

응력 구배 효과를 고려한 구름 접촉 모델의 피로수명해석

조인제¹ · 유용훈¹ · 이보라¹ · 조용주^{2,†}

¹부산대학교 기계공학부 대학원 정밀가공시스템,
²부산대학교 기계공학부

Fatigue Life Analysis of Rolling Contact Model Considering Stress Gradient Effect

InJe Cho¹, YongHun Yu¹, Bora Lee¹ and YongJoo Cho^{2,†}

¹Graduate School, Dept. of Mechanical Engineering, Pusan National University

²Dept. of Mechanical Engineering, Pusan National University

(Received September 10, 2015; Revised October 20, 2015; Accepted October 22, 2015)

Abstract –Recently, Luu suggested fatigue life equation that uses every term of the Crossland equation with stress gradient effect. Luu's model, however, has a limit of being unable to coverage small radii that are less than a specified length. Furthermore, rolling model has a very small contact area compared to the rolling element size, and fatigue failure occurs on the small radius such as surface asperity by cyclic loading. Therefore, it is necessary to modify fatigue life equation in order to enable fatigue analysis for a small radius. In this paper, the fatigue life considering a stress gradient effect in rolling contact was obtained using Luu's modified equation. Fatigue analysis was performed to study the effect of stress gradient on the fatigue life using newly adopted equation and to compare the results with pervious models. In order to do this, a series of simulation such as surface stress analysis, subsurface stress analysis, and fatigue analysis are conducted for two rolling balls of same size that contact each other. Through such a series of processes, the fatigue life can be calculated and equation that is proposed in this paper evaluates the fatigue life in case the contact area is small.

Keywords – stress gradient effect(응력 구배 효과), stress invariant(응력 불변량), rolling contact fatigue(구름 접촉 피로), hertz contact(헤르츠 접촉), fatigue life(피로수명)

Nomenclature

a_n, l_r : Material characteristic length (mm)
 b_n, n_r : Material characteristic exponent (-)
 $e(x,y)$: Distance between two surface after deformation (mm)
 E_{eq} : Equivalent Young's Modulus (MPa)
 F_{ij} : Influence function (-)
 f_{ref} : Fatigue limit of fully reversed bending (MPa)

G : Gradient of P_{max} (GPa/m)
 $h(x, y)$: Distance between two surface before deformation (mm)
 $\sqrt{J_{2,a}}$: Amplitude of the square root of the second invariant of the stress deviator (MPa)
 N : Fatigue life (-)
 $p(x, y)$: Normal force for each patch (MPa)
 P_{max} : Maximum value of the hydrostatic stress (MPa)
 R_{eq} : Equivalent radius (mm)
 s : Deviatoric stress tensor (MPa)
 $u(x, y)$: Elastic surface deformation (mm)
 t_{ref} : Fatigue limit of fully reversed torsion (MPa)

[†]Corresponding author : yjcho@pusan.ac.kr
Tel: +82-51-510-2307, Fax: +82-51-512-9835

- $f(r)$: Fatigue limit of a specimen of radius r (MPa)
- Y : Gradient of stress tensor (GPa/m)
- α, γ : Parameters from bending test and torsion test
- δ : Effective rigid body displacement (mm)
- κ, λ : Parameters related to the fatigue life (MPa)
- ϕ : Potential function
- ν : Poisson's ratio(-)
- $\| \cdot \|$: norm
- $\langle \cdot \rangle$: McCaulay bracket

1. 서 론

대부분의 기계들은 상대운동을 하는 요소들로 구성 되어있고, 구동 목적에 따라 적합한 접촉 상태를 유지하도록 설계된다. 이들 중 구름 베어링, 캠, 기어와 같은 구름요소들은 일반적으로 부적합 접촉(Non-conformal)을 하게 되며, 이는 집중하중의 원인이 되어 유한한 사이클 후에 표면 손상이 나타나게 된다. 이러한 표면 손상은 피팅(Pitting), 스폐링(Spalling), 플레이킹(Flaking) 등으로 불리며, 접촉 피로의 원인이 되어 발생한다. 현대의 구름 기계요소들의 적용분야는 갈수록 고부하 용량을 지향하면서 소형화를 요구하고 있다. 그러므로 보다 적절한 설계를 위해서 더욱 정확한 피로 수명 예측기법이 필요하다.

구름 기계요소의 수명 예측은 크게 외력 기반(external loads based), 전동체 하중 기반(rolling element loads based), 접촉응력 기반(contact stress based) 등 3가지로 구분할 수 있다. 외력 기반 수명 예측 기법은 L-P 이론에 기초하여 가장 손쉽게 베어링의 수명을 예측할 수 있는 실험적인 공학 모델이며 전동체 하중 기반 수명 예측 기법은 구름 베어링의 시스템 해석을 통해 구한 각각의 전동체 하중을 이용하고[1] 실험과 통계적인 접근방법으로 구한 각종 지수들을 이용하여 구름 요소의 수명을 예측하는 방법으로 비교적 고급 응용분야에 활용되고 있으나 이 역시 준실험적인 공학 모델이라 할 수 있다. 이러한 외력기반 및 전동체 하중기반의 기법은 구름베어링 초기부터 지금까지 많은 연구가 진행되어 오고 있다. 1947년 L-P 이론이 정립된 이후, 1960년대와 1970년대에 걸쳐 L-P수명식을 보완하기 위하여 주로 수명계수에 관한 연구가 주류를 이루었다. 대표적으로 Tallian[2]과 Harris[3]의 신뢰성 수

