

# A Study on Effect of Learner Centered Mathematical Club Based on Mathematics History

수학사 기반 학습자 중심 수학동아리 효과 분석 연구

Boo Deok Hoon 부덕훈

This study assumes alternative character of the operation of mathematical club in middle school. The case that operated the voluntary mathematics club for one year was analyzed and the educational effect was considered. First, the examination instrument for choosing the members of mathematics club was developed and used. And, diverse teaching and learning materials for improving creativity and mathematical ability of the members were used. Second, the difference of learning result between the experiment group and control one who joined the activities of mathematics club was analyzed. Finally, mathematical club activity based on mathematics history appeared to be effective in improving academic achievement and mathematics exploration activity.

*Keywords:* mathematics history, middle school mathematics, independent study, mathematics gifted education, learner centered mathematical club; 수학사, 중학교 수학, 개인학습, 수학영재교육, 학습자 중심 수학 동아리.

MSC: 97D30 ZDM: G83

## 1 서론

우리나라의 중학교, 고등학교에서는 다양한 수학동아리 활동을 전개하고 있다. 게다가 2009 개정 교육과정에서는 공식적으로 창의적 체험활동을 위한 동아리활동을 장려하고 있는 실정이다 [28]. 실제로 교육부가 제시한 창의적 체험활동은 자율활동, 동아리활동, 봉사활동, 진로활동 네 개의 하위요소로 세분화되는데, 수학교육 입장에서 볼 때 동아리활동이 가장 중요한 위치를 차지한다. 왜냐하면, 동아리활동은 흥미, 취미, 소질, 적성, 특기가 비슷한 학생들로 구성된 활동부서에 학생들이 참여하여 자신의 잠재능력을 계발하고 창의력을 신장하는 활동으로, 방과 후 및 전일제, 휴업일 등을 활용하여 다양한 수학적인 활동을 보장하고 있기 때문이다. 게다가 대학입학에서 수시입학의 비중이 2015학년도 기준으로 64%

를 차지하고 있는데, 여기서 학생 자발적 동아리 활동을 통한 다양한 탐구활동은 중요한 사정자료로 이용될 수 있다.

이러한 수학동아리 활동은 비단 창의적 체험활동에 머물러 있지 않다. 과학교등학교 및 일반고등학교의 R&E 프로그램의 경우, 소집단에서 수학동아리 성격으로 운영되는 것이 이미 보편화되어 있고, 한국수학교육학회에서는 2013년 국제수학영재학술대회부터 수학동아리 활동 결과에 대한 학생 논문 발표를 상설화하고 있다. 그럼에도 창의적 체험활동, R&E가 진행되는 수학동아리의 경우, 구체적인 수학탐구방법에 대한 체계화된 접근이 매우 부족한 실정이다.

수학사를 활용한 수학교육의 중요성은 많은 학자들에 의해서 주장되고 있다 [24,30,31]. 수학학습 내용의 상당수가 고대 그리스 수학을 기반으로 하고 있는 것은 자명한 사실이기 때문에, 수학사와 수학교육은 불가분의 관계가 있는 것은 자명하다 [8,9]. 특히 현장 수학교사는 수학을 가르치는 직접 당사자로서 수학사와 수학교육의 관련성에 매우 민감하게 반응하고 있는 것이 사실이다 [35]. 저명한 과학사가인 G. Sarton은 ‘수학의 역사에 대한 연구는 나은 수학자를 만들 수는 없지만, 그들의 마음을 풍요롭게 하고 가슴을 부드럽게 하고 더 나은 자질을 드러나게 한다 [4].’고 제시하면서 학습에서의 중요한 측면이 있음을 암시하였다 [12].

수학사의 중요성을 교육적 입장에서 주장한 NCTM [31], 한인기 [12], 신영미 [27], 백석운 [1]의 의견을 종합하여 수학사의 필요성을 요약하면, 첫째, 수학사에 대한 제 고찰은 수학의 구조나 학생들의 개념 형성과정을 이해하고 연구하는 데 중요한 자료가 되며 나아가 수학교육과정의 연구와 지도법의 연구에 핵심적인 자료를 제공하고, 둘째, 기계적인 알고리즘적 계산수학을 반성하게 하여 반성적인 사고를 고취하게 하므로 진정한 수학적 사고교육을 가능하게 하고, 셋째, 수학사를 도입한 수학 지도는 수학 내용 자체에 대한 이해, 수학이 창조되고 발전되며 변천되고 일반화되는 과정과 이유에 대한 이해, 수학과 실세계의 현상과의 관계, 수학의 구조, 공리론적 체계, 증명 등의 이해를 도와 효율적인 수학교육을 가능하게 하고, 넷째, 과거의 수학사는 오늘날과 연관성을 갖게 하고 수학사는 과거로부터 미래를 이어주는 다리가 되어주고, 다섯째, 수학사는 수학적 개념이 어디에서 유래되었는지를 알게 하여 여러 수학적 지식과 이론들의 발생 배경, 발견과정에 대해 밝혀내어 구체적인 현재 수학의 모습을 재발견할 수 있고 [10], 여섯째, 수학사의 도입은 문제해결을 위해 다양한 방법적 접근을 갖게 하며, 일곱째, 수학적 기원을 탐구하는 것은 종종 수학자체의 상호연관성을 찾아 줄 수 있다는 것이다 [14,15].

수학동아리와 수학사에 대한 고찰을 보면, 우리나라에서 운영되는 다양한 수학동아리는 수학탐구를 위한 체계적인 접근이 부족한 반면, 수학사의 교육적 도입은 수학탐구활동에 최적의 조건을 갖출 수 있음이 지적되고 있다. 따라서 수학동아리 활동에 대한 구체적인

방안을 마련하기 위한 수학사의 활용에 대한 본 연구는 매우 필요한 것으로 사료된다. 본 연구에서는 수학동아리에서 수학사의 활용을 통한 수학탐구활동의 전개라는 기본적인 방향을 설정하고, 이를 적용한 효과를 구체적으로 확인하는 것을 연구목적으로 한다. 이러한 목적을 달성하기 위해, 수학사를 기반으로 하는 수학탐구활동을 진행한 학습 소집단 즉, 수학동아리를 구성하였고, 본 연구에서 제시한 수학사 기반 개별 탐구활동의 틀에 따라, 실제 교육활동을 진행하였다. 이를 통해 첫째, 수학동아리 활동이 수학학업성취능력과 수학창의력에 유의미한 효과가 있는지 양적 차이를 분석하고, 둘째, 수학동아리 활동이 수학사의 내용 측면과 수학탐구활동 측면에서 어떤 수학교육적 효과가 있었는지 질적으로 분석하는 것을 연구문제로 설정하였다.

## 2 이론적 배경

### 2.1 수학동아리의 개념과 전형적 모델

국어사전에서 동아리의 뜻은 ‘같은 목적으로 한패를 이룬 무리 또는 단체 [11]’라고 정의하고 있다. 따라서 수학동아리는 ‘수학학습이라는 목적으로 모인 무리’라고 정의할 수 있다. 일반적으로 중학교와 고등학교에서 이루어지므로, 본 연구에서의 수학동아리는 중학교, 고등학교에 재학 중인 학생들이 수학을 탐구하고 학습하기 위해 모인 소집단이라고 정의하였다.

