

## 論文

## 주파수 영역 기반 쿼드로터 무인기 운동 모델 식별

정성구\*, 김성욱\*\*, 정연득\*\*, 김응태\*\*

## Dynamic Model Identification of Quadrotor UAV based on Frequency-Domain Approach

Sunggoo Jung\*, Sung-Yug Kim\*\*, Yeundeuk Jung\*\* and Eung-Tai Kim\*\*

## ABSTRACT

Quadrotor is widely used in variable application nowadays. Due to its inherent unstable characteristics, control system to augment the stability is essential for quadrotor operation. To design control system and verify its performance through simulation, accurate dynamic model is required. Quadrotor dynamic model is simply compared with conventional rotorcraft such as helicopter. However, the accurate dynamic model of quadrotor is not easy to develop because of the highly correlated aerodynamic effect of each rotor.

In this paper, quadrotor dynamic model is identified from the flight data using frequency domain approach. Flight test of quadrotor is performed in closed loop configuration with stability augmentation system included. Frequency sweep input is applied in each of lateral, longitudinal, yaw and heave axis separately. The bare dynamic model is identified from the flight data of quadrotor responses and thrust measurement through Pulse Width Modulation(PWM) data. The frequency responses of identified model match well with those of flight data, and time responses of identified model for doublet input in each axis are also shown to agree with flight data.

**Key Words** : Quadrotor (쿼드로터), Dynamic Model (운동모델), 변수 추정 (Parameter Estimation), System Identification (시스템 식별), Frequency Sweep (주파수 스위프)

## 1. 서 론

쿼드로터 무인기(이하 쿼드로터)는 축간 운동이 연동 되지 않고, 구조적으로 대칭인 4개의 회전 날개와 연결된 모터 추력의 조절만으로 병진 운동과, 회전 운동을 할 수 있는 무인 항공기이다. 수직 이착륙이 가능하고 비교적 저렴한 가격으로 제작이 가능한 장점 때문에 최근 전 세계적으로 쿼드로터에 대한 관심이 증가하고 있다.

이에 따라 쿼드로터는 연구목적 외에도 DJI(社), 3DR(社)의 전문 촬영용 쿼드로터, Parrot(社)의 개인용 장난감 쿼드로터 등 다양한 방면으로 개발되고 있다. 또 운송업체인 아마존이 쿼드로터를 이용한 무인 배달을 성공하여 화제가 된 바 있듯이 상업적 용도로도 개발이 활발히 이루어지고 있다.

쿼드로터는 기본적으로 불안정한 시스템으로서 안정된 비행을 위해 정확한 운동 모델로 구현된 제어기의 설계가 필요하다. 수학적 이론에 근거한 쿼드로터 운동 모델 개발 연구가 수행되어 왔으나[1],[2],[3] 일반적으로 쿼드로터의 제어기 설계를 위한 시뮬레이터에 사용되고 있는 운동 모델은 프로펠러 회전에 의해 생기는 공력 특성을 정확히 반영하기 어려워 가장 큰 영향을 미치는 추력 요소만 반영하고 있다.[4].

2015년 10월 1일 접수 ~ 2015년 11월 14일 심사완료  
게재 확정일(2015년 12월 10일)

\* 과학기술연합대학원대학교 항공우주시스템공학

\*\* 한국항공우주연구원 비행제어연구팀

연락처, E-mail : sgjung@ust.ac.kr

대전광역시 유성구 어은동 169-84

정확한 운동 모델을 추정하기 위해 비행시험에 따른 입출력 관계식을 이용한 운동모델 식별 방법을 사용할 수 있다.

이를 통해 복잡하게 연관된 공력 특성이 반영된 보다 정확한 쿼드러터의 운동 모델을 얻을 수 있다. Bergamasco and Lovera[5]와 Abas et al.[6] 등은 비행 시험 데이터를 시간영역에서 해석하여 쿼드러터 운동 모델을 추정하였고 Wei et al.[4]와 Imam and Bicker[7]은 비행 시험 데이터를 주파수 영역에서 해석하여 제어가 포함된 쿼드러터의 페루프 운동 모델을 추정하였다.

본 논문에서는 정지비행 조건에서의 주파수 스위프 비행시험을 통해 획득한 쿼드러터의 입출력 데이터를 주파수 영역에서 해석하여 운동 모델을 추정하는 방법을 사용한다. 추정된 운동 모델은 더블릿(doublet)입력에 의한 비행시험 데이터와의 비교를 통해 모델의 정확도를 검증한다. 쿼드러터의 불안정한 비행특성으로 인해 안정성 증대장치를 포함한 페루프 제어를 통해 비행시험을 수행하였으며, 모터 PWM의 측정을 통한 추력의 계산을 통해 조종입력이 아닌 조종면 변위에 대한 자세응답을 구함으로 제어기 모델이 포함되지 않은 순수한 쿼드러터의 선형 운동 모델을 추정하였다. 비행시험을 통해 획득한 입출력 데이터는 Comprehensive Identification from Frequency Responses (CIFER<sup>®</sup>) 상용 프로그램을 사용하여 운동 모델을 추정하였다.