명계수에 관한 연구와 Tallian[4] 과 Skurka[5]의 윤활 수명계수에 관한 실험적 연구로부터 발전한 ISO[6,7] 와 ANSI[8] 규격이 있다. 1980년대 후반 Ioannides & Harris(I-H)[1]는 구름 베어링 시스템 측면에서 원심력과 자이로스코픽 모멘트를 고려하여 외부 작동조건에 의해 각각의 전동체에 작용하는 하중을 계산하여 L-P 이론에 적용시켰다. 또한 구름 베어링 피로수명의 평가 시 피로한도의 존재를 밝히고 이를 L-P 이론에 보완함으로써 준실험적인 공학적 모델을 개발하였으며 전동체 하중기반 수명식에 최적화 설계기법을 도입하여 볼 베어링의 수명 예측 및 설계에 응용하기도 하였다[9, 10].

이러한 실험적인 계수 기반(factor-based) 수명식은 실용적인 측면에서 장점이 있긴 하지만 실험적이고 통계적인 방법이므로 상황에 따라서 수정계수를 고려해야 하는 한계가 있다. 이에 반해 접촉응력 기반 해석 모델은 접촉상황에 대한 재료내부의 응력과 변위에 관한 완벽한 정보들을 요구하지만 재료 파손 모델과 연계하여 구름접촉 손상을 설명할 수 있는 장점이 있다. 따라서 실험적인 계수 기반 수명식 보다는 해석적인 응력 기반의 수명식이 보다 정확한 피로수명 예측을 하는 목적에 좀 더 부합 할 수 있다[11]. 또한, 최근 ISO281에서도 접촉응력 기반의 통합 수명 예측 기법의 필요성을 언급하고 있다.

일반적으로 접촉피로의 해석적 모델은 응력 기반의 고주기 피로(High Cycle Fatigue, HCF) 모델과 변형을 기반의 저주기 피로(Low Cycle Fatigue, LCF) 모델로 구분된다. 이 중 소성변형이 지배적인 저주기 피로 모델들은 구름 기계요소인 구름 베어링이나 기어, 캠과 같은 고강도 재료의 고주기 피로특성을 지니는 기계요소에 적용하기에는 개념적으로 한계가 존재하여 지금까지는 주로 Weibull 이론을 기초로 한 공학적 모델을 대부분 사용하고 있다.

고주기 피로 모델로는 단축 비례 하중의 경우 수정된 Goodman 식이 널리 사용되어 왔고[12], 접촉 문제와 같이 다축 비비례하중(multiaxial non-proportional loading)이 작용하는 경우에는 응력불변량을 이용한 방법[13], 임계평면을 정의하여 판정하는 방법[14], Mesoscopic 접근에 의한 방법들[15]을 적용시킬 수 있다. Kim은 건마찰상태와 EHL상태에서 볼 베어링의 접촉 피로수명을 앞선 피로 모델을 이용하여 예측하였으며[16], Chu는 표면 거칠기를 반영하여 구름 모델의 접촉피로수명을 예측하였다[17].

응력 불변량 모델은 1956년 Crossland가 처음으로 응

력 불변량와 최대 정수압 응력을 이용하여 제시하였고 [14], 1959년 Sines는 최대 정수압 응력 대신 평균 정수압 응력을 제시하였다[18]. 이후 1997년 Papadopoulos 응력의 구배와 시편의 크기에 따라 피로수명이 현저히 달라지는 것에 확인하고 Crossland의 식을 기초로 최대 정수압 응력 항에 응력 구배 효과를 피로 모델을 제안하였다[19]. 그리고 최근 2014년 Luu는 최대 정수압 응력 항에 응력 구배 효과를 고려한 Papadopoulos 식에, 더 나아가 Crossland 식의 응력 불변량 항에 응력 구배 효과를 적용하여 피로 모델 식의 모든 항에 응력 구배 효과를 적용하였다[20]. 그러나 Luu의 응력 구배 효과를 적용한 피로 모델은 특정 길이 이하의 반경에서 수명 계산할 수 없는 한계를 가진다. 하지만 구름 모델은 접촉영역이 실제 형상에 비해 매우 작으며 표면의 돌기와 같은 미소영역에서도 반복하중에 의한 피로파괴가 발생하므로, 작은 반경에 대한 피로해석이 가능한 피로수명식을 도출할 필요가 있다.

그러므로 본 연구에서는 Luu의 피로수명식을 개선하여 작은 반경에 대하여도 피로수명 해석이 가능하도록 재료의 피로한도 경계조건을 다르게 부여하여 Luu의 피로수명식을 수정하였다. 이를 이용하여 구름 모델의 접촉 피로수명 해석을 수행하고 기존 모델들과의 차이를 비교하였다.

2. 이 론

2-1. 해석 알고리즘

본 연구에서 구름 접촉 모델의 피로수명 해석 알고리즘은 Fig. 1과 같다.

