

카파자승해석법을 이용한 광시스템의 에러 확률에 관한 연구

하은실*

¹남서울대학교 정보통신학과

A study on the error probability of optical system using kappa square analysis method

Eun-Sil Ha*

¹Dept. of Information-Communication Engineering, NamSeoul University

요약 광시스템상에는 외부로부터의 잡음과 시스템 자체의 잡음이 항상 존재하는데, 이러한 잡음은 광시스템의 성능을 저하시키는 요인으로 작용하게 되어 결국에는 시스템의 에러확률을 변화시키게 된다. 이에 본 논문에서는 광시스템의 특성 변수인 m 값을 도입하여 다양한 m 값의 변화에 따라 광시스템의 에러확률을 κ -자승법을 이용하여 계산하였다. 계산 결과 m 값에 따라 광시스템의 에러확률이 변화함을 확인하였고, 광시스템의 표준에러확률인 10^{-9} 을 유지하는 경우 m 값을 400정도로 유지하면 됨을 확인하였다. 이는 m 값이 큰 경우는 광시스템이 저출력임을 의미하므로 보다 작은 출력의 광원을 사용해도 광시스템의 에러확률을 유지하는데 문제가 없음을 알 수 있었다. 이는 일반적인 경우 저출력의 광원을 사용하는 경우 광시스템의 수신단에서 신호를 증폭하는 전치증폭기를 사용하지 않아도 됨을 의미하므로 보다 효율적이며 저렴하게 광시스템을 구현할 수 있음을 의미한다.

Abstract On the optical system and the system itself of the noise of the noise from the outside always present. This noise is to function as reducing performance of the optical system. Therefore, the probability of error, thereby changing the system. In this paper, the error probability of the optical system due to changes in various values by introducing the characteristic variable the value of the optical system was calculated using the κ -square method. Was confirmed also in accordance with the calculation result is an error probability of the optical system changes, it was confirmed that when the value of the holding case for holding the standard about 400 Lux on the probability of the optical system. This case was found to be an optical system using a light source with a low output, so that means the smaller output is no problem to maintain the error probability value of the optical system is large. This means that more effective and less expensive to implement because it means that the optical system does not require the use of pre-amplifier for amplifying the signal at the receiving end of an optical system using a light source with a low output when the normal case.

Keywords : Optic system, Error, Probability, Receiver, Noise

1. 서론

광으로 구현된 디지털시스템에서 신호는 '1'과 '0'으로 표현되는데 이러한 값을 표현하기 위해서는 다양한 변조방법이 사용된다.[1] 그 중 ASK는 광원을 신호에

따라서 온-오프처리하여 신호를 변조하고 변조된 신호를 채널을 통해서 전송하게 된다. 신호가 전달되는 채널에는 항상 신호를 방해하는 성분이 존재하게 되고, 본 논문에서 우리가 고려하는 광시스템에서도 외부에서의 잡음이 더해지며 수신단에서도 전자기기에서 발생하는 열에

본 논문은 남서울대학교 2014년도 교내 연구과제로 수행되었음.

*Corresponding Author : Eun-Sil Ha(Namseoul University)

Tel: +82-41-580-2129 email: hes@nsu.ac.kr

Received August 21, 2015

Revised September 10, 2015

Accepted September 11, 2015

Published September 30, 2015

의해 잡음이 더해지게 된다.[2]

이러한 채널이나 수신단에서 발생하는 잡음은 광시스템에서의 수신기의 에러의 발생률을 변환시키는데 광시스템의 경우 BER이 10^{-9} 정도의 값을 갖게 된다. 그러나 이러한 BER은 시스템상에 존재하는 잡음에 따라 변화하게 되므로 시스템의 성능을 평가하기 위해서는 정규화과정을 통한 에러확률의 정확한 평가가 필요하다. 또한 시스템의 한계치를 평가하는데도 큰 영향을 미치게 된다.[3,4]

이에 본 논문에서는 광시스템의 에러확률을 정규화하기 위해 광시스템의 감도를 광전력으로 표현하고 이를 카파자승법을 이용하여 계산을 하였다.