## 2. 주파수영역 기반 운동모델 식별기법

쿼드러터 선형 모델을 얻기 위해 본 논문에서는 주파수 영역에서의 운동 모델 추정 기법을 사용한다. 주파수 영역에서 운동 모델을 추정할 경우 시간 영역에서 발생하는 바이어스와 잡음에 의한 오차문제를 해결할 수 있고 시간영역에서 추정하기 어려운 발산하는 시스템에 대하여도 식별이 가능하다는 장점이 있다[8].

시스템 입력과 출력간의 주파수 응답은 시스템 입출력 데이터의 푸리에 변환 값으로부터 계산된다. 시간 영역 데이터의 푸리에 변환을 위해서는 시스템의 입출력 데이터가 발산하지 않고 수렴하여야 하는 식(1)의 디리클레 조건(Dirichlet Condition)을 만족해야 한다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad \text{and} \quad \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)| dt < c \quad (1)$$

비행 시험을 통하여 획득한 입력과 출력에 대

한 측정치  $x_m, y_m$ 에 대한 주파수 응답함수는 식(2)으로부터 추정할 수 있다. 여기서  $\hat{G}_{xx}, \hat{G}_{yy}$ 는 각각 입력과 출력 데이터의 스펙트럼 밀도를,  $\hat{G}_{xy}$ 는 입출력 데이터의 크로스 스펙트럼 밀도를 의미한다.

$$\hat{H}(f) = \frac{\hat{G}_{x_m x_m}(f)}{\hat{G}_{x_m y_m}(f)} \quad (2)$$

주파수 영역에서 운동 모델을 식별하는 방법은 식별된 운동 모델의 주파수 응답이 비행데이터로부터 추정된 주파수 응답과 가장 잘 일치되는 최적의 모델 변수 값을 구하는 것이다. 본 연구에서는 쿼드러터 운동모델 식별을 위하여 CIFER<sup>®</sup> 소프트웨어를 사용하였다. CIFER<sup>®</sup>는 고정의 또는 회전익 비행체 모델링에 특화된 소프트웨어로서 주파수 영역에서 운동 모델을 식별하고, 이를 실제 비행데이터와 시간영역에서 비교하는 기능을 제공한다. CIFER<sup>®</sup>는 식(3)의 비용함수를 최소화하는 알고리즘을 기본으로 운동 모델을 추정한다.

$$J = \frac{20}{n_\omega} \sum_{\omega_1}^{\omega_n} W_\gamma [|\hat{T}_c| - |T|]^2 + W_p (\angle \hat{T}_c - \angle T)^2 \quad (3)$$

여기서  $T$ 는 시스템의 입출력에 대한 실제 전달함수 모델,  $\hat{T}_c$ 는 주파수 응답을 통해 추정된 전달함수를 각각 나타내며,  $\omega_1$ 과  $\omega_n$ 는 운동모델 식별에서 고려하는 최소 주파수와 최대 주파수를 각각 의미하고  $n_\omega$ 는 주파수의 개수이다.  $W_\gamma, W_p$ 는 각각 주파수 반응의 크기 및 위상에 대한 가중치를 나타낸다. 일반적으로  $W_\gamma$ 는 1.0,  $W_p$ 는 0.01745의 값을 갖으며,  $W_\gamma$ 는 각 주파수에 대한 가중치이다. 식(3)의 값이 100 이하일 때 추정된 모델을 신뢰할 수 있다.[9]

주파수 영역 기반에서 시스템의 운동 모델 추정을 위해 먼저 비행데이터로부터 coherence 값을 확인하는 것이 필요하다. Coherence는 식(4)와 같이 정의되며 관심 있는 주파수 영역에서 가진 입력 신호의 질적 성능과 입출력 간의 선형성에 대한 정도를 알려준다.

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{|\hat{G}_{xy}(f)|^2}{|\hat{G}_{xx}(f)| |\hat{G}_{yy}(f)|} \quad (4)$$

시스템이 완벽히 선형을 이루고 출력 데이터의 스펙트럼이 모두 입력 데이터의 스펙트럼에 의해서 이루어지면 coherence의 값은 1이 되며 일반적으로 그 값이 0.6 이상일 때 획득한 데이터가

타당성이 있다고 본다.[9]

