

비행제어를 위한 비행 중 고체로켓 추력 예측 방법

이용인^{*1)} · 조성진¹⁾ · 최동균¹⁾

¹⁾ 국방과학연구소 제1기술연구본부

In-Flight Prediction of Solid Rocket Motor Performance for Flight Control

Yong-In Lee^{*1)} · Sungjin Cho¹⁾ · Dong-Gyun Choe¹⁾

¹⁾ The 1st Research and Development Institute, Agency for Defense Development, Korea

(Received 30 June 2015 / Revised 13 October 2015 / Accepted 27 November 2015)

ABSTRACT

In this paper, an in-flight prediction method of thrust profiles for solid rocket motors is proposed. Actually, it is very difficult to have detailed information about the performance of the rocket motors beforehand because it is quite sensitive to combustion environments. To overcome this problem, we have developed an algorithm for generating in-flight prediction of rocket motor performance in realistic environments via a reference burnback profile and accelerations measured at a short time-interval just after launch. The performance is evaluated through a lot of flight test results.

Key Words : Solid Rocket Motor(고체로켓모터), Burnback Profile(추력선도), Burning Time(연소시간), In-flight Prediction (비행 중 예측), Acceleration(가속도)

1. 서론

최근 정밀타격 유도탄들은 다양한 플랫폼에서 표적 대응 능력을 극대화하기 위해 수직으로 발사 후 표적을 향해 비행하는 방식을 많이 적용하고 있다. 이 경우 초반부터 신속히 기동해야 할 필요성이 있는데, 대개 발사 초기에는 유도탄의 속력이 크지 않기 때문에 공력(aerodynamic force) 제어가 어려우므로 추력벡터제

어(thrust vector control, TVC)를 통해 궤적을 성형하는 것이 일반적이다. TVC만을 제어수단으로 하여 궤적을 성형하는 방법은 속도에 수직방향의 힘인 양력(lift)을 이용하는 공력제어 방식에 비해 비행속도 방향의 힘인 추력을 이용하여 궤적을 성형해야하므로 비교적 어렵다. 이러한 경우 자세나 경로각 등을 제어하여 간접적으로 원하는 경로를 생성하는 것이 일반적이다.

고체로켓모터의 추력특성은 발사 환경에 따라 변화할 수 있어 동일한 로켓모터를 적용하더라도 궤적의 편차가 크게 발생할 수 있다. 비록 그 편차가 크더라도 추력 소진시 비행속력이 충분히 크면 공력을 이용

* Corresponding author, E-mail: p51star.add@gmail.com
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

하여 제어가 가능하므로 큰 문제가 되지 않는다. 그러나, 그렇지 않은 경우에는 공력을 이용하는 데 한계가 있으므로 모터의 추력 특성에 따라 달리 제어를 하여 일관된 성능을 보장하는 것이 필요하다. 이를 위해서 로켓모터의 추력 특성을 예측하는 것이 필수적이다.

로켓모터의 추력은 연소실 압력(chamber pressure)에 비례하는데 연소실 압력은 연소면적(burning area)과 추진제 온도에 의해 결정된다. 연소면적은 추진제가 연소함에 따라 지속적으로 변화하는데 일반적으로 추진제의 중심에서 방사(radial) 방향 거리인 연소거리(web)만의 함수로 표현될 수 있으며 연소거리에 대한 연소면적 함수는 로켓모터의 성능을 결정짓는 주요 설계 요소이다. 그런데 연소속도(burning rate) 또한 추진제 온도에 따라 변하므로 시간에 따른 연소거리 및 연소면적 또한 온도에 따라 변화한다. 따라서 추진제 온도는 로켓모터의 성능을 이해하는데 필수적인 요소이다^[1-4]. 최근 연소거리에 대한 추력곡선의 정규화와 온도만을 이용하여 시간에 대한 추력선도를 사전에 예측할 수 있는 방법이 고안된 바 있다^[5]. 그러나 이 방법은 추진제 온도를 측정해야하는 단점이 있어 실제 적용하기 어렵다. 왜냐하면 실제 발사 환경에서 추진제 온도를 측정할 수 없을 뿐만 아니라 예측하기도 매우 어렵기 때문이다.

본 논문에서는 고체로켓모터를 탑재한 비행체에서 로켓의 추력특성을 비행 중 실시간 예측할 수 있는 방법을 제안한다. 제안된 방법은 추진제 온도를 측정하거나 예측하지 않고 비행체가 발사된 후 초반 짧은 시간 동안 측정된 가속도를 토대로 전 구간 추력 특성을 예측할 수 있는 방법이다.

