

우리나라와 일본의 초등학교 수학 교과서에 제시된 비율의 정의 비교 연구

이정은¹⁾ · 김지원²⁾ · 박교식³⁾

본 논문에서는 비율 관련 용어(비율, 비, 비의 값, 백분율, 비례식)의 정의에 초점을 맞추어 우리나라와 일본의 초등학교 수학 교과서를 비교하였다. 그 결과 두 나라의 교과서 사이에 상당한 차이가 있음을 알 수 있었다. 일본 교과서는 우리나라 교과서와는 다르게, 외적 비율과 내적 비율을 구분해서 정의하고 있으며, $a:b$ 를 내적 비율의 하위 개념으로 설정하고 있다. 또, 비와 백분율은 내적 비율에 한정하여 그 표시 방법으로 제시하고 있다. 이러한 비교 결과로부터, 우리나라 수학 교과서 개발에서 참고할 수 있을 만한 다음의 4가지 시사점을 결론으로 제시하고자 한다. 첫째는 비율은 내적 비율을 의미하는 것으로 한정할 필요가 있다. 둘째, 내적 비율로서의 비율을 내포적으로 정의하여 비의 선행 개념으로 설정할 필요가 있다. 셋째, 백분율과 관련해서 1%를 내적 비율을 나타내는 0.01로 정의하는 것을 생각해 볼 수 있다. 넷째, 비를 내적 비율의 표시 방법으로 볼 때, 이 비를 하나의 수로 나타낸 것을 비의 값으로 정의할 필요가 있다.

주제어: 내적 비율, 백분율, $a:b$, 비례식, 비의 값, 외적 비율

I. 서 론

우리나라 초등학교 수학 교과서에서 비율 및 그와 직접적으로 연결된 개념인 비, 비의 값, 백분율, 비례식의 정의와 관련하여 다음의 4가지 쟁점을 생각할 수 있다. 이러한 쟁점은 우리나라 교과서에서 제시하는 정의와 다른 정의가 가능하다는 것에 기인한다.

쟁점 ① 비, 비율, 비의 값 중에서 어느 것을 먼저 정의하는가? 우리나라 교과서에서는 비를 가장 먼저 정의하며, 비를 바탕으로 비율을 정의한다. 그러나 비율을 비에 앞서 정의하는 것도 가능하다. 비를 정의한 후에 비의 값을 별도로 정의하는 것도 가능하다. 쟁점 ② 비, 비율, 비의 값을 각각 어떻게 정의하는가? 이때 내적 비율과 외적 비율을 구분하여 정의하는가? 우리나라 교과서에서는 비는 내포적으로 정의하지만, 비율은 조작적으로 정의하고 있다. 그러나 이와 다르게 비율을 내포적으로 정의하는 것도 가능하다. 우리나라 교과서에서는 내적 비율과 외적 비율을 구분하지 않고 통합적으로 비율을 정의하지만, 그

1) 경인교육대학교 대학원 (제1저자)
2) 이화여자대학교 대학원
3) 경인교육대학교 (교신저자)

각각을 구분해서 정의하는 것도 가능하다. 쟁점 ③ 백분율의 정의를 어떻게 하는가? 이것은 백분율을 비율의 한 표시 방법으로 명시하는가 그렇지 않은가에 관한 것이다. 우리나라 교과서에서는 백분율이 비율의 한 표시 방법이라는 것을 명시하지 않지만, 그것을 명시하는 것도 가능하다. 쟁점 ④ 비례식의 정의를 해야 하는가? 우리나라 교과서에서는 비례식을 정의하지만, 비례식을 정의하지 않는 것도 가능하다.

비율, 비, 비의 값, 백분율, 비례식 정의에 관련해서는 그동안 우리나라에서 여러 가지 논의가 있어 왔다. 그러한 논의는 대개 비와 비율의 정의와 관련하여 우리나라 교과서에서 볼 수 있었던 혼란과 비일관성에 초점을 맞추고 있고, 쟁점 ②에 관련된 연구가 상대적으로 많다. 쟁점 ①과 관련해서는 비에 앞서 비율을 먼저 지도하자는 주장이 있다(김수현, 나귀수, 2008). 쟁점 ②와 관련해서는 비율의 정의를 개선하자는 주장이 있는 바, 내적 비율에 한정해서 비율을 사용하자는 주장(박교식, 2010)도 있고, 외적 비율에 해당하는 새로운 용어를 모색해 볼 필요가 있다는 주장(임재훈, 2015)도 있다. 또, 비의 값과 비율이 명확하게 구분되지 않은 채 혼용되고 있다는 지적과 함께 그것을 해결하기 위한 여러 방안이 제시되어 왔다(장혜원, 2002; 박교식, 2010; 홍갑주, 2013; 임재훈, 2015). 비의 값을 비율과 같은 것으로 정의하면, 어려움이나 혼란을 줄일 수 있지만, 두 용어를 하나의 의미로 사용하는 것은 비효율적이다(장혜원, 2002; 임재훈, 2015). 쟁점 ③과 관련해서는, 기준량이 100일 때 백분율이라는 하위용어를 사용하자는 주장이 있다(홍갑주, 2013). 쟁점 ④와 관련한 선행 연구는 찾기 어렵다. 비례식을 취급하는 연구(임재훈, 이형숙, 2015)가 있지만, 이 연구에서 비례식의 정의에 관한 논의를 하고 있는 것은 아니다.

이 4가지 쟁점과 간접적으로 관련이 있는 국내의 선행 연구로 비율과 정비례의 관계에 주목한 연구도 있다. 정비례와의 관련을 염두에 둔 승법적인 사고를 할 수 있는 상황의 제시가 필요하다는 점(김경희, 백희수, 2010; 김용익, 2009; 박희옥, 박만구, 2012; 정은실, 2003a, 2003b, 2010; 김경선, 박영희, 2007; 권미숙, 김남균, 2009)과 정비례 문제 해결을 위한 알고리즘이 정비례 개념의 이해보다 우선하여 형식적으로 지도되고 있다는 문제점 등이 지적되고 있다(김경희, 백희수, 2010; 정은실, 2003a). 또, 비와 비례를 분리하여 가르치면 비와 비례를 별개의 것으로 생각할 위험이 있으므로(김용익, 2009), 비 지도를 위해 승법적인 사고를 할 수 있는 자연스런 상황의 제시가 필요하다는 지적도 있다(김경희, 백희수, 2010; 김용익, 2009; 박희옥, 박만구, 2012; 정은실, 2003a, 2003b, 2010).