수학동아리를 가장 왕성하게 활동한 나라를 선택하라고 한다면, 단연 러시아이다 [32]. 러시아의 수학동아리는 러시아의 수학영재교육과 매우 밀접한 관련을 가지고 발전하였다 [13]. 러시아 수학영재교육은 중요한 사건을 기준으로 몇 개의 시대로 나누어 볼 수 있다 [32]. 제1기는 사회주의 교육의 태동기(1917-1929)로서 교육이념과 방법에 새로운 것이 도입이 되어 교육의 기초를 확립한 시기이다. 제2기는 사회주의 교육체제 확립기(1930-1958)로 교육이론이 정착되는 시기이다. 특히 이 시기는 수학영재교육측면에서는 매우 중요한 시점이다. 제3기는 사회주의 교육의 정비기(1959-1969)로 수학영재교육의 황금기를 이루는 시기이다. 본격적인 수학영재교육이 시작하게 되는 계기가 된다 [19]. 1959년에 교육부와 과학원의 지원을 받아 모스크바의 425개 학교에 수학영재를 위한 특별 학급을 운영하였고, 1961년부터는 여름캠프를 1개월간 개최하여 우수아에 대한 집중적인 훈련을 실시하였다. 특히 이 시기의 수학영재교육에서의 가장 큰 성과는 수학의 대중화에 성공하였다는 것이다. 1967년에 기존의 소련올림피아드를 전 연방으로 확대하여 실시하였고, 통신강좌를 만들어 누구에게나 수학을 접할 수 있는 기회를 제공하여 주었다. 제4기는 사회주의 교육의 전화기(1970-1983)로 수학의 대중적인 인기로 인해 영재교육의 황금기를 이룬다. 전국적으로 심화교육활동이 널리 퍼졌고, 이 심화학습을 위한 꾸루스

(Kypc, 학습자 중심 수학동아리)가 4500개 이상이 생겨났다. 이러한 수학동아리는 러시아 수학영재교육 발전에 큰 기여를 하게 된다. 따라서 본 연구에서는 러시아의 학습자 중심 수학 동아리(꾸루스, Kypc)를 전형적인 모델로 하였다.

## 2.2 러시아의 수학동아리의 운영

한인기 [13]와 서보역 [23]은 러시아의 수학영재교육을 오늘에 있게끔 한 두 축을 ‘경시대회’와 ‘수학동아리’라고 제시하였다. 그 중 수학동아리의 중요성을 역설하고 있다. 러시아의 수학영재교육의 역사를 살펴보면, 이러한 주장은 매우 신빙성이 있다. 1930년대부터 러시아의 수학자들은 중학교와 고등학생에 대한 수학영재교육에 큰 관심을 가졌는데, 1934년 모스크바 과학아카데미에서 수학동아리의 운영이 시작되었다. 당시 모스크바 수학경시대회의 성공적인 개최를 기반으로 러시아의 수학영재교육의 기원이라고 할 수 있는 수학동아리가 결성되어졌고, 이렇게 결성된 수학동아리는 모스크바 수학 경시대회를 성공적으로 운영하는 바탕이 되었고, 미래의 수학자를 길러낸 요람이 되었다고 한다 [20].

이러한 수학동아리의 수업활동 방법을 요약하면 다음과 같다. 수학동아리는 교수가 중심이 되어, 대학생들, 대학원생들의 적극적인 참여로 운영되었는데, 수학동아리 활동은 강연과 분과로 나누어졌다. 강연은 한 달에 두 번씩 격주로 주말에 열렸고, 유명한 수학자들이 강의를 하였다. 분과는 대학생이나 대학원생들이 그 분과의 책임을 맡았고, 특정한 수학적 주제뿐 아니라 일반적인 수학내용도 다루었다. 이 두 가지 활동 중 핵심은 분과활동이었다. 초창기 분과활동은 학생들의 개별 탐구활동 및 그에 따른 산출물 보고서나 논문 발표가 중심을 이루었다. 이러한 문제해결에 대한 발표의 진행은 두 가지 과정이 있는데, 1차적으로는 자신이 생각한 풀이를 교사에게 이야기하고, 그 다음 자신의 풀이를 칠판에 나가 학생들 앞에 제시하는 과정이다. 분과활동에서 제시되었던 문제를 해결한 학생이 칠판에 나와서 자신의 풀이를 설명할 수 있는 기회가 주어졌는데, 이것에 대해 학생들은 커다란 자부심을 가졌고, 이로 인해 경쟁적으로 칠판에 나와 자신의 풀이를 설명하려는 분위기가 생겼다. 이러한 경쟁적인 기회가 수학동아리 성공의 가장 큰 밑거름이었다고 볼 수 있다.

이러한 수학동아리에 대한 경험을 통해 수학영재교육에 관련된 교수학적 원리에 대해 한인기 [13]는 다음 7가지로 요약하고 있다. 첫째, 자율학습의 원리, 둘째, 학습 주제의 상호관련성의 원리, 셋째, 자기학습 능력의 원리, 넷째, 자기조절 및 반성의 원리, 다섯째, 다양한 풀이의 원리, 여섯째, 학습 자료의 학술적 가치의 원리, 일곱째, 수학적 사고 개발 및 육성의 원리가 그것이다.

이러한 동아리에서의 활동은 지금까지 계속되고 있으며, 수학자들이나 수학교육자들이 중심이 되어 수학에 관심이 있는 학생들을 지도하고 있다. 또한 수학 동아리에서의 이러한 교수 학습 방법은 지금까지 큰 영향을 끼치고 있으며, 수학동아리에서의 수학 교수법의

근간을 이루었다 [29]. 실제로 러시아 수학동아리는 본 연구에서 지향하는 개발 탐구활동 학습원리를 기반으로 하는 학습자 중심 수학동아리였음이 분명해 보인다. 따라서 본 연구에서 실험집단으로 선택한 수학동아리를 러시아의 꾸루스 방식의 적용을 우선적으로 고려하였다. 수학동아리에서 교사가 강연하는 시간과 독립적으로 탐구하는 시간으로 이분화하였다. 강연은 한 달에 두 번 정도로 하였고, 그 외는 탐구하는 시간으로 주로 할애하였다. 탐구시간에서 학생들의 개별 탐구활동 및 그에 따른 산출물 보고서 발표가 중심이 되었다.

### 2.3 수학사의 교육적 활용에 대한 선행연구 분석

역사는 살아있는 현실이다. 과거의 역사는 현재의 역사를 조명하고 현재에 영향을 미치고 미래를 예측하는 열쇠이다. 수학의 역사도 동일한 맥락에서 해석이 가능하다 [2,5]. 이로 인해 수학사에 대한 연구는 매우 활발할 것으로 예측 가능하지만 실제로는 그렇지 못한 것 같다. 외형적으로 보이는 수학사에 대한 연구는 매우 양적으로 풍부해 보인다. 국회도서관 논문 검색 결과 수학사에 대한 논문은 학위논문만 257편, 학술저널 논문이 37편에 이른다. 이러한 논문들을 분석하면 모든 논문이 석사학위 논문이고 단 한 편의 박사학위 논문도 존재하지 않으며, 대부분 교육대학원 졸업 논문이다. 수학사에 대한 연구 집단이 지나치게 한 쪽에 치우쳐 있어 새로운 시각으로의 접근이나 깊이 있는 연구가 다소 부족한 것으로 보일 수 있다.