논문의 구성은 다음과 같다. 우선 2장에서 고체로켓모터의 추력 특성에 대해 간단히 언급하고, 3장에서 본 논문의 핵심인 비행 중 추력선도 예측 방법에 대해 기술한다. 4장에서는 다수의 시험을 통해 확인한 추력 예측 성능을 간단히 언급하고 5장에서 결론을 맺는다.

2. 고체로켓모터의 추력 특성

고체로켓모터는 내부의 추진제를 연소시켜 고온, 고압가스를 배출시킴으로서 추력을 얻는 장치로서 추진제 그레인(grain), 점화기, 모터 케이스, 노즐, 추력 스퀘어 등으로 구성된다. 일반적으로 로켓모터의 추력은 연소실 압력에 비례하고, 연소실 압력은 연소면적, 연

소속도 및 추진제 온도와 밀접한 관련이 있다. 이 중 연소면적은 압력선도의 모양을 결정짓는 로켓모터의 주요 설계 파라미터로서 설계 완료된 로켓모터의 경우 연소거리에 따른 연소면적은 이미 결정된 것으로 볼 수 있다. 반면, 연소속도는 온도에 거의 비례하므로 연소실 압력은 주로 온도 조건에 의해 결정된다.

이러한 사실을 간단한 해석을 통해 살펴보자. 우선 모터의 추력 F 와 연소속도 r 은 각각 다음과 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$F = C_F A_t p_1 \quad (1)$$

$$r = a p_1^n \quad (2)$$

여기서, C_F 는 추력계수, A_t 는 노즐목 면적, p_1 은 연소실 압력, a 는 온도에 따라 변하는 무차원화된 온도상수, n 은 연소지수(combustion index)이다. 추진제 온도 변화량 Δ_{temp} 는 크게 연소실 압력과 온도상수에 아래와 같이 선형으로 영향을 끼친다^[3].

$$\Delta p = \pi_k p_1 \Delta_{temp} \quad (3)$$

$$\Delta a = \sigma_p a \Delta_{temp} \quad (4)$$

여기서, π_k 는 주어진 기하학적인 형상에서 압력에 대한 온도의 민감도 상수이고, σ_p 는 연소속도에 대한 온도의 민감도 상수로서 두 온도의 민감도 상수 사이에는 아래와 같은 관계를 갖는다.

$$\pi_k = \frac{1}{1-n} \sigma_p \quad (5)$$

식 (3)과 식 (4)를 식 (1), 식 (2)에 대입하여 온도 변화에 따른 추력 및 연소속도의 변화량을 구하면

$$\Delta F = C_F A_t \pi_k p_1 \Delta_{temp} \quad (6)$$

$$\Delta r = r \left[(1 + \sigma_p \Delta_{temp})(1 + \pi_k \Delta_{temp})^n - 1 \right] \quad (7)$$

이다. 식 (7)을 Taylor series 전개하여 고차항을 작다고 가정하면 온도 변화에 따른 연소속도의 변화는 아래와 같이 근사화된다.

$$\Delta r \approx (\sigma_p + n\pi_k) r \Delta t_{emp} \quad (8)$$

식 (6)과 식 (8)에서 추력과 연소속도는 추진제 온도 변화에 비례하여 변화함을 알 수 있다. 또한, 온도가 증가하면 연소속도가 비례하여 증가하므로 연소시간 (burning time)은 온도 변화에 반비례함을 예상할 수 있다. 즉, 추진제 온도가 높아지면 추력은 증가하는 대신 연소시간이 짧아지고, 반대로 온도가 낮아지면 추력은 감소하고 연소시간은 늘어나는 특징이 있다.

로켓모터의 성능을 대표하는 또 하나의 물리량인 총역적(total impulse) I_t 를 생각하자.

$$I_t = \int_0^T F dt = C_F A_t \int_0^T p_1 dt \quad (9)$$

여기서 T 는 연소시간을 나타낸다. 연소거리를 ξ 라 하면 $r = d\xi/dt$ 이므로 식 (9)를 변수치환하면 총역적은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$I_t = C_F A_t \int_0^d \frac{p_1}{r} d\xi \quad (10)$$