운동 모델 추정 시 Cramer\_Rao Bound와 Insensitivity 값으로부터 추정된 매개변수의 정확도를 확인할 수 있다. Cramer\_Rao Bound는 매개변수  $\theta$ 를 추정함에 있어 기대되는 표준편차의 최소값을 의미한다. Insensitivity는 매개변수  $\theta$ 가 변할 때 모델의 비용함수가 변화하는 정도를 나타내며 이들의 연관성이 클수록 Insensitivity의 값이 작다. 여기서 Cramer\_Rao Bound와 Insensitivity는 hessian 행렬로부터 얻어지며 그 정의는 식(5)와 같다. 일반적으로 식(6)의 관계를 만족할 때 추정된 매개변수의 정확도가 인정된다.[9],[10]

$$CR_i = \sqrt{(H^{-1})_{ii}}, \quad I_i = 1/\sqrt{(H_{ii})} \quad (5)$$

$$20\% \geq \overline{CR_i} \geq 2\overline{I_i} \quad (6)$$

주파수 영역에서 운동 모델을 식별할 때 가할 수 있는 입력의 종류로는 doublet, 3-2-1-1입력, 주파수 스위프 등 다양한 방법이 있지만, 이 중 주파수 스위프 기법은 관심 있는 주파수 영역에서 고른 주파수 스펙트럼 분포를 나타낼 수 있기 때문에 주파수 영역기반 운동모델 식별에서 주로 사용된다. 제어시스템 설계를 위한 주파수 스위프 입력의 범위는 1~20 rad/s가 적당하나 본 논문에서는 불안정한 쿼드로터의 비행특성으로 인해 2Hz (12.6 rad/s)를 최대 가진 주파수로 하여 비행시험을 수행하였다.

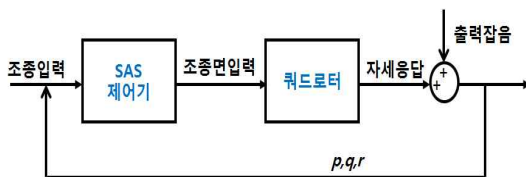


Fig 1. Quadrotor control system block diagram

쿼드로터는 불안정한 비행특성으로 인해 자세안정화 장치(Stability Augmentation System, SAS) 없이는 조종이 거의 불가능하다. 주파수 스위프에 의한 비행시험에 있어 식(1)을 만족하기 위해 그림 1과 같이 SAS 제어기를 장착한 피드백 시스템을 구성하였다. 여기서 피드백 시스템에 의해 출력단 잡음과 조종면 입력에 correlation이 생기고 이에 따라 운동 모델 추정에 있어 주파수 응답에 바이어스가 생긴다. 이러한 바이어스 오차는 다음과 같이 근사할 수 있다.[8]

$$\epsilon_b \cong \frac{-1}{S^2(\omega) + 1} \quad (7)$$

여기서  $S(\omega)$  는 아래와 같이 정의된다.

$$S^2(\omega) = \frac{G_{\delta_{lat}\delta_{lat}}}{G_{nn}} \quad (8)$$

$S(\omega)$ 의 역수를 신호와 잡음의 실효치 비( $\overline{\sigma_n}(\omega)$ )라 하며  $G_{nn}$ 은 noise의 스펙트럼을 의미하며,  $G_{\delta_{lat}\delta_{lat}}$ 은 횡축 입력의 스펙트럼을 의미한다. 피드백 잡음의 영향을 무시할 수 있도록 주파수 응답의 바이어스 오차가 10% 이하가 되기 위해서는  $S(\omega) > 3$  이어야 하고 실효치 비는 식(9)를 만족시켜야 한다.

$$\overline{\sigma_n}(\omega) \cong \frac{1}{S(\omega)} < 0.33 \quad (9)$$

### 3. 식별 대상 비행체

운동 모델 식별을 위해 그림 2의 한국항공우주연구원에서 제작한 쿼드로터 무인기를 시험기체로 선택하였다. 이 쿼드로터 무인기는 연구 목적으로 개발되어 센서의 추가나 제어기의 수정이 용이하다. 중심에 위치한 8각형의 알루미늄 판에 비행제어 컴퓨터(Flight Control Computer, FCC)와 임무장비 컴퓨터가 장착되어 있으며, 그 위로 자세 측정을 위한 관성 센서와 무선 통신을 위한 지그비(XBEE), 데이터 저장을 위한 데이터 저장 보드 등의 전자 장비들이 장착되어있다.



Fig 2. Koare Aerospace Research Institute (KARI) quadrotor UAV

중심에서 서로 수직인 4방향으로 갈라져 나오는 4개의 정사각형 알루미늄 관은 모터 암(arm)의 역할을 하며 2cm\*2cm\*18cm의 크기를 갖는다. 이 관의 바깥쪽 끝에 부착된 모터는 DYS BE2217-9 930KV 모터이며 관의 안쪽 끝에 부착된 전기식 속도 제어기(Electric Speed Controller, ESC)에 의해 동작한다. 모터에는 APC 10X4.5 프로펠러가 장착되어 있으며, 이를 통해 모터의 추력이 발생하여 쿼드로터의 자세를 제어한다. 3셀 Li-po 배터리를 포함한 쿼드로터의 총 무게는 1150g이다.