4가지 쟁점과 관련한 선행 연구의 논의는 외국의 교과서에서 비율 및 그와 연결된 개념인 비, 비의 값, 백분율, 비례식을 각각 어떻게 정의하고 있는지 살펴볼 필요성을 제공해 준다. 이런 이유에서 본 논문에서는 우리나라 교과서와는 사뭇 다른 정의를 제시하고 있는 일본 교과서를 살펴보기로 한다. 두 나라 교과서에서 비율, 비, 비의 값, 백분율, 비례식을 각각 어떻게 정의하는지 비교함으로써, 차후의 우리나라 교과서 개발에 도움을 줄 수 있는 시사점을 찾고자 한다. 다만 현재 우리나라 교과서와 일본 교과서에서 정비례의 정의와 비율의 정의를 연관 짓지 않는다는 점에서, 본 논문에서는 이에 대해서는 논의하지 않기로 한다.

본 논문에서는 이 4가지 쟁점과 관련하여 우리나라와 일본의 초등학교 수학 교과서를 대상으로 한 국제비교 연구를 시도한다. 이때 두 나라 교과서에서 비, 비율, 비의 값, 백분율, 비례식에 한정하여 비교하는 바, 이를 위해 문헌 분석 방법을 사용한다. 분석 대상 문헌은 우리나라 2009 개정 교육과정에 따른 6학년 수학 교과서(《수학 6-1》, 《수학 6-2》)와 일본의 2008 교육과정에 따른 5학년 및 6학년 수학 교과서 6종 전부(《산수 5-상》, 《산수 5-하》, 《산수 6-상》, 《산수 6-하》)이다.⁴⁾ 비와 비율 관련 내용이 우리나라는 6

학년 1학기과 2학기의 1년 동안에 지도하는 반면에, 일본은 대개 5학년 1학기부터 6학년 2학기의 2년 동안에 지도하고 있다.

본 논문의 II 절에서는 쟁점 ① 즉, “비, 비율, 비의 값 중에서 어느 것을 먼저 정의하는가?” 에 초점을 맞추어 두 나라 교과서를 비교한다. III 절에서는 쟁점 ② 즉, “비, 비율, 비의 값을 각각 어떻게 정의하는가? 이때 내적 비율과 외적 비율을 구분하여 정의하는가?” 에 초점을 맞추어 비교한다. IV 절에서는 먼저 쟁점 ③ 즉, “백분율의 정의를 어떻게 하는가?” 에 초점을 맞추어 비교한다. 그리고 이어서 쟁점 ④ 즉, “비례식의 정의를 해야 하는가?” 에 초점을 맞추어 비교한다. V 절에서는 두 나라 교과서를 비교한 결과를 종합하고, 우리나라 수학 교과서 개발에서 참고할 수 있을 만한 시사점을 제시한다.

II. 비, 비율, 비의 값의 지도 위계 비교

여기서는 먼저 우리나라 교과서에서 사용하는 용어 ‘비율’을 일본 교과서에서는 사용하지 않는다는 것을 지적해 둘 필요가 있다. 일본어 사전에서 比率(비율)을 찾을 수 있지만, 일본 교과서에서는 비율에 해당하는 용어로 대개 와리아이(割合, わりあい)를 사용한다(박교식, 2010), 우리나라 교과서에서는 비율이라는 용어를 같은 종류의 양 사이에서만 사용하는 것이 아니라, 다른 종류의 양 사이에서도 사용하고 있다. 이에 비해 일본에서는 전자에 해당하는 것을 ‘와리아이’라 하고 있고, 후자에 해당하는 것을 ‘단위량당의 크기(單位量あたりの大きさ)’라 하고 있다. 이 단위량당의 크기는 다른 종류의 두 양이 있을 때, 어느 한 양의 한 단위만큼의 크기에 해당하는 다른 한 양의 크기를 나타내는 것이다. 이러한 차이를 명확히 드러내기 위해, 여기서는 그 각각의 경우에 대해 Freudenthal(1983)이 사용하고 있는 용어를 참조하기로 한다. 그는 전자를 의미하는 것으로 내적 비율(internal ratio)을, 후자를 의미하는 것으로 외적 비율(external ratio)이라는 표현을 사용하고 있다.⁵⁾ 그는 비율이라는 용어를 포괄적 의미로 사용했지만, 동시에 그 두 가지 경우를 명확히 구분하고 있다.

그런데 이때 Freudenthal(1983, p.180)은 비율(ratio)이 “a is to b as c is to d”와 같은 비례성(proportionality)을 가져야 한다는 것을 강조했다. 이것도 언급해 둘 필요가 있다. 이에 비해, 우리나라 교과서에서 비율이라는 용어에, 그리고 일본 교과서에서는 와리아이와 단위량당의 크기라는 용어에 각각 그러한 비례성이 전제되고 있는 것은 아니다. 이것을 정리한 것이 <표 1>이다.

이후 우리나라와 일본 교과서의 비율 비교를 위해, Freudenthal(1983)이 사용한 표현의 도움을 받기로 한다. 즉, 같은 종류의 두 양을 대상으로 하는 경우에는 ‘내적 비율’을, 다른 종류의 두 양을 대상으로 하는 경우에는 ‘외적 비율’을 사용하기로 한다. 그리고 이 두 가지를 합쳐 ‘비율’이라는 용어를 사용하기로 한다. 다만, 이 비율에 비례성이 전제된다고 간주하지는 않기로 한다. 일본 교과서에 관해 논의하는 경우에는 ‘비율’, ‘와리아이’, ‘단위량당의 크기’와 같이 사용하기로 하며, 우리나라 교과서에 관해 논의하는 경우에는 ‘비율’, ‘내적 비율’, ‘외적 비율’과 같이 사용하기로 한다.

