

A Study on Korean Early Childhood Mathematics History

우리나라 유아수학교육사 연구

KYE Young Hee* 계영희 HA Yeon Hee 하연희

In this paper, we explore about Korean early childhood mathematics education history. Actually, mathematics education history is mathematics education curriculum's history. Korean education curriculum has been influenced by the US and European prominent educators: Montessori, Piaget, Bruno, and Dewey, etc. We investigate how those philosophy and thoughts were adopted in Korean early childhood mathematics education curriculums from 1st to 2015 amended curriculum. Also, we can see that NCTM's content standards and Korean Nuri curriculum are the same in the basic concepts: number and operations, space and shapes, measurement, understanding of patterns and data collection.

Keywords: Early Childhood Education, Early Childhood Education Curriculum, Early Childhood Mathematics Education, Early Childhood Mathematics Education Curriculum, Nuri Curriculum; 유아교육, 유아교육과정, 유아수학교육, 유아수학 교육과정, 누리과정.

MSC: 97D20 ZDM: A31

1 서론

1983년 미국 교육진흥위원회가 작성한 <미국의 위기, 교육개혁의 필요성>은 1957년 세계 최초로 발사된 소련(구 러시아)의 인공위성 스푸트니크(Sputnik)만큼 미국 교육계에 큰 파장을 일으켰다. 이 보고서에 의하면 생활과학, 수학, 과학 및 기술교육은 21세기의 중요한 교육내용으로 강력하게 추진되어 1989년 NCTM [30]에게 영향을 미치었다 [26]. 그 결과 1991년 NCTM은 NAEYC(National Association for the Education of Young Children)의 승인을 받아 3세부터 8세까지 유아수학교육의 개선지침을 마련하여 유아발

*Corresponding Author.

KYE Young Hee: Early Childhood Edu., Kosin Univ. E-mail: ykkye@kosin.ac.kr

HA Yeon Hee: Early Childhood Edu., Kosin Univ. E-mail: fresh-525@hanmail.net

Received on Nov. 15, 2015, revised on Dec. 8, 2015, accepted on Dec. 17, 2015.

달에 적합한 체계적이고 적극적인 지도의 필요성과 함께 수와 기하를 강조하였다. 또 2000년에는 ‘학교수학의 원리와 기준’으로 내용기준(Content Standards)과 과정기준(Process Standards)을 각각 5개씩 제시하였다: 내용기준은 수와 연산, 대수, 기하, 측정, 자료 분석과 확률이고, 과정기준은 문제해결, 추론과 증명, 소통, 연결, 표현이다 [31].

우리나라는 지속적으로 이를 반영하여 왔다. 2013년 공포된 영유아를 위한 누리과정의 수학적 탐구하기는 하위영역 5개를 수와 연산, 공간과 도형, 측정, 규칙성 이해 그리고 자료수집으로 구성하였다. 대수는 규칙성 이해, 기하는 공간과 도형, 자료 분석과 확률은 자료수집으로 미국의 내용기준과 우리의 누리과정의 기본개념은 동일한 것임을 알 수 있다. 또한 유아들도 직관적인 수준이나마 자신의 경험으로 추론할 수 있음이 밝혀짐 [2]에 따라 현재 예비유아교사를 위한 대학의 유아수학교육에서는 문제해결력 지도법과 발문을 통한 추론과 소통, 연결, 표현 등이 강조되고 있다 [19].

유아교육은 활동영역을 일반적으로 5가지로 분류하는데 그 근거는 철학자 피터스(R. S. Peters, 1919-2011)의 견해에 기인한다. 피터스 [32]는『윤리와 교육(Ethics and education)』에서 지식에는 독특한 영역의 형식이 있으며 독특한 앎을 정당화하는 각기 다른 방법이 있다고 피력했다. 즉 인간들이 경험하는 영역들은 서로 다른 탐구방법과 개념, 판단의 기준을 가지고 있다는 것이다. 저마다의 개념 구조와 더 이상 다른 것으로 환원시킬 수 없는 진리 검증기준을 가지고 있으므로 지식의 형식은 삶의 모든 영역을 설명하는데 큰 공헌을 하는 중요한 인지적 내용인 것이다. 그는 지식의 형식(form of knowledge)을 ‘형식논리학과 수학, 자연과학, 자기와 타인의 감정 이해, 도덕적 판단, 심미적 경험, 종교적 주장, 철학적 주장’ 등으로 제시하였다. 이를 유아교육과정에 적용하였을 때 ‘수영역과 인지영역, 탐구역, 정서영역, 사회영역, 표현영역’으로 범주화되었고, 종교적 주장과 철학적 주장은 제외되었다.

유아교육과정의 핵심은 ‘유아들에게 무엇을 가르칠 것인가’인데, 그 변화는 유아와 부모의 요구, 또는 사회와 국가의 요구에 의해 변화된다. 2013년 3월, 우리나라 유아교육의 ‘내용’과 ‘질’을 결정하는 중요한 토대인 교육과정, 누리과정이 공포되었다. 만3~5세 유아의 심신의 건강과 조화로운 발달을 도와 민주시민의 기초를 형성하는 것을 목적으로, ‘수학적 탐구하기’는 유아가 일상생활에서 접하는 문제를 수학적 사고와 추론에 의해 논리적으로 해결하는 능력을 기르는 데 중점을 두었다. 유아기는 수학적 능력의 토대를 구축하는 시기이므로, 유아가 생활 속에서 다양한 수학적 경험을 하도록 누리과정에서는 유아가 놀이, 게임, 생활 속의 문제해결과 같은 구체적 경험을 통해 수량관계, 공간과 도형, 측정, 규칙성, 자료수집과 정리 등에 관한 기초 지식을 구성하고 논리적·수학적으로 사고하는 능력을 기르도록 하고 있다 [28].

1945년 일제강점기에서 해방된 이후 2013년 누리과정이 공포되기까지 우리나라 교육은

미국의 교육사상과 교육철학에 크게 영향을 받아왔으며 정권이 바뀔 때마다 교육과정이 개편되었고, 그 때마다 유아교육과정도 변하였다. 유아교육은 설명적 이론과 실천적 이론의 성질을 동시에 갖고 있는 종합과학 [27]이므로 누리과정이 유아들에게 무엇을 가르칠 것인가를 제시하는 교수할 내용과 기준이라면, 유아교육전문가들에 의한 논문과 석·박사 학위논문은 과학적 지식을 제공하는 설명적 이론이다.