이러한 수학사 활용에 대한 논문을 정리하면 다음과 같이 몇 개의 범주로 구분할 수 있다. 첫째, 학습자료 개발 적용에 대한 연구가 있다. 대표적으로 김승동과 조재승 [18]은 ‘클럽활동과 동아리활동을 연계한 과제학습 자료 개발 적용에 관한 연구’를 통해 ‘수학 사랑반’ 동아리활동 자료를 개발하여 클럽활동과 동아리활동을 연계하여 수업을 실시한 다음 수학적 흥미 및 문제해결력의 신장에 대한 결과를 분석하고 있다. 둘째, 수학사를 이용한 프로그램의 개발 연구이다. 대표적으로 윤성희 [34]는 ‘고등학교 과학 동아리를 위한 융합인재교육 STEAM 교수·학습 프로그램 개발 및 적용’ 연구를 통해 프로그램 개발을 시도하였다. 셋째, 수학사를 직접 지도하자는 연구이다. 대표적으로 권오남과 박정숙, 김은지 [21]는 ‘수학기계를 활용한 수학사 수업’ 연구를 통해 수학사를 학생들의 흥미를 진작시키는 도구로서의 역할이 아닌 수학사 자체가 수학 학습의 대상이 될 수 있도록 하는 수업의 일환으로 수학기계를 활용한 수업방법을 소개하고 있다. 넷째, 교수학습 활동에 어떻게 활용할 것인가에 대한 연구이다. 대표적으로 양성호와 이경언 [33]은 ‘수학 교수·학습에서의 동양 수학사 활용에 관한 연구’를 통해 수학학습을 좀더 의미있고 풍성하게 하는데 도움이 될 수 있는 소재로 수학사, 그중에서도 특히 동양 수학사에 초점을 맞추어 자료를 개발하여 적용하고 있다. 다섯째는 가장 많은 빈도수를 보이고 있는 학습태도에 미치는 영향에 대한 연구이다. 대표적으로 유금순과 남영만 [35]은 ‘수학사를 활용한 수학

수업이 수학과 학습태도에 미치는 영향' 연구를 진행하였다.

### 2.4 수학사 기반 수학 개별 탐구활동의 틀

본 연구의 기반이 된 수학사를 이용한 개별 탐구활동의 틀은 서보억 [26]이 제시한 경험적인 틀을 사용하였다. 이 틀은 서보억 [24,25], Erdniev와 한인기 [6]의 연구를 바탕으로 하여 재구성한 것으로 총 9단계의 절차를 통해 이루어진다(Figure 1 참조).

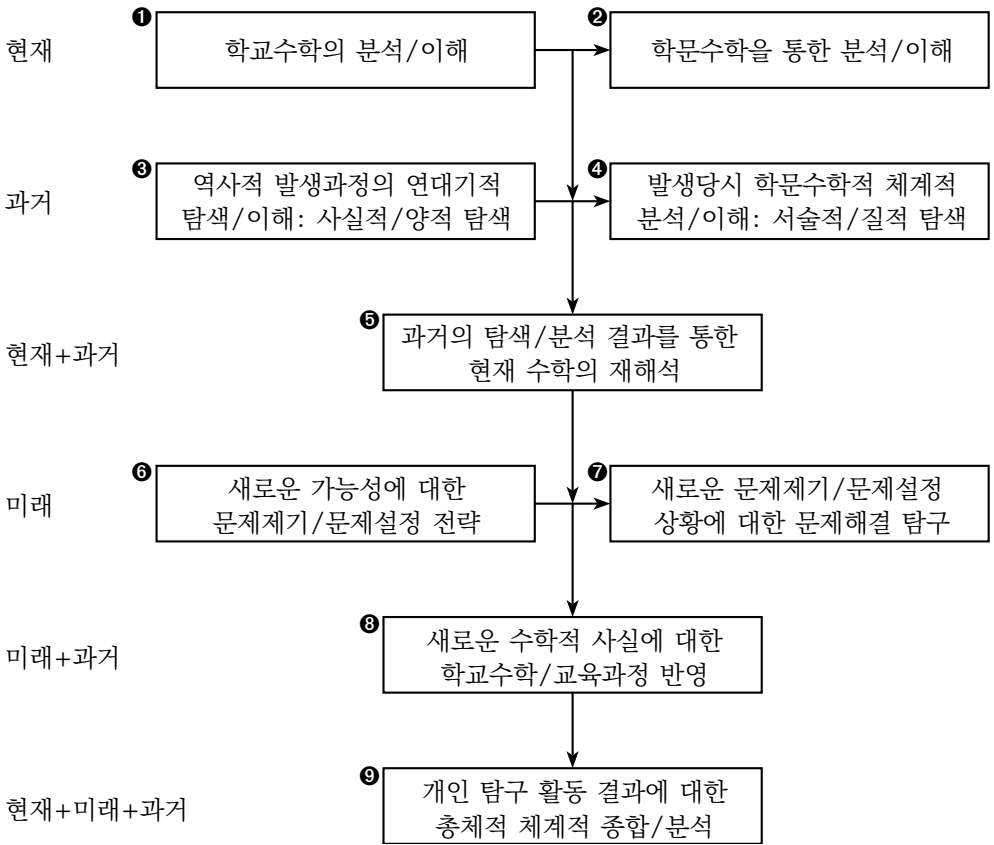


Figure 1. The framework of the inquiry activities based math history; 수학사 기반 수학 개별 탐구활동의 틀

## 3 연구방법 및 절차

### 3.1 연구의 대상

본 연구를 위해서 두 개의 수학동아리가 선정되었다. D광역시 소재 중학교의 A동아리는 기존에 운영되던 수학동아리 성격을 그대로 지니고 있었고, B동아리는 본 연구 수행을 위해

결성되었다. 두 수학동아리 모두 인원은 8명으로 제한을 두었다. A동아리를 통제집단으로, B동아리는 실험집단으로 설정하였다. 학생들의 특성은 자의에 의해 동아리에 참석한 학생들로 대부분은 활발하고 능동적으로 수업활동에 참여하는 학생이며 학업성적은 상위권에 있었다.

### 3.2 연구 방법

본 연구에서는 수학사 기반 학습자 중심 수학동아리 효과 분석을 위해서 수학사 탐구활동의 틀에 따라 수학동아리 활동을 실시하였다. 본 실험에 참여할 B동아리 학생의 선발을 위해 학생 선발 공고를 공개적으로 실시하였고, A동아리와 B동아리 모두 두 가지 유형의 검사지를 통해 사전검사를 실시하였다. 두 수학동아리는 서로 독자적으로 활동을 하였고, 학생 중심으로 운영되었다. 탐구 주제나 수학학습에 대한 계획은 학생주도에 의해 이루어졌다. B동아리의 경우, 수학사 탐구전략에 따라 학습자 중심 학습이 진행되었다.

