

토크모터의 정특성과 동특성 해석

An Analysis of Static and Dynamic Characteristics of Torque Motor

허준영<sup>1\*</sup> · 박창순<sup>2</sup>

J. Y. Huh and C. S. Park

Received: 25 Nov. 2014, Revised: 28 Jan. 2015, Accepted: 25 Feb. 2015

**Key Words** : Electro-hydraulic servo valve(전기유압서보밸브), Torque motor(토크모터), Design(설계), Static characteristic(정특성), Dynamic characteristic(동특성)

**Abstract:** In the early of 1950, the high response magnetic torque motor was developed for driving electro-hydraulic servo valves. Since then it has been broadly used for industrial application and the research of development or improvement of the torque motor is still being conducted. The purpose of this study is to present useful design criteria for the torque motor design. For this, torque motor is modelled and linearized. The static characteristics of the torque motor are investigated by direct computation of the derived linearized equations. The dynamic characteristics of the torque motor are investigated with the derived transfer function by using Matlab and compared with the results of the linearized analysis by using AMESim simulation with actual values of the physical parameters. Finally, the design criteria obtained from the analysis are reviewed.

기호 설명

$a$  : radius of armature from pivot to pole, m  
 $B_a$  : viscous damping coefficient of mechanical armature mounting, m-N-s  
 $e_1, e_2$  : signal voltages from amplifier, volts  
 $e_g$  : signal voltage input, V  
 $E_{bb}$  : constant voltage required for quiescent current, V  
 $g$  : length of air gap at neutral, m  
 $i_1, i_2$  : current in each coil, A  
 $I_0$  : constant quiescent current, A

$i$  : signal current in each coil, A  
 $\Delta i$  : current difference, A  
 $J_a$  : inertia of armature, m-N-s<sup>2</sup>  
 $K_a$  : mechanical torsion spring constant of armature pivot, m-N/rad  
 $K_b$  : back emf constant for coils, volts/rad/s  
 $K_m$  : magnetic spring constant of torque motor, m-N/rad  
 $K_t$  : torque constant of the torque motor, m-N/A  
 $L_c$  : self-inductance of each coil, H  
 $N_c$  : number of turns in each coil  
 $r_p$  : internal resistance of amplifier,  $\Omega$   
 $R_c$  : resistance of each coil,  $\Omega$   
 $R_g$  : reluctance of gap at neutral, A-turn/Wb  
 $T_L$  : any arbitrary load torque on the armature, m-N  
 $x$  : displacement of the armature tip, m  
 $Z_b$  : impedance in common line,  $\Omega$   
 $\mu$  : amplifier gain  
 $\phi_a$  : total magnetic flux, Wb  
 $\phi_g$  : magnetic flux at neutral air gap, Wb

\* Corresponding author: huh@koreatech.ac.kr  
<sup>1</sup> School of Mechatronics Engineering, Korea University of Technology and Education, Chonan 330-708, Korea  
<sup>2</sup> School of Electrical, Electronics and Communication Engineering, Korea University of Technology and Education, Chonan 330-708, Korea  
 Copyright © 2015, KSFC  
 This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

$\phi_v$  : total flux through permanent magnets, Wb  
 $\omega_a$  : armature circuit break frequency, rad/s  
 $\omega_m$  : natural frequency of armature, rad/s

### 1. 서 론

전기유압 서보밸브는 항공우주산업에서 고응답의 서보제어시스템에 대한 요구를 만족시키기 위하여 1940년대 말에 출현했다. 그 때의 전기유압 서보시스템은 전기신호를 유체의 흐름으로 급속히 바꾸어 줄 수 있는 요소가 없었기 때문에 전기서보시스템에 비해 크게 빠르지는 않았으나 1950년대 초에 고응답의 영구자석 토크모터가 개발되었고, 전기유압 서보밸브는 현재의 형태를 갖게 되었다<sup>1)</sup>. 그로부터 60여년이 지났지만, 여전히 영구자석 토크모터 방식의 전기유압 서보밸브가 산업현장에서 많이 사용되고 있고, 국산화의 시도와 관련되어 연구<sup>2-6)</sup>되어 왔다. 그러나 전기유압 서보밸브의 토크모터 개발은 기계와 유압만이 아니라 전기와 자기의 지식도 요구되기 때문에 양산으로 이어지는 개발은 상당히 어려운 형편이다. 전기유압 서보밸브의 토크모터에 관한 외국의 연구로는 Li<sup>7,8)</sup> 등이 자성 유체를 사용하였을 경우에 토크모터의 감쇠비가 개선됨을 연구하였고, Karunanidhi<sup>9)</sup>는 자성체의 자화특성 변화에 따른 기계적 변형을 이용한 자왜식 토크모터를 연구하였다.