이영주 [26]는 1945년부터 1995년까지 학회지에 게재된 182편의 유아수학교육 관련 논문의 경향을 분석하여 연구 분야를 범주화하였다. 이 외에도 유아수학교육의 연구 경향을 분석한 논문들은 대략 6~15개로 범주화하였다 [22, 20]. 이를 종합하여 이효정, 노희연, 김성숙 [21]은 1996년부터 2006년까지 6종의 학회지에 실린 125편의 논문을 분석한 후, '수학교육의 철학 및 역사, 교육과정 및 프로그램, 교수학습방법, 교사교육과 전문성, 자녀교육과 자녀양육, 교육평가, 교구 및 환경' 등 7개의 범주로 분류하였다. '철학 및 역사' 범주에는 유아수학교육의 기초가 되는 사상이나 가치관, 수학교육 이론의 철학적 기초, 그리고 수학교육의 역사적 변천 등에 관한 연구가 포함된다.

이송희 [33]는 1996년부터 2013년까지 학위논문을 포함하여 430여 편의 유아수학교육 논문을 분석한 결과, 유아수학교육에서는 교수학습방법이 가장 많은 비중을 차지하고 있으며, 유아수학교육의 내용 중에는 수와 연산, 기하의 내용이 편중되어 있고, 측정, 대수, 자료 분석과 확률에 대한 연구가 부족하고, 수학적 소양, 문제해결력에 중점을 둔 연구들이 좀 더 이루어져야 함을 지적하고 있다. 주제별 분석에서는 교수학습방법에 관한 연구가 300편으로 가장 높은 비중인 반면에 유아수학교육의 철학 및 역사에 관하여는 1편이라고 보고하고 있다. 또한 김지영 [10]은 1981년부터 2005년까지 6종의 학회지에서 특히 수학평가도구를 사용한 논문 150편을 분석하였고, 이미에 [25]는 1945년부터 2003년까지 우리나라 유치원 교육과정이 개정되는 시기에 따라 유아수학교육에 관한 논문의 경향을 분석하였는데 그가 명명한 '유아수학교육의 사상사 및 교육사'는 이송희 [33]의 '유아수학교육의 철학 및 역사'와 같은 맥락으로 통계치는 Table 1과 같다. 이처럼 유아수학교육 관련 논문은 교수법과 교육내용에 관한 것이 대부분이며, 유아수학교육 분야에서 교육학자들의 사상과 교육관, 철학적 의미 등이 어떻게 유아수학교육에 구체적으로 제시되고 프로그램이 개발되었는지에 대한 연구는 거의 없는 실정이다.

프뢰벨 이전의 유아교육학자들은 대개 고아나 도시노동자들의 자녀를 보육하기 위한 기관을 설립하였고, 그 이후에 유치원 교육체제로 나아갔다. 따라서 유아교육에서는 프뢰벨 이전과 이후의 시기로 분류하는데 이는 현대적 의미에서 최초로 유치원을 설립한 학자가 프뢰벨이기 때문이다. 이에 본 논문은 프뢰벨 이후의 유아교육학자들의 사상과 철학, 유아수학교육의 목표와 교육관을 탐색하고, 우리나라 유아수학의 교육과정이 어떻게 변화되었으며 교육과정이 개편될 때마다 유아수학교육에 관한 유아교육전문가들의 논문의

교육과정 개편시기	교육과정이 시행된 기간	<유아수학교육> 논문의 수(비율)	<유아수학교육의 사상사 및 교육사 논문의 수>
1차	1945-1978	7(3.2%)	2
2차	1979-1981	11(5%)	2
3차	1982-1986	68(31.1%)	2
4차	1987-1991	55(25.1%)	4
5차	1992-1995	42(19.2%)	2
6차	1996-2004	36(16.4%)	0
		합 219	합 12

Table 1. Research papers on history of ideas and education about Korean early childhood mathematics education; 유아수학교육의 사상사 및 교육사에 관한 논문(1945-2004), 출처: 이미애 [25]

경향은 어떻게 변화하였는지를 탐색하고자 한다.

2 본론

2.1 수의 기원

수는 사실 사물의 일부도 아니고 사물의 어떤 특징도 아니다. 물리적 성질과 상관없는 기호인 동시에 추상적인 개념일 뿐이다. 물건을 샀을 때 영수증에 찍힌 물건의 가격은 실체가 아닌 추상의 세계이며, 은행에 가서 저금했을 때 통장에 찍힌 숫자는 인간의 머릿속에 존재하는 관념의 세계이자 사회공동체의 약속인 것이다. 즉 ‘수’는 인간이 추상이라는 능력을 통해서 얻은 관념인 것이다 [13].

인류의 수학능력의 발달은 현재 갓 태어나서 성장하는 유아의 발달경로와 유사하다. 수 개념은 호모 사피엔스가 지구상에 처음 출현하여 수렵과 채취를 하며 생존하기 위해서 자연스레 발생한 것이었다. 인류는 생존에 필요한 먹거리를 보관하기 위해, 또 가족을 부양하기 위해서 수사를 모르면서도 1대 1 대응방식을 통해 셈을 한 것으로 추정한다. 처음에는 손쉽게 땅에서 얻을 수 있는 돌멩이를 부대에 넣어가지고 다녔고, 그 후 소떼나 양떼를 몰고 풀밭을 찾아다닐 때 동물 한 마리를 눈금 하나로 표시했던 tally를 사용하다가 불편함을 느껴 관리하기 편리한 동물의 뼈에다 눈금을 그어 사용하였고, 사회공동체를 이루면서 편리함을 추구할 결과 대체수단이란 추상개념이 생긴 것이다 [19].

2.2 19세기 이전 유아수학교육의 역사

학문의 출발이 되는 시기인 고대 그리스의 유아수학교육은 상류층 자제들에게만 이루어졌다. 귀족들의 어린이들은 노예가 주판과 악기, 파피루스와 필기구를 들고 동행하면서

체육학원, 음악학원에 데려다 주었으며, 방학도 없이 읽기, 쓰기, 셈하기를 주로 하였고 셈하기는 헤로디아노스 식과 알파벳 식의 숫자를 사용하여 주판을 사용했다고 전해진다 [18, 14].