수학동아리는 6개월간 매주 2시간~4시간 정도의 시간을 할애하여 학생 자발적으로 동아리 활동이 진행되었다. 학습은 사고력 및 창의력 중심 활동 및 개별 수학탐구 활동을 중심으로 학습이 진행되었다. 모든 프로그램을 종료한 다음, 사후검사를 실시하였다.

### 3.3 자료의 수집 및 분석

본 연구의 수행을 위해서 실험집단과 통제집단 사이의 유의미한 차이를 확인하기 위해서 사전검사와 사후검사를 실시하였다. 이때 Excel2010 프로그램을 이용하여 자료를 처리 및 분석하였다. 양적인 분석과 병행하여 수학사 탐구 전략이 효과적으로 적용되었는지를 확인하기 위한 면담 및 학습과정에 대한 모니터링 자료를 수집하고 분석하였다.

검사지 자료는 수학적취능력검사와 창의력 검사로 이루어졌다. 먼저, 수학적취능력 검사지는 중학생이 알아야 하는 기본적인 수학학습요소와 심화학습요소로 구성하였고, 총 18 문항(선다형 문제 2문항, 서답형 문제 16문항)으로 구성하였다. 수학적취능력의 검사 문항은 영역별로 다양하게 개발하였으며, 단순한 사실을 묻는 문항은 가급적 배제하였다. 둘째, 창의력 검사지는 기존에 있는 다양한 창의력 신장 문제를 수정 및 편집한 것으로 중학생들의 수준에 맞도록 수정하였다. 본 연구에서는 학생들이 가지고 있는 다양한 문제 상황에서의 대처 능력과 독창적인 사고능력에 초점을 두어 창의력 검사지를 개발하였다. 검사지의 문항수는 총 10문항으로 수학과 관련된 문항, 실생활과 관련된 문항, 퍼즐과 관련된 문항, 그림을 보고 푸는 문항 등으로 높은 난이도의 문항들로 구성하였다.

수학탐구능력에 대한 질적분석을 위해서 학생면담자료, 수학동아리 활동 과정에 대한 모니터링 자료, 관찰 자료를 활용하였다. 자료수집은 9단계 개별 탐구활동의 틀의 각 단계 별로 이루어졌고, 탐구능력 평가의 틀에 따라 관찰이 이루어졌다.

### 3.4 자료의 분석 방법

자료는 양적인 자료와 질적인 자료로 구분되어진다. 두 자료에 대한 분석 방법은 아래와 같다.

첫째, 양적인 자료에 대한 분석 방법이다. 수학동아리 운영 시작 전인 6월초에 사전 검사를 실시하였고, 운영이 종료된 12월말에 사후검사를 실험집단과 통제집단에서 모두 실시하였다. 결과분석은 실험집단과 통제집단의 분산분석을 통한 사전 동질성 여부 검사 분석, 실험집단 및 통제집단의 실험전후의 결과에 대한 t-검사 분석, 사후검사결과를 통한 두 집단의 동질성 여부 검사 분석으로 이루어졌다.

둘째, 질적인 자료에 대한 분석 방법이다. 본 연구에서 수학과 기반 학습자 중심 수학 동아리에서 효율적인 탐구학습이 실제로 진행되었는가를 판단하기 위한 준거를 설정하였다. 첫 번째 준거는 한인기 [13]가 제시한 수학동아리 활동에서의 교수학적 원리 7가지를 ‘수학사내용’이라는 대영역으로 설정하였고, 두 번째 준거는 김광명 [16,17]이 제시한 탐구능력 평가의 기준과 척도 8가지를 ‘수학동아리 탐구활동’이라는 측면에서 두 번째 대영역으로 설정하였다. 추출한 대영역을 기준으로 하여 각 대영역에 포함되는 요소는 상위요소와 하위요소로 세분화하였다. 상위요소는 학습자세, 학습결과, 문제의 인식, 해석, 종합 5가지로 구분하였고, 이를 바탕으로 15가지 하위요소로 상세화하였다. 구체적 내용은 Table 1과 같다.

분석 기준에 따라 각 하위요소에 대한 판단을 학생이 최종적으로 수행한 수학과 탐구 활동을 기반으로 하여 반응 조사를 실시하였다. 이때 평가적 반응을 보인 경우에는 O를 표시하고, 비평가적 반응을 보인 경우에는 X를 표시하였다. 특별히, 평가적 반응을 보인 경우에 긍정적인 평가 반응 P, 부정적인 평가 반응은 N으로 구분하여 분석하였다. 이 분석표에 기초하여 질적 분석을 실시하였다.

## 4 결과 및 분석

### 4.1 양적인 통계처리 결과 및 분석

사전검사와 사후검사는 동일한 유형의 문제지(창의력 검사지, 수학적취능력 검사지)를 사용하여 실시하였다. 실험집단과 통제집단에 대한 사전검사 및 사후검사 결과는 Table 2~Table 5와 같다.

#### 4.1.1 수학적취도검사 통계처리 결과

먼저, 실험집단과 통제집단의 동질성검사(사전검사) 통계처리 결과를 살펴보자. 실험집단(8명)과 통제집단(8명)의 수학적취능력에 대한 사전검사 결과 두 집단 간에 유의미한 차이가



Table 1. Analysis criteria; 분석 기준

대영역	상위요소	하위요소
I. 수학과사내용	1. 학습자세	I-1-1. 자율적으로 학습할 수 있는 내용
		I-1-2. 자기학습능력이 구현되는 내용
		I-1-3. 자기조절 및 반성이 가능한 내용
	2. 학습결과	I-2-4. 학습주제의 상호관련성이 있는 내용
		I-2-5. 다양한 풀이가 가능한 내용
		I-2-7. 학술적 가치가 있는 내용
		I-2-8. 수학적 사고 계발 및 육성이 가능한 내용
II. 수학과아리 탐구활동	1. 문제인식	II-1-1. 가능한 감각을 통해 관찰을 효과적으로 수행
		II-1-2. 유사점과 차이점 등 분류활동 수행
		II-1-3. 적당한 용어 사용 등 의사전달의 분명한 수행
		II-1-4. 문제해결에 유익한 가설 및 추정의 제시
	2. 문제해석	II-2-5. 논리성과 표현의 정확성을 가진 문제 수행
		II-2-6. 논리적으로 타당하고 비약이 없는 문제 수행
	3. 활동종합	II-3-7. 다양한 문제제기를 통한 탐구활동 활성화
		II-3-8. 새로운 발견활동을 통한 수학의 풍성화

없는 것으로 나타났다. 유의수준  $p = 0.05$ 에서 P-값이 0.1831로 동질집단임을 확인할 수 있었다(Table 2 참조).