2. 본론

2.1 광시스템의 에러확률의 해석

광시스템의 수신단에서 전류의 변화를 유발하는 잡음 요소로는 산탄잡음과 열잡음이 있다. 산탄잡음은 일반적으로 백색잡음으로 고려되지만 κ -자승 분포를 가지므로 채널에 신호가 존재하는 경우에는 열잡음과 산탄잡음이 중첩하여 나타나므로 이의 해석에는 가우시안 분포와 κ -자승 분포가 컨벌루션의 형태로 나타나므로 κ -자승 분포에 대한 해석이 필요하게 된다.[5,6]

광시스템의 결정회로에서 광전류의 실효치와 표준편차는 다음 식들과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 2\sigma^2, \quad \mu_0 = 0 \\ \sigma_1^2 &= \left(\frac{2}{m}\right)\sigma^4 + \sigma_g^2, \quad \sigma_0^2 = \sigma_g^2 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 σ^2 의 해는 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_g Q}{1 - \frac{Q^2}{2m}} \quad (2)$$

식 (2)는평균신호 광전류를 나타내므로 비트당 광자의 평균수를 나타내고 이를 이용하여 식(2)를 다시 쓰면 식 (3)과 같다.

$$\sigma^2 = \bar{N}_p \eta q R_b \quad (3)$$

그리고 수신기에서 열잡음 전류의 분산은 다음 식과 같이 주어진다.[33]

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= \left(\frac{4V_T q B_e}{Z}\right) \\ &= 8\pi V_T C_T q B_e^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$C_T = \left(\frac{1}{2\pi Z B}\right) \quad (6)$$

여기서, B 는 신호원의 대역폭이다.

광시스템에서 비트 값이 ‘1’인 신호는 검출후의 열잡음이 더해지는 형태이므로, 스스로부터 잡음의 버스트(burst)로 표현되고, 비트 값이 ‘0’인 신호는 오직 열잡음으로만 나타난다.[7,8,9] 열잡음 성분의 확률밀도함수는 식 (7)과 같이 주어진다.

$$P_g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_g^2}\right) \quad (7)$$

신호는 κ -자승 분포이고 열잡음은 가우시안 분포이므로, 결정회로에서 신호와 잡음의 항을 더하면 식 (8)과 같은 수정된 κ -자승과 가우시안 분포의 컨벌루션으로 주어진다.[10,11]

$$\begin{aligned} P_g(x) &= P(x) * P_g(x) \\ &= \frac{K}{(2m-1)!} \alpha^m \int_0^\infty \exp-(a\xi^2 + b\xi + c) d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

본 논문에서는 결정회로에서 광전류에 더 정확한 분포를 사용하므로, 최적의 근사가 이루어 질것이라 생각된다. 1과 0비트에 관련된 분포함수의 교차점에서 최적의 결정한계레벨 $x = x_{th}$ 가 발생한다. 1과 0 비트의 발생가능성이 같다고 가정하면 결과로서 생기는 에러확률은 식 (9)와 같이 된다.[12,13,14]

$$P_e = 0.5 \left[\int_{-\infty}^{x_{th}} P_r(x) dx + \int_{x_{th}}^\infty P_g(x) dx \right] \quad (9)$$

이 에러확률을 최소로 하기 위한 한계레벨의 선택은 $P_r(x_{th}) = P_g(x_{th})$ 를 통해서 얻을 수 있다. 그러므로 윗식에서 한계레벨을 다시 계산하면 식 (10)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_e \approx \int_{x_{th}}^\infty P_g(x) dx \quad (10)$$

위 식에 광통신시스템의 기본에러확률인 10^{-9} 대입하면, 한계레벨 $x_{th} = 6\sigma_g$ 가 된다.

위의 식을 이용하여 광시스템의 수신감도를 표현하면 식(11)과 같이 표현 할 수 있다.

$$\frac{0.5}{(2m-1)!} \left(\frac{644m}{N_p} \right)^2 \times \left[\begin{array}{l} \Gamma(m) \text{Hyg}(m, 0.5, k) \\ - \left(\frac{644m}{N_p} - 8.5 \right) \Gamma(0.5+m) \text{Hyg}(0.5+m, 1.5, k) \end{array} \right] = 1 \quad (11)$$

윗 식은 같은 의미를 지니고 있다. 큰 수의 비트당 광자의 수로 인한 고출력의 광전력은 m 이 10보다 작은 경우에는 10^{-9} 의 에러확률이 지속되는 것을 필요로 한다. 이것은 장거리전송 광시스템이나 근거리 접속용 스펙트럼 분할 다중화 시스템 모두의 경우에서 사용가능한 전력의 제한이 된다.