본 연구에서는 전기유압 서보밸브의 영구자석 토크모터부의 설계에 유용한 기준을 제시하고자 Merritt<sup>1)</sup>이 제시한 해석과정을 따라 토크모터를 선형화 해석하고, 실제 시스템의 수치를 사용하여 토크모터의 정특성과 동특성을 구한다. 그리고 AMESim의 선형화 해석을 통해 얻은 결과와 비교함으로써 타당성을 검토한다.

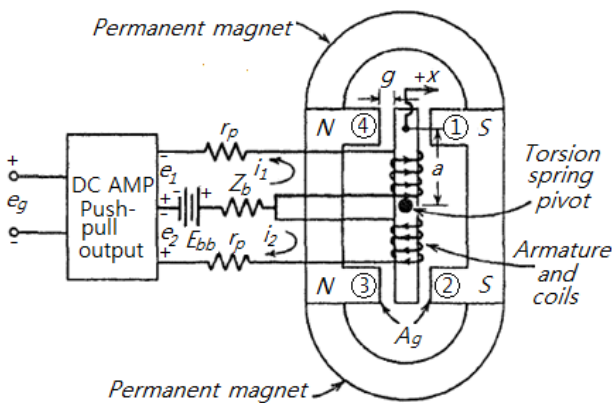


Fig. 1 Schematic diagram of the torque motor

### 2. 토크모터의 모델링

Fig. 1에 나타난 토크모터는 비틀림 핀의 중심에 설치되어 자기장의 공극 가운데 있는 아마추어로 구성된다. 영구자석 극의 두 부분이 아마추어 주변에 구조물 형태를 이루고 자속을 위한 통로를 제공한다. 영구자석의 왼쪽은 N극을 그리고 오른쪽은 S극을 띠고 있다. 아마추어 코일을 통하여 전류가 흐르면 아마추어의 끝부분은 극성을 띠게 된다. 다른 극성끼리는 잡아당겨지고 같은 극성끼리는 밀쳐져서 아마추어에 토크가 생성되고 아마추어가 탑재된 비틀림 스프링의 저항 토크가 없다면 아마추어는 계속 회전할 것이다. 따라서 비틀림 스프링은 전류에 비례하는 출력 동작을 일으킨다. 변위되어야 할 서보밸브는 아마추어 끝에 기계적으로 부착되어 있다. 그리고 토크모터에 있는 두 개의 코일은 일반적으로 푸시풀증폭기에서 공급된다. 토크모터를 구동시키는 증폭기에 있는 전압  $E_{bb}$ 는 각 코일의 정지 전류를  $I_0$ 를 형성시키나 이들 전류가 서로 반대이기 때문에 아마추어에 차(net) 토크는 없다. 증폭기 입력의 증가는 한쪽 코일에 흐르는 전류를 증가시킬 때 다른 코일의 전류를 동시에 같은 양만큼 감소시킨다. 따라서 두 코일의 전류를 쓰면 식 (1)과 (2)이다. 그리고 아마추어의 자속과 그 결과 생성된 토크는 두 코일사이 전류의 차이에 비례하여 식(3)과 같다.

$$i_1 = I_0 + i \tag{1}$$

$$i_2 = I_0 - i \tag{2}$$

$$i_1 - i_2 = 2i \equiv \Delta i \tag{3}$$

식 (4)의 푸시풀증폭기의 신호 전압에 대하여 각 코일 회로의 전압방정식은 식 (5)와 (6)과 같다.

$$e_1 = e_2 = \mu e_g \tag{4}$$

$$E_{bb} + e_1 = i_1(Z_b + R_c + r_p) + i_2 Z_b + N_c \frac{d\phi_a}{dt} \tag{5}$$

$$E_{bb} - e_2 = i_2(Z_b + R_c + r_p) + i_1 Z_b - N_c \frac{d\phi_a}{dt} \tag{6}$$