여기서 d 는 최대 연소거리로서 주어진 상수이다. 온도 변화에 따른 총역적의 변화를 살펴보기 위해 식 (10)에 식 (3)과 식 (8)을 고려하여 정리하면

$$\begin{aligned} \Delta I_t &= C_F A_t \int_0^d \left(\frac{p_1 + \Delta p}{r + \Delta r} - \frac{p_1}{r} \right) d\xi \\ &= C_F A_t \left[\frac{1 + \pi_k \Delta t_{emp}}{1 + (\sigma_p + n\pi_k) \Delta t_{emp}} - 1 \right] \int_0^d \frac{p_1}{r} d\xi \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 그런데 $\sigma_p = (1-n)\pi_k$ 이므로 총역적의 변화 ΔI_t 는 0이 됨을 쉽게 확인할 수 있다. 여기서 중요한 사실은 추진제 온도가 추력의 크기와 연소시간을 변화시키지만 총역적은 변하지 않는다는 점이다.

3. 비행 중 로켓모터 추력 예측 방법

본 장에서는 비행 중 고체 로켓모터의 추력선도를 예측하는 방법에 대해 기술한다. 앞에서 살펴본 바와 같이 추진제 온도가 추력 및 연소시간에는 영향을 끼

치나 총역적에는 영향을 주지 않는다는 점과 연소거리에 따른 연소면적이 온도와 무관하므로 온도 변화에 따른 추력선도 형태의 유사성이 유지된다는 점에 착안하여 연소시간으로 추력선을 정규화하고, 매우 짧은 시간동안 측정된 가속도를 이용하여 연소시간을 추정함으로써 비행 중 실시간으로 추력특성을 예측할 수 있다.

3.1 추력선도 정규화

Fig. 1은 일반적인 고체 로켓의 추력선도에 대하여 온도 등 연소조건에 따라 추력선도의 변화 특성을 개념적으로 도시한 것이다. 공칭(nominal) 추력곡선은 로켓모터를 최초 설계할 때 기준을 삼는 추력선도로 주로 로켓의 연소거리에 따른 추진제 연소면적에 의해 결정된다. 그런데 설계된 로켓의 실제 추력은 연소 환경에 따라 공칭 추력곡선과 다른 형태를 보일 수 있다.

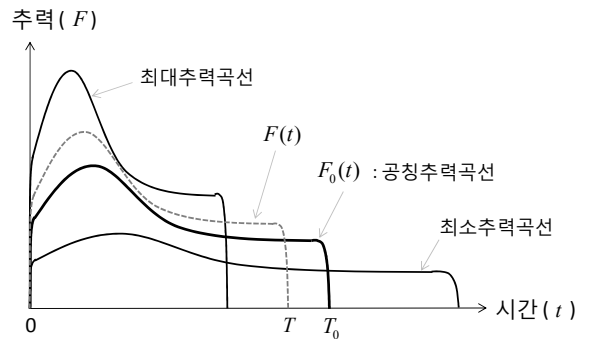


Fig. 1. Variations of burnback profile due to burning conditions

비행조건에 따라 추력선도가 다양한 형태를 보인다고 할지라도 총역적이나 곡선의 전반적인 형태가 크게 변하지 않으므로 추력특성을 절대시간 t 대신 연소시간 T 로 정규화(normalization)된 시간 $x = t/T$ 에 대해 표현하면 Fig. 2와 같은 공칭추력곡선과 같은 일관된 형태의 추력곡선을 얻을 수 있다. 여기서 아래첨자 0는 공칭추력에 대한 것임을 의미한다.

이러한 특성을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F(x) \frac{T}{T_0} = F_0(x') \quad (12)$$

여기서 $x = t/T$, $x' = t/T_0$ 이다. 특기할 사항은 식

(12)에서 공칭추력과 관련된 $F_0(t)$ 나 T_0 는 사전에 미리 알 수 있는 정보이므로 임의의 추력곡선에 대한 연소시간 T 만 알 수 있으면 전 구간 추력선 $F(t)$ 을 복원할 수 있다는 점이다.