로마시대에는 주산판 애버커스(abucus)로 곱셈, 나눗셈을 하려면 너무 어려워져서 상인들은 전문적인 계산사를 채용할 정도였으므로 어린이들에게 산술을 교육하는 것은 불가능했고, 일반인들도 구구단표를 알지 못하고 오직 손가락셈으로 했다고 하니 유럽의 중세사회에서 유아들의 셈하기란 매우 간단한 손가락셈이었을 것이다. 12세기 경 시민사회가 형성되면서 어린이들도 읽기, 쓰기와 더불어 셈하기가 교육되면서 합리적인 교육이 이루어지기 시작했고, 16세기가 되었을 때 비로소 유아교육에 근대적 사상이 붙었다. 곧 교리문답이 우선시 되었던 종교교육으로부터 자유로워지고, 실생활에 필요한 교육, 특히 수학교육은 간단한 연산들이 인도-아라비아식 셈법으로 교육되었다 [17, 18].

2.3 19세기 이후 유아수학교육의 역사

프뢰벨: 유아수학교육의 효시

산업혁명의 선두주자 영국이 처음으로 유아학교(Infant School)를 세운 것은 1820~30년경이었다. 산업혁명의 여파로 영국 도시로 노동자들이 몰려들기 시작하자 그들의 자녀 돌봄과 교육이라는 새로운 문제가 대두되었다. 이러한 시대적 배경아래 유아학교는 수세기와 수연산을 강조하였으며, 기초적인 수학의 특성을 탐색하고 발견할 수 있는 놀이형태의 수학적 학습의 가능성을 강조하였다. 그러나 서서히 유아학교는 쇠퇴되었고, 유아기의 신체발달과 정서발달이 인지발달보다 우선시되고 중심이 되어야 한다는 교육관이 확산되면서 유아수학교육에서 산수적 연산에 대한 관심이 감소되어갔다 [1, 4].

예나(Jena)대학에서 자연과학과 수학을 전공한 프뢰벨(Froebel, 1782-1852)은 페스탈로치의 영향을 받았으며, 유아의 수학적 사고능력과 흥미를 기초로 한 구체적인 교수 프로그램을 최초로 제시한 선구자로 ‘유아수학교육의 효시’로 불린다. 그는 인간의 내면세계는 신과 동일하게 창조되었고, 일하고, 표현하는 힘이 내재되어 있으므로 유아는 자연스럽게 놀이상황을 관찰한 후에 주변세계를 이해할 뿐만 아니라, 탐색하기 위해서 수학적 사고를 하고, 수학적 상황에 적용하고 또 그 상황에 대한 적용을 즐기고 있다고 주장하였다. 그는 신성을 발휘시키는 것이 교육의 힘이라고 피력하였다. 프뢰벨은 “수학이 없는 인간 교육은 완전한 것이 아니며, 인간의 정신과 수학의 관계는 인간의 마음과 종교처럼 나누어질 수 없는 것이다”라고 주장할 정도로 인간세계에서 수학의 중요성을 강조하고 있다 [8].

프뢰벨은 유아의 선천적 능력, 즉 개인의 잠재력을 계발시키려고 잠재력을 개화하는 매개체로 ‘가베(Gabe)’를 만들었는데 일본에 상륙하여 은물(신이 내린 선물이란 뜻)이란 용어로 바뀌어 우리나라에 소개되었다. 프뢰벨은 유아들에게 점, 선, 2차원, 3차원의 은물을

활용하여 기하, 수, 측정, 분류, 분수, 패턴, 대칭 등을 탐색하는 활동을 제공하는 데 초점을 두었다. 즉, 입체도형의 탐색을 위하여 제1 은물(구), 제2 은물(구, 정육면체, 원기둥), 제3 은물(정육면체), 제4 은물(직육면체), 제5 은물(정육면체, 삼각기둥), 그리고 제6 은물(정육면체, 직육면체)을 조작하여 탐색하도록 했으며, 평면도형의 탐색을 위해서는 제7 은물(정삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형, 사각형, 원, 반원)을 활용하도록 했고, 선과 곡선에 대한 탐색을 위하여 제8 은물(선분)과 제9 은물(원, 반원)을 제시했다 [11].

점에 대한 탐색으로는 제10 은물(알갱이)를 고안했다. 프뢰벨의 이론은 오랫동안 유아 수학교육에 많은 영향력을 미치었고 현장에서 활용되어 왔으나, 은물의 지나친 상징성, 엄격한 사용법과 순서, 형식적인 지도법이라는 비판을 받으면서 20세기 이후 유아교육현장에 수용되지 못하였다 [35, 4].

몬테소리: 탁월한 수학교구 개발자

20세기 전반부 유아수학교육을 대표하는 학자는 단연 몬테소리(Montessori, 1870-1952)다. 그녀는 수학교육의 목적을 2가지로 분류하고 제시하였다. 직접적인 목적은 생활 경험을 통하여 수와 양을 논리적으로 배우는 것이고, 간접적인 목적은 인격형성에 필요한 추상력, 상상력, 이해력, 판단력을 배우는 것이라고 설명하였다. 또 유아들의 수 교육은 지적 발달이 일어나도록 자극해야 하고, 사물에 대한 논리적 사고의 힘을 확고하게 몸에 익히게 하는 것이라고 주장했다 [8]. 그녀는 유아수학교육의 내용을 프뢰벨보다 확장하여 자연수, 분수, 기하, 순서적 규칙까지 또 수 개념에서는 0을 포함시켰고, 큰 수인 천의 자리까지 수를 익히도록 했다. 특히 인지적 성장과 추상개념발달에는 시각과 촉각의 발달이 기본임을 발견한 후, 수학교육을 위해 교재와 교구를 제시하였는데 이는 감각발달을 촉진하는 것이었다: 수막대, 셈하기 상자, 홀수와 짝수, 모래숫자, 덧셈판, 곱셈판, 구슬줄, 도형서랍, 도형카드, 분수대, 색구슬, 구성삼각형 등으로 구성되어 있다. 청각, 촉각 등 오감을 통한 감각 체험을 통하여 수학적 사고를 발달시킬 수 있도록 구성되어 있다 [4, 11]. 현재 우리나라에서 ‘몬테소리 유아수학’을 실천하고 있는 유치원들이 많음을 볼 때 그녀의 유아수학교육에 관한 영향력이 지대했음을 알 수 있다.