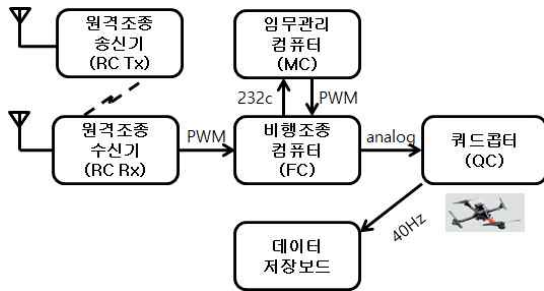


Fig 3. Quadrotor UAV interface

운동 모델 식별에 사용된 센서로는 멀티위 (MultiWii) 개발보드에 기본적으로 탑재된 관성 센서를 사용하였다. 이 보드에는 자이로스코프와 가속도센서가 통합된 MPU6050 센서가 있으며, 지자기 센서로는 HMC5883L을 탑재하고 있다. 모터 PWM을 비롯한 위의 센서 데이터들은 쿼드로터에 장착된 별도의 데이터 저장보드에 시리얼 통신을 통하여 40Hz의 속도로 기록된다. 쿼드로터의 자세 데이터를 처리하는 컴퓨터로는 멀티위 개발보드에 탑재된 Atmel社의 Atmega2560 마이크로 컨트롤러(Micro Controller Unit, MCU)를 사용하였다. 모든 비행 시험에 사용된 비행체의 조종은 하이텍(Hi-Tech®) Aurora9 2.4 GHz 송신기를 사용하여 외부 파일럿에 의해 수행되었으며, 후타바(Futaba®) FASST 2.4 GHz 수신기를 통해 조종사의 제어명령을 비행조종 컴퓨터에 전달한다. 프로펠러회전 진동에 의한 잡음의 영향을 제거하기 위해 센서 출력에 10Hz의 차단주파수를 갖는 저역통과필터를 설계하였다. 그림 3에 간략히 도식화된 비행체 내부 인터페이스를 나타내었다.

#### 4. 쿼드로터 운동 모델 식별

제어기가 포함되지 않은 순수한 쿼드로터 운동 모델을 식별하기 위해서는 조종입력(stick input)이 아닌 조종면 변위를 측정해야 한다. 쿼드로터의 경우 모터의 프로펠러 추력 변화가 조종면 변위에 해당된다. 비행 시험에서는 모터 추력 데이터를 직접 측정할 수 없으므로, 모터 명령 출력인 PWM 데이터를 측정하였으며, PWM과 모터 추력과의 관계식을 추출하는 시험을 수행하였다.

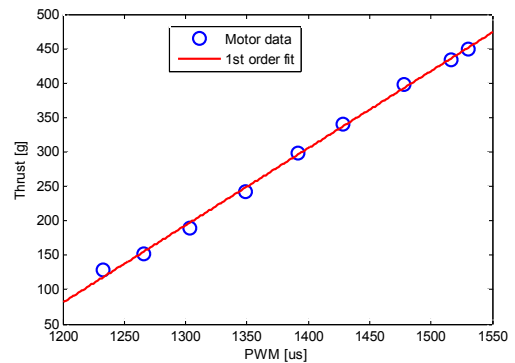


Fig 4. Motor thrust according to PWM input

그림 4에 PWM입력에 따라 모터 하나에 대해 발생하는 추력을 나타내었다. 4개의 모터 각각에 대해 PWM입력에 따른 추력의 관계식을 측정하였다.

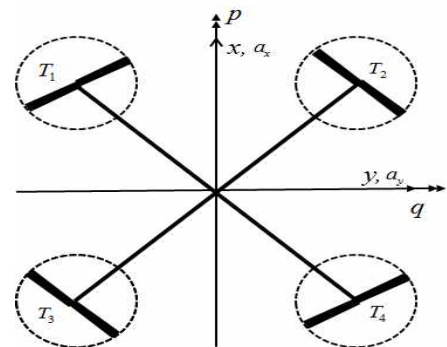


Fig 5. Quadrotor reference axis definition

그림 5에 따라 식(10)~(13)의 관계식을 사용하여 모터 각각의 추력을 lateral, longitudinal, yaw, heave축에 대한 입력으로 변환하였다.

$T_1, T_2, T_3, T_4$ 는 모터 각각의 추력을 의미한다.

$$\delta_{lat} = T_1 - T_2 + T_3 - T_4 \quad (10)$$

$$\delta_{lon} = T_1 + T_2 - T_3 - T_4 \quad (11)$$

$$\delta_{yaw} = -T_1 + T_2 + T_3 - T_4 \quad (12)$$

$$\delta_{heave} = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \quad (13)$$

측정데이터의 실효치 비를 추정하기 위하여 그림 6에 롤 각속도에 대한 파워 스펙트럼 밀도 (Power Spectral Density, PSD)를 나타내었다.

