frac{32\omega s^2 H_a}{\beta u_*^2} \{T1 + T2 + T3 + T4\} \quad (18)$$

자연하천과 같은 광폭수로에서는 심하게 수심형태가 왜곡되지 않는 이상 s 의 값이 충분히 크므로 동수반경 (R_h)은 다음과 같이 평균수심에 근사한다.

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{1}{2} \frac{H^2 s}{H\sqrt{1+s^2}} \approx \frac{H}{2} = H_a \quad (19)$$

등류흐름에서 마찰항은 다음의 관계가 있으며 Eq. (19)를 대입하면

$$\frac{U}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{R_h^{1/6}}{n\sqrt{g}} \approx 0.32 \frac{H_a^{1/6}}{n} \quad (20)$$

Eq. (20)에서 u_* 를 U 로 정리 후 Eq. (18)에 대입하면

$$\frac{K}{H_a u_*} = - \frac{3.27\omega s^2 H_a^{4/3}}{\beta n^2 U^2} \{T1 + T2 + T3 + T4\} \quad (21)$$

전편 논문에서 $U^2 = 32\omega C_f^2 H_a$ 이므로 이를 Eq. (21)에 대입하면

$$\frac{K}{H_a u_*} = - \frac{0.1s^2 H_a^{1/3}}{\beta n^2} \frac{(T1 + T2 + T3 + T4)}{C_f^2} \quad (22)$$

하폭은 $W = sH$ 로 표현되므로 이를 반영하여 Eq. (22)를 수정하면

$$\frac{K}{H_a u_*} = - \frac{0.4H_a^{1/3}}{\beta n^2} \left(\frac{W}{H_a}\right)^2 \frac{(T1 + T2 + T3 + T4)}{C_f^2} \quad (23)$$

C_f 와 $T1, T2, T3, T4$ 는 또한 수심, 하상경사, 측벽경사, 중력가속도, 조도계수, 와점성계수 등의 함수이므로 Eq. (23)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{K}{H_a u_*} = \frac{f(H_a, S_0, s, g, n, \varepsilon)}{\beta n^2} \left(\frac{W}{H_a}\right)^2 \quad (24)$$

Eq. (24)를 통해 무차원 중분산계수와 주요 수리량의 관계를 살펴보면 무차원 횡확산계수에 반비례하고, 하폭 대 수심비의 제곱에 비례한다. 그리고 Manning의 조도계수의 제곱에 반비례함을 확인할 수 있다. 더불어 중분산계수는 하상경사, 측벽경사, 중력가속도, 와점성계수 등과도 유관함을 Eq. (24)를 통해 알 수 있다. 차후 연구에서는 민감도분석을 통해 보다 직접적인 영향을 미치는 인자들

만을 골라 낸 후 식을 간략화하여 현장 적용성을 높이는 방안이 필요해 보인다.

4. 결 론

본 연구에서는 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡분포”에서 개발된 수심 평균된 흐름방향 유속의 횡분포식을 이용하여 Fischer et al. (1979)의 연구 절차를 따라 1차원 중분산계수 이론식을 새롭게 개발하였다. 개발된 분산계수식을 검증하기 위해 Godfrey and Frederick (1970)의 실험 자료를 이용하였는데, 그 이유는 실제하천에서 1차원 추적자 농도실험을 수행하여 분산자료가 존재하고 동시에 임의의 단면에서 횡분포가 도시될 만큼 촘촘히 유속을 관측한 연구사례이기 때문이다. 그리고 개발된 식을 관측 중분산계수 및 기존의 중분산계수 추정식들과 비교하였다.

비교 결과, 본 연구의 결과는 대체적으로 관측치에 근접하는 양상을 보였으나 Seo and Baek (2004)의 결과보다 일치도가 떨어졌다. 그렇다고 해서 Seo and Baek의 식이 본 연구에서 개발한 분산계수식보다 우월하다고 단정할 수 없다. Seo and Baek의 식은 회귀식이므로 관측된 횡분포 유속자료가 존재하는 경우에 정확한 값을 도출할 수 있지만, 자료가 없는 경우에는 매개변수 결정이 어려워 분산계수 산정에 오차요인으로 작용할 수 있다. 반면 본 연구에서 제시한 분산계수식의 매개변수는 조도계수와 와점성계수이므로 관측 유속자료의 유무와 상관없이 매개변수 결정에 어려움이 없다. 따라서 세세한 유속자료 없이 기초적인 지형이나 수리량 정보만 알고 있는 경우에 분산계수를 산정해야 한다면 본 연구에서 개발한 식을 활용하는 것이 유용하리라 사료된다.