4) 우리나라 초등학교 수학 교과서로는 교육부에서 발행한 1종이 있다. 이에 비해 일본의 초등학교 수학 교과서로는 계림관, 교육출판, 대일본도서, 동경서적, 문교출판, 학교도서에서 각각 발행한 6종이 있다.

5) ratio를 ‘비’로 번역하여 internal ratio와 external ratio를 각각 ‘내적비’, ‘외적비’로 번역하기도 하지만, Freudenthal(1983)이 ratio를 비율의 의미로 사용하고 있다는 점에서 보면 그러한 번역은 바르지 않다고 할 수 있다.

<표 1> 우리나라의 ‘비율’에 해당하는 용어

	같은 종류의 두 양	다른 종류의 두 양	비고
우리나라 교과서	비율		
일본 교과서	와리아이	단위량당의 크기	
Freudenthal(1983)	내적 비율	외적 비율	비례성을 전제로 한다.

두 나라 교과서에서 비와 비율의 어느 것이 선행 개념으로 취급되고 있는지를 비교하기 위해, 먼저 <표 2>와 같이 두 나라 교과서에서 비와 비율 관련 내용을 취급하는 시기와 그 제시 순서를 확인할 필요가 있다.

<표 2> 비와 비율 관련 내용의 취급 시기 및 제시 순서

교과서	《수학 5-1》 《산수 5-상》	《수학 5-2》 《산수 5-하》	《수학 6-1》 《산수 6-상》	《수학 6-2》 《산수 6-하》
우리나라	×	×	비 ▶ 비율(비의 값) ▶ 백분율 ▶ 속력 ▶ 인구 밀도 ▶ 용액의 진하기	비례식 ▶ 축척
계림관	×	단위량당의 크기 ▶ 와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음 ⁶⁾ ▶ 속력	×
교육출판	단위량당의 크기	와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	속력	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음
대일본도서	×	단위량당의 크기 ▶ 와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음	×
동경서적	단위량당의 크기	와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음 ▶ 연비	×
문교출판	단위량당의 크기	와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음	×
학교도서	단위량당의 크기	와리아이 ▶ 백분율 ▶ 보합	와리아이 ▶ 속력	비 ▶ 비의 값 ▶ 비가 같음

<표 2>에서 알 수 있듯이, 우리나라 교과서에서는 비를 먼저 정의하고, 그 다음에 그것을 바탕으로 비율을 정의한다. 즉, 우리나라 교과서에서는

(한국) 비 → 비율 (또는 비의 값)

과 같이 접근한다. 일본 교과서에서는 우리나라 교과서에서와는 다른 다음의 3가지 차이점을 볼 수 있다. 첫째, 단위량당의 크기를 가장 먼저 정의한다. 이때 일본 교과서에서는 단위량당의 크기를 와리아이와 관련짓지 않고 독립적으로 정의한다. 둘째, 와리아이를 비에 앞서 정의한다. 우리나라 교과서에서는 비의 값과 비율이 동의어이지만, 일본 교과서에서는 와리아이와 비의 값을 관련시키고 있지 않다. 즉, 일본 교과서에서는

(일본) 단위량당의 크기 → 와리아이 → 비 → 비의 값

6) <표 2>에서 ‘비가 같음’은 우리나라 교과서에서의 비례식 상황을 나타낸 것이다.

과 같이 접근한다.

Ⅲ. 비, 비율, 비의 값의 정의 방식 비교

1. 우리나라 교과서에서의 비, 비율, 비의 값의 정의

《수학 6-1》 104쪽에서는 다음과 같이 비를 정의하고 있다. 비는 두 양의 크기를 비교하기 위해 사용하는 것이다. 이때 기호 :을 사용해서 예를 들어 $a:b$ 와 같이 나타낸다. 정의에서, ‘두 수’를 나눗셈으로 비교하기 위해 비를 사용한다고 되어 있다. 그런데 이 비의 정의에 앞서 든 예는 같은 종류의 두 양(물 7컵과 카레 가루 1컵)이다. 정의에서는 단위 ‘컵’을 제거한 수를 대상으로 하여, ‘두 수’라는 표현을 사용하고 있지만, 그것은 실제로는 ‘두 양’을 대상으로 한 것이다.

두 수를 나눗셈으로 비교할 때 기호 :을 사용합니다. 두 수 7과 1을 비교할 때, 7:1이라 쓰고 7 대 1이라고 읽습니다. 7:1은 7이 1을 기준으로 몇 배인지 나타내는 비입니다.

7:1은 “1에 대한 7의 비”, “7의 1에 대한 비”, “7과 1의 비”라고도 읽습니다.

《수학 6-1》 106쪽에서는 다음과 같이 비율을 정의하고 있다. 이때 비교하는 양을 기준량으로 나누어 얻은 값을 비의 값 또는 비율이라고 정의하고 있다. 앞에서 비를 정의할 때와는 다르게 여기서는 비의 값 또는 비율을 (비율) = (비교하는 양) ÷ (기준량)과 같이 조작적으로 정의하고 있다. 즉, 이 정의에는 비율의 내포적 의미가 제시되지 않는다. 이 정의에서는 내적 비율과 외적 비율을 구분하지 않으며, 비의 값과 비율은 동의어이다.

비 150:200에서 기호 :의 왼쪽에 있는 150은 비교하는 양이고, 오른쪽에 있는 200은 기준량입니다. 비교하는 양을 기준량으로 나눈 값을 비의 값 또는 비율이라고 합니다.

$$(\text{비율}) = (\text{비교하는 양}) \div (\text{기준량}) = \frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$$

비 150:200을 비율로 나타내면 $\frac{150}{200}$ 또는 0.75입니다.

2. 일본 교과서에서의 비, 비율, 비의 값의 정의

일본 교과서에서는 가장 먼저 단위량당의 크기를 도입한다. 6종의 일본 교과서 중 3종(대일본도서, 동경서적, 학교도서)에서는 단위량당의 크기를 정의하고 있다. 나머지 3종(계림관, 교육출판, 문교출판)에서는 단위량당의 크기를 정의하지 않고 사용하고 있다. 이때 단위량당의 크기는 서로 다른 두 양에 대한 것이다. 이것은 단위량당의 크기와 와리아이는 다르다는 것을 말해 준다. 또, 단위량당의 크기를 말로 나타내고 있다.