2-2. 접촉해석 및 표면 아래 응력 해석

일반적으로 두 탄성체의 접촉은 상당 탄성 표면과 강체 면의 접촉으로 모델링 할 수 있다. 본 연구에서는 영향 함수를 이용한 방법으로 3차원 접촉해석을 수행하였다. Fig. 2는 강체 면과 탄성 표면간의 접촉 시 발생하는 표면 변형을 간략하게 도시한 것이다.

강체구의 등가 곡률 반경 R_{eq} 및 상당 탄성계수 E_{eq} 는 다음과 같다.

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$E_{eq} = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2)$$

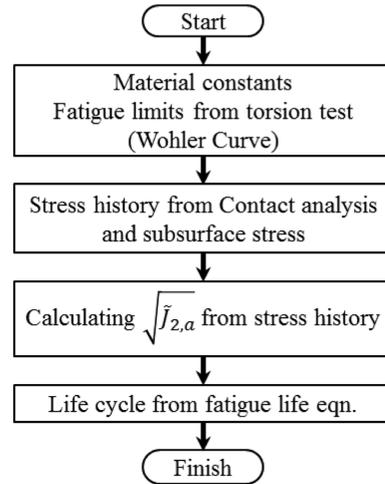


Fig. 1. Analysis procedure for the stress based fatigue life prediction.

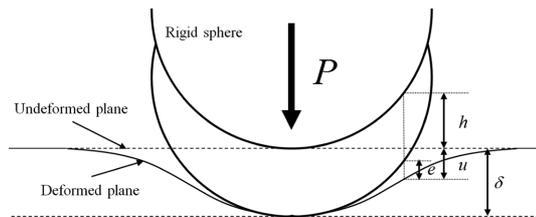


Fig. 2. Contact geometry of an equivalent body.

접촉영역 Ω 에서 각 위치의 변형량 및 접촉 압력은 식 (3)의 구속조건을 만족하도록 반복 연산하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(x,y) > 0, e(x,y) = 0 & \text{ inside } \Omega \\ p(x,y) = 0, e(x,y) = 0 & \text{ outside } \Omega \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, p 는 접촉압력, e 는 변형 후의 강체면과 탄성 표면 간의 거리를 나타내면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$e(x,y) = h(x,y) + u(x,y) - \delta \quad (4)$$

여기서, u 는 표면의 탄성 변형량, h 는 변형 전 표면의 높이분포, δ 는 유효 강체 변위(effective rigid body displacement)이다.

접촉영역 내에서는 $e(x,y) = 0$ 이므로 $u(x,y)$ 는 Boussinesq 식에 의해 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\frac{2}{\pi E_{eq}} \iint_{\Omega} \frac{p(x',y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy' = \delta - h(x,y) \quad (5)$$

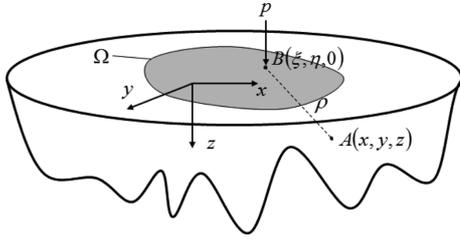


Fig. 3. Normal loading applied to a closed area of the elastic half space.

접촉문제를 해결하기 위해서 접촉영역을 사각 조각 면으로 나누었다. 사각 조각 면내에서는 균일한 압력을 가지므로 식 (5)는 다음과 같이 사각 조각 면마다의 압력과 영향함수로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{j=1}^k F_{ij} P_j = \delta - h_i \quad (6)$$

여기서, k 는 접촉영역 내에서 사각 조각 면의 수이고 F_{ij} 는 요소 j 의 수직 분포 하중에 의한 요소 i 에서의 영향을 나타내는 영향함수(influence function)이다[21].

표면 아래 응력(subsurface stress)은 등방성이고, 균질인 반 무한체 표면의 접촉영역 Ω 위에 수직하중 p (normal forces)가 작용할 때 발생하는 응력을 다음과 같은 포텐셜 함수를 도입하여 각각 표현할 수 있다.

$$\varphi = \iint_{\Omega} p(\xi, \eta) (z \ln(\rho+z) - \rho) d\xi d\eta \quad (7)$$

여기서 ξ, η 는 하중이 작용하는 영역 Ω 위 임의의 점에서 x, y 축 방향으로의 좌표이다. 그리고 ρ 는 반 무한체 내의 점 $A(x, y, z)$ 와 영역 Ω 위의 점 $B(\xi, \eta, 0)$ 와의 거리이다. 식 (7)을 깊이 방향(z)으로 미분한 식은 다음과 같다[22, 23].

$$\varphi_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \iint_{\Omega} p(\xi, \eta) z \ln(\rho+z) d\xi d\eta \quad (8)$$

2-3. 구름 모델의 접촉 피로수명해석

2-3-1. 응력 불변량 법

응력 불변량을 이용한 피로조건은 정수압 응력과 편차응력의 2차 불변량을 사용하여 표현된다. 이 이론에 따르면 주어진 사이클 동안 균열의 발생 여부를 알 수 있다. 지금까지 제안된 응력 불변량 법 중 Crossland[15]의 피로조건이 가장 널리 알려져 있다. Crossland가 제안한 피로조건식은 $\sqrt{J_2}$ 의 진폭과 정수압 응력 P_{max} 의

최대값으로 구성되어 다음과 같다.