프뢰벨과 몬테소리의 공통점은 수학교육을 유아의 놀이 및 발달적 특성에 기초한 감각적인 활동교육을 시도한 점이다. 몬테소리는 수교육을 유아 스스로 자유로운 선택을 할 수 있도록 허용하였으며, 유아자신의 능력과 관심에 따라 더 높은 단계로 탐색이 가능하도록 교정적인 교구를 사용했다 [3]. 그러므로 프뢰벨의 교구가 상징적인 것이라면, 몬테소리의 교구는 구체적이고 훨씬 감각적이라고 말할 수 있다. 현재 이탈리아 화페로 통용되고 있는 1000리라 지폐에는 몬테소리의 초상화가 있다. 위대한 업적과 탁월한 영향력의 증거다.

진보주의 교육학자 존 듀이

미국의 교육학자 존 듀이(J. Dewey, 1869-1952)는 유아수학은 유아의 요구와 흥미에 부합될 때 비로소 가장 효과적인 학습이 이루어진다고 주장했다. 이러한 그의 주장은 단순한 암기나 문제풀이 연습이 아니라 일상생활과 밀접한 생활중심, 아동중심, 흥미중심의 교육과정을 제창하였다. 그는 수학의 가치란 수학이라는 학문 그 자체가 아니라 수학에서 발생하는 결과에 있다고 생각했으므로 문제해결의 과정을 통해 수학적 관계와 의미를 발견하는 것이 중요하다고 보았다 [4].

당시 새롭게 부각되는 교육관으로 ‘유아는 이 세계를 자유롭게 탐색하고 관계나 패턴 등의 규칙성을 발견하면서 능동적으로 지식을 구성하는 존재’로 인식한 학자들은 듀이의 교육관에 동조하여 유아수학교육은 유아의 선천적인 호기심을 충족하는 과정에서 우발적으로 나타나는 결과여야 한다고 주장했다. 곧 놀이와 경험에 의한 우발적인 학습이론을 이어갔다. 이들의 영향으로 당시 수학교육에 많은 영향을 미친 손다이크(Thorndike, 1874-1949)나 스키너(Skinner, 1904-1990)의 이론이 유아교육에 수용되지 못한 결과를 초래하기도 했다 [15]. 이러한 놀이중심 학습이론은 종래 초등교육에 적용되었던 암기, 반복학습, 교사 위주의 교수법 등이 유아교육에 자리 잡지 못하도록 막아주는 방패역할을 해주었다.

종합하여 보면, 프뢰벨의 기하학적 수학교육의 방법이 형식적이고 구조적이라면, 몬테소리의 수학교육은 체계적으로 미리 계획된 교육이었으며, 듀이의 수학교육은 사회적 역할 놀이나 극놀이의 활용을 중요시하는 데 가치를 둔 것이었다. 특히, 듀이는 프뢰벨의 은물 중 나무 적목의 활용에 가치를 인정하면서 은물의 일부분을 실제 크기로 확대, 변형하여 창의적인 쌓기놀이 활동으로 수용하기도 했다 [3].

한편, 1957년 소련(구 러시아)이 세계 최초로 인공위성 스푸트니크(Sputnik)를 발사하자 미국을 중심으로 수학과 과학교육에 반성을 촉진하는 개혁의 계기가 마련된다. 미국이 소련에게 뒤떨어진 원인을 수학교육이라고 판단하고 수학교육의 현대화를 부르짖으며 ‘새 수학 운동(New Math Movement)’이 일어났다. 지나치게 기계적으로 문제를 풀고, 연습하고 숙달을 강조하던 학교 수학에 대한 반성과 반전으로 개념과 원리, 규칙 등 기본적인 구조를 강조하기에 이르렀다. 실용과 현실의 적용을 강조했던 수학교육이 이론과 학문적 논리를 강조하는 것을 목표로 교육의 방향을 바꾼 것이다 [11].

이러한 발상의 여파는 마침내 칸토어의 집합이론을 초등학교 수학교육에 접목시켰고, 우리나라 수학교육에 그대로 유입되어 2차 교육과정 초등과 중등수학교과서에 집합이 등장하여 종래 군대용어로 알았던 ‘집합’ 용어에 학부모와 교사들 모두 당혹스러워했다. 이 운동에 영향을 준 교육학자는 인지심리학자 피아제(Piaget, 1896-1980)와 브루너(J. Bruner, 1915-1966)였다.

그러나 새수학 운동은 기대와 달리 학력의 저하를 가져왔고, 비난을 면치 못하였다. 1973년 수학자 모리스 클라인(M. Kline)은 저서 『자니는 왜 덧셈을 못하는가?』를 출판하여 새수학의 실패를 신랄하게 비판하였다. 또 다시 수학교육의 개혁을 부르짖는 목소리가 거세게 일어났다. 실용보다는 기초와 기본으로 돌아가자는 ‘기초로 돌아가기(back to basics)’ 운동이 주창되었으나 이 역시 학생들의 학력저하를 가져왔으며 응용력과 문제해결력이 감소되었다고 평가되었다 [7].

1960년대 미국에서 일어난 새수학 운동의 이론적 토대를 제공한 학자는 브루너였다. 그는 듀이의 생활중심, 경험중심의 교육과정을 신랄하게 비판하면서 학문중심 교육과정을 제안했다. 예를 들어, 수학의 교환법칙의 경우 두 집에 14명씩 살고 있다는 경험사실과 14집에 2명씩 살고 있다는 경험사실은 전혀 다른 것이라고 지적했다. 즉 경험을 모델로 지식(개념)이 생기는 것이 아니고, 역으로 지식을 모델로 해서 올바른 경험이 형성되는 것이라고 보았다. 그러므로 진정한 교재는 경험이 아니고 지식이며, 지식도 다양한 사실적 지식을 파생시키는 지식의 구조가 중요하다고 피력하였다 [8].

인지적 구성주의자 피아제

피아제(Piaget, 1896-1980)는 유아가 환경과의 상호작용을 통해 능동적으로 지식을 구성한다고 주장하는 인지적 구성주의자다. 즉, 유아는 기존의 진리나 규칙을 단순히 복사하지 않고 스스로 창조적 활동을 통해 나름대로 새로운 지식이나 규칙을 구성하는 존재라는 것이다. 피아제는 인간은 환경에 적응하기 위해 인지구조를 가지고 태어난다고 보았다. 인지구조란 사물이나 사건을 이해하는 틀이라고 말할 수 있다. 유아가 환경 속에서 획득한 새로운 감각운동의 기능을 스키마(schema, 도식)라고 하는데, 약 2세경까지 영아의 인지 발달은 감각 운동적 스키마가 정교화되는 과정이다. 2세를 전후하여 표상(representation)이 형성되고 이를 바탕으로 한 인지구조가 발달하게 되면 내적사고가 가능하게 된다 [36].