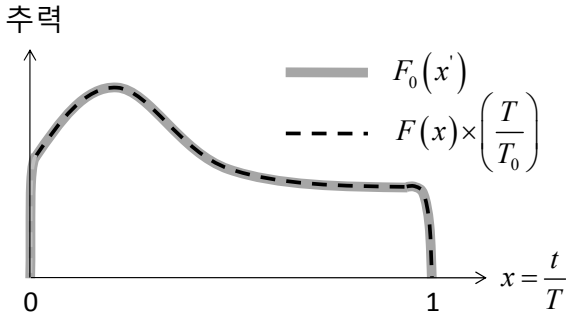


Fig. 2. Normalization of burnback profiles

3.2 추력 가속도 산출

비행 중 연소시간 T 를 예측하기 위하여 가속도계 출력을 이용하게 되는데 이를 위해서 로켓의 추력 정보를 비행체의 가속도 정보로 변환하는 것이 편리하다. 로켓모터가 연소하는 경우 시간에 따라 비행체 중량이 변하므로 이를 고려하여 변환하는 것이 필요하다. 편의상 추력을 질량으로 나눈 값을 추력가속도라 정의하자. 즉,

$$A(x) \equiv \frac{F(x)}{m(x)} \quad (13)$$

로켓 연소에 따른 질량 변화는 시간에 대해 선형으로 감소하고, 전체 질량 대비 총 질량변화 Δm 이 작다고 가정하면 추력가속도는 추력에 거의 정비례한다. 즉,

$$A(x) \simeq \frac{F(x)}{\bar{m}} \quad (14)$$

여기서 \bar{m} 는 기준질량으로서 가속도를 측정하는 시간 대의 질량을 사용하도록 한다. 따라서 식 (12)를 식 (14)에 대입하면 아래와 같이 추력 대신 추력가속도에 대한 관계식을 도출할 수 있다.

$$A(x) \left(\frac{T}{T_0} \right) = A_0(x') \quad (15)$$

3.3 연소시간 T 예측

여기서는 측정된 가속도를 이용하여 로켓의 연소시간 T 를 예측하는 방안에 대하여 설명한다.

일반적으로 비행 중 가속도계는 중력가속도를 측정할 수 없다. 즉, 비행 중에 측정된 가속도계 출력은 공력과 추력의 합력에 의한 가속도이다. 초기비행단계에서 속력이 작아 추력이 항력(drag)에 비해 매우 크다고 가정하면 동체 축방향 가속도계에서 측정되는 값은 거의 추력가속도에 해당된다. 이런 성질을 식 (15)와 연관지음으로써 연소시간을 예측할 수 있다.

Fig. 3은 연소시간을 예측하는 개념을 도시한 것이다. 그림에서 공칭추력 가속도선도는 사전에 주어진 것으로 이를 기반으로 가속도 측정 가능 구간 $[\alpha, \beta]$ 를 결정한다. 이때 구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 $A_0(x)$ 가 선형성이 유지되도록 선정하여야 한다. 그러면 $A_0(x \in [\alpha, \beta])$ 를 묘사할 수 있는 선형함수 $f(x) = ax + b$ 를 정의할 수 있다. 즉,

$$\left(\frac{T}{T_0} \right) A(x) = f(x) \quad \text{for } x \in [\alpha, \beta] \quad (16)$$

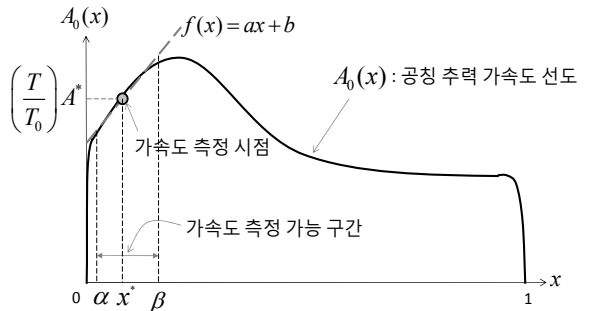


Fig. 3. Conceptual description for burning time estimation

구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 가속도 측정 정규시간을 x^* 라 하고 그 측정값을 A^* 라고 하면 (x^*, A^*) 는 식 (16)을 만족하여야 한다. 즉,

$$\left(\frac{T}{T_0} \right) A^* = ax^* + b \quad \text{for } x^* \in [\alpha, \beta] \quad (17)$$

그런데, x^* 는 가속도 측정 절대시간 t^* 를 연소시간 T 로 나눈 값이므로 식 (17)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)A^* = a\left(\frac{t^*}{T}\right) + b \quad \text{for } x^* \in [\alpha, \beta] \quad (18)$$

식 (18)을 T 에 대해 정리하면

$$\frac{A^*}{T_0}T^2 - bT - at^* = 0 \quad (19)$$

여기서, T 에 대한 2차 방정식의 판별식 D 는 항상 0 이상이다. 왜냐하면 Fig. 3에서 $(T/T_0)A^* = A_0(x^*)$ 이고 $a = [A_0(x^*) - b]/x^*$ 이므로 이를 식 (19)에 대입하여 판별식을 구하면 $D = [b - 2A_0(x^*)]^2$ 이 되기 때문이다. 따라서 연소시간 T 는 식 (19)의 해를 구하면 되는데, a 가 음수인 경우에도 양수 T 가 존재하여야 하므로 연소시간은 다음과 같다.

$$T = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4aA^*(t^*/T_0)}}{2A^*} T_0 \quad (20)$$

이와 같이 연소시간 T 만 예측하면 식 (12)를 이용하여 전 구간 추력선도를 쉽게 구할 수 있다.