(계림관 《산수 5-하》, p.32) 우리들의 생활에서는, 「1인당 다다미(たた미)는 몇 매」, 「1L당 몇 km」와 같이, 단위량당의 크기를 조사하여 비교하는 일이 자주 있습니다.

(교육출판 《산수 5-상》, p.97) 봄비는 상태는, 1㎡당의 사람 수나 1인당의 넓이 등 단위량당의 크기로 비교할 수 있습니다.

(대일본도서 《산수 5-하》, p.66) 인구밀도나 1L당에 달린 거리, 1㎡당의 수확량 등을 단위량당의 크기라고 합니다.

(동경서적 《산수 5-상》, p.95) 봄비는 상태를 비교할 때에는, 1㎡당의 평균의 토끼의 수를 조사하거나, 한 마리당 평균 넓이를 조사하거나 하여 비교하는 방법이 편리합니다. 이와 같이 하여 나타낸 크기를 「단위량당의 크기」라고 합니다.

(문교출판 《산수 5-상》, p.98) 1㎡당의 사람 수, 1km당의 사람 수, 1L당으로 달리는 거리 등과 같이, 단위량당의 크기를 구하여 비교하는 일이 있습니다.

(학교도서 《산수 5-상》, p.23) 인구밀도, 1m당의 무게 등을, 단위량당의 크기라고 합니다.

둘째로, 단위량당의 크기에 이어 와리아이를 도입한다. 각 교과서에서의 와리아이의 정의는 다음과 같다. 이러한 정의에 이어 와리아이를 (비교하는 양)÷(기준으로 하는 양)으로 구할 수 있다는 것을 첨가하고 있다. 각각의 정의에 약간의 차이가 있지만, 본질적으로는 같다. 또, 모두 와리아이를 내포적으로 정의하고 있다. 즉, 와리아이는 수이고, 그것은 비교하는 양이 기준으로 하는 양의 얼마 만큼에 해당하는가를 나타낸다. 특히 학교도서에서는 《산수 5-하》에서 와리아이를 도입한 뒤, 이후 《산수 6-상》의 <배와 와리아이> 단원에서 와리아이를 다시 정의하고, 그것을 ‘배를 사용하여 나타낼 수 있다’고 하고 있다.

(계림관 《산수 5-하》, p.42; 교육출판 《산수 5-하》, p.33; 문교출판 《산수 5-하》, p.71) 비교하는 양이 기준으로 하는 양의 몇 배에 해당하는가를 나타낸 수를 와리아이라고 합니다.

(대일본도서 《산수 5-하》, p.83; 학교도서 《산수 5-하》, p.86) 기준으로 하는 양을 1로 보았을 때, 비교하는 양이 얼마 만큼에 해당하는가를 나타낸 수를 와리아이라고 합니다.

(동경서적 《산수 5-하》, p.53) 비교하는 양이 기준으로 하는 양의 얼마 만큼에 해당하는가를 나타낸 수를 와리아이라고 합니다.

셋째로, 와리아이에 이어 비를 도입한다. 각 교과서에서의 비의 정의는 다음과 같다. 각각의 정의에 약간의 차이가 있지만, 본질적으로는 같다. 여기서는 모두 와리아이를 나타내는 한 방법으로 비를 정의하고 있다.

(계림관, 《산수 6-상》, p.62) 식초의 양과 샐러드유의 양의 와리아이를 30:50과 같이 나타냅니다. 이와 같이 나타낸 와리아이를 식초의 양과 샐러드유의 양의 비라고 말합니다.

(교육출판 《산수 6-하》, p.10; 대일본도서 《산수 6-상》, p. 95; 동경서적 《산수 6-상》, p 62) 2와 3의 와리아이를, 「:」의 기호를 사용하여 2:3과 같이 나타내는 일이 있습니다. 이와 같이 나타낸 와리아이를 비라고 합니다.

(문교출판, 《산수 6-상》, p.105) 두 양의 와리아이를 나타내는데, :을 사용하여, 2:3과 같이 나타내는 일이 있습니다. 2:3은 「2 대 3」이라고 읽습니다. 이와 같은 와리아이 나타내는 법을 비라고 합니다.

(학교도서 《산수 6-하》, p.8) 식초의 양을 3이라고 할 때, 샐러드유의 양이 6이라는 것을, 「:」의 기호를 사용하여, 3:6으로 나타냅니다. 3:6을 「3 대 6」이라고 읽습니다. 이와 같은 와리아이 나타내는 법을 비라고 합니다.

넷째로, 비를 정의한 후에 비의 값을 정의한다. 각 교과서에서의 비의 값의 정의는 다음과 같다. 동경서적 《산수 6-상》 63쪽의 정의를 제외하면, 각 교과서에서 비의 값을 내포적으로 정의하고 있다.

(계림관, 《산수 6-상》, p.63) [식초의 양과 샐러드유의 양의 비가 30:50일 때, 식초의 양은 샐러드유의 양의 몇 배가 되고 있습니까?] $30 \div 50 = \frac{3}{5}$. $\frac{3}{5}$ 배. 이 $\frac{3}{5}$ 을 30:50의 비의 값이라고 합니다. $\frac{3}{5} = 0.6$ 이므로, 비의 값은 소수로 0.6이라고도 나타낼 수 있습니다.

(교육출판 《산수 6-하》, p.11) $a:b$ 로 나타내어진 비에서, b 를 1로 볼 때에 a 가 얼마에 해당하는가를 나타낸 수를, 비의 값이라고 합니다. $a:b$ 의 비의 값은 $a \div b$ 의 몫이 됩니다.

(대일본도서 《산수 6-상》, p. 97) 비의 기호 「:」의 앞의 수가, 뒤의 수의 몇 배가 되고 있는가를 나타낸 수를 비의 값이라고 합니다. 2:3이랑 4:6의 비의 값은 $\frac{2}{3}$ 입니다. $\bigcirc:\triangle$ 의 비의 값은 $\bigcirc \div \triangle$ 로 구할 수 있습니다.