식 (5)에서 식 (6)을 빼고, 식 (3)과 (4)를 대입하면 식 (7)과 같은 토크모터의 기초전압방정식을 얻는다. 한편 아마추어 자속은 식 (8)과 같다. 토크모터는 보통  $x^2/g^2 < 0.1$ 이 되도록  $x/g < 1/3$ 의 범위에서 작동한다고 가정하고, 식 (8)을 미분하여 식 (7)에 대입

후 라플라스변환하면 토크모터 전압방정식의 최종 형태인 식 (9)를 얻는다<sup>1)</sup>.

$$2\mu e_g = (R_c + r_p)\Delta i + 2N_c \frac{d\phi_a}{dt} \quad (7)$$

$$\phi_a = \frac{2\phi_g(x/g) + 2\phi_c}{1 - x^2/g^2} \quad (8)$$

$$2\mu e_g = (R_c + r_p)\Delta i + 2K_b s\theta + 2L_c s\Delta i \quad (9)$$

여기서

$$K_b = 2(a/g)N_c\phi_g$$

$$L_c = N_c^2/R_g$$

이제 공극에서 영구자석과 제어자속의 상호작용에 의해 아마추어에 작용하는 토크를 구하면 식 (10)과 같다. 여기서  $T_d$ 는 전류입력에 따라 아마추어에 발생하는 총 토크이다.

$$T_d = \frac{(1 + x^2/g^2)K_t\Delta i + (1 + \phi_c^2/\phi_g^2)K_m\theta}{(1 - x^2/g^2)^2} \quad (10)$$

여기서

$$K_t = 2(a/g)N_c\phi_g$$

$$K_m = 4(a/g)^2R_g\phi_g^2$$

식 (10)은 토크모터가  $x^2/g^2 < 0.1$ 이 되도록  $x/g < 1/3$ 의 범위에서 작동한다고 가정하면 식 (11)이 되고, 식 (11)과 함께 아마추어에 작용하는 토크의 평형방정식을 구하면 식 (12)과 같다<sup>1)</sup>.

$$T_d = K_t\Delta i + K_m\theta \quad (11)$$

$$K_t\Delta i = J_a s^2\theta + B_a s\theta + (K_a - K_m)\theta + T_L \quad (12)$$

식 (12)에서  $K_m$ 은 음의 부호를 가지므로 안정을 위해 기계적 스프링 상수보다 작아야 한다. 한편 식 (10)을 대수적으로 조작하면 식 (13)을 얻을 수 있다.

$$\frac{T_d}{(g/a)K_m} = \frac{(\alpha + \beta)(1 + \alpha\beta)}{(1 - \beta^2)^2} \quad (13)$$

여기서

$$\alpha \equiv \frac{\phi_c}{\phi_g} = \frac{N_c}{2\phi_g R_g} \Delta i$$

$$\beta \equiv \frac{x}{g} = \frac{a}{g} \theta$$

### 3. 토크모터의 정특성

토크모터 설계에 유용한 특성을 조사하기 위해 무부하이고 정적인 경우에 대하여 식 (13)의 해를 구하면 Fig. 2와 같다.

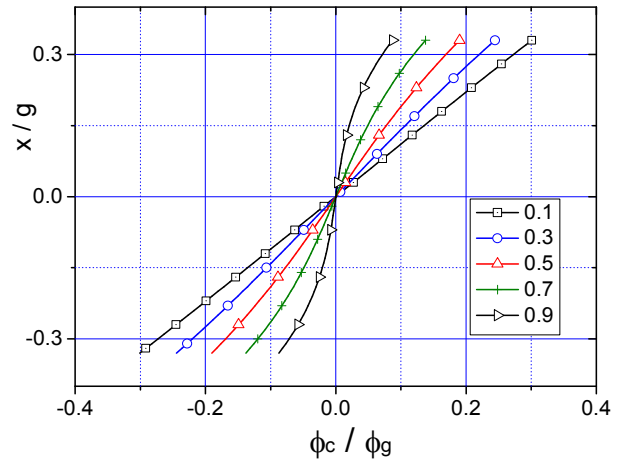


Fig. 2 Normalized plot of the no load deflection versus current characteristic

Fig. 2에서  $K_m/K_a$ 의 비가 0.1에서 0.9로 변할 때 토크모터의 변위에 따른 제어자속의 변화를 나타낸다. 수식유도과정에서  $x/g < 1/3$  이라고 가정하였는데, 이 범위를 벗어나도 토크모터의 변위와 제어자속의 관계는 급격하게 변하지 않고 선형 또는 제공근 곡선으로 증가하므로 정적안정은 유지됨을 알 수 있다. 다만  $K_m/K_a$ 의 비가 0.5보다 커지면 토크모터의 변위에 따른 제어자속의 변화는 비선형적이 되고, 제어범위 내에서 제어자속 변화의 폭은 작아진다.