2.1 κ -자승해석법

각각의 출력에 관련된 κ -자승 확률밀도함수는 식 (12)와 같이 쓸 수 있다.[15]

$$P(S) = \frac{\left(\frac{m}{\sigma^2} \right)}{(2m-1)!} S^{2m-1} \exp\left(-\frac{mS}{\sigma^2} \right) \quad (12)$$

비트 값이 '1'인 신호가 전송된다고 가정하면 에러확률은 식 (13)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_e = \Pr \left\{ S_1 - S_0 < 0 \right\} = \Pr \left\{ S_1 < S_0 \right\} \quad (13)$$

여기서, s_0, s_1 는 각각 두 채널의 출력이다. 수신기에서 수신된 신호의 판별은 두 채널의 출력 신호의 차에 따른다. 여기서 임의로 $s_0 = x$ 와 $s_1 = y$ 라 한다면 비트 값이 1인 신호가 전송되는 동안에 에러는 $y < x$ 동안에 발생한다. 이것을 확률밀도함수로 표현하면 식 (14)와 같이 표현된다.

$$P_e = \int \int_{y < x} \Pr(S_1 = y, S_0 = x) dx dy \quad (14)$$

식 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_e = \int \int_{y < x} \Pr(S_1 = y) \Pr(S_0 = x) dx dy = \int_0^\infty \left[\int_0^x \Pr(S_1 = y) dy \right] \Pr(S_0 = x) dx \quad (15)$$

따라서 κ -자승 분포의 확률밀도함수는 식 (16)과 같이 주어진다.

$$P_e = \frac{m^{4m}}{[(2m-1)!]^2} \int_0^\infty \left[\int_0^x \frac{1}{\sigma_1^{4m}} y^{2m-1} \exp\left(-\frac{my}{\sigma_1^2} \right) dy \right] \times \frac{1}{\sigma_0^{4m}} x^{2m-1} \exp\left(-\frac{mx}{\sigma_0^2} \right) dx \quad (16)$$

식 (16)을 간단히 표현하면 식 (17)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_e = \frac{1}{[(2m-1)!]^2} \int_0^\infty \nu^{2m-1} \exp(-\nu) d\nu \times \int_0^\nu u^{2m-1} \exp(-u) du \quad (17)$$

식 (17)은 다음과 같은 급수형태로 표현가능하고 식 (18) (19)와 같은 형태로 근사가 가능하다.[16,17]

$$P_e = 1 - \frac{1}{(1+\beta)^{2m}} \sum_{i=0}^{2m-1} 2^{m-1+i} C_i \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right)^i \quad (18)$$

$$P_e \approx \frac{1}{\sqrt{8\pi m}} \frac{(4\beta)^{2m}}{(1+\beta)^{4m-1}} \quad (19)$$

신호가 채널 1에 있다고 가정하고, 광신호의 전송 대해 표현하면 식 (20)와 같이 광전류의 분산을 표현할 수 있다.

$$\sigma_1^2 = \sigma_s^2 + \sigma_n^2, \quad \sigma_0^2 = \sigma_n^2 \quad (20)$$

따라서 식 (20)을 이용하면 β 는 다음식과 같이 표현된다.

$$\beta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{N_p}{4m} \right)} \quad (21)$$

윗 식은 비트 당 광자수로 수신기 감도를 계산하기 위하여 나타낸 식으로 에러확률을 10^{-9} 으로 가정하는 경우 평균수신기감도는 240 광자/비트이다.

3. 시뮬레이션

본 논문에서 고려한 광시스템에서 수신시스템의 m 값에 따른 에러 확률을 계산하기 위한 시스템의 블록도는 Fig. 1과 같다.

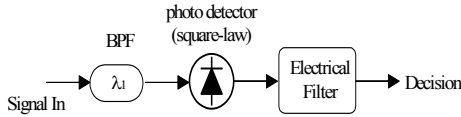


Fig. 1. Schematic diagram of optical system

광시스템에서 수신단의 직접검출법이나 인코히어런트 트수신기에 비해 높은 수신기감도를 갖게 되는데, 이것은 다음의 두 요소 즉, 수신기의 열잡음을 무시할 수 있을 정도로 큰 고출력 국부발진기로부터의 산탄잡음과 매우 높은 주파수 선택도를 갖는 필터에 의한 것이다. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 현재의 수많은 시스템들은 이론적인 검출 감도가 우수하지 못하고, 코히어런트 광원이 필요하지 않는 직접검출방식을 이용한다.

