

실제 상수관망에 대한 모니터링 지점선정방법의 적용

Application of the Determination Method of Monitoring Location in Real Water Distribution System

박용균¹·정성균¹·권혁재^{2*}

Park, Yong-Gyun¹·Jung, Sung-Gyun¹·Kwon, Hyuk-Jae^{2*}

¹GS건설 환경공정팀, ²청주대학교 토목공학과

¹Department of Environmental Process, GS Construction

²Corresponding author, Department of Civil Engineering, Cheongju University

ABSTRACT

In this study, determination methods of monitoring location in water distribution system were suggested and applied to real test bed. Small block of Gwangtan water distribution system is consisted of 582 pipes, 564 junctions, 1 reservoir, and 1 pump station. Small block of Ho Chi Minh water distribution system is consisted of 162 pipes, 148 junctions, and 1 reservoir. Two small block water distribution systems were analyzed by pressure contribution analysis method to determine the optimum monitoring locations. The pressure change was estimated at each junctions by the additional demand at a junction. From the results, the optimum monitoring location can be determined by rank of pressure contribution index at each junctions due to demand change at a junction.

Key words: Monitoring location, Pressure contribution analysis, Test bed, Water distribution system

주제어: 모니터링지점, 압력기여도분석, 테스트베드, 상수관망

1. 서 론

상수관망에서 수압, 수질, 그리고 유량 등을 실시간 모니터링하기 위해서 센서를 설치하는 것은 필수적이며, 특히 지속적인 수압관리를 위해 수압센서의 설치 지점선정은 중요한 문제이다. 상수관망에서 수압측정을 위한 실시간 모니터링은 상수관망의 운영을 위해 꼭 필요하다. 예를 들면 수압모니터링을 위한 센서의 설치는 상수관망의 지속적인 해석을 위해 필수적이며 이상징후 포착을 위해서 중요한 역할을하게 된다. 그리고 설계 시 계산된 수압의 유지여부를 파악하기 위해서도 필요하다. 하지만 수많은 관로가 도시전체에 광범위하게 매설되어 있기 때문에 모든 곳에 센서를 설치하는 것은 사실상 불가능한 일이다. 따라서 특정

지점에 모니터링지점을 선정하고 수압센서를 설치해야 하는데 그 지점을 선정하고 몇 개의 지점을 선정해야 하는지는 경제적 혹은 효율적 측면에서 매우 중요한 일이다. 센서의 설치와 운용에는 많은 경제적 비용이 소요되기 때문에 최적의 지점선정은 중요한 문제이지만 기준의 많은 연구에도 불구하고 모니터링 지점선정방법은 다양한 이유로 인해 실제 상수관망에 적용이 어려운 실정이다.

Pudar and Liggett(1991)은 상수관망에서 누수 감지에 대한 기초적 연구결과를 발표하였다. 여기서 누수의 감지는 압력이나 유량의 측정치를 이용한 역추적 문제 해결에 의해서 얻어질 수 있다고 소개하였다. 오리피스의 유량변화에 따른 압력의 측정결과와 실제 누수로 인한 압력의 비교를 통하여 누수를 감지하게 되며 민감도 행렬이 측정지점선정에 지대한 공헌을 하게 된다. 누수의 지점과 양은 압력측정결과의 크기

Received 12 October 2015, Revised 3 November 2015, Accepted 6 November 2015.

*Corresponding author: Kwon, Hyuk-Jae (E-mail: hjkwon@cju.ac.kr)

나 정밀도, 그리고 조도계수가 얼마나 정확히 측정되었는가에 민감하게 반응하는 것으로 나타났다.

Liggett and Chen(1994)는 역 부정류 해석기법을 동원하여 상수관망의 모니터링 기법을 제안하였다. 부정류 해석을 위하여 특성선법(the method of characteristics)을 사용하였으며 time-lagged calculations 이라는 기법을 사용하였다. 이러한 기법을 혼합하여 누수지점을 역 추적하는 방법을 개발하였다. 하지만 너무나 많은 계산과정과 노력이 필요하며 그에 따른 결과는 효과적이지 못한 것으로 판단된다.