$$\sqrt{J_{2,a}} + \alpha P_{max} \leq \gamma \quad (9)$$

여기서 α, γ 는 재료상수로 완전교번 비틀림 시험(fully reversed torsion test)과 완전교번 굽힘 시험(fully reversed bending test)으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\gamma = t_{ref}, \alpha = \frac{3t_{ref}}{f_{ref}} - \sqrt{3} \quad (10)$$

2-3-2. 구배 효과를 고려한 응력 불변량 법

재료의 피로파괴는 치명적 결함과 큰 응력의 상호작용에 의존한다. 본질적으로, 피로는 재료의 가장 약한 연결부에 의해 지배되는데, 이 약한 연결부는 재료의 체적이 커짐에 따라 증가할 가능성이 더욱 높아진다. 구배 효과는 최대 표면 응력의 95% 또는 그 이상의 응력을 받는 재료의 얇은 표면층과 관계된다. 부피가 큰 재료는 완만한 응력 구배를 가질 것이고 따라서, 높은 응력을 받는 체적부분이 더 커진다. 결과적으로 부피가 큰 재료에서는 피로균열의 발생 가능성이 더욱 커지게 된다[24](Fig. 4).

Luu는 이러한 응력 구배 효과 모델을 제안하였다. Luu는 Crossland 식의 응력 불변량, 수직응력항 각각에 구배 효과를 적용하였고 기본 식은 다음과 같다.

$$\sqrt{J_{2,a}} \sqrt{1 - \left(l_{\sigma} \frac{\|Y\|_{\sigma}}{\|s\|_{\sigma}} \right)^{n_{\sigma}}} + \alpha P_{max} \left[1 - \left(l_{\sigma} \frac{\|G\|}{P_{max}} \right)^{n_{\sigma}} \right] \leq \gamma \quad (11)$$

매끈한 표면의 구름 접촉일 경우 $P_{max} = 0$ 이 성립하여 식 (12)와 같이 표현된다.

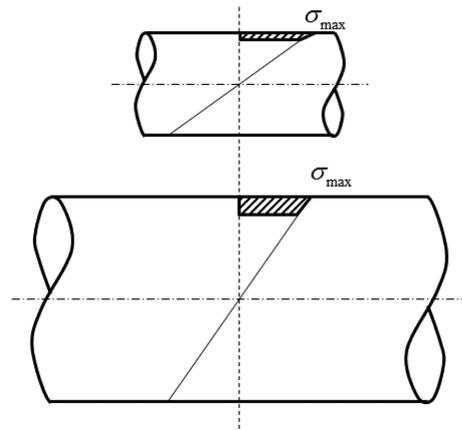


Fig. 4. Stress gradient in large and small specimens.

$$\sqrt{J_{2,a}} \sqrt{1 - \left(l_r \frac{\|\mathbf{Y}\|_{,a}}{\|\mathbf{s}\|_{,a}} \right)^{n_r}} \leq \gamma \tag{12}$$

여기서, $\|\mathbf{Y}\|_{,a}$ 는 응력 구배를 나타내는 3차 텐서의 놈(norm), $\|\mathbf{s}\|_{,a}$ 는 편차응력의 놈이다.

동상(in-phase)의 하중이 주어질 때, $\sqrt{J_{2,a}}$, $\|\mathbf{Y}\|_{,a}$, $\|\mathbf{s}\|_{,a}$ 는 다음과 같다[20].

$$\sqrt{J_{2,a}} = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}} \tag{13}$$

$$\|\mathbf{Y}\|_{,a} = \sqrt{Y_{ijk} Y_{ijk}} \tag{14}$$

$$\|\mathbf{s}\|_{,a} = \sqrt{s_{ij} s_{ij}} \tag{15}$$

식 (13-15)를 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}} \sqrt{1 - \left(l_r \frac{\sqrt{Y_{ijk} Y_{ijk}}}{\sqrt{s_{ij} s_{ij}}} \right)^{n_r}} \leq \gamma \tag{16}$$

이를 완전교번 비틀림 시험에 대해서 나타내면 편차 응력의 크기, 응력 구배의 크기 및 피로 재료상수 γ 는 다음과 같다.

$$s_{ij} s_{ij} = 2(t(r))^2 \tag{17}$$

$$Y_{ijk} Y_{ijk} = 2 \left(\frac{t(r)}{r} \right)^2 \tag{18}$$

$$\gamma = t_{ref} \tag{19}$$

여기서, t_{ref} 는 응력 구배 효과가 없는 영역에서의 완전교번 비틀림 시험의 피로한도이다.

식 (17-19)를 Luu의 피로판정식 식 (16)에 대입하여 시편 반경에 따른 재료의 비틀림 피로한도 $t(r)$ 을 나타내면 식 (20)과 같다.

$$t(r) = \frac{t_{ref}}{\sqrt{1 - (l_r/r)^{n_r}}} \tag{20}$$

응력 구배 항의 재료상수 l_r , n_r 는 완전교번 비틀림 시험 결과 곡선 적합(curve fitting)하여 구할 수 있으며, 이로부터 Luu의 피로판정식이 완성된다.