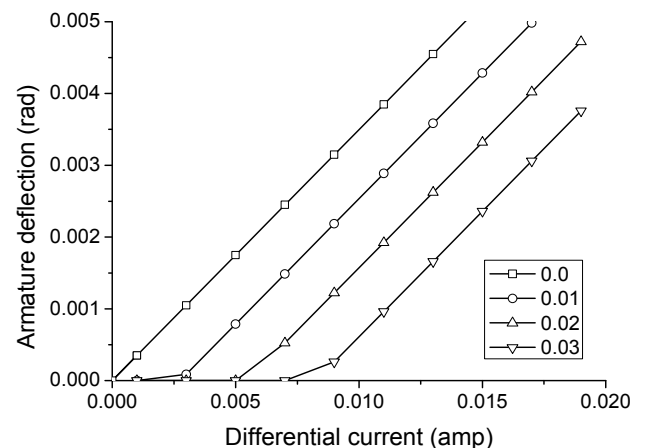


Fig. 3 Static characteristic curves of the armature deflection according to load torque

아마추어에 작용하는 토크의 평형방정식인 식 (12)에서 부하토크  $T_L$ 이 0.0과 0.01, 0.02, 0.03Nm로 가해지는 경우의 입력전류에 대한 아마추어 각변위의 정적 성능곡선을 Fig. 3에 나타낸다. 부하토크가 0.03Nm인 경우 7mA까지는 입력전류가 가해져도 아마추어의 각변위가 생기지 않는 것을 볼 수 있다.

#### 4. 토크모터의 동특성

토크모터의 동특성은 식 (12)에서 토크모터의 기계적 감쇠는 미미하므로  $B_a$  항을 제거하고, 식 (9)와 결합하면 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta = \frac{K_0 e_g - \left[ \frac{1}{K_a K_{1ma}} \right] \left( 1 + \frac{s}{\omega_a} \right) T_L}{\frac{s^3}{\omega_a \omega_m^2 K_{1ma}} + \frac{s^2}{\omega_m^2 K_{1ma}} + \frac{s}{\omega_a K_{1ma}} + 1} \quad (14)$$

여기서

$$\begin{aligned} K_0 &= 2K_t \mu / ((R_c + r_p) K_a K_{1ma}) \\ \omega_a &= (R_c + r_p) / 2L_c \\ \omega_m &= \sqrt{K_a / J_a} \\ K_{1ma} &= (1 - K_m / K_a) \end{aligned}$$

$\omega_a$ 는 아마추어 전기회로의 절점주파수이고,  $\omega_m$ 은 아마추어의 고유주파수이다. Table 1의 값들을 대입하면  $\omega_a = 186.6[\text{rad/s}]$ ,  $\omega_m = 6881.3[\text{rad/s}]$ 를 얻는다.

식 (14)의 3차 특성방정식은 식 (15)와 같이 1차계와 2차계의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\theta = \frac{K_0 e_g - \left[ \frac{1}{K_a K_{1ma}} \right] \left( 1 + \frac{s}{\omega_a} \right) T_L}{\left( \frac{s}{\omega_r} + 1 \right) \left( \frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2\delta_0}{\omega_0} s + 1 \right)} \quad (15)$$

식 (15)의  $\omega_r$ 과  $\omega_0$ ,  $\delta_0$ 는 두 가지 방법으로 구할 수 있다. 첫째는 식 (16)과 같은 Matlab의 residue 명령어를 사용하여 부분분수로 나누고 이 중에서 실수근을 취하여  $\omega_r$ 을 구하고, 허수근을 갖는 2개의 항을 다시 전개하여  $\omega_0$ 과  $\delta_0$ 를 구하는 방법이다. 이 방법으로 구한  $\omega_r$ 와  $\omega_0$ ,  $\delta_0$ 는 각각 79.7[rad/s]와 6880.7[rad/s], 0.0078이다.