기존의 인지구조를 변화시키지 않고 새로운 사물이나 사건을 해석할 수 있을 때를 동화(assimilation)라고 하며, 자신이 가지고 있는 스키마와 구조가 새로운 대상을 이해하는 데 적합하지 않을 때, 기존의 스키마나 구조를 새로운 대상에 맞게 바꾸어 가는 인지적 과정을 조절(accomodation)이라고 한다. 그리고 동화와 조절이 균형을 이루도록 하는 적응의 과정을 평형화(equilibration)라고 설명한다 [29].

피아제 이론은 현재 미국 알라배마대학 교수인 까미(Kamii) [37]와 공동연구자 드브리스(Devries)의 적용으로 구성주의 이론으로 견고하게 정립되었다. 구성주의는 지식위주의 암기를 강조하지 않는다. 실제상황과 관련된 문제를 해결할 수 있도록 지식의 적용능력을 기르는 데 초점을 두고 있다. 그러므로 교사는 인지적 갈등을 유도하여 추론한 기회를 마련할 수 있는 방법을 적극적으로 개발하여야 함을 강조한다 [12].

피아제는 1941년 기념비적인 저서 『아동에 있어 수의 기원』을 출판하였다. 그의 연구에 의하면 아동은 먼저 수의 보존개념이 생기고, 그 다음 수량의 보존개념, 무게의 보존개념으로 발전하고, 10, 11세가 되면 부피의 보존성이 생긴다는 것이다. 피아제의 보존개념을 실험한 연구는 ‘질적 연구의 효시’로 평가된다. 이어서 1963년에는 『아동의 공간개념의 발달』을 발간하고, 대학에서 가르치는 위상수학의 개념을 어린 유아와 초등생들이 유클리드기하 개념보다 오히려 먼저 이해한다는 놀라운 사실을 발표하였다. 아동들의 기하능력을 조사한 실험결과에서 만4세 이하의 아동은 원형, 사각형, 삼각형을 모두 똑같은 방법으로 하나의 불규칙한 폐곡선으로 나타냈으나, 만 4세부터 5, 6세의 아동은 유클리드기하의 모양을 점진적으로 구성하기 시작하였다. 곡선과 직선, 원과 삼각형은 구별하여 그렸지만 삼각형, 사각형, 오각형 같은 다각형의 도형들은 구별하지 못하였다. 하지만 만6, 7세가 되자 피아제가 제시한 21개의 모든 도형을 재구성하거나 그대로 그려내었다 [16]. 그의 이론은 학습에서 환경에 능동적으로 반응하는 유아 자신의 역할을 중시하면서 유아 스스로 수학적 관계성을 찾아 지식을 구성하게 하는 브루너의 발견학습으로 이어진다.

피아제의 학설은 수세기, 수의 연산, 지필식 계산 등 교사의 주도적인 교수법을 비판하고 유아의 흥미와 관심을 파악한 뒤 놀이를 통한 수학교육이 유아의 자발적인 흥미를 끌어내는 효과적인 방법으로 부각되었다. 몬테소리 교구가 철저하게 계획적으로 지침을 따르는 것이라면, 피아제의 교육관은 유아의 자율적인 개별 활동과 교사와의 상호작용을 중요시한다. 피아제의 이론이 유아교육에 주는 시사점은 더하기, 빼기와 같은 논리적 조작을 요하는 연산은 유아기에 도입해서는 안 되므로 구체적 조작기까지 기다려야 한다는 것과, 숫자를 비롯하여 관습적으로 쓰는 표기법은 비교육적이므로, 숫자와 같은 기호와 언어적인 상징은 유아의 논리적 구조가 발달된 이후에 도입되어야 함을 시사한다 [16, 23].

브루너: 발견학습과 표상이론

미국의 교육심리학자 브루너(J. Bruner, 1915-1966)는 1950년대를 풍미했던 듀이의 생활중심교육을 비판하였다. 수학교육의 개혁을 주장하여 ‘새수학’의 틀을 제공한 인지혁명 선구자로 『교육과정』을 저술했다. 그는 교과와 기본적인 ‘구조’를 유아의 발달수준에 맞게 재구성하여 적절하게 제시하면 어떠한 내용도 학습할 수 있다고 주장하였다. 그는 사회화과정이 인지발달에 미치는 영향을 매우 중시하면서, 사회적, 역사적 경험을 전달하는 수단인 언어의 역할을 중요하게 보았고, 문화와 전통을 중요시했다. 브루너는 본질적으로 피아제 이론을 수용하면서도 피아제를 능가하여 실제로 적용을 한 실천적인 학자였다 [15].

브루너의 대표적인 이론은 구조학습, 발견학습 그리고 표상이론이다. 구조학습은 폭발적으로 발생하는 지식과 정보를 유아가 다 학습할 수 없으므로 경제적으로 학습전략을 세워 유아 스스로 적극적인 참여로 지식의 생성과정을 이해하도록 돕는 과정을 말한다.

그러므로 교과와 구조란 학문의 기초를 이루는 기본 개념 및 원리를 지칭하는 것으로 각 교과가 학문에 기반한다는 의미에서 학문의 구조 또는 지식의 구조라고 부른다 [24].

브루너의 발견학습은 학교수업에서의 발견을 강조한다. 즉, 모든 지식은 내적 연관성과 의미를 가지고 있으므로 발견과정에서 구조와 의미를 찾으려 하는 것이 학교 수업의 의의라는 것이다. 이때 중요한 점은 학습에서 유아의 잠재력이 발휘되도록 지지하고, 연관성과 규칙을 발견하도록 격려하면, 내적보상인 발견의 기쁨을 누리게 되어 그 내용을 일반화할 수 있는 능력이 생성된다는 것이다.

한편, 브루너는 모든 지식을 가지고 유아가 이해할 수 있는 단순한 형태에서 상징적, 추상적 형태로 발전시킬 수 있다는 신념을 가지고 ‘표상’이란 개념을 제시하였다. 피아제의 인지발달이론의 영향으로 활동적 표상(또는 동작적 표상)은 학습자가 수학적 개념이나 원리를 이해하기 위해 실물을 가지고 구체적 조작을 해보고 표현하는 첫 단계이며, 영상의 표상은 머릿속으로 상상할 수 있도록 실제 물체대신에 사진이나 그림, 도표 등을 사용하는 단계이며, 그 다음 즉 상징적 표상은 이미지가 아닌 언어, 문자, 기호, 수학기호 등을 사용하는 단계라고 설명했다. 형식적 조작기와 같이 눈으로 보거나 직접 경험하지 않은 것에 대해서도 논리적 사고가 가능하여 가설을 세워 논리를 전개하며 검증을 할 수 있는 단계를 말한다 [3].