(동경서적 《산수 6-상》, p 63) $a:b$ 로 나타내어진 비의, a 를 b 로 나눈 몫을, 비의 값이라고 합니다. 2:3의 비의 값은 $\frac{2}{3}$ 입니다.

(문교출판, 《산수 6-상》, p.105) 커피의 양과 우유의 양의 비는 2:3이고, 커피의 양은 우유의 양의 $\frac{2}{3}$ 입니다. 이 $\frac{2}{3}$ 를 2:3의 비의 값이라고 합니다.

(학교도서 《산수 6-하》, p.9) 비가 $A:B$ 로 나타내어질 때 B 를 기준으로 하여 A 가 B 의 몇 배에 해당하는가를 나타낸 수를 $A:B$ 의 비의 값이라고 합니다. $A:B$ 의 비의 값은, $A \div B$ 의 몫이 됩니다.

3. 두 나라 교과서에서의 비, 비율, 비의 값의 정의 비교

우리나라 교과서와 일본 교과서를 비교한 결과로부터 다음의 5가지 차이가 있음을 알 수 있다. 첫째, 우리나라 교과서에서는 비율을 외적 비율과 내적 비율로 명시적으로 구분하지 않는다. 이에 비해 일본 교과서에서는 비율을 외적 비율에 해당하는 단위량당의 크기와 내적 비율에 해당하는 와리아이로 명시적으로 구분한다. 둘째, 우리나라 교과서에서 외적 비율에 해당하는 것을 취급하지 않는 것은 아니지만, 일본 교과서에서 사용하는 단위량당의 크기에 해당하는 용어를 사용하거나 정의하지는 않는다. 이에 비해 일본 교과서에서는 내적 비율에 해당하는 와리아이를 정의하기에 앞서, 외적 비율에 해당하는 단위량당의 크기를 정의하거나 정의 없이 그 용어를 사용한다. 셋째, 우리나라 교과서에서는 비율에 앞서 비를 기호 : (쌍점)을 쓰고 읽는 방법을 통해 도입하며, 이때 내포적으로 정의한다. 이에 비해 일본 교과서에서는 와리아이를 정의한 후에, 와리아이를 나타내는 한 방법으로 비를 정의한다. 넷째, 우리나라 교과서에서는 비를 바탕으로 비율을 조작적으로 정의하지만, 일본 교과서에서는 와리아이를 내포적으로 정의한다. 우리나라 교과서에서 비율을 정의할 때, 그것을 분수 또는 소수로 표현하고 있기는 하지만, 비율이 수임을 명시하고 있지는 않다. 이에 비해 일본 교과서에서는 비교하는 양이 기준량의 얼마 만큼에 해당하는가를 나타내는 수가 와리아이임을 명시하고 있다. 다섯째, 일본 교과서에서는 비에서 전항을 후항으로 나눈 몫을 비의 값으로 정의하며, 명시적으로는 와리아이와 비의 값을 동의어로 사용하지 않는다.

IV. 백분율, 비례식의 정의 비교

1. 백분율의 정의 비교

우리나라 《수학 6-1》 109쪽에서는 다음과 같이 백분율을 정의하고 있다. 이 정의를 ‘비율에 100을 곱해 %를 붙인 것을 백분율이라고 하는’ 것으로 이해한다고 할 때, 그것은 내포적인 정의는 아니다.⁷⁾ 100을 곱하는 조작을 하는 것에서, 이러한 정의는 조작적 정의라고 할 수 있다. 한편, 여기서는 1%가 무엇인가를 정의하고 있지는 않다.

비율에 100을 곱한 값을 백분율이라고 합니다. 백분율은 기호 %를 사용하여 나타냅니다. 비율 $\frac{72}{100}$ 또는 0.72를 백분율로 72%라 쓰고 72 퍼센트라고 읽습니다.

일본의 계림관 《산수 5-하》 46쪽에서 백분율을 정의 없이 사용하고 있는 것을 제외하면, 5종의 교과서에서 각각 다음과 같이 백분율을 정의하고 있다. [] 안의 내용은 정의에 포함된 것은 아니지만, 정의에 이어 백분율을 추가적으로 설명한 것이다. 6종의 교과서 모두에서 1%(1 퍼센트)를 내포적으로 정의하고 있다. 4종의 교과서(교육출판, 대일본도서, 동

7) 백분율의 정의에서 “비율에 100을 곱한 값을 백분율이라고 합니다.” 라고 하고 있다. 이 문장에 따르면, 예를 들어 비율이 0.3이면 비율에 100을 곱한 값은 30이다. 따라서 이 문장에 따르면, 백분율은 30이다. 그러나 이 문장이 의도하는 것은 30이 아니라 30%일 것이다.

경서적, 학교도서)에서 백분율이 와리아이의 표시 방법임을 명시하고 있다. 2종의 교과서(계림관, 문교출판)에서 와리아이의 표시 방법이라고 명시하고 있지는 않지만, 각각 ‘와리아이를 나타내는데……’, ‘퍼센트로 나타낸 와리아이……’ 과 같은 표현을 하고 있는 것으로부터 백분율이 와리아이의 표시 방법임을 시사하고 있다. 계림관 교과서를 제외한 5종의 교과서에서 기준으로 하는 양을 100으로 본다는 것을 명시하고 있다.

(계림관 《산수 5-하》, p.46) 와리아이를 나타내는데, 백분율을 사용하는 일이 있습니다. 0.01배인 것을, 1%(1 퍼센트)라고 합니다.

(교육출판 《산수 5-하》, p.34) 와리아이를 나타내는 수 0.01을, 1 퍼센트라 하고 1%라고 씁니다. 퍼센트로 나타낸 와리아이를 백분율이라고 합니다. [백분율은, 기준으로 하는 양을 100으로 볼 때 와리아이의 표시 방법입니다.]

(대일본도서 《산수 5-하》, p.84) 와리아이를 나타내는 수가 0.01일 때, 1 퍼센트라 하고, 1%라고 씁니다. 이와 같은 와리아이의 표시 방법을 백분율이라고 합니다. 백분율은 기준으로 하는 양을 100으로 했을 때의 와리아이의 표시 방법입니다.