$$[r, p, k] = \text{residue}(\text{num}, \text{den}) \quad (16)$$

둘째는 Table 1의 값들을 대입하여 식 (14)의 계수를 구한 다음에 전달함수  $\theta/e_g$ 의 보드선도를 그리면 Fig. 4와 같다. 위상각  $-45^\circ$ 에서 주파수를 읽으면  $\omega_r$ 로 79.8[rad/s]를 얻고,  $-180^\circ$ 에서 주파수를 읽으면  $\omega_0$ 로 6880[rad/s]를 얻을 수 있다. 순수 표준 2차계의  $\omega_0$ 에서의 게인값을 구해보면 36.1[dB]이다. 아래 공식에 의해  $\delta_0$ 를 구하면 0.008을 얻는다<sup>10)</sup>.

$$\delta_0 = \frac{1}{2} 10^{-\frac{M_r}{20}} \quad (17)$$

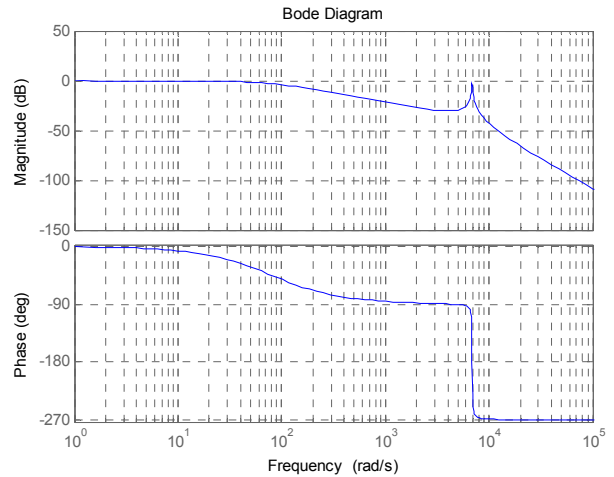


Fig. 4 Frequency response of the torque motor

위에서 제시한 두 가지 방법으로 구한  $\omega_r$ 과  $\omega_0$ ,  $\delta_0$ 의 값들은 잘 일치함을 볼 수 있다. 그리고  $\omega_m$ 과  $\omega_0$ 은 동일한 값을 갖는 것을 발견하였다. 그 이유는  $\omega_m$ 이 기계적인 비틀림 스프링과 아마추어 관성에 의해 결정되는 매우 높은 아마추어 고유주파수로서 2차계의 고유주파수  $\omega_0$ 에 해당되기 때문이다. 한편 식 (15)의 분모를 전개하여 식 (14)의 분모와 첫째항과 둘째항의 계수를 각각 비교하면 아래의 식 (18)과 (19)를 얻는다.

$$\omega_r = \left( 1 - \frac{K_m}{K_a} \right) \omega_a \quad (18)$$

$$\delta_0 \approx \frac{1}{2} \left( \frac{K_m}{K_a} \right) \quad (19)$$

식 (18)의 관계를  $K_m/K_a$ 가 0.2와 0.4, 0.6, 0.8로 변할 때 각각에 대하여 x축은  $\omega_a$ , y축은  $\omega_r$ 로 하여 Fig. 5에 나타낸다.  $\omega_a$ 가 작은 값을 가지면 1차계의 절점주파수인  $\omega_r$ 도 작은 값을 갖게 되고,  $\omega_r < \omega_a$ 이다. 각 코일의  $R_c/2L_c$  값은 일반적으로 작기 때문에

큰 값의  $\omega_a$ 를 얻기 위해서는 큰 값의  $r_p$ 을 갖는 트랜지스터의 콜렉터회로와 같은 고 임피던스 증폭기나 전류피드백 증폭기를 사용하거나 낮은  $\omega_a$ 를 보상할 수 있도록 증폭기를 설계할 필요가 있다.