브루너의 표상이론이 유아교육에 주는 시사점은, 수학교육의 내용을 인지발달에 따라 표상양식만 잘 구성하면 성인의 내용을 유아에게도 가르칠 수 있으므로 수, 패턴, 측정, 확률의 개념을 유아의 발달단계에 따라 심도 있게 논의할 것을 촉구하였다. 그의 발견학습이론은 수학과 같은 구조적인 교과에는 유용한 것이므로, 설사 유아가 시행착오로 많은 시간이 걸릴지라도 일단 발견학습에 의해 얻어진 지식은 쉽게 잊어버리지 않으며 다른 학습과제를 쉽게 이끌어줄 수 있다는 점이다 [3].

사회문화적 구성주의자 비고츠키

비고츠키(L. S. Vygotsky, 1896-1934)는 지식이 인간 내부에서 구성되어간다는 점에서는 피아제와 같은 입장이지만 사회적 요인을 강조했으므로 ‘사회문화적 구성주의자’로 불린다. 유아를 지식을 구성하는 능동적인 존재로 본 것은 피아제와 같은 견해였으나, 피아제가 수학적 사고와 획득과정이 보편적이라고 보았다면 비고츠키는 사회적, 역사적 맥락이 유아의 인지과정의 틀을 제시한다고 보았다. 즉 그는 사회적 요인과 언어의 영향을 강조했다. 비고츠키의 견해에 의하면 유아의 지식은 머릿속에 독자적으로 존재하는 것이 아니라 참여하는 사회활동의 패턴에 존재한다고 보았다. 인지능력을 사회적, 맥락적 지원의 종류에 영향을 받으며 성숙한 사회 구성원과의 공유하는 활동이 중요함을 강조하고 있다. 그의 교수학습방법은 오늘날 미국의 수학 교육과정 개선에 대한 NCTM에 주요한 지침이

되고 있다 [3, 4].

비고츠키는 수학적 지식도 사물과의 상호작용보다는 다른 사람들과의 상호작용을 통해 구성된다고 주장한다. 가령, 영아기부터 수세기나 게임, 퍼즐 같은 활동을 할 때 아기가 형제·자매, 엄마와 함께 상호작용을 하면, 그 문화에 독특한 요인이 포함되므로 문화적 토대 위에 또 다른 공유된 경험이 장차 유아의 수학적 지식으로 내면화되어질 수 있다는 것이다. 그런데 이 과정에는 반드시 언어라는 매개체가 있어서 참여자들이 함께 말을 하거나, 그림을 그리거나 글을 쓰는 등 의사소통이 있어야 한다는 것이다. 유아에게 논리적 관계를 분명하게 해주는 것은 질문과 설명에 의한 것으로, 유아 스스로 논리를 내면화시킬 수 있기 때문이다. 또 언어는 인간의 고등정신의 기능인 동시에 시대적인 산물로 각 언어공동체가 공유하고 있는 지적 특성이 있기 때문이다 [3, 23].

비고츠키의 이론 중 그를 유명하게 한 것은 ‘근접발달영역’이다. 피아제는 유아를 스스로 발견하고 독립적으로 지식을 구성하는 존재로 보았는데, 비고츠키는 유아를 자기보다 조금 유능한 또래나 성인과 상호작용을 하면, 유아가 혼자 할 때보다 훨씬 더 어려운 문제를 많이 해결할 수 있다고 주장했다. 이미 우리가 삶 속에서 체득한 사실을, 비고츠키는 이를 근접발달영역(zone of proximal development)이란 개념으로 설명했다. 류성림 [34]의 연구에 의하면 실제적 발달수준보다 근접발달영역이 인지발달과 가르침에 더 성공적 요인이었음을 보고하고 있다.

비고츠키이론이 유아교육에 주는 시사점은, 부모가 유아에게 높은 수준의 것을 강요하면 오히려 학습의 역효과를 초래하므로 유아의 수준보다 약간 높은 수준의 것을 또래나 형제·자매와의 협동학습으로 하면 그 효과가 증대된다는 점이다. 또한 사회·문화적 환경에 따라 수학교육의 내용과 방법을 달리하는 융통성 있는 교수법을 지향해야하고, 교사나 부모는 힌트와 발문으로 보다 적극적으로 유아의 수학문제 해결을 돕는 것이 필요하다는 것이다.

3 결론 및 논의

지금까지 살펴본 바와 같이 프뢰벨은 유아의 잠재력 개발을 위하여 교구를 만들었는데 10종류의 은물(가베)은 모두 수학학습을 위한 것이었으며, 이탈리아의 몬테소리는 유아의 수 개념에 0을 포함시켰고, 천의 자리까지 수를 확장하였으며 감각적인 다양한 수학교재와 교구를 개발하였다. 현재까지 우리나라 유치원 현장에서 그녀의 교수법을 활용하고 있는 것은 몬테소리 교구의 우수성을 입증하는 것이다.

20세기 미국의 교육철학은 1957년 스푸트니크 쇼크 이전과 이후로 나눌 수 있다. 쇼크 이전은 아동의 생활과 흥미를 위주로 생활중심교육을 강조하는 듀이의 진보주의 교육관이 지배적이었으나, 쇼크 이후는 지식의 구조와 학문의 논리를 강조하는 새수학 운동이 일어나게 되어 피아제와 브루너의 인지심리학이 미국의 교육사상을 지배하게 되었고, 이 경향은

우리나라 교육과정에 발견학습의 개념으로 반영되었다. 한편, 30대에 요절한 러시아의 교육학자 비고츠키는 피아제의 인지과정을 사회문화적 맥락에서 제시하였으므로 유아의 수학지식이 내면화되기 위해서는 언어가 중요함을 강조하였고, ‘근접발달영역’이란 개념을 제시하였다.

지금까지 탐색한 교육학자들의 철학과 사상에 영향을 받은 우리나라 유아수학교육사에 의거해 우리나라 유아수학교육과정을 정리하여 논하면 다음과 같다.

첫째, 1969년에 공포된 최초의 우리나라 유아교육과정은 ‘건강, 사회, 자연, 언어 및 예능’ 등으로 4개 영역이었다. 이는 1920년대 미국의 아동연구와 듀이의 진보주의 사상의 영향으로 유아교육과정이 생활중심교육과정을 반영하였고, 수학교육은 자연생활에 속한다.