Table 2. Pre-tests for mathematics achievement ; 수학적성취도검사에 따른 동질성검사와 (사전검사)

					분산 분석: 일원 배치법	
인자의 수준	관측수	합	평균	분산		
실험집단(사전)	8	55	6.875	7.2678		
통제집단(사전)	8	70	8.75	7.0714		
분산 분석						
변동의 요인	제곱합	자유도	제곱평균	F 비	P-값	F 기각치
처리	14.0625	1	14.0625	1.9613	0.1831	4.6001

둘째, 실험집단과 통제집단에서의 t-검사와 통계처리 결과를 살펴보자. 실험집단에서 수학적성취능력의 차이를 통계적으로 확인할 수 있었다. 통계처리결과 실험집단의 경우 사전검사 평균 6.875점(16점 만점)에서 12.625점으로 향상되었음을 알 수 있었고, 이 점수의 차이는 유의수준  $p = 0.05$ 에서 P-값이 0.00003으로 아주 낮게 나타났다. 이는 사전검사와 사후검사 사이에 평균값의 차이가 현저하게 차이가 난다는 것을 의미한다. 반면, 통제집단에서 t-검사의 결과는 사전검사 평균 8.75점(16점 만점)에서 10.25점으로 향상되었음을 알 수

있었다. 이 점수의 차이는 유의수준  $p = 0.05$ 에서 P-값이 0.0746로 나타났고, 사전검사와 사후검사 사이에 평균값의 차이를 확인할 수 없었다.

셋째, 실험집단과 통제집단의 동질성검사(사후검사) 통계처리 결과를 살펴보자. 실험 집단과 통제집단을 대상으로 실시한 수학적취능력에 대한 사후검사 결과 두 집단 간에 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 실제 이 두 집단의 평균을 비교하면 사전검사의 경우 실험집단이 통제집단보다 약 2점 정도(16점 만점) 낮게 나타나고 있지만, 사후검사의 결과는 오히려 통제집단이 실험집단보다 2.4점 정도 더 낮은 것으로 나타났다(Table 3 참조).

Table 3. Post-test for mathematics achievement; 수학적취도검사에 따른 동질성검사(사후검사)

분산 분석: 일원 배치법						
인자의 수준	관측수	합	평균	분산		
실험집단(사후)	8	101	12.625	3.125		
통제집단(사후)	8	82	10.25	6.2142		
분산 분석						
변동의 요인	제곱합	자유도	제곱 평균	F 비	P-값	F 기각치
처리	22.5625	1	22.5625	4.8317	0.0452	4.6001

#### 4.1.2 창의력 검사 통계처리 결과

먼저, 실험집단과 통제집단의 동질성검사(사전검사) 통계처리 결과를 살펴보자. 창의성 검사에 대한 사전검사 결과 두 집단 간에 유의미한 차이가 없는 것으로 밝혀졌다(Table 4 참조).

Table 4. Pre-tests for creativity ; 창의력 검사에 따른 동질성검사(사전검사)

분산 분석: 일원 배치법						
인자의 수준	관측수	합	평균	분산		
실험집단(사전)	8	149	18.625	4.8392		
통제집단(사전)	8	159	19.875	9.8392		
분산 분석						
변동의 요인	제곱합	자유도	제곱 평균	F 비	P-값	F 기각치
처리	6.25	1	6.25	0.8515	0.3717	4.6001

둘째, 실험집단과 통제집단의 동질성검사(사후검사) 통계처리 결과를 살펴보자. 먼저 실험집단에서는 유의수준  $p = 0.05$ 에서 P-값이 0.0076로 나타나 사전검사와 사후검사 사이에 평균값의 차이가 있는 것으로 나타났고, 통제집단 역시 유의수준  $p = 0.05$ 에서 P-값이 0.0295로 사전검사와 사후검사 사이에 평균값의 차이가 있는 것으로 나타났다.

셋째, 실험집단과 통제집단을 대상으로 실시한 창의력 검사의 사전검사와 사후검사 사이에는 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다(Table 5 참조).

Table 5. Post-tests for creativity; 창의력 검사에 따른 동질성검사(사후검사)

분산 분석: 일원 배치법						
인자의 수준	관측수	합	평균	분산		
실험집단(사후)	8	168	21	3.1428		
통제집단(사후)	8	174	21.75	4.5		
분산 분석						
변동의 요인	제공합	자유도	제공 평균	F 비	P-값	F 기각치
처리	2.25	1	2.25	0.5887	0.4556	4.6001

## 4.2 분석 기준안에 따른 분석

### 4.2.1 수학동아리 활동에 대한 기준안에 따른 분석

서보익 [26]이 제시한 중학교 학습내용 중에서 피타고라스 정리를 이용하여 최종적으로 수학탐구활동을 9단계에 걸쳐 진행하였다. 수학동아리 내에서 개별 탐구활동을 수행하고 최종 결과물에 대한 발표 등 전체 수행 과정을 바탕으로 반응 조사를 실시하고 분석 결과를 표로 작성하였다. 작성한 결과는 Table 6과 같다.

첫째, 기준표에 따른 분석결과, 학생들은 수학사내용 영역, 수학동아리 탐구활동 영역 두 대영역 모두에서 긍정적인 결과를 보였다. 둘째, 수학동아리 탐구활동 영역보다는 수학사내용 영역에서 부정적 반응이 상대적으로 더 많은 것으로 나타났다. 셋째, 상위요소를 기준으로 보았을 때 수학동아리 참여학생 전체가 반응을 보인 것은 수학사 내용영역에서는 ‘학습결과’요소이고, 수학동아리 탐구활동 영역에서는 ‘문제인식’영역이었다. 넷째, 긍정적인 평가 반응에서 높은 비율을 보인 것은 ‘I-1-1. 자율적으로 학습할 수 있는 내용’(6명), ‘II-1-3. 적당한 용어 사용 등 의사전달의 분명한 수행’(6명), ‘II-3-7. 다양한 문제제기를 통한 탐구활동 활성화’(7명)으로 나타났다. 반대로 부정적인 평가 반응에서 높은 비율을 보인 것은 ‘I-2-4. 학습주제의 상호관련성이 있는 내용’(3명), ‘II-1-1. 가능한 감각을 통해 관찰을 효과적으로 수행’(3명)으로 나타났다.