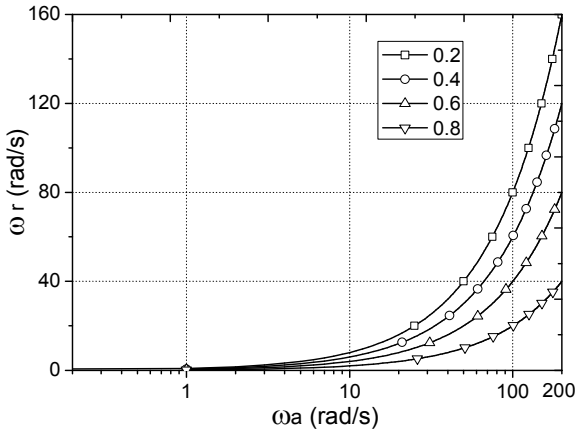


Fig. 5 The relation between  $\omega_a$  and  $\omega_r$

식 (19)에서 감쇠비는  $K_m/K_a$ 에 따라 직접적으로 증가하나 정적 선형성 훼손과 함께 히스테리시스가 증가하고, 1차계의 절점주파수를 낮추기 때문에 감쇠비 증가를 위한  $K_m/K_a$  값의 증가는 제한된다. 결국  $K_m/K_a$  값은 1차계의 절점주파수를 높이도록 보상된 증폭기에서 선형성을 위한 필요조건과 감쇠비 사이에 타협이 필요하다.

### 5. 시뮬레이션

비선형 시뮬레이션이 가능한 AMESim 소프트웨어를 사용한 토크모터의 모델링을 Fig. 6에 나타낸다. 이 시뮬레이션에 사용된 파라미터의 값들은 Table 1과 같다. 이 값들은 Moog사의 노즐-플래퍼형 서보밸브를 응용 예로 한 AMESim<sup>(11)</sup>의 응용테모에서 가져왔고, 주요 파라미터 값들을 비교해 보면 Moog 서보밸브 30계열에 준함을 알 수 있다.

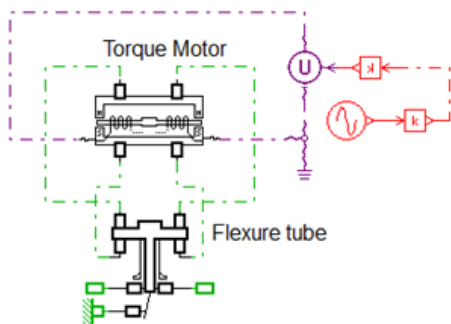


Fig. 6 AMESim model of the torque motor

AMESim 선형화 해석의 결과는 주파수응답 실험 결과와 잘 일치하는 것으로 알려져 있다<sup>(12)</sup>. AMESim 선형화 해석을 사용한 서보밸브 토크모터부의 주파수응답을 Fig. 7에 나타낸다.

Table 1 Major specification of the torque motor

Item	Symb.	Unit	Value
Torque Motor			
Amp. internal resister	$r_p$	Ohm	300
Viscous damping coe.	$B_a$	mNs	1e-3
Initial air gap	$g$	mm	0.31
Number of coils	$N_c$	tr	4200
Internal resister	$R_c$	Ohm	100
Amplifier gain	$\mu$	A/V	0.1
Armature			
Radius of armature	$a$	mm	14.5
Moment of inertia	$J_a$	kg m <sup>2</sup>	5.8e-7
Mech. torsion sp. con.	$K_a$	Nm	27.5

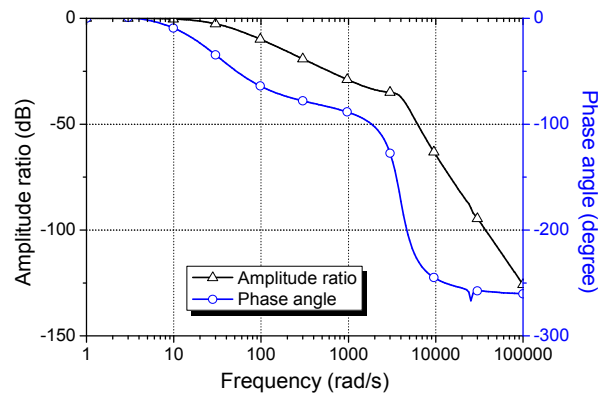


Fig. 7 Frequency response using AMESim linear analysis

Fig. 7에서 위상각  $-45^\circ$ 에서 주파수를 읽어서  $\omega_r$ 를 구하고, 또  $-180^\circ$ 에서 주파수를 읽어서  $\omega_0$ 를 구하고, 순수 표준 2차계의  $\omega_0$ 에서의 게인값을 구하여 식 (17)에 대입하여  $\delta_0$ 의 값들을 구하면 각각 38.1[rad/s], 4060[rad/s], 0.36이다. 수식유도에 의한 선형해석의 결과와 비교해 볼 때 AMESim 선형화 해석 결과의  $\omega_r$ 과  $\omega_0$ 은 작게, 그리고  $\delta_0$ 의 값들은 크게 나타났다. 그 이유로는 토크모터의 동특성에 관한 식 (14)를 유도하면서 토크모터에서의 감쇠는 미미하다고 가정하여 감쇠항인  $B_a$ 를 제거하였는데, 실제로는 무시하기에는 제법 큰 값인 0.36을 갖기 때문이다. 그리고 감쇠비  $\delta_0$ 가 커지면 식(19)에서  $K_m/K_a$ 은 큰 값을 갖게 되고, 식(18)에 따라  $\omega_r$ 은

작아지게 된다.