(동경서적 《산수 5-하》, p.54) 와리아이를 나타내는 0.01을 1퍼센트라 하고, 1%라고 씁니다. 퍼센트로 나타낸 와리아이를 백분율이라고 합니다. [백분율은, 기준으로 하는 양을 100으로 본 와리아이의 표시 방법입니다. 와리아이의 1은, 백분율로 나타내면 100%입니다.]

(문교출판 《산수 5-하》, p.72) 와리아이를 나타내는 0.01을 1 퍼센트라 하고, 1%로 씁니다. 퍼센트로 나타낸 와리아이를 백분율이라고 합니다. [백분율은, 기준으로 하는 양을 100으로 볼 때의 와리아이입니다. 와리아이 1은, 백분율로 나타내면 100%입니다.]

(학교도서 《산수 5-하》, p.88) 기준으로 하는 양을 100으로 했을 때의 비교되는 양으로, 와리아이를 나타내는 일이 있습니다. 이 표시 방법을 백분율이라고 합니다. 소수로 나타내어진 와리아이 0.01을 1 퍼센트라 하고, 1%라고 씁니다. [백분율은, 기준으로 하는 양을 100으로 했을 때의 와리아이입니다. 와리아이의 1은, 백분율로 나타내면 100%입니다.]

우리나라 교과서와 일본 교과서에서 백분율의 정의를 비교한 결과로부터 다음 3가지의 차이가 있음을 알 수 있다. 첫째, 백분율을 우리나라 교과서에서는 조작적으로 정의하지만, 일본 교과서에서는 내포적으로 정의한다. 둘째, 우리나라 교과서에서는 1%를 정의하지 않지만, 일본 교과서에서는 1%를 정의한다. 셋째, 우리나라 교과서에서는 백분율이 비율의 표시 방법임을 명시하지 않지만, 일본 교과서에서는 그것을 명시한다.

2. 비례식의 정의 비교

우리나라 《수학 6-2》 41쪽에서는 다음과 같이 비례식을 정의하고 있다. 이때 내항, 외항이라는 용어도 같이 정의하고 있다. 비율의 정의에서 비의 값과 비율을 동의어로 간주했으므로, ‘비율이 같다’와 ‘비의 값이 같다’도 동일한 표현이라 할 수 있다.

비율이 같은 두 비를 등호를 사용하여 $2:3=4:6$ 과 같이 나타낼 수 있습니다. 이와 같은 식을 비례식이라고 합니다. 비례식 $2:3=4:6$ 에서 바깥쪽에 있는 두 항 2와 6을 외항, 안쪽에 있는 두 항을 내항이라 합니다.

일본의 교과서에서는 교육출판 《산수 6-하》 11쪽에서는 ‘비율이 같다’를 이용하여, 그리고 다른 5종의 교과서에서 비의 값이 같다’를 이용하여 각각 다음과 같이 ‘비가 같다’를 정의하고 있다. 교육출판 《산수 6-하》 11쪽에서는 $a:b$ 의 비의 값은 a 를 비교하는 양, b 를 기준으로 하는 양의 와리아이라는 것을 명시하고 있다. 또, 6종 교과서에서 모두 ‘비를 간단히 한다’를 정의하고 있다.

(계림판 《산수 6-상》, p.64, p.66) 2개의 비에서 각각의 비의 값이 같을 때, 2개의 비는 같다고 말합니다. 2개의 비 $40:50$ 과 $120:150$ 이 같은 것을 $40:50=120:150$ 과 같이 씁니다. …… 같은 비에서, 가능한 한 작은 정수의 비로 고치는 것을, 비를 간단히 한다고 합니다.

(교육출판 《산수 6-하》, p.11, p.13) $2:3$ 과 $4:6$ 과 같이, 2개의 비가 같은 비율을 나타내고 있을 때, 이들 비는 같다고 하고, 다음과 같이 씁니다. $2:3=4:6=……$ 비를, 그것과 같은 비로, 가능한 한 작은 정수끼리의 비로 고치는 것을, 비를 간단히 한다고 합니다.

(대일본도서 《산수 6-상》, p.97, p.99) $2:3$ 과 $4:6$ 과 같이 비의 값이 같을 때, 비는 같다고 하고, 등호를 사용하여 다음과 같이 씁니다. $2:3=4:6=……$ 가능한 한 작은 정수의 비로 하는 것을 비를 간단히 한다고 합니다.

(동경서적 《수학 6-상》, p.63, p.65) 비의 값이 같을 때, 그들은 「비는 같다」고 하고, 등호를 사용하여 다음과 같이 나타냅니다. $2:3=4:6=……$ 비를, 그것과 같은 비로, 가능한 한 작은 정수끼리의 비로 고치는 것을, 「비를 간단히 한다」고 합니다.

(문교출판 《산수 6-상》, p.106, p.108) $4:6$ 과 $2:3$ 과 같이, 비의 값이 같을 때, 이 2개의 비는 같다고 하고 다음과 같이 씁니다. $4:6=2:3=……$ 비를, 그것과 같은 비로, 가능한 한 작은 정수끼리의 비로 고치는 것을, 「비를 간단히 한다」고 합니다.]

(학교도서 《산수 6-하》, p.10, p.12) 2개의 비에서, 그 비의 값이 같을 때, 2개의 비는 같다고 하고, 다음과 같이 씁니다. $4:1=8:2=……$ 비의 값을 바꾸지 않고, 비를 가능한 한 작은 정수의 비로 고치는 것을, 비를 간단히 한다고 합니다.

우리나라 교과서와 일본 교과서에서 비례식의 정의를 비교한 결과로부터 다음의 3가지 차이가 있음을 알 수 있다. 첫째, 우리나라 교과서에서는 비례식과 그것을 구성하는 내항, 외항이라는 용어를 사용하고 정의하지만, 일본 교과서에서는 그 용어를 사용하지 않는다. 일본의 학교수학에서 ‘비례식’이 우리나라 교과서에서 사용하는 의미로 사용하지 않는 것은 아니지만, 초등학교 수학에서는 그것을 취급하지 않는다(일본수학교육학회, 2011). 일본 교과서에서 ‘비례의 식’이라는 용어를 사용하지만, 그것은 우리나라 교과서에서 사

용하는 ‘비례식’을 의미하는 것이 아니라 정비례 관계를 나타낸 식을 의미한다. 둘째, 우리나라 교과서에서는 ‘비가 같다’를 정의하지 않지만, 일본 교과서에서는 ‘비가 같다’를 정의한다. 셋째, 우리나라 교과서에서는 주어진 비를 간단한 자연수의 비로 고치는 것을 취급하지는 않지만, ‘비를 간단히 한다’를 정의하지는 않는다. 이에 비해 일본 교과서에서는 ‘비를 간단히 한다’를 정의한다.