### 4.2.2 기준안에 따른 분석 결과에 대한 면담 분석

면담 및 관찰에 의한 자료 수집을 통해 본 연구에서는 긍정적인 반응이 높은 ‘I-1-1. 자율적으로 학습할 수 있는 내용’, ‘II-1-3. 적당한 용어 사용 등 의사전달의 분명한 수행’, ‘II-3-7. 다양한 문제제기를 통한 탐구활동 활성화’에 대한 분석, 부정적인 반응이 높은 ‘I-2-4. 학습주제의 상호관련성이 있는 내용’(3명), ‘II-1-1. 가능한 감각을 통해 관찰을

Table 6. Analysis according to the criteria; 기준표에 따른 분석 결과

대영역	상위요소	하위요소	학생 1	학생 2	학생 3	학생 4	학생 5	학생 6	학생 7	학생 8	
I. 수학사내용	1. 학습자세	I-1-1.	P	P		P		P	P	P	
		I-1-2.		P	P			P		P	
		I-1-3.	P	x	N	P					
	2. 학습결과	I-2-4.	P	N	P		P	N	P	N	
		I-2-5.	P	P	N		P		N		
		I-2-7.	N	P		x	P	P	P	P	
		I-2-8.			P			P		P	
II. 수학동아리 탐구활동	1. 문제인식	II-1-1.	N	P	N			P	N	P	
		II-1-2.	P		x		P			x	
		II-1-3.	P	P	P	P		P	P		
		II-1-4.	x	x	P	P		x	P	P	
	2. 문제해석	II-2-5.		N	P		P		P	N	
		II-2-6.		P		x	P	P	P		
	3. 활동종합	II-3-7.	P		P	P	P	P	P	P	
		II-3-8.			P	P	P	P	P		
	합계			10	11	10	8	8	11	11	10

효과적으로 수행' (3명)에 대한 분석을 실시한다. 면담과 관찰은 두 가지 관점에서 진행되었다. 긍정적인 반응에 초점을 둔 것과 부정적인 반응에 초점을 둔 것으로 이원화하였다.

#### ○ 긍정적인 반응에 대한 분석

아래는 교사와 학생의 면담내용의 일부분이다.

교사 : 피타고라스 정리에 대해 어떻게 생각하니?

학생1 : 중학교 교과서에 나오는 내용이 전부가 아니었어요. 2단계 활동에서 다양한 서적을 친구들과 함께 읽으면서 곱셈공식, 약수와 배수와도 관련이 있다는 사실을 발견했어요.

교사 : 그래. 그런데 곱셈공식은 우리 공부와 관련이 없었는데?

학생2 : 그렇죠. 그런데 피타고라스 수라는 것이 있더라고요. 다 아는 내용이고 해서 읽었는데 1학기때 학습한 곱셈공식이 중요하게 사용되고 있었어요. 그래서 새로운 학습주제에 대해서도 관심을 가지게 되었고, 이에 대한 내용도 보고서에 작성하였어요.

교사 : 생소한 내용에 대한 이해가 어렵지는 않았니? 예를 들어 피타고라스의 수라는 말!

학생2 : 사실, 그렇죠. 그런데 3, 4, 5는 다 아는 수잖아요? 그리고 피타고라

스와 관련이 있고. 그러니까 생소하지만 서로의 생각을 잘 전달하려고 했는데 괜찮았어요.

NCTM [30]에서는 스스로 하는 학습에 대해서 매우 중요한 가치가 있다고 한다. Krutetskii [20]에 따르면 우수한 학생의 전형적인 특성이 과제에 대한 자율적인 참여이다. 위 대화에서 볼 수 있듯이, 수학사 탐구활동 절차에서 2단계 ‘학문수학을 통한 분석/이해’, 4단계 ‘발생당시 학문수학적 체계적 분석/이해’ 단계를 거치면서 학생 스스로 학습주제에 대한 탐색이 일어나고 있음을 알 수 있다. 이러한 탐색을 학생스스로 ‘I-1-1. 자율적으로 학습할 수 있는 내용’에 대한 긍정적인 반응으로 이어졌다는 것을 확인할 수 있었다. 동일하게 Ernest [7]는 사회적 합의과정을 도출하기 위해서 자신의 의견을 공유된 언어로 공표하는 것의 중요성을 언급하고 있는데, 이번 실험과정에서도 학생이 자신이 발견한 새로운 수학적 사실을 친구들과 공유하기 위해 노력한 흔적을 대화를 통해 발견할 수 있었고, 이러한 노력이 ‘II-1-3. 적당한 용어 사용 등 의사전달의 분명한 수행’이라는 긍정적인 반응을 얻은 것으로 분석된다. Brown과 Walter [3]는 ‘What if not?’ 전략을 제시하면서 바탕 문제를 기준으로 한 새로운 문제제기활동의 중요성을 강조하였다. 본 연구에서도 학생들이 이미 알고 있는 3, 4, 5이라는 수의 나열과 피타고라스 정리라는 흔한 사실을 바탕으로 하여 피타고라스 수라는 유명한 수학적 문제에 대한 새로운 문제제기도 자연스럽게 연결된 것으로 파악되었다. 이러한 문제의식을 ‘II-3-7. 다양한 문제제기를 통한 탐구활동 활성화’에 중요한 영향을 미친 것으로 분석되었다.

#### ○ 부정적인 반응에 대한 분석

아래는 교사와 학생의 면담내용의 일부분이다.

교사 : 피타고라스 정리에서 직각이 아닌 경우에 대해서 논의를 한 것 같은데?

학생3 : 수학사를 찾는 중에, 피타고라스 정리를 확장하여 둔각인 경우, 예각인 경우에 대해서도 논의하고 있었어요.

교사 : 어떻게 탐구활동을 진행했지?

학생4 : 저희는요. 문헌을 통해 그 결과를 찾았어요. 그래서 피타고라스 정리를 기반으로 해서 다양한 사실들을 정리하였습니다.

학생5 : 그런데, 예각일 때, 둔각일 때 서로 다른 결과가 있었고 흥미롭게 그 부분을 읽을 수 있었어요.

교사 : 이들 사이의 관계에 대해서는 어떻게 알아 보았니?

학생4 : 저희들이 잡은 주제에서는 직각, 예각, 둔각을 별도로 살펴보고, 그 결과를 정리하였는데요.

Erdiniev와 한인기 [6]는 유추에 대한 내용을 정리하면서 여러 대상들 사이의 유사성의 발견에 대해 매우 중요하게 생각하였다. 이에 대한 관점은 Polya에게도 동일한 관점이다 [22]. 이러한 유사성은 두 대상을 서로 대등하게 볼 수 있어야 가능하다. 하지만, 학생들의 대화에서 볼 수 있듯이 학생들은 교사의 안내에도 불구하고 독립적인 하나 하나의 지시에 머물러 있음을 알 수 있다. 수학사 탐구활동의 틀에서도 이러한 부분에 대한 언급은 매우 소극적이다. 이러한 이유로 인해 'I-2-4. 학습주제의 상호관련성이 있는 내용'에 대해서는 학생들이 매우 부정적인 반응을 보인 것으로 판단된다. 이러한 관점은 서보역 [25]과 동일한 결과를 보여주고 있다. 마지막으로 Polya [22]에게 있어서 개연추론은 수학적 추측을 형성하는 가장 중요한 원칙이다. 개연추론은 귀납적 과정을 전제로 하며, 이러한 과정에서 관찰과 경험을 바탕으로 추측을 형성하는 것이 발견의 전형적인 절차로 지적하고 있다. 그만큼 수학적 발견에서 관찰이 중요함을 역설한 것이지만, 학생들에게 있어서 수학적 탐구는 관찰보다는 연역이라는 시각이 여전히 강한 것으로 나타났다. 이러한 영향으로 'II-1-1. 가능한 감각을 통해 관찰을 효과적으로 수행'에서는 매우 부정적인 의견을 보였다.