3.4 가속도 측정치 A^* 및 측정시간 t^*

연소시간 T 를 구하기 위해서는 선형구간 $[\alpha, \beta]$ 상의 특정 시점에서 가속도를 측정을 해야 한다. 그런데 구간 $[\alpha, \beta]$ 는 T 를 이용하여 정규화한 시간 x 에 대해 정의된 것이므로 T 를 모르는 상태에서 절대시간 t 가 선형구간에 속하는지 알기 어렵다. 또한, 측정된 가속도는 잡음과 같은 오차 성분을 포함하고 있어 한 순간의 측정치만으로 T 를 예측할 경우 예측오차가 커질 수 있다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 절대시간에서 가속도 측정 가능영역을 사전에 결정하고, 특정 순간의 측정값 대신 선형 구간 내 짧은 시간 동안의 가속도 평균치를 이용하도록 한다.

Fig. 4는 로켓모터의 추력 변화폭과 가속도 측정가능영역과의 관계를 도시한 것이다. 정규시간 x 에 대한 가속도 측정가능 영역이 $[\alpha, \beta]$ 이므로 이를 t 에 대한 영역으로 변환하면 $[\alpha T, \beta T]$ 이다. 그런데 $[\alpha T, \beta T]$ 는 추력특성에 따라 가변적이므로 추력특성에 무관한 구간을 구하는 것이 필요하다. 일반적으로 비행환경에 따른 로켓의 추력 변화폭은 사전에 여러 실험과 해석을 통해 알 수 있으므로 최대/최소 연소시간인 T_{\max} 와

T_{\min} 은 사전에 알 수 있는 상수이다. 따라서 Fig. 4에서 보인 바와 같이 추력특성에 무관한 가속도 측정가능구간은 최대 추력인 경우의 구간과 최소 추력인 경우의 구간의 교집합에 해당한다. 즉,

$$t^* \in [\alpha T_{\max}, \beta T_{\min}] \quad (21)$$

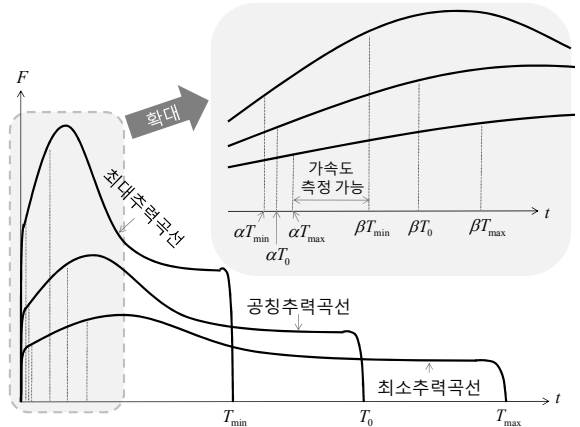


Fig. 4. Interval for measuring acceleration

한편, 가속도 측정 잡음의 영향을 최소화하기 위해서는 일정 구간 가속도를 측정하여 평균하여야 하므로 실제 가속도 측정구간을 $[t_1, t_2]$ 라 하면

$$[t_1, t_2] \subset [\alpha T_{\max}, \beta T_{\min}] \quad (22)$$

이어야 한다. 이때, 가속도 측정시간은 실제 측정구간의 평균시간으로, 가속도 측정치는 측정구간에서 측정된 가속도의 평균값을 취하도록 한다. 즉,

$$t^* = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) \quad (23)$$

$$A^* = \frac{1}{N} \sum_{t \in [t_1, t_2]} \tilde{A}(t) \quad (24)$$

여기서, $\tilde{A}(t)$ 는 가속도계 출력이며, N 은 측정된 가속도계 출력의 개수이다. 주의할 점은 $[\alpha, \beta]$ 선정시 $[\alpha T_{\min}, \beta T_{\min}] \cap [\alpha T_{\max}, \beta T_{\max}]$ 가 공집합이 되지 않도록 해야 한다. 따라서 가속도계 출력 주기를 τ 라 하고 평균 측정 가속도 산출을 위한 가속도계 출력의

최소 개수를 N_{\min} 이라 하면

$$\beta > \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right) \alpha + \left(\frac{\tau}{T_{\min}} \right) N_{\min} \quad (25)$$

이 되도록 $[\alpha, \beta]$ 를 선정한다.