## 6. 결 론

영구자석 토크모터 방식의 전기유압 서보밸브의 토크모터부를 선형화 해석하고, 실제 시스템의 수치를 사용하여 토크모터의 정특성과 동특성을 구해 봄으로서 아래와 같은 토크모터 설계에 유용한 설계기준을 얻었다.

1.  $K_m/K_a$ 의 비가 0.5보다 커지면 토크모터의 변위에 따른 제어자속의 변화는 비선형적이 되고, 제어범위 내에서 제어자속 변화의 폭은 작아진다.

2. 큰 값의  $\omega_r$ 을 얻기 위해서는 우선 큰 값의  $\omega_a$ 를 얻어야하고, 이를 위해서는 큰 값의  $r_p$ 을 갖는 고임피던스 증폭기나 전류피드백 증폭기를 사용하거나 낮은  $\omega_a$ 를 보상하도록 증폭기를 설계할 필요가 있다.

3. 감쇠비  $\delta_0$ 는  $K_m/K_a$ 에 따라 직접적으로 증가하나 정적 선형성 훼손과 함께 히스테리시스가 증가하고, 1차계의 절점주파수를 낮추기 때문에 감쇠비 증가를 위한  $K_m/K_a$  값의 증가는 제한된다.

## References

- 1) H. E. Merritt, Hydraulic Control Systems, John Wiley & Sons, New York, pp.174-193, 1967.
- 2) S. N. Yun, B. S. Kang, B. J. Sung and H. E. Kim, "A Study on Characteristics of Nozzle/Flapper Type Flow Control Servo Valve", the transactions of the KSAE, Vol 8, No. 1, pp. 54-62, 2000.
- 3) S. R. Lee, "Lead-Lag Controller Design of Direct Drive Servo Valve Using Complex Method", Proceedings of the KSME 2003, pp. 1590-1595, 2003.
- 4) S. M. Chang, H. S. Jeong, G. W. Jang, I. Y. Yang and W. J. Lee, "Prilimenary Numerical Simulation of the Torque Motor for a Servo

- Valve in the Fuel Supply System of APU", Journal of The Korea Society of Fluid Power Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 1-6, 2009.
- 5) J. Y. Huh, C. J. Kim and C. S. Park, "Modelling and Characteristic Analysis of a Servo Valve using Linear Force Motor", Proceedings of the KSFC 2010 Autumn Conference of The Korea Society of Fluid Power Systems, pp. 1-6, 2010.
- 6) D. H. Oh, H. H. Kim and I. Y. Lee "Analysis of Steady Characteristics of Nozzle-Flapper Type Servo Valves", Journal of The Korea Society of Fluid Power & Construction Equipment, Vol. 11, No. 1, pp. 35-41, 2014.
- 7) S. Li and Y. Song, "Dynamic response of a hydraulic servo-valve torque motor with magnetic fluids", ELSEVIER Mechatronics, Vol. 17, pp. 442-447, 2007.
- 8) S. Li and W. Bao, "Influence of magnetic fluids on the dynamic characteristics of a hydraulic servo-valve torque motor", ELSEVIER Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 22, pp. 1008-1015, 2008.
- 9) S. Karunanidhi and M. Singaperumal, "Design, analysis and simulation of magnetostrictive actuator and its application to high dynamic servo valve", ELSEVIER Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 157, pp. 185-197, 2010.
- 10) I. Y. Lee, Hydraulic Engineering, Munundan, pp. 327 -334, 2012.
- 11) S. A. Imagine, AMESim User Manual, Ver 4.3. pp. 162-173, 2005.
- 12) J. Y. Huh, H. H. Kim and I. Y. Lee, "Modelling and Controller Design of an Electro-Hydrostatic Actuator", Proceedings of the KSFC 2014 Autumn Conference of The Korea Society of Fluid Power & Construction Equipment, pp. 15-20, 2014.