## 5 결론 및 제언

우리나라는 현재 출생률 세계 최저로 인해, 대학입학 학령인구의 감소와 더불어 중등학교 교육환경이 급속도로 변화하고 있다. 일반계고등학교의 경우, 특수목적고등학교, 특성화고등학교, 자립형사립고등학교 등 다양한 형태의 고등학교의 등장으로 학교교육에 대한 어려움을 극복하려고 노력하고 있고, 교육부에서는 그 대안으로 일반계고등학교 발전위원회를 본격 가동하여 운영하고 있다. 이러한 움직임의 핵심은 스스로 학습할 수 있는 환경 조성을 통한 학습역량의 강화이다. 이러한 학습역량의 강화 중의 하나가, 학생중심의 '학습동아리'의 구성이다. 이러한 학습동아리는 여러 가지 측면에서 폭넓게 증가하고 있는 추세에 있다. 과학고등학교에서는 R&E 수행을 위한 수단으로, 자립형사립고등학교에서는 다양한 스펙을 구축하고 학습능력을 향상시키는 도구로, 일반계고등학교에서는 수시전형에 필요한 자신의 학습이력을 실제적으로 구축하기 위한 수단으로 활용된다. 이러한 실정에서 효과적인 수학동아리 운영에 대한 바람직한 탐구활동의 방향을 제시하기 위해 본 연구가 수행되었다.

본 연구에서 수학동아리에서 효과적으로 개별 탐구활동을 진행하기 위한 틀로서 수학사 기반 수학 개별 탐구활동의 틀을 설정하였다. 이 틀은 서보역 [26]이 제시한 것으로 설정하였다. 이 틀은 총 9단계의 탐구활동의 단계를 체계화한 것으로 경험적인 자료를 바탕으로 구축되었다는 장점으로 본 연구에서 채택하였다.

본 연구의 효과적인 수행을 위해서 D광역시 소재 중학교에서 두 동아리를 실험집단과

통제집단으로 설정하였고, 6개월 동안 매주 독립적인 활동을 수행하였고 그 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다.

첫째, 본 연구의 수학동아리 활동에 대한 모델을 설정하였다. 수학동아리 운영의 모델로서 러시아 수학영재교육의 모태가 되었던 러시아의 수학동아리(꾸루스, Купс)를 설정하였다. 이를 모델화하여, 학습자 중심 수학동아리를 조직하여 그 동아리 활동을 통해 구체적인 활동 내용과 교수-학습 자료를 적용하여 실제적인 효과를 검증하였다.

둘째, 수학사 기반 학습자 중심 수학동아리 효과성 분석을 양적으로 실시하였다. A동아리와 B동아리를 구분하여 사전검사와 사후검사를 실시하여 유의미한 차이가 있는지를 통계적으로 분석하였다. 통계분석은 수학성취능력 검사와 창의력 검사 두 종류로 이루어졌다. 먼저 수학성취능력 검사 결과를 보면, 사전검사 결과 두 집단 간에는 유의미한 차이가 없었지만, 사후검사의 결과 두 집단 간의 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 이는 지난 6개월간의 다양한 수학사를 기반으로 한 개별탐구활동 및 다양한 수학동아리 활동이 수학성취능력 향상에 유의미한 영향을 끼쳤음을 의미한다. 또한, 창의력 검사의 통계처리 결과를 보면, 사전검사 및 사후검사 모두 두 집단 간의 유의미한 차이가 없는 것으로 나타났다. 이를 통해, 창의력 향상에는 수학사 기반 수학 개별 탐구활동이 큰 영향을 끼치지 못하였음을 알 수 있다.

셋째, 수학사 기반 학습자 중심 수학동아리 효과성 분석을 질적으로 실시하였다. 질적분석은 수학사 기반 탐구활동의 9단계 절차에 대한 평가와 더불어 학생들의 구체적인 변화를 설명할 수 있다는 측면에서 매우 의미 있는 분석이다. 이를 위해 ‘수학동아리 수행에 대한 분석기준’을 선행연구를 통해 설정하였다. 이를 바탕으로 분석기준표를 2개의 대영역, 5개의 상위요소, 15개의 하위요소로 세분화하여 구성하였다. 이러한 분석기준표를 통해 분석한 결과, 수학동아리 활동에서 ‘자율적으로 학습할 수 있는 내용’, ‘적당한 용어 사용 등 의사전달의 분명한 수행’, ‘다양한 문제제기를 통한 탐구활동 활성화’에서 매우 긍정적인 반응을 보였고, ‘학습주제의 상호관련성이 있는 내용’, ‘가능한 감각을 통해 관찰을 효과적으로 수행’은 부정적인 반응을 보였다. 이에 대한 심층면담 결과, 수학사 기반 탐구활동에서는 교과서 관련 주제를 바탕으로 폭넓은 자료 탐색활동이 일어났고, 이를 통해 자발적인 학습이 실제로 일어났으며, 자신의 자발적 학습결과를 친구들과 공유하기 위해 열정적으로 적당한 용어 사용을 통해 분명한 의사전달을 하려고 노력한 것으로 보였다. 반면, 수학사 탐구활동 모형이 다양한 사실을 도출하고 안내할 수는 있었지만, 발견한 사실들 사이의 관련성을 맺는 추가적인 활동이 부족한 것으로 나타났다. 또한, 수학적 발견이 관찰에 의한 귀납적 수행이 중요하다는 인식에 대한 개선도 이루어져야 하는 것으로 나타났다.

본 연구에서 제시한 수학사 기반 학습자 중심 수학동아리에서의 개별 탐구 활동의 성과는 향후 고등학교 및 중학교에서의 수학동아리의 운영에 다음과 같은 시사점을 제공할

것으로 기대된다.

첫째, 본 연구에서 언급한 9단계 수학사 탐구활동 방법은 구체적인 수학사 활용의 큰 지표로 활용될 수 있다. 맹목적으로 수학을 수학교육활동에 활용하는 것이 아니라, 구체적인 단계에 따라 실제 활용될 수 있다는 측면에서 큰 교육적 의미가 있다.

둘째, 수학동아리의 운영에 대한 구체적인 사례를 제공할 수 있다. 수학동아리가 교사 중심이 아니라 학생중심으로 운영될 수 있는 전형적인 예로 활용될 것으로 기대된다. 특히 러시아의 꾸루스의 운영방식을 구체적으로 적용함으로써 수학동아리의 실제적인 운영에 대한 다양한 시사점을 얻을 수 있다.

셋째, 수학동아리 활동이 수학적취능력의 향상에 효과적이고, 수학탐구능력의 향상에 긍정적인 결과를 보였다. 수학학습의 본질이 학습자 스스로 진행하는 것임에는 이견이 없다. 따라서 일반계 고등학교에서 수학에 관심 있는 학생들이 삼삼오오 모여 동아리를 구성할 때 기초 자료로 활용될 것으로 기대된다. 이를 통해 대학 진학에 의미 있는 자료로 활용할 수 있을 것이다.

끝으로 본 연구에서 드러난 수학사 기반 탐구활동의 절차에 대한 수정 및 보완을 통해 수학동아리에서의 수학탐구활동이 적극적으로 일어나기를 기대한다.