V. 요약 및 결론

우리나라 교과서에서 제시하고 있는 비율, 비, 비의 값, 백분율, 비례식의 정의와 다른 정의가 가능하다는 점에서, 본 논문에서는 이들과 관련하여 다음 4개의 쟁점을 설정하였다. ① 비, 비율, 비의 값 중에서 어느 것을 먼저 정의하는가? ② 비, 비율, 비의 값을 각각 어떻게 정의하는가? 이때 내적 비율과 외적 비율을 구분하여 정의하는가? ③ 백분율의 정의를 어떻게 하는가? ④ 비례식의 정의를 해야 하는가? 본 논문에서는 일본 교과서에서 우리나라 교과서와는 다른 정의를 제시하고 있다는 점에서, 두 나라 교과서를 이러한 쟁점에 초점을 맞추어 비교하였다.

쟁점 ①에 초점을 맞추어 비교한 결과를 요약하면 다음과 같다. 우리나라 교과서에서는 비를 먼저 정의하고, 그것을 바탕으로 비율을 정의하며, 이때 비의 값과 비율을 동의어로 간주한다. 일본 교과서에서는 단위량당의 크기를 먼저 정의한다. 이어 와리아이, 비, 비의 값의 순서로 정의한다. 즉, 우리나라 교과서에서는 비가 상위 개념이지만, 일본에서는 와리아이가 상위 개념이다.

쟁점 ②에 초점을 맞추어 비교한 결과를 요약하면 다음과 같다. 일본 교과서에서는 비율을 외적 비율에 해당하는 단위량당의 크기와 내적 비율에 해당하는 와리아이로 구분한다. 우리나라 교과서에서는 단위량당의 크기에 해당하는 용어가 없다. 일본 교과서에서는 와리아이를 나타내는 한 방법으로 비를 정의한다. 우리나라 교과서에서는 비율을 조작적으로 정의하며, 일본 교과서에서는 와리아이를 내포적으로 정의한다. 일본 교과서에서는 와리아이가 ‘수’임을 분명히 하고 있으며, 와리아이와 비의 값을 동의어로 사용하지 않는다.

쟁점 ③에 초점을 맞추어 비교한 결과를 요약하면 다음과 같다. 백분율을 우리나라 교과서에서는 조작적으로 정의하지만, 일본 교과서에서는 내포적으로 정의한다. 우리나라 교과서에서는 1%를 정의하지 않지만, 일본 교과서에서는 1%를 정의한다. 일본 교과서에서는 백분율이 비율의 표시 방법임을 명시한다.

쟁점 ④에 초점을 맞추어 비교한 결과를 요약하면 다음과 같다. 우리나라 교과서에서는 비례식과 그것을 구성하는 내항, 외항이라는 용어를 사용하고 정의하지만, 일본 교과서에서는 그 용어를 사용하지 않는다. 우리나라 교과서에서는 ‘비가 같다’를 정의하지 않지만, 일본 교과서에서는 ‘비가 같다’를 정의한다. 우리나라 교과서에서는 ‘비를 간단히 한다’를 정의하지는 않지만, 일본 교과서에서는 ‘비를 간단히 한다’를 정의한다.

이러한 비교 결과로부터, 우리나라 수학 교과서 개발에 참고할 수 있는 다음의 4가지 시사점을 결론으로 제시하고자 한다. 첫째는 비율을 내적 비율을 의미하는 것으로 한정할 필요가 있다. 이러한 의견은 이미 박교식(2010)에서 피력된 바 있다. 임재훈(2015)에서도 외적 비율을 의미하는 새로운 용어를 탐색하고 있다. 우리나라의 《수학 6-1》에서 제시