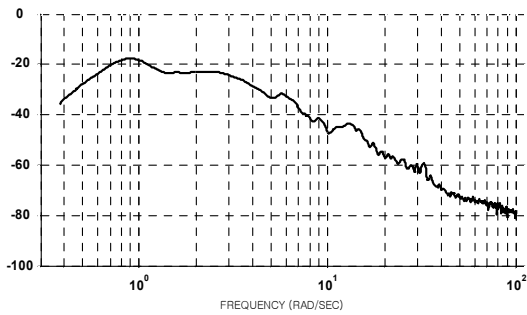


Fig 6. Roll-rate power spectral density

고 주파수 영역에서는 주파수가 커질수록 파워 스펙트럼 밀도가 작아지는 것을 확인할 수 있다. 입력에 대한 응답신호 구간인 0.4~10 rad/s사이의 PSD곡선의 적분 값과 잡음의 구간인 10~100 rad/s사이의 PSD곡선의 적분 값으로 식(9)을 계산한 신호와 잡음의 실효치 비를 표 1에 나타내었다. 비행데이터의 실효치 비가 식(9)의 기준을 모두 만족하는 것을 확인할 수 있다.

Table 1. Signal to noise ratio

signal	$\sigma_n(\omega)$
$p$	0.0859
$q$	0.1054
$r$	0.0752
$a_z$	0.0631

표 2에 coherence에 따른 주파수 응답 영역을 나타내었다. 축마다 별도로 가진한 모두 다른 주파수 스위프 입력에 대해 coherence가 0.5 이상인 영역을 나타내고 데이터에 이 기준을 넘는 영역이 없을 경우 'none'으로 표시하였다. 한 축의 입력에 대해 그 축과 관계없는(off-axis) 축의 응답은 모두 'none'으로 그 값이 매우 낮음을 확인

할 수 있다. 즉 쿼드콥터의 모든 축이 서로 연관되어 있지 않음을 알 수 있다.

항공기의 중축에 대한 운동 방정식은 식 (14), (15)와 같이 유차원 미계수로 이루어진 선형 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -W_0 q + V_0 r - (g \cos \Theta_0) \theta + X_u u + X_v v \\ & + X_w w + X_p p + X_q q + X_r r + X_{\delta_{lon}} \delta_{lon} \\ & + X_{\delta_{lat}} \delta_{lat} + X_{\delta_{yaw}} \delta_{yaw} + X_{\delta_{heave}} \delta_{heave} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} = & M_u u + M_v v + M_w w + M_p p + M_q q + M_r r \\ & + M_{\delta_{lon}} \delta_{lon} + M_{\delta_{lat}} \delta_{lat} + M_{\delta_{yaw}} \delta_{yaw} + M_{\delta_{heave}} \delta_{heave} \end{aligned} \quad (15)$$

호버 조건에서  $W_0, V_0, \theta_0$ 는 모두 0이므로, lateral 입력에 대한  $u$ 와  $q$ 의 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{u}{\delta_{lat}}(s) = \frac{1}{(s - X_u)} \left\{ \begin{aligned} & X_{\delta_{lat}} + \left[ X_v \frac{v}{\delta_{lat}} \right] + \left[ X_w \frac{w}{\delta_{lat}} \right] \\ & + \left[ X_p \frac{p}{\delta_{lat}} \right] + \left[ X_q \frac{q}{\delta_{lat}} \right] + \left[ X_r \frac{r}{\delta_{lat}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\frac{q}{\delta_{lat}}(s) = \frac{1}{(s - M_q)} \left\{ \begin{aligned} & M_{\delta_{lat}} + \left[ M_u \frac{u}{\delta_{lat}} \right] + \left[ M_v \frac{v}{\delta_{lat}} \right] \\ & + \left[ M_w \frac{w}{\delta_{lat}} \right] + \left[ M_p \frac{p}{\delta_{lat}} \right] + \left[ M_r \frac{r}{\delta_{lat}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

표 2로부터 식 (16), (17)의  $\frac{u}{\delta_{lat}}(s), \frac{q}{\delta_{lat}}(s)$ 은 0이므로 식 (16), (17)의 우변 또한 0이 되어야 하고, 표 2에서  $\frac{v}{\delta_{lat}}(s), \frac{p}{\delta_{lat}}(s)$ 은 무시할 수 있을 정도로 작은 값이 아니므로 다음 조건이 만족되어야 한다.

$$\begin{aligned} X_v & \approx 0, M_v \approx 0, \\ X_p & \approx 0, M_p \approx 0, \\ X_{\delta_{lat}} & \approx 0, M_{\delta_{lat}} \approx 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Table 2. Frequency response range within the acceptable coherence (unit: rad/s)