## References

1. BECK S. Y., *The History of Mathematics and the Mathematics Curriculum*, *Science Education Research* 16(1990), Science Education Center, Chinju National University of Education. 백석윤, 수학과 수학 교육과정, 과학교육연구 16(1990), 경남: 진주교육대학교 과학교육연구소.
2. C. B. BOYER, U. C. MERZBACH, *A History of Mathematics*, John Wiley & Sons, Inc., 199
3. S. I. BROWN, M. I. WALTER, *The Art of Problem Posing*, Lawrence Erlbaum, 1990.
4. A. DRESDEN, (trans. Van der Waerden. B. L.), *Science Awakening*, Science Editions, 1963.
5. T. DREYFUS, *Advanced mathematical thinking processes*, In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*, Dordrecht: Kluwer, 1991, 25-41.
6. P. M. ERDNIEV, HAN I. K., *Mathematics Inquiry through analogy*, Sung San, 2005. P. M. ERDNIEV, 한인기, 유추를 통한 수학탐구, 승산, 2005.
7. P. ERNEST, *Social Construction and as a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press, 1998.
8. H. EVES, *An Introduction to the History of Mathematics*, Harcourt Brac, 1962.
9. H. EVES, *Great moments in mathematics (Before 1650)*, MAA, 1983.
10. H. FREUDENTHAL, *Mathematics as an Educational Task*, Netherlands: D. Reidel Publishing Co., 1973.
11. Han Gul Society, *Korean Great Dictionary*, Eoe Mun Gak, 1992. 한글학회, 우리말 큰 사전, 어문각, 1992.



12. HAN I. K., *History for Teacher*, Kyo-Woo Sa, 2003. 한인기, 교사를 위한 수학사, 교우사, 2003.
13. HAN I. K., Moscow Early Mathematics Competitions and Talented Education, *Communications of Mathematical Education* 18(3)(2004), 57-71. 한인기, 초창기 모스크바 수학 경시대회와 영재교육, *수학교육논문집* 18(3)(2004), 57-71.
14. T. L. HEATH, *A history of Greek mathematics (Vol. 1)*, Adamant Media Corporation, 2008.
15. T. L. HEATH, *A history of Greek mathematics (Vol. 2)*, Adamant Media Corporation, 2008.
16. KIM K. M., A Study on the Evaluation of Inquiry Skills in Science Learning, *Journal of Research in Science Education* 13(1)(1986), 1-33. 김광명, 과학학습에 있어 탐구능력의 평가방법에 관한 연구, *과학교육연구* 13(1)(1986), 1-33.
17. KIM K. M., *Analysis of Elementary School Science Textbooks for Development of Scientific Thinking Ability*, Doctoral thesis(unpublished), Seoul National University, 1992. 김광명, 과학적 사고력 발달을 위한 초등학교 자연교과서 분석 연구, 박사학위논문, 서울대학교, 1992.
18. KIM S. D., JOE J. S., A Study on Development and Application of Learning Materials Homework Assignment for Students Used in the Classroom and Extra-curricular Activites, *Journal of the Korean School Mathematics* 4(1)(2001), 115-124. 김승동·조재승, 클럽활동과 동아리활동을 연계한 과제학습 자료 개발 적용에 관한 연구, *한국학교수학회논문집* 4(1)(2001), 115-124.
19. Kolmogorov, *F-M-S pri M-GE-U*, Moskba: Znanie, 1981.
20. V. A. KRUTETSKII, *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*, Chicago: University of Chicago Press, 1976.
21. KWON O. N., PARK J. S., KIM E. J., Instructions of History of Mathematics with Mathematical Machines, *Journal for History of Mathematics* 26(4)(2014), 301-320. 권오남·박정숙·김은지, 수학기계를 활용한 수학사 수업, *Journal for History of Mathematics* 26(4)(2014), 301-320.
22. G. POLYA, *Mathematics and Plausible Reasoning, Vol. I*, Princeton University Press, 1973.
23. SEO B. E., *A Comparative Study on Korean, American and Russian Mathematics Curricula for Gifted Students*, Master's thesis(unpublished), Korea National University of Education, 1997. 서보억, 한국 미국 러시아의 수학영재교육과정 비교 연구, 석사학위논문, 한국교원대학교, 1997.
24. SEO B. E., KWON Y. I., The Analysis of the Development Process of the Law of Cosines and the Study of the Extension through the Demonstration, *Korean Journal for History of Mathematics* 20(3)(2007), 147-166. 서보억·권영인, 코사인 법칙의 발달과정 분석과 논증을 통한 확장에 대한 연구, *한국수학사학회지* 20(3)(2007), 147-166.
25. SEO B. E., A Study on Comprehension Level of Mathematical Basic Knowledge by 2nd Middle School Students, *Journal of the Korean School Mathematics Society* 12(1)(2009), 131-149. 서보억, 중학교 영재학생의 수학기초지식의 이해 정도에 대한 조사 연구, *한국학교수학회논문집* 12(1)(2009), 131-149.
26. SEO B. E., *Invsestgation on Middle School Mathematics and Curriculum for Teachers*, Kyo-

- Woo Sa, 2013. 서보역, 교육과정과 중학교 교직수학의 탐구, 교우사, 2013.
27. SHIN Y. M., *The History of Mathematics and the Mathematics Education*, Master's thesis(unpublished), Seoul National University, 1993. 신영미, 수학과와 수학교육: 중 고등학교 수학교육을 중심으로, 석사학위논문, 서울대학교, 1993.
  28. The Ministry of Education, Science, and Technology, *2009 reformed mathematics curriculum*, Seoul: MOST. 2011. 교육과학기술부, 2009 개정교육과정, 교육인적자원부, 2011.
  29. The National Council of Teachers of Mathematics, *Providing Opportunities for the Mathematically Gifted, K-12*, Virginia: NCTM, 1987.
  30. The National Council of Teachers of Mathematics, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Virginia: NCTM, 1989.
  31. The National Council of Teachers of Mathematics, *Learning mathematics for a new century*, Virginia: NCTM, 2000.
  32. Unesco Korea, *World Gifted Education II*, Bae Young sa, 1983. 유네스코한국위원회, 세계의 영재교육 II, 배영사, 1983.
  33. YANG S. H., LEE K. Y., A Study on The Application of Oriental History of Mathematics in School mathematics, *The Mathematical Education* 49(1)(2010), 15-37. 양성호·이경연, 수학 교수-학습에서의 동양 수학과 활용에 관한 연구, 수학교육 49(1)(2010), 15-37.
  34. YEON S. H., *The Development and Application of STEAM Teaching-Learning Program for High School Science Club*, Master's thesis(unpublished), Korea National University of Education, 2014. 윤성희, 고등학교 과학 동아리를 위한 융합인재교육 STEAM 교수·학습 프로그램 개발 및 적용, 석사학위논문, 한국교원대학교, 2014.
  35. You K. S., NAM Y. M., The Effect of Math and Learning Attitude in a Math History Applied Lesson, *East Asian Mathematical Journal* 28(4)(2012), 383-401. 유금순·남영만, 수학을 활용한 수학수업이 수학과 학습태도에 미치는 영향, 동아시아저널 28(4)(2012), 383-401.