둘째, 1979년에 개정된 2차교육과정은 ‘사회, 정서, 인지, 신체발달 및 건강’ 등 4개영역인데, 인지발달을 강조하는 피아제의 구성주의 이론이 영향력을 발휘하던 시기였으므로 수학의 내용은 인지발달 영역에 포함되었다. 2차는 1차에 비하여 보존개념, 부분과 전체, 시간개념, 공간도형에 관한 내용이 세부내용으로 첨가되고, 이 시기에 유아수학교육 교수법에 관한 연구논문이 발표되기 시작했다.

셋째, 1981년 개정된 3차 교육과정은 2차를 수정 보완하여 ‘신체, 정서, 언어, 인지, 사회성발달’ 등 5가지로 나누었다. 산업화와 도시화, 인지이론의 영향으로 수학교육이 강조되어 수학교육의 목표는 ‘자연과 사회현상에 대한 기초적인 이해를 도우며 논리적으로 과학적인 사고를 바탕으로 한 문제해결능력을 가지게 한다.’는 것이다. 이 시기에 유아수학교육의 논문이 폭발적으로 증가했으나 유아수학교육 사상사 및 교육사는 2편에 불과하다 [25].

넷째, 1987년에 발표된 4차 교육과정은 영역은 3차와 동일하고, 초등 1학년과의 실질적인 연계성 있는 교육이 이루어져야 함을 언급하고 있다. 인지발달영역이 3차와는 다르게 상상력 및 창의성을 발달시키기 위한 목표영역으로 신설되었으며, 추론과 측정이 첨가되었고, 2차 이후 지속적으로 강조되던 보존개념의 내용이 제외되었다 [24]. 이 시기에는 일상생활에서의 수 활용이나 컴퓨터관련 연구가 이루어졌으며 유아수학교육 사상사 및 교육사는 4편으로 증가했다.

다섯째, 1992년에 개정된 5차 교육과정에서, 수학교육은 탐구하며 상상력과 창의력을 발휘하여 문제를 해결하는 태도뿐만 아니라 자신이 알아낸 사실에 대해 자신감을 가지고 언어 등 다양한 방법으로 표현할 수 있는 것에 중점을 두고 있다. 언어를 통한 또래와의 상호작용을 강조하는 것은 비고츠키의 근접발달영역의 이론을 적용하려는 의도이며, 4차와는 달리 전체와 부분(분수개념), 기본도형(유클리드기하), 통계 경험들이 추가되어 내용이 다양화되었고, NCTM의 준거와 동일한 것을 지향하고 있다. 이 시기 유아수학교육사상사 및 교육사 연구는 2편에 불과하며, 수학교육에 그림책으로 문학적 접근의 시도와 수학교육과정의 분석과 평가에 대한 연구가 시작되었다 [25].

여섯째, 1996년에 개정된 6차와 2007 개정교육과정을 비교하면, 2007개정은 세계화, 정보화를 강조하였고, 환경과 생태문제를 의식하여 인간중심주의에서 생태중심주의로의 전환을 반영했다 [9, 12]. 누리과정 역시 자연친화적 탐구가 강조되었으며, 2009년 발표한 교육과학기술부의 미래교육의 개념과 가치추구를 ‘창의·인성’으로 발표했으므로 수학적 탐구에서는 놀이, 게임, 생활 속의 문제해결과 같은 구체적 경험을 통해 논리적·수학적으로 사고하는 능력을 기르는 것을 목표로 하고 있다 [28].

마지막으로, 2015년 개정교육과정에 의하면, 누리과정과의 연계 프로그램으로 초등학교 교육과정에서 한글교육의 강화를 제시하고 있다. 그러므로 유아수학교육도 이러한 경향을 뒷받침하기 위해서는 유아들에게 한글교육을 병행할 수 있는 수학동화의 활용이 현장에서 적극적으로 활용되기를 제안한다. 정병탁 [5]은 유아수학교육에서 수학동화를 활용하였을 때 언어유창성, 언어독창성, 도형독창성과 조작집중성 등이 긍정적으로 변화하였다고 보고하고 있다. 이는 현재 시행되고 있는 스토리텔링이 도입된 초등학교 수학교과와 같은 맥락인 것이다.

References

1. BALFANZ R., Why do we teach young children so little mathematics?: Some historical considerations, In J. V. Copley(Ed.), *Mathematics in the early year*. Reston, VA: NCTM & NAEYC, 1999.
2. BRANSFORD B., *Cooking, How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, Washington DC : National Academy Press, 1999.
3. HAN Y. M., *Early Childhood Mathematics Education*, Changjisa, 2012. 한유미, 유아수학교육, 창지사, 2012.
4. HONG H. K., *Early Childhood Mathematics Ability Development and Education*, Yangseowon, 2009. 홍혜경, 유아 수학능력 발달과 교육, 양서원, 2009.
5. JEONG B. T., *Study on the Effects of Children's Math Education Using Math Story books on Children's Creativity*, Major in Early Childhood Education, Graduate School of Education Kosin University, 2012. 정병탁, 수학동화를 활용한 유아수학교육이 유아의 창의성에 미치는 영향, 고신대학교 교육대학원 석사학위논문, 2012.
6. C. KAMIL, R. DEVRIES, *Piaget for early education*. 1979. 박재규 옮김, 피아제 이론과 유아교육, 창지사, 1988.
7. KIM C. B., WHANG J. S., KIM K. C., *Early Childhood Mathematics*, Yangseowon, 2006. 김창복, 황정숙, 김경철, 유아수학교육, 양서원, 2006.
8. KIM D. I., CHO O. H., *The History of Early Childhood Education Ideas*, Yangseowon, 2011. 김동일, 조옥희, 유아교육사상사, 양서원, 2011.
9. KIM J. S., Characteristic of 2007 amended early childhood education curriculum, *Child Studies* 17(2008), 50-65. 김진숙, 2007년 개정 유치원 교육과정의 특징, 아동연구 17(2008), 50-65.