Table 1에는 Fig. 1의 광시스템에서 전송의 효율성 즉, 에러확률의 변화를 계산하기 위해 사용한 파라미터를 보이고 있다.

κ -자승법에 의한 광시스템의 감도는 식 (22)와 같이 주어진다.

$$\overline{N_p} = \frac{3732}{1 - \frac{15}{m}} \quad (22)$$

Table 1. The parameter for optical transmission.

| parameter | value |
|----------------------------|---------|
| Noise Capacitance(C_T) | 0.1pF |
| B_e/R_b | 0.5 |
| Gain (G) | $\gg 1$ |
| Noise Figure (n_{sp}) | 2 |

그리고 상대전력페널티는 다음의 식과 같이 주어진다.

$$\alpha = 0.2 + 4 \log \left(1 - \frac{34}{m} \right) \quad (23)$$

m 값이 증가하면 식 (23)에서 로그값이 0으로 수렴하기 때문에 α 는 0.2dB가 된다.

이러한 해석은 κ -자승해석법이 광시스템의 에러확률의 계산에 적합함을 보인다.

Fig. 2는 m 값의 변화에 대한 광시스템의 에러확률을 보이고 있다. m 값이 증가하게 되면 광시스템의 에러확률이 감소가 됨을 확인할 수 가 있다.

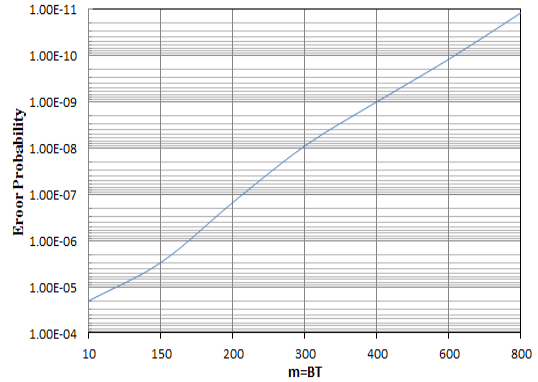


Fig. 2. Error probability evaluated at various m

Fig. 3은 전치증폭기 광시스템의 수신기의 앞단에 붙여 m 의 변화에 대한 감도의 변화를 나타낸 것이다.

이 경우는 Fig. 2에 비해 표준 에러 확률을 유지하기 위해 필요한 광전력이 보다 더 적어짐을 확인할 수 있는데 이는 전치증폭단이 잡음의 영향을 상쇄시키는 역할을 수행하기 때문으로 생각된다.

광시스템의 표준에러확률인 10^{-9} 에 대한 m 값을 이용하여 광시스템의 전송용량을 계산을 하면 식 (24)와 같이 쓸 수 있다.

$$T = \frac{B}{mM} \quad (24)$$

여기서 B 는 광시스템의 가용 대역폭이고 M 은 채널간격의 비를 나타낸다.

Fig. 3은 광시스템의 전송용량을 보이고 있다.

Fig. 3에서 보이는 것처럼 m 값의 변화에 따라 시스템의 전송용량이 변화하는 것을 확인할 수 있으며 광시스템의 표준에러확률인 10^{-9} 을 기준으로 계산하면 대략 300Gb/s가 된다.

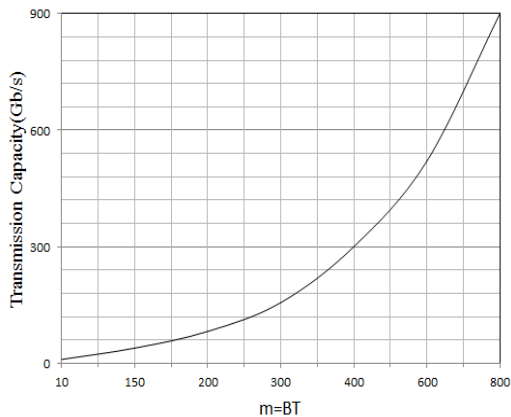


Fig. 3. Transmission capacity(Gb/s) evaluated at various m

4. 결론

본 논문에서는 광시스템에 존재하는 잡음들의 영향으로 변화하는 시스템의 에러확률을 정확한 해석법인 κ -자승해석법을 통하여 계산을 하였다. 광시스템의 특성상 표준에러확률을 유지하는 것은 매우 중요한데 다양한 m 값의 변화에 따라 시스템의 에러확률들의 변화를 계산하였으며 표준 에러확률을 유지하기 위해 m 을 증가시키면 광시스템의 수신감도가 증가됨을 확인할 수 있었으며 이는 m 값이 적은 경우보다 적은 출력의 광원을 사용하는 저전력시스템을 구성할 수 있음 확인하였다.