2-3-3. 새로운 조건을 적용한 판정식

Luu의 피로판정식은 식 (21)과 같은 경계 조건을 가지고 있다.

$$\lim_{r \rightarrow l_r} t(r) = \infty, \lim_{r \rightarrow \infty} t(r) = t_{ref} \tag{21}$$

이로 인해, Luu의 피로판정식은 시편의 반경 r 이 l_r 보다 작은 경우에 대하여 정의되지 않는다는 한계를 가진다. 하지만 구름 모델은 접촉영역이 실제 형상에 비해 매우 작으며 표면의 돌기와 같은 미소영역에서도 반복 하중에 의한 피로파괴가 발생하므로, 작은 반경에 대한 피로해석이 가능한 피로판정식을 도출할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 다음과 같이 경계 조건을 설정하였다.

$$\lim_{r \rightarrow 0} t(r) = \infty, \lim_{r \rightarrow \infty} t(r) = t_{ref} \tag{22}$$

이로부터 새로운 피로판정식을 유도하면 다음과 같다.

$$t(r) = t_{ref} \left[\frac{1}{(r/a)^{b_r}} + 1 \right] \tag{23}$$

식 (23)은 식 (22)의 조건을 이용하여 시편 반경에 따른 재료의 비틀림 피로한도 $t(r)$ 에 따른 식이다. 이를 식 (17-19)를 이용하여 역추적 하면 식 (24)와 같이 피로판정식을 유도할 수 있다.

$$\sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}} \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{s_{ij} s_{ij}}}{a_r \sqrt{Y_{ijk} Y_{ijk}}} \right)^{b_r} + 1} \leq \gamma \tag{24}$$

여기서, a_r 와 b_r 는 식 (20)의 l_r 와 n_r 와 마찬가지로 완전교번 비틀림 시험결과를 곡선 적합하여 얻을 수 있다.

2-3-4. 피로수명식

완전교번 비틀림 시험에서의 S-N 곡선은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\gamma_N = \sigma_{yz,a} = \kappa N^{-\lambda} + t_{ref} \tag{25}$$

식 (25)는 곡선 적합을 하는데 어려움이 있을 수 있어 계산의 편의를 위해 다음과 같은 식을 사용하였다[25].

$$\gamma_N = \frac{t_{ref}}{1 - \kappa N^{-\lambda}} \tag{26}$$

이때 κ 와 λ 를 곡선 적합하기 위한 식은 다음과 같다.

3. 결과 및 고찰

해석 모델의 재료는 중탄소강 SM45C로 선정하였으며, 재료물성치 및 형상은 Table 1과 같다. 이를 이용하여 접촉응력, 표면 아래 응력, 피로수명 해석을 수행하

Table 1. Material properties and geometry[25]

Material properties	Value
Young's modulus, E [GPa]	210
Poisson's ratio, ν	0.3
Fatigue property, κ	62.3
Fatigue property, λ	0.53
Torsion fatigue limit, t_{ref} [MPa]	115
Radius of sphere, r [m]	1.0

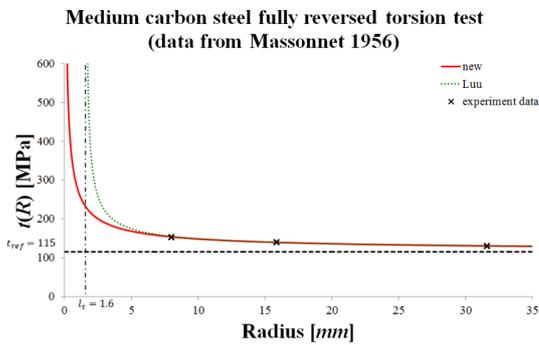


Fig. 5. Fully reversed torsion fatigue limit of smooth cylindrical samples [26].

었다.

3-1. 피로한도식

응력 구배 효과를 고려한 피로한도식(Luu)과 본 연구에서 제안한 수정된 피로한도식을 비교하였다. 완전 교번 비틀림 시험 결과와 각 피로한도식 $t(r)$ 을 최소자승법을 이용하여 곡선 적합시키고(Fig. 5), 적합성을 결정계수(coefficient of determination), r^2 으로 비교하였다. Luu식은 r^2 이 0.990, 새로운 식은 0.999로 새로운 피로한도식이 더 적합하다고 볼 수 있다.

이 때, 피로 재료물성인 l_r , n_r 는 각각 1.6 mm, 0.5 이고, a_r , b_r 1.6 mm, 0.68로 계산되었다.

3-2. 표면 아래 깊이에 따른 피로수명

반경이 1 m인 동일한 크기의 두 구에 200 kN 하중을 가했을 때, 접촉해석 및 표면 아래 응력 해석을 수행하고, 그 결과를 Fig. 6~7에 도시하였다. 이 때, 최대 접촉압력은 1.27 GPa 이고 최대 von Mises 응력은 표면 아래 4.2 mm에서 789 MPa으로 계산되었다.

이를 바탕으로 본 연구에서 제안한 피로수명식과 Luu 피로수명식, 그리고 응력 구배 효과를 적용하지

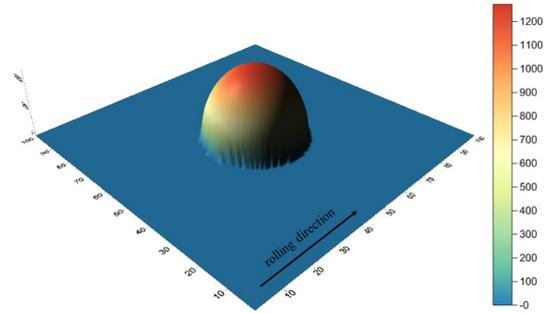


Fig. 6. Pressure distribution [MPa].