하는 비율의 정의를 보면, 비율이 수로 제시되고 있고, 이것으로 보면 그 비율이 내적 비율임을 말해 준다. 우리나라 교과서에서는 속력과 인구밀도를 비율의 예로 제시하지만, 그것을 비로 나타내고 있지도 않고 또 그것을 수로 볼 수도 없다는 점에서, 그것이 비율의 정의에 딱 들어맞는 것은 아니다. 둘째, 내적 비율로서의 ‘비율’을 내포적으로 정의하여 비의 선행 개념으로 설정할 필요가 있다. 즉, 비율을 비교하는 양이 기준량의 얼마에 해당하는가를 나타내는 수로 정의하는 것을 생각해 볼 수 있다. 이렇게 함으로써 분수, 소수, 비, 백분율을 모두 내적 비율을 나타내는 표시 방법으로 통합할 수 있다. 즉, 분수는 가로선 ‘—’를, 소수는 소수점 ‘.’를, 비는 비 기호(쌍점) ‘:’를, 그리고 백분율은 기호 ‘%’를 사용하여 내적 비율을 나타내는 것으로 통합할 수 있다. 셋째, 백분율과 관련해서 1%를 내적 비율을 나타내는 0.01로 정의하는 것을 생각해 볼 수 있다. 소수 0.01을 분수 $1/100$ 로 바꿀 수 있는 것처럼, 소수 0.01과 1%는 같은 표현이고, 분수 $1/100$ 도 1%와 같은 표현이다. 그러나 백분율은 비율의 맥락에서 사용한다는 점에서 1%와 소수 0.01 및 분수 $1/100$ 사이에는 다소 차이가 있다. 넷째, 비를 내적 비율의 표시 방법으로 볼 때, 이 비를 하나의 수로 나타낸 것을 비의 값으로 정의할 필요가 있다. 이것은 비를 하나의 수로 표현하는 것인 바, 그렇게 함으로써 비를 분수, 소수, 그리고 %로 상호 변환할 수 있다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2015a). **수학 6-1**. 서울: 천재교육.
- 교육부 (2015b). **수학 6-2**. 서울: 천재교육.
- 권미숙, 김남균 (2009). 초등학교 6학년 학생들의 교과서 비례 문제 해결과 비례 추론에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지**, 13(2), 211-229.
- 김경선, 박영희 (2007). 초등학생의 비례적 추론 지도에 관한 연구. **학교수학**, 9(4), 447-466.
- 김경희, 백희수 (2010). 비와 비율 영역에 대한 우리나라와 싱가포르 교육과정 및 교과서 비교-TIMSS 평가목표와 공개문항을 중심으로. **학교수학**, 12(4), 473-491.
- 김수현, 나귀수 (2008). 비와 비율 지도에 대한 연구-교과서 재구성을 중심으로. **수학교육학연구**, 18(3), 309-333.
- 김용익 (2009). **비례상황에 기초한 비의 지도 방법 연구**. 한국교원대학교 박사학위논문.
- 박교식 (2010). 우리나라 초등학교 수학에서의 비율 정의와 비의 값 정의의 비판적 분석. **수학교육학연구**, 20(3), 397-411.
- 박희옥, 박만구 (2012). 비와 비율 학습에서 나타나는 초등학교 학생들의 인식론적 장애 분석. **초등수학교육**, 15(2), 159-170.
- 임재훈 (2015). 비의 값과 비율 용어에 대한 교수학적 분석. **한국초등수학교육학회지**, 19(3), 373-388.
- 임재훈, 이형숙 (2015). 비례 추론을 돕는 시각적 모델에 대하여: 초등 수학 교과서의 비례식과 비례배분 실생활 문제를 대상으로. **수학교육학연구**, 25(2), 189-209.
- 장혜원 (2002). 초등학교 수학에서 비의 값과 비율 개념의 구별에 대한 논의. **학교수학**, 4(4), 633-642.
- 정은실 (2003a). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- 정은실 (2003b). 비 개념에 대한 역사적, 수학적, 심리적 분석. **학교수학**, 5(4), 421-440.
- 정은실 (2010). 초등학교 수학 교과에서의 비례 추론에 대한 연구. **수학교육학연구**, 23(4), 505-516.
- 홍갑주 (2013). 초등학교 2007 개정 교과서 비와 비율 관련 용어에 대한 고찰. **수학교육학연구**, 23(2), 285-295.
- 橋本吉彦 외 18명 (2014). **たのしい算數 5-下**. 東京: 大日本圖書株式会社.
- 橋本吉彦 외 18명 (2014). **たのしい算數 6-上**. 東京: 大日本圖書株式会社.
- 藤井齊亮, 飯高茂 외 40명 (2013). **新しい算數 5-上**. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮, 飯高茂 외 40명 (2013). **新しい算數 5-下**. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮, 飯高茂 외 40명 (2013). **新しい算數 6-上**. 東京: 東京書籍.

- 小山正孝 외 24명 (2014). 小學算數 5-上. 大阪: 日本文教出版株式会社.
- 小山正孝 외 24명 (2014). 小學算數 5-下. 大阪: 日本文教出版株式会社.
- 小山正孝 외 24명 (2014). 小學算數 6-上. 大阪: 日本文教出版株式会社.
- 日本數學教育學會(編) (2011). 算數教育指導用語辭典(第四版). 東京: 教育出版株式會社.
- 一松信 외 45명 (2014). 小學校 算數 5-上. 東京: 學校圖書株式會社.
- 一松信 외 45명 (2014). 小學校 算數 5-下. 東京: 學校圖書株式會社.
- 一松信 외 45명 (2014). 小學校 算數 6-上. 東京: 學校圖書株式會社.
- 一松信 외 45명 (2014). 小學校 算數 6-下. 東京: 學校圖書株式會社.
- 清水靜海, 船越俊介 외 49명 (2013). わくわく算数 5-下. 大阪: 啓林館.
- 清水靜海, 船越俊介 외 49명 (2013). わくわく算数 6-上. 大阪: 啓林館.
- 澤田利夫 외 27명 (2013). 小学 算数 5-上. 東京: 教育出版.
- 澤田利夫 외 27명 (2013). 小学 算数 5-下. 東京: 教育出版.
- 澤田利夫 외 27명 (2013). 小学 算数 6-上. 東京: 教育出版.
- 澤田利夫 외 27명 (2013). 小学 算数 6-下. 東京: 教育出版.
- Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht: D.Reidel Publishing Company.

<Abstract>

A Comparative Study on Definition of Ratios
in Elementary School Mathematics Textbooks between Korean and Japanese

Lee, Jeong Eun⁸⁾; & Kim, Jiwon⁹⁾; & Park, Kyo Sik¹⁰⁾

In this paper, focusing on definitions of terms related to ratio ($a:b$, external ratio, internal ratio, percentage, proportion, bi-ui-gap(value of $a:b$)), elementary school mathematics textbooks of Korea and Japan are compared. We can find significant differences between Korean and Japanese textbooks. In Korean textbook, 'bi-yul' includes both of the internal ratio and the external ratio. In Japanese textbooks, the external ratio(amount of unit size) and the internal ratio(wariai) are defined independently. And $a:b$ is set to a subconcept of the internal ratio. In addition, $a:b$ and percentage are presented as methods to express the internal ratio. From these results, the following four implications for developing our mathematics textbooks can be presented as conclusions. First, it is necessary to limit the ratio to mean the internal ratio. Second, it is necessary to define connotatively the ratio as the internal ratio and to set it as a prior concept of $a:b$. Third, it is necessary to define 1% as the internal ratio 0.01. Fourth, it is necessary to define bi-ui-gap as a number for expressing $a:b$, when viewing $a:b$ as the expression method of the internal ratio.

Key words: $a:b$, external ratio, internal ratio, percentage, proportion, value of $a:b$

논문접수: 2015. 10. 15

논문심사: 2015. 11. 16

게재확정: 2015. 11. 22

8) cocoletter@naver.com (first author)

9) jeewonee@ewhain.net

10) pkspark@gin.ac.kr (corresponding author)