Measurement (output)	Control (input)			
	$\delta_{lat}$	$\delta_{lon}$	$\delta_{yaw}$	$\delta_{heave}$
$\dot{u}$	none	0.55 - 3.3	none	none
$\dot{v}$	0.43 - 2.0	none	none	none
$\dot{w}$	none	none	none	0.44 - 10.0
$p$	0.3 - 10.0	none	none	none
$q$	none	0.3 - 10.0	none	none
$r$	none	none	0.85 - 18.0	none
$a_x$	none	0.5 - 1.0	none	none
$a_y$	0.49 - 1.15	none	none	none
$a_z$	none	none	none	0.44 - 10.0

따라서 식 (14), (15)는 다음과 같이 간소화 할 수 있다.

$$\dot{u} = X_u u + X_q q - 32.17\theta + X_{\delta_{lon}} \delta_{lon} \quad (19)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_q q + M_{\delta_{lon}} \delta_{lon} \quad (20)$$

이로부터, 식(21)과 같은 종방향 운동의 상태공간 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_u & X_q & -32.17 \\ M_u & M_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ q \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{\delta_{lon}} \\ M_{\delta_{lon}} \\ 0 \end{pmatrix} \delta_{lon} \quad (21)$$

위와 동일한 과정을 거쳐 얻은 횡측, 요측과 히브 축에 대한 상태공간 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_v & Y_p & 32.17 \\ L_v & L_p & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ p \\ \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_{\delta_{lat}} \\ L_{\delta_{lat}} \\ 0 \end{pmatrix} \delta_{lat} \quad (22)$$

$$\dot{r} = N_r r + N_{\delta_{yaw}} \delta_{yaw} \quad (23)$$

$$\dot{w} = Z_w w + Z_{\delta_{heave}} \delta_{heave} \quad (24)$$

운동 모델 식별에 사용한 비행데이터는 잡음과 확률적 오차의 영향을 줄이기 위하여 각 축에 대하여 4 번의 비행시험을 통해 얻은 데이터를 한꺼번에 처리 하였다. CIFER<sup>®</sup> 는 여러 개의 비행 시험 데이터를 하나로 엮는 기능을 제공한다.

### 5. 식별 결과 및 검증

각 축에 대한 상태공간 방정식으로부터 CIFER<sup>®</sup>를 통해 얻은 주파수 영역에서의 추정 결과를 그림 (7)~(10)에 나타내었다.

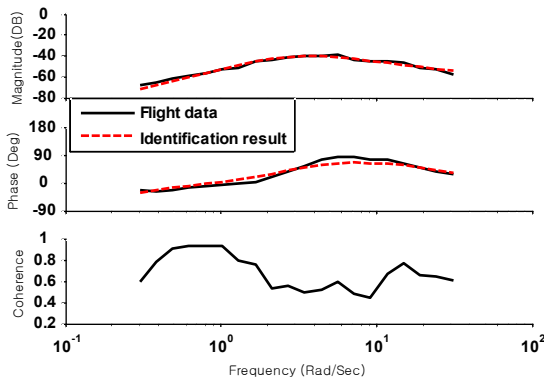


Fig 7. Roll-rate frequency response to lateral input

이 그림들에서 실선은 비행데이터의 주파수 반응, 점선은 식별된 모델의 주파수 반응을 나타낸다. 4축 모두 관심 있는 영역인 1~10 rad/s 사이의 구간에서 주파수 응답의 식별 결과가 잘 일치함을 확인할 수 있다.

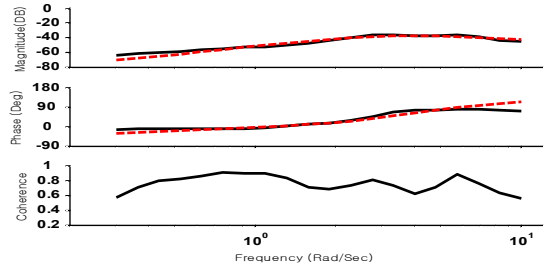


Fig 8. Pitch-rate frequency response to longitudinal input

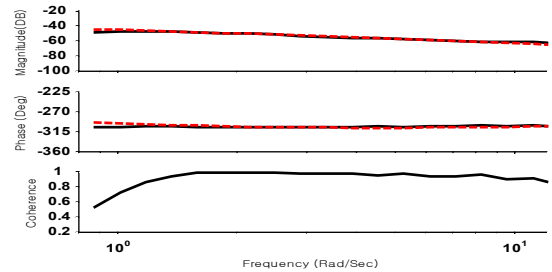


Fig 9. yaw-rate frequency response to yaw input

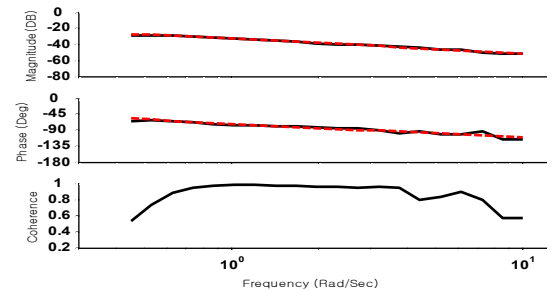


Fig.10 w-velocity frequency response to heave input

표 3에 주파수 영역에서 식별된 변수의 결과 값을 나타내었다. 여기서  $\tau$ 는 각 축 입력신호에 대한 시간 지연이다.  $X_q, Y_p$  등 과 같이 0의 값을 갖는 변수는 식 (6)의 기준을 넘는 Insensitivity의 값을 갖기 때문에 모델 추정과정에서 제거된 변수들이다. 식별된 변수값을 적용한 상태방정식에서 계산된 주요 전달함수를 식(25)~(28)과 같다.