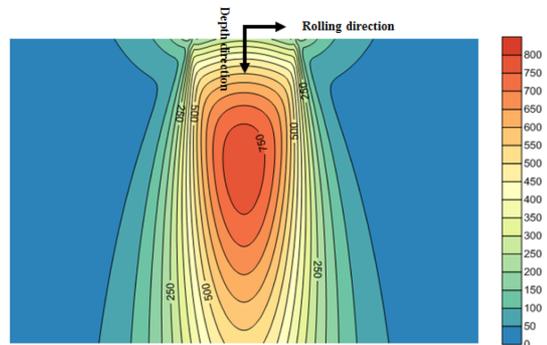


Fig. 7. Contour of von Mises stress [MPa].

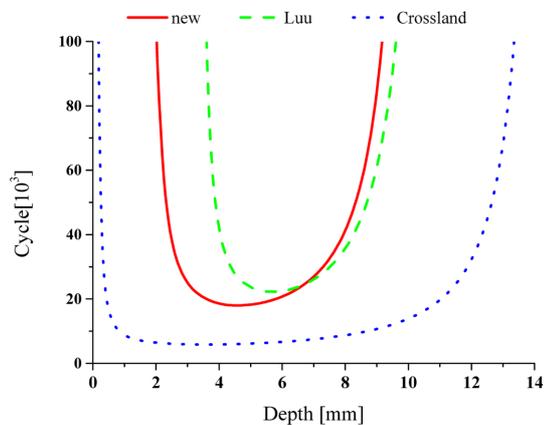


Fig. 8. Fatigue life versus depth for each equation.

않은 Crossland 피로수명식을 이용하여 각각의 깊이에 따른 해석결과를 Fig. 8에 도시하였다.

피로수명은 각 수명식마다 결과가 달랐다. 응력 구배 효과를 고려하지 않은 Crossland 피로수명이 가장 짧았다. 응력 구배 효과를 고려한 두 수명식은 깊이에 따라 수명이 다르나, 응력이 커서 재료가 취약한 영역에서는 Luu 피로수명이 길었다.

Table 2. Minimum cycle of each equation and depth

Equations	Min cycle[10 ³]	Depth[mm]
New	13.4	4.5
Luu	14.6	5.4
Crossland	5.4	3.6

피로수명이 최소인 표면아래 깊이 역시 수명식마다 다르게 나타났다. 각 식의 최소 피로수명 깊이는 응력 구배 효과를 고려하지 않은 Crossland 식에서 가장 얇았으며, 새로운 식, Luu 식 순으로 깊이가 깊어졌다.

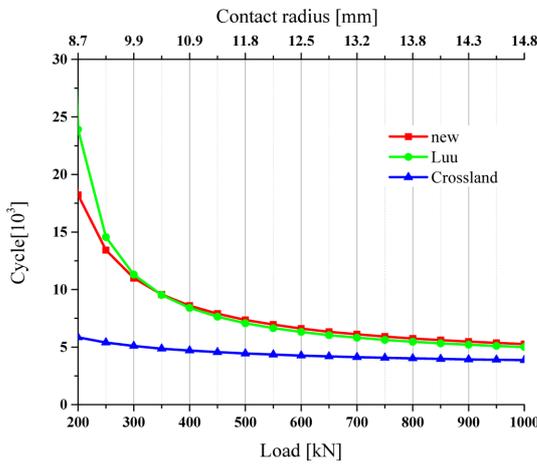


Fig. 9. Fatigue life as radius of contact area gradually increase the load.

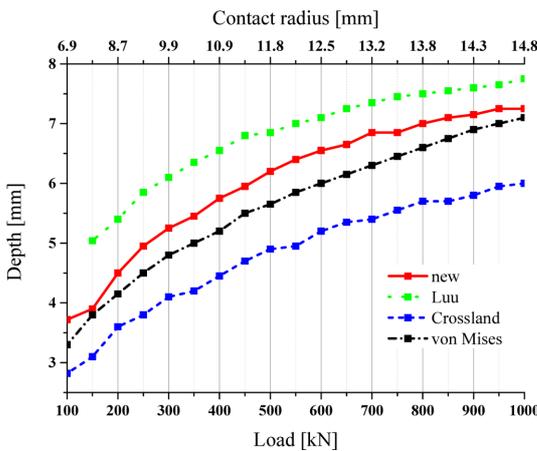


Fig. 10. Minimum life depth as radius of contact area gradually increase the load.

3-3. 하중에 따른 피로수명

반경이 1 m인 동일한 크기의 두 구를 접촉시켰을 때, 하중조건을 200 kN부터 증가시키면서 최소수명과 그 때의 깊이를 나타내었다(Fig. 9, 10). 하중이 증가하면 수명이 감소하는 결과를 확인하였으며, Crossland 피로수명이 모든 경우에서 가장 짧았다. 응력 구배 효과를 고려한 새로운 피로수명과 Luu 피로수명은 하중이 매우 큰 영역에서 차이가 미미했으나, 하중이 비교적 작은 영역에서는 Luu의 피로수명이 새로운 피로수명보다 길었다.