4. 연소시간 예측성능

본 장에서는 비행 중 고체 로켓모터의 추력선도를 예측하는 방법에 대해 기술한다. 앞에서 살펴본듯 종류의 로켓모터에 대해 다양한 기후 조건에서 비행시험을 수행한 결과를 간단히 기술한다. 연소시간 예측치 산출시 측정 가속도는 마하 0.1 이하의 속력에서 10 ms 간격 약 50회 데이터를 이용하였으며, 예측오차 산출을 위한 실측치는 측정 가속도가 0 근처로 급감하는 시점을 기준으로 하였다.

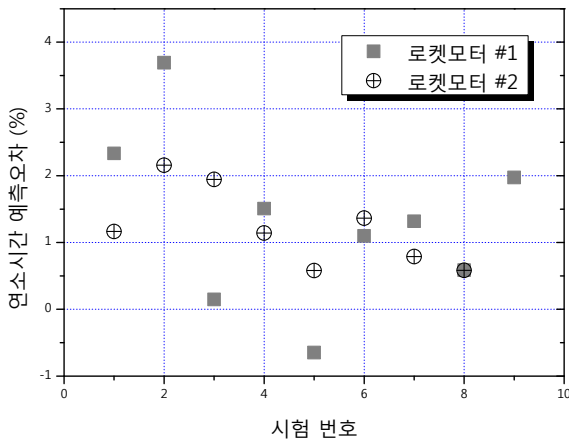


Fig. 5. Flight test results(burning time estimation error)

Fig. 5는 다수의 비행시험에서 로켓모터의 추력선도를 대표하는 파라미터인 연소시간의 예측오차를 도시화한 것이다. 첫 번째 로켓모터의 경우 다양한 기후조건에서 총 9회 시험하여 연소시간 예측오차 평균 1.3 %, 표준편차 1.3 %, 최대 3.7 %의 성능을 보였으며, 두 번째 로켓모터의 경우로켓모터의 경우 다양한 기후조건에서 총 9회 시험하여 연소시간 예측오차 평균

1.3 %, 표준편차 1.3 %, 최대 로켓모터의 경우 다양한 기후조건에서 총 9회 시험하여 연소시간 예측오차 평균 1.3 %, 표준편차 1.3 %, 최대 로켓모터의 경우 다양한 기후조건에서 총 9회 시험하여 연소시간 예측오차 평균 1.3 %, 표준편차 1.3 %, 최대 총 8회 시험하여 연소시간 예측오차 평균 1.2 %, 표준편차 0.6 %, 최대 2.2 %의 성능을 보여 제안한 방법의 성능이 입증되었다.

5. 결론

본 논문에서는 고체로켓모터를 탑재한 비행체에서 비행 중 모터의 추력특성을 실시간 예측할 수 있는 방법을 제안하였다. 제안한 방법은 로켓모터의 추력특성이 온도 등 연소조건에 따라 변하지만 그 형태는 유사성을 가진다는 점에서 착안하여 연소시간으로 추력선을 정규화하고, 매우 짧은 시간 동안 측정된 가속도를 이용하여 연소시간을 추정함으로써 전체 추력특성을 예측하는 것이다. 다양한 환경에서 시험한 결과 예측 성능이 양호하여 그 성능이 입증되었다.

제안한 방법은 실시간 구현이 용이하며 그 성능도 양호하므로 고체로켓 추진방식의 대부분의 비행체에 적용 가능하며 추력특성을 고려한 유도조종기법 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] D. S. Cartan, Rocket Propulsion Technology, Plenum, 1961.
- [2] J. W. Cornelisse, Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics, Pitman, 1979.
- [3] A. Davenas, Solid Rocket Propulsion Technology, Pergamon, 1993.
- [4] G. P. Sutton and O. Biblarz, Rocket Propulsion Elements, 7th ed., John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [5] J. M. King, "Method for Generating Rocket Motor Data Profiles for Firings at Various Temperatures," U.S. Patent 7,024,288 B1, Apr. 2006.