종방향 및 횡방향 운동에 대한 고유치(Eigenvalue)를 보면 각각 댐핑이 -0.59, -0.78로 매우 큰 음수 값을 가진다. 이는 비행시험에 사용된 퀴드로터 운동 모델이 다른 퀴드로터에 비해 더욱 불안정한 특성을 가지고 있음을 나타낸다. 비행시험 중에 SAS를 사용하였음에도 불구하고 퀴드로터가 원하는 기동을 하도록 조종하기가 어려웠는데, 이는 설계된 SAS가 매우 불안정한 항우연 퀴드로터의 종방향 및 횡방향 운동특성을 올바르게 반영하지 못하여 SAS가 최적의 성능을 내지 않았기 때문으로 판단된다. 기본적으로 퀴드로터는 종축과 횡축이 대칭인 특성을 갖고 있으나 식별 결과에서는 두 축의 댐핑 크기가 차이가 나는데, 이는 퀴드로터의 전력공급을 위해 장착된 축전지가 종축으로 길게 장착되어 있기 때문에 관성 모멘트의 변화로 인해 나타나는 차이로 추정된다.

Table 3. Parameter identification result

	Value	CR%	Insens.%
$X_u$	-0.1074	31.20	15.29
$X_q$	0	-----	-----
$Y_v$	-2.0062	19.77	0.8139
$Y_p$	0	-----	-----
$Z_w$	-0.3346	18.59	8.410
$Z_v$	-0.75329	9.275	0.7126
$L_p$	3.0884	14.45	4.744
$M_u$	0.7858	6.167	1.470
$M_q$	0	-----	-----
$N_r$	-0.6709	12.53	5.365
$X_{\delta_{lon}}$	0	-----	-----
$Y_{\delta_{lat}}$	-0.14209	19.68	0.8487
$Z_{\delta_{heave}}$	0.02579	4.213	2.002
$L_{\delta_{lat}}$	-0.059335	8.325	0.6449
$M_{\delta_{lon}}$	-0.06245	5.410	1.283
$N_{\delta_{yaw}}$	-0.006715	3.056	1.425
$\tau_{lon}$	0	-----	-----
$\tau_{lat}$	0.03182	17.33	7.851
$\tau_{yaw}$	0	-----	-----
$\tau_{heave}$	0.03906	32.86	15.59

$$\frac{p}{\delta_{lat}}(s) = \frac{-0.059335s(s+0.2023)e^{-0.03182s}}{(s+3.207)(s^2-4.289s+7.557)} \quad (25)$$

$$\frac{q}{\delta_{lon}}(s) = \frac{-0.06245s(s+0.1074)}{(s+2.971)(s^2-2.864s+8.508)} \quad (26)$$

$$\frac{r}{\delta_{yaw}}(s) = \frac{-0.006715}{(s+0.6709)} \quad (27)$$

$$\frac{w}{\delta_{heave}}(s) = \frac{0.02579e^{-0.03906s}}{(s+0.3346)} \quad (28)$$

식별된 운동 모델의 검증을 위하여 그림 11에 운동 모델 식별에 사용되지 않은 비행데이터인 더블릿 입력에 대해 시간 영역에서 비교한 비행데이터와 식별된 모델의 결과를 나타내었다. 비행시험에 사용된 퀴드로터의 종방향 및 횡방향의 운동특성이 매우 불안정하기 때문에 비행시험에서 측정된 조종입력이 SAS제어기 출력임에도 불구하고 이를 식별된 운동 모델에 입력하면 발산하려는 경향이 나타나게 된다. 이 점을 감안하면 두 결과가 잘 일치 되었다고 판단된다. 모델리 안정한 운동특성을 가지는 히브축 방향의 경우 식별모델 데이터와 비행데이터가 매우 잘 일치하며, 요 각속도의 경우 바이어스 오차가 시간에 따라 점점 증가하는 데, 이는 식(12)에서 요축 명령이 실질적으로는 토크의 함수로 표현되어야 함에도 불구하고 토크 측정의 어려움으로 인해 추력의 함수로 계산하였기 때문으로 판단된다.