향후 본 논문에서 고려한 κ -자승법을 이용하여 광시스템을 해석하는 방법을 통해 보다 정확하게 광시스템을 설계할 수 있으리라 사료된다.

References

[1] T. Li and M.C. Teich, "Photon point process for travelling-wave laser amplifiers," *J. Quantum Elect.*, vol. 29, no. 9, pp. 2568-2578, 1993.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/3.247716>

[2] L. Nguyen, J. F. Young and B. Aazhang, "Photoelectric current distribution and bit error rate in optical communication systems using a superfluorescent fiber source," *J. Lightwave Technology*, vol.14, no. 6, pp. 1455-1466, 1996.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.511675>

[3] B. E. Saleh and M.C. Teich, *Fundamentals of Photonics*.

John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1002/0471213748>

[4] J. A. Arnaud, "Enhancement of optical receiver sensitivities by amplification of the carrier," *IEEE j. Quantum Electronics*, vol. 4, no. 11, pp. 893-895, 1968.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/JQE.1968.1074977>

[5] D. Marcuse, "Derivation of analytical expressions for the bit-error probability in lightwave systems with optical amplifiers," *J.Lightwave Technology*, vol. 8, no. 12, pp. 1816-1823, 1990.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.62876>

[6] J. A. Arnaud, "Enhancement of optical receiver sensitivities by amplification of the carrier," *IEEE j. Quantum Electronics*, vol. 4, no. 11, pp. 893-895, 1968.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/JQE.1968.1074977>

[7] H. A. Haus and J. A. Mullen, "Quantum noise in linear amplifiers," *Physical Review*, vol. 128, no. 5, pp. 2407-2412, 1962.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.128.2407>

[8] D. Marcuse, "Calculation of bit-error probability for a lightwave system with optical amplifiers and post-detection Gaussian noise," *J. Lightwave Technology*, vol. 9, no. 4, pp. 505-513, 1991.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.76665>

[9] T. Li and M.C. Teich, "Photon point process for travelling-wave laser amplifiers," *J. Quantum Elect.*, vol. 29, no. 9, pp. 2568-2578, 1993.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/3.247716>

[10] T. Li and M. C. Teich, "Bit-error rate for a lightwave communication system incorporating an erbium-doped fibre amplifier," *Electronics Letters*, vol. 27, no. 7, pp. 598-600, 1991.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/el:19910377>

[11] W. B. Davenport, Jr. and W. L. Root, *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. McGraw Hill, 1958.

[12] G. J. Pendock and D. D. Sampson, "Transmission performance of high bit-rate spectrumsliced WDM systems," *J. Lightwave Technology*, vol. 14, no. 10, pp. 2141-2148, 1996.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.541201>

[13] N. S. Bergano, "Wavelength-division-multiplexing in long-haul transmission systems," *J. Lightwave Technology*, vol. 14, no. 6, pp. 1299-1308, 1996.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.511662>

[14] Vivek Arya and I. Jacobs, "Capacity and power budget of spectrally-sliced WDM networks," in *Optical Fiber Communications Conference (OFC)*, OSA Technical

Digest Series, 1997.

- [15] Vivek Arya and I. Jacobs, "Application of optical preamplification to optimize the receiver sensitivity of spectrum-sliced WDM systems," IEEE/LEOS Annual Meeting 1996. paper WEE2, Boston, MA, November 18-21, 1996.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/LEOS.1996.571647>
- [16] Vivek Arya and I. Jacobs, "Optical preamplifier receiver for spectrum-sliced WDM," Journal of Lightwave Technology, vol. 15, no. 4, pp. 576-583, 1997.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/50.566678>
- [17] I. Jacobs, "Optimum integration time for the incoherent detection of noise-like communication signals," Spring U.R.S.I. Meeting, Apr. 30, 1962.

하 은 실(Eun-Sil Ha)

[정회원]



- 1987년 2월 : 경북대학교 전자공학과 (공학사)
- 1995년 2월 : 서강대학교 대학원 정보처리학과 (이학석사)
- 2005년 3월 : 성균관대학교 전기전자컴퓨터공학부 (공학박사)
- 2006년 9월 ~ 현재 : 남서울대학교 정보통신공학과 교수

<관심분야>

OFDM, 광시스템