최소 피로수명 깊이는 하중이 증가할수록 깊어졌다. Crossland최소 피로수명 깊이의 경우 최대 von Mises 응력 깊이보다 얇았고, 응력 구배 효과를 고려한 두 식은 그보다 깊었으며 새로운 식, Luu식 순으로 깊게 나타났다.

3-4. 응력 구배에 따른 피로수명

응력 구배의 크기가 피로수명에 미치는 영향을 알아보기 위해 구의 반경을 달리하여 피로수명 해석을 수행하였다. 이때, 피로수명 해석은 Fig. 11과 같이 최대 표면 아래 응력은 같지만 구의 크기에 따라서 응력 구배 효과가 달라지는 것을 이용하여 해석하였다. Table 3은 최대 von Mises 응력이 789 MPa이 되는 조건에서, 구의 반경에 따라 하중, 최대 변형량, 접촉 반경을 나타낸 것이며, Fig. 12는 접촉 반경에 따른 피로수명을 나타낸 것이다. 접촉 반경이 작아지면 응력 구배 효과가 커져 수명이 길어짐을 확인할 수 있었다.

또한 응력 구배 효과를 고려하지 않은 Crossland 피로수명은 접촉 반경에 따른 차이를 고려할 수 없었으며, Luu 피로수명은 접촉 반경이 약 5.2 mm 일때는 무한수명이 되어 이 이하에서 피로수명이 정의되지 않는다. 비교적 큰 접촉 반경인 5.2 mm에 대해서도 피로수명이 정의되지 않으므로 Luu 피로수명식을 구름 모델에 적용하는 것은 적절하지 않음을 알 수 있다.

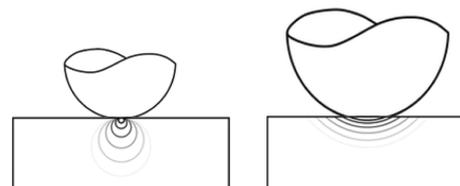


Fig. 11. Same maximum subsurface stress but different sphere radius.

Table 3. Result of contact analysis

Radius [m]	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Contact radius [mm]	3.5	4.3	5.2	6.1	6.9	7.8	8.7
Load [kN]	32	50	72	98	128	162	200
δ [mm]	0.60	0.75	0.90	1.05	1.20	1.34	1.50
Radius [m]	1.1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.8	2.0
Contact radius [mm]	9.5	10.4	12.1	13.0	13.9	15.6	17.3
Load [kN]	242	288	392	450	512	648	800
δ [mm]	1.65	1.81	2.10	2.25	2.40	2.70	3.00

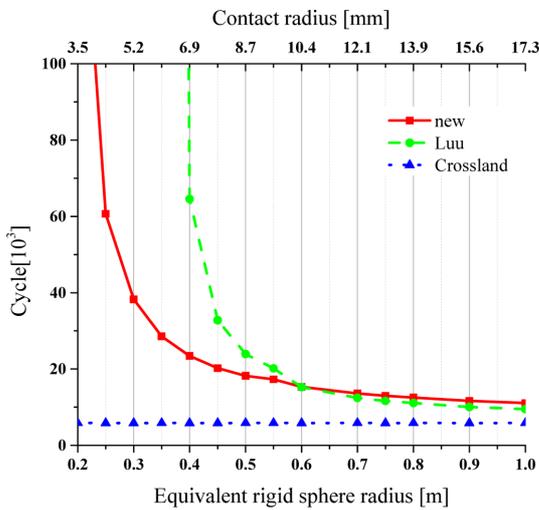


Fig. 12. Fatigue life as sphere of radius.

4. 결 론

본 연구에서는 응력 구배 효과를 고려한 새로운 피로판정식을 제안하고 이를 구름 모델에 적용하여 응력 기반 피로수명 해석을 수행하였다.

본 연구에 의한 결과는 다음과 같다.

1. 응력 구배 효과를 고려한 Luu 피로판정식은 완전 교번 비틀림 시험에서 시편의 반경 r 이 l_r 보다 작은 경우에 대하여 정의되지 않는다는 한계를 가진다. 따라서 본 연구에서는 새로운 경계조건을 도입하여 이 문제를 해결하였다.

2. 각 수명식에 따른 해석결과는 피로수명 및 최소 피로수명 깊이에서 차이가 있다. 피로수명의 경우 하중, 깊이 측면 모두 Crossland식이 구배효과를 적용한

식에 비해 수명이 낮게 측정되었다. 또한, Crossland식, 구배효과를 적용한 두 식 모두 하중이 증가하면서 수렴하는 경향이 나타났으나 하중이 비교적 작은 영역에서는 차이가 났으며, Luu, 새로운식, Crossland식 순으로 피로수명이 짧았다. 깊이 측면에서 Crossland식의 경우 최소 피로수명 깊이가 최대 von Mises응력보다 얕으나, 응력 구배 효과를 고려한 최소 피로수명 깊이는 그보다 깊으므로 이 깊이 차이는 표면 경화깊이 결정 등의 설계에 참고하여 활용할 수 있다.