10. KIM J. Y., Trend Analysis of Mathematics Research Using Mathematics Evaluation Tools for Young Children: Based on Mathematics Treatises Published Since 1981, *The Study of Early Childhood Education* 26(1)(2006), 233–253. 김지영, 유아수학 평가도구를 사용한 수학연구의 동향분석: 1981년 이후 학회지 논문을 중심으로. 유아수학교육연구 26(1)(2006), 233–252.
11. KIM S. W., et al 16, *The History of Early Childhood Education Ideas*, Yangseowon, 2010. 김승환 외 16, 유아교육사상사, 양서원, 2010.
12. KIM Y. O., et al 3, A Study on Teachers' Perceptions on the 6th National Kindergarten Curriculum and Its Directions for Future, *The Study of Early Childhood Education* 25(4)(2005), 53–80. 김영옥 외 3, 제6차 유치원 교육과정에 대한 교사의 인식 및 실태, 유아교육연구 25(4)(2005), 53–80.
13. KIM Y. W., KIM Y. K., *Interesting Mathematics Travel 1*, Gimmyoungsa, 2007. 김용운, 김용국, 재미있는 수학여행 1, 김영사, 2007.
14. Viviane KOENIG, *La vie des enfants en Greece ancienne*, LIM M. K.,(Eds.), Junior Gimmyoungsa, 2009. 비비안 코닉, 고대 그리스 어린이들은 어떻게 살았을까, 임미경 옮김, 주니어 김영사, 2009.
15. KWON M. R., *Early Childhood Education Curriculum*, Chongmok Publisher, 2009. 권미량, 유아교육과정, 청목출판사, 2009.
16. KYE Y. H., KIM J. S., *Teaching Mathematics for Our Children*, Kyungmoonsa, 2003. 계영희, 김진숙, 우리아이 수학 가르치기, 경문사, 2003.
17. KYE Y. H., A comparison of mathematical contents and processes in early childhood education curriculum between Korea and U.S., *The Korean Journal for History of Mathematics* 23(2)(2010), 123–140. 계영희, 한국과 미국의 유치원 수학교육의 내용과 과정에 관한 비교, 한국수학사학회지 23(2)(2010), 123–140.
18. KYE Y. H., Foundation of philosophy for early childhood education: The ancient Greek and Roman early childhood educations, *The Korean Journal for History of Mathematics* 24(2)(2011), 45–61. 계영희, 유아교육의 철학적 기초: 고대 그리스와 로마의 유아교육, 한국수학사학회지 24(2)(2011), 45–61.
19. KYE Y. Hee., HA Y. H., *Early Childhood Mathematics Education based on Nuri Curriculum*, Dongmunsa, 2015. 계영희, 하연희, 누리과정에 기초한 유아수학교육, 동문사, 2015.
20. LEE D. K., BACK K. S., KIM H. S., Research Trends in Early Childhood Education: A Review of the Journal of Korea Open Association for Early Childhood Education from 1996 to 2005, *The Journal of Korea Open Association for Early Childhood Education* 11(3)(2006), 169–188. 이대균, 백경순, 김현수, 열린유아교육의 연구동향 분석, 열린유아교육연구 11(3)(2006), 169–188.
21. LEE H. J., NOH H. Y., KIM S. S., Research Trends in Mathematics Education For Young Children, *Korea Journal of Child Care and Education* 50(2007), 205–227. 이효정, 노희연, 김성숙, 유아수학교육 연구동향 분석, 한국영유아보육학 50(2007), 205–227.
22. LEE H. Y., *An Analysis of Trends of Early Childhood Education Research in Korean Journals*, Major in Early Childhood Education Dept. of Child Welfare and Studies, The Graduate School of Sookmyung Women's University, 2001. 이혜영, 유아교육분야 국내 학술지의 연구동향 분석, 숙명여자대학교 대학원 석사학위논문, 2002.

23. LEE J. H., A Study of Content and Method Used in Number Instruction for Young Children from a Cultural Psychology Perspective, *The Study of Early Childhood Education* 19(1)(1999), 111-131. 이지현, 유아 수교육 내용 및 방법에 관한 문화 심리학적 고찰, 유아교육연구 19(1)(1999), 111-131.
24. LEE K. S., *Early Childhood Education Curriculum*, Gyomoonsa, 1992. 이기숙, 유아교육과정, 교문사, 1992.
25. LEE M. A., *Reflections on Early Childhood Mathematics Education: Through An Analysis of Recent Dissertations*, Major in Early Childhood Education, Graduate School of Education Silla University, 2005. 이미애, 유아수학교육에 대한 소고: 최근 논문 분석을 통하여, 신라대학교 교육대학원 석사학위 논문, 2005.
26. LEE Y. J., *The Analysis of Trends in Early Childhood Mathematics Education Studys*, Department of Early Childhood Education, The Graduate School of Education Ewha Womans University, 1996. 이영주, 유아수학교육 논문의 경향분석(1945-1995), 이화여자대학교 대학원 석사학위논문, 1996.
27. LIM S. D., *Philosophy of Early Childhood Education*, Dongmunsa, 2010. 임상도, 유아교육철학, 동문사, 2010.
28. Ministry of Education, Science and Technology & Ministry of Health and Welfare, 3 ~5 years old Nuri Curriculum, 2013. 교육과학기술부, 보건복지부, 3-5세 연령별 누리과정, 2013.
29. MOON Y. S., *Early Childhood Mathematics Education*, Yangseowon, 2009. 문연심, 영유아 수학교육, 양서원, 2009.
30. NCTM, *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*, Washington, DC : NCTM, 1989.
31. NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, 2000.
32. PETERS R. S., *Ethics and education*, London: George Allen and Unwin, 1996.
33. RHEE S. H., *Analysis of Research Trends in Papers on Math Education for Young Children: With a focus on dissertations published between 1996 and 2013*, Major in Early Childhood Education, The Graduate School of Education Ewha Womans University, 2014. 이송희, 유아수학교육 관련 논문의 연구동향 분석: 1996년~2013년 발표된 학위논문을 중심으로, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문, 2014.
34. RYU S. R., A Study on the Role of Social Interaction of Piaget and Vygotsky in Mathematics Education, *The Research of Science · Mathematics Education* 22(1999), 109-131. 류성림, 수학교육에서 피아제와 비고츠키의 사회적 상호작용의 역할에 관한 고찰, 과학. 수학교육연구 22(1999), 109-131.
35. SARACHO O. N., SPODEK B., History of mathematics in early childhood education, In O. N. SARACHO, B. SPODEK(Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*, Charlotte, NC: Information Age Pub, 2008.
36. SONG M. J., *Developmental Psychology*, Hakjisa, 2005. 송명자, 발달심리학, 학지사, 2005.
37. https://en.wikipedia.org/wiki/Constance_Kamii.