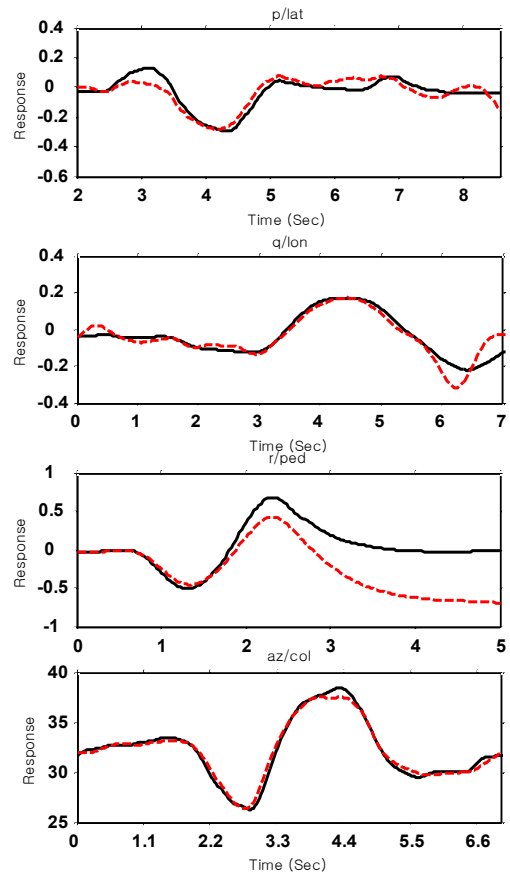


Fig 11. Time-domain verification result

## 6. 결 론

본 논문에서는 제어기가 포함되지 않은 순수한 쿼드로터 무인기의 운동 모델을 주파수 영역에서 추정하는 방법에 대하여 다루었다. 불안정한 쿼드로터의 비행특성으로 인해 SAS의 추가가 필요했고 이에 따라 순수한 쿼드로터의 모델을 얻기 위해 PWM 값에 따른 모터 추력측정을 통해 모터 추력에 대한 쿼드로터 응답을 구하였다. 관심 주파수 영역에서 비행데이터의 주파수 반응과 운동 모델의 주파수 반응을 일치시키는 식별 기법을 적용한 결과 시험 대상 쿼드로터의 히브측과 요측 방향 운동은 안정한 특성을 보이지만, 종방향과 횡방향은 매우 불안정한 특성을 가지고 있음을 확인하였다. 주파수 스윙 비행 시험 데이터의 입출력 결과만으로도 정확한 운동 모델의 추정이 가능하였으며, 시간영역에서 검증 결과 추정된 운동 모델이 신뢰도를 가짐을 확인할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] T. Sudiyanto, Muljowidodo and A. Budiyo, "First Principle Approach to Modeling of Primitive Quad Rotor," *International Journal of Aeronautical & Space Science*, Vol. 10, No.2, November, 2009.
- [2] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, "Dynamic Modelling and Configuration Stabilization for an X4-Flyer," in *Proc. 15th IFAC World Congr., Barcelona*, Spain, 2002. pp.846.
- [3] A. Chovancova, T. Fico, L. Chovanec, P. Hubinsky, "Mathematical Modelling and Parameter Identification of Quadrotor," *Procedia Engineering*, Vol. 96, Dec. 2014, pp.172~181
- [4] W. Wei, M. B. Tischler, N. Schwartz, K. Cohen, "Frequency-Domain System Identification and Simulation of a Quadrotor Controller," *AIAA SciTech*, Jan. 2014
- [5] M. Bergamasco, M. Lovera, "Identification of Linear Models for the Dynamics of a Hovering Quadrotor," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 22, No.5, Sep. 2014, pp.1696~1707.
- [6] N. Abas, A. Legowo, R. Akmeliawati, "Parameter Identification of an Autonomous Quadrotor", *International Conference on Mechatronics*, May. 2011
- [7] A. Imam, R. Bicker, "Quadrotor Comprehensive Identification from Frequency Responses", *International Journal of Scientific & Engineering Research*, Vol. 5, Feb. 2014, pp. 1438~1447
- [8] J. S. Bendat, A. G. Piersol, "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis 2nd Edition", *Wiley Interscience*, 1993.
- [9] M. B. Tischler, R. K. Remple, "Aircraft and Rotorcraft System Identification-Engineering Methods with Flight Test Examples 2nd Edition", *AIAA Education Series*, 2012.
- [10] R. E. Maine, K. W. Iliff, "Identification of Dynamic Systems Theory and Formulation", *NASA Reference Publication 1138*, Feb. 1985
- [11] P. M. Woodrow, M. B. Tischler, S. G. Hagerott, G. E. Mendoza, "Low Cost Flight Test Platform to Demonstrate Flight Dynamics Concepts using Frequency-Domain System Identification Methods," *Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 2013.
- [12] M. B. Tischler, "Frequency-Response Identification of XV-15 Tilt-Rotor Aircraft Dynamics", *NASA Technical Memorandum 89428, USAAVSCOM Technical Memorandum 87-A-2*, May. 1987.