3. Luu 피로판정식을 구름 모델에 적용할 경우, 비교적 큰 반경을 가지는 형상에 대해서도 수명해석을 수행할 수 없었다. 그러므로 새로운 피로판정식이 더 타당하다고 판단되며, 표면 돌기와 같은 미소반경을 가지는 형상의 피로수명 해석에도 적용가능 할 것으로 기대된다.

Acknowledgements

이 논문은 부산대학교 자유과제 학술연구비(2년)에 의하여 연구되었음.

References

- [1] Ioannides, I. E., Harris, T. A., Ragen, M., "Endurance of Aircraft Gas Turbine Main Shaft Ball Bearings-Analysis Using Improved Fatigue life Theory: Part 1 - Application to a Long-Life Bearing", *J. Tribol.*, Vol. 112, No. 2, pp. 309-311, 1990.
- [2] Tallian, T., "Weibull Distribution of Rolling Contact Fatigue Life and Deviation Therefrom", *ASLE Trans.*, Vol. 5, No. 1, pp. 183-196, 1962.
- [3] Harris, T. A., "Predicting Bearing Reliability", *Mach. Des.*, Vol. 35, No. 1, pp. 129-132, 1965.
- [4] Tallian, T., "On Competing Failure Modes in Roll-

- ing Contact”, *ASLE Trans.*, Vol. 10, No. 4, pp. 418-439, 1967.
- [5] Skurka, J., “Elastohydrodynamic Lubrication of Roller Bearings”, *J. Tribol.*, Vol. 92, No. 2, pp. 281-288, 1970.
- [6] ISO/TR 1281-1:2008, “Rolling Bearings – Explanatory Notes on ISO 281-Part 1: Basic Dynamic Load Rating and Basic Rating”, ISO, 2008.
- [7] ISO 281:2007, “Rolling Bearings – Dynamic Load Ratings and Rating Life”, ISO, 2010.
- [8] ABMA Std. 9, “Load Ratings and Fatigue Life for Ball Bearings”, ANSI/AFBMA, 1978.
- [9] Ioannides, E., Harris, T. A., “A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings”, *J. Tribol.*, Vol. 107, No. 3, pp. 367-378, 1985.
- [10] Yoon, K. C., *Design Methods of Application-Based Exclusive Ball Bearings Using Genetic Algorithms*, Doctoral Thesis, Department of Mechanical Design and Product Engineering Graduate School, Hanyang University, 2000.
- [11] Harris, T. A., Barnsby, R. M., “Life Ratings for Ball and Roller Bearings”, *P. I. Mech. Eng. J-J Eng.*, Vol. 215, No. 6, pp. 577-595, 2001.
- [12] Dang Van, K., *High-Cycle Metal Fatigue From Theory to Applications*. In: Dang Van, K., Papadopoulos, I. V. (eds.) Springer, New York, 1999.
- [13] Mataka, T., “An Explanation on Fatigue Limit under Combined Stress”, *B. JSME.*, Vol. 141, No. 20, pp. 257-263, 1977.
- [14] Crossland, B., “Effect of Large Hydrostatic Pressures on the Torsional Fatigue Strength of two Steels.”, *J. Mech. Eng.*, Vol. 6, No. 3, pp. 293-310, 1956.
- [15] Dang Van, K., Griveau, B., and Message, O., “On a New Multiaxial Fatigue Criterion; Theory and Application,” In: Brown, M. W., Miller, K. J. (eds.), Sheffield, UK, 1985.
- [16] Kim, T. W., “Contact Fatigue Life Prediction under Elliptical Elastohydrodynamic Lubrication”, *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, Vol. 22, No. 6, pp. 320-328, 2006
- [17] Chu, H. J., “The Contact Fatigue Life Analysis of Rough Surface”, *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, Vol. 21, No. 3, pp. 136-141, 2005.
- [18] Sines, G., “Behavior of metals under complex static and alternating stresses”, In: Sines, G., Waisman, J. L. (eds.) *Metal Fatigue*, pp. 145-169. McGraw-Hill, 1959.
- [19] Papadopoulos, I. V., Panoskaltis, V. P., “Invariant Formulation of a Gradient Dependent Multiaxial High-Cycle Fatigue Criterion”, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 55, No. 4, pp. 513-528, 1996.
- [20] Luu, D. H., “Formulation of Gradient Multiaxial Fatigue Criteria”, *Int. J. Fatigue.*, Vol. 61, pp. 170-183, 2014.
- [21] Hartnett, M. J., “A General Numerical Solution for Elastic Body Contact Problems”, In: Cheng, H. S., Keer, L. M. (eds.) *Solid Contact and Lubrication*, pp. 51-66. AMD ASME, Vol. 39, 1980.
- [22] Love, A. E. H., “The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary”, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 228, pp. 337, 1929.
- [23] Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, 1st Edition, Cambridge University Press., Cambridge, 1985. (ISBN 0-521-34796-3).
- [24] Bannantine, J. A., Comer, J. J., Handrock, J. L., *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, Prentice Hall, NJ, 1990.
- [25] Papadopoulos, I. V., “Long Life Fatigue under Multiaxial Loading”, *Int. J. Fatigue.*, Vol. 23, No. 10, pp. 839-849, 2001.
- [26] Massonnet, Ch., “The Effect of Size, Shape and Grain Size on the Fatigue Strength of Medium Carbon Steel”, *Proc. ASTM*, Vol. 56, pp. 954-978, 1956.