끝으로 개발된 중분산계수식은 익히 알려져 있듯이 무차원 횡확산계수에 반비례하고, 하폭 대 수심비의 제곱에 비례한다. 그리고 Manning의 조도계수의 제곱에 반비례함을 확인할 수 있다. 향후 추가적인 분석이 수행된다면 수리량과 중분산계수간의 관계를 보다 정량적으로 파악할 수 있는 좋은 도구로 본 연구의 결과가 기능할 수 있을 것이다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(과제번호:2011-0025566)

References

- Baek, K.O., and Seo, I.W. (2007). “Evaluating coefficient of transverse dispersion induced by shear flow.” *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 27, No. 1B, pp. 21-28.
- Baek, K.O., Song, M.Y., Park, C. (2012). “Alternation of water environment of south Han River in accordance with four major rivers project.” *Rivers and Life*, Vol. 1, pp. 45-51.
- Deng, Z., Singh, V.P., and Bengtsson, L. (2001). “Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. 11, pp. 919-927.
- Deng, Z., Bengtsson, L., Singh, V.P., and Adrian, D.D. (2002). “Longitudinal dispersion coefficient in single-channel streams.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 128, No. 10, pp. 901-916.
- Elder, J.W. (1959). “The dispersion of a marked fluid in turbulent shear flow.” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 5, pp. 544-560.
- Fischer, H.B. (1966). “Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams.” Report No. KH-R-12, Keck Laboratory of Hydraulic and Water Resources, California Inst. of Technology, Pasadena, Cal.
- Fischer, H.B. (1968). “Dispersion predictions in natural streams.” *Journal of Sanitary Engineering*, ASCE, Vol. 94, No. 5, pp. 927-943.
- Fischer, H.B. (1975). “Discussion of ‘Simple method for predicting dispersion in stream’ by R.S. McQuivey and T.N. Keefer.” *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, Vol. 101, No. 3, 453-455.
- Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., and Brooks, N.H. (1979). *Mixing in inland and coastal waters*, Academic press, New York.
- Godfrey, R.G., and Frederick, B.J. (1970). “Stream dispersion at selected sites.” Professional Paper No. 433-K, US Geological Survey, Washington, D.C.
- Iwasa, Y., and Aya, S. (1991). “Predicting longitudinal dispersion coefficient in open-channel flows.” Proceedings of International Symposium on Environmental Hydraulics, pp. 505-510.
- Kashefipour, S.M., and Falconer, R.A. (2002). “Longitu-

- dinal dispersion coefficients in natural channels.” *Water Research*, Vol. 36, pp. 1596-1608.
- Koussis, A.D., and Rodriguez-Mirasol, J. (1998). “Hydraulic estimation of dispersion coefficient for streams.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 3, pp. 317-320.
- Liu, H. (1977). “Predicting dispersion coefficient of streams.” *Journal of Environmental Engineering*, ASCE Vol. 103, No. 1, pp. 59-69.
- McQuivey, R.S., and Keefer, T.N. (1974). “Simple method for predicting dispersion in streams.” *Journal of Environmental Engineering*, ASCE, Vol. 100, No. 4, pp. 997-1011.
- Rutherford, J.C. (1994). *River mixing*, Wiley, UK.
- Seo, I.W., and Baek, K.O. (2004). “Estimation of the longitudinal dispersion coefficient using the velocity profile in natural streams.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 130, No. 3, pp. 227-236.
- Seo, I.W., and Cheong, T.S. (1998). “Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 124, No. 1, pp. 25-32.
- Sooky, A.A. (1969). “Longitudinal dispersion in open channels.” *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 95, No. 4, pp. 1327-1346.
- Swamee, P.K, Pathak, S.K, and Sohrab, M. (2000). “Empirical relations for longitudinal dispersion in streams.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 126, pp. 1056-1062.

paper number : 14-123

Received : 5 December 2014

Revised : 4 February 2015 / 11 March 2015

Accepted : 11 March 2015