Bae(2003)는 상수관로에서 누수관측을 위한 수압관측 지점선정을 위한 민감도함수와 엔트로피 함수를 소개하였다. 현재까지 일반적인 수압모니터링 지점은 중요절점이나 관말에 주관적인 방법으로 선정되었다. 그러나 신뢰성 있는 매개변수 값의 산정을 위해 수압모니터링 지점선정방법으로 마찰계수 변화에 따른 수압의 민감도를 나타내는 민감도 함수와 그에 대한 검증방법의 일환으로 엔트로피 함수를 소개하였다.

Vitkovsky et al. (2003)은 최적의 압력측정지점을 선정하는 방법을 제시하고 있다. 제시된 세 가지 방법 중 두 가지는 A-optimality 그리고 D-optimality 기준 그리고 나머지 하나는 압력수두의 민감도에 기반을 두고 있다. 이러한 방법은 두 가지 경우의 연구에 의해 재현되었는데 첫 번째는 비교적 작은 크기의 상수관망 그리고 두 번째는 큰 상수관망으로 나뉘어 재현되었다. 큰 상수관망의 경우, 새로운 크로스오버 연산자를 갖는 유전자 알고리즘은 최적의 측정지점을 선정하기 위한 가능한 측정위치설정의 탐색을 수행한다. 또한 지점의 숫자만큼이나 각 지점의 데이터계산시간도 고려되었다.

Jun et al.(2008)은 영향행렬지수를 기반으로 한 상수관망의 실시간 모니터링 지점의 결정 알고리즘을 개발하였다. 상수관망이 노후화됨에 따라 파괴나 누수와 같은 운영상의 문제가 빈번하게 발생하고 상수관망의 상태를 보다 정확히 파악하여 운영할 경우 안정적인 상수관망의 운영이 가능할 것이다. 상수관망의 실시간 모니터링을 위한 압력계를 모든 지점에 설치할 경우 과다한 초기투자 비용이 소요되며 시스템의 유지관리 측면에서도 적절치 않기 때문에 상수관망의 실시간 모니터링지점과 압력계대수 선정방법을 제안하였다. 제안된 방법은 영향행렬지수(Effect Index Matrix)를 기반으로 하며 영향행렬지수 내 column

search를 수행하여 Online 압력계의 위치를 선정한다. 제안된 방법을 미국의 Cherry Hill 상수관망에 적용하여 적용성을 검증하였다.

Chung et al.(2009)은 엔트로피 이론을 이용한 상수관망의 최적 압력계측 위치결정방법을 제안하였다. 본 연구에서는 최적 압력계측 위치결정에 기준 연구의 단점을 보완하기 위하여 정보이론인 엔트로피 이론을 사용하였다. 기준의 방법은 실측자료를 이용한 검, 보정이 필요하기 때문에 체계적인 관리가 미흡한 지역에서는 적용이 어려운 단점이 있다. 또한 대부분의 연구가 상수관망 모형의 정확도를 높이며 측정비용을 최소화하는 절점을 제안하였으며 이는 상수관망 유지 관리를 위한 압력 계측기 위치 결정목적과는 다소차이가 있다. 본 연구에서 제안된 방법으로 특정 절점에서의 유량변화에 의한 다른 절점에서의 압력변화를 정보량인 엔트로피로 정의하여 객관적이고 정량화된 기준을 제시하였다. 절점에서 비정상상태가 발생했을 때 전체 상수관에 미치는 영향 정도를 정량화된 수치인 엔트로피로 나타내며, 각 절점에서 실제적으로 변동하는 압력을 반영하고자 EPANET의 에미터(Emitter)기능을 사용하여 실제 압력변화 패턴을 파악하였다. 최적 압력계 설치 지점은 엔트로피 기준에 의해 전체 시스템으로부터 제공받는 정보량이 가장 큰 절점을 우선으로 설치해야 한다고 제시하였다.

Yoo et. al. (2012)는 엔트로피 이론을 이용하여 상수관망에서 압력계설치위치의 최적화에 대해 연구하였다. 엔트로피이론을 이용하여 특정절점에서 필요유량의 변화에 따른 결과로써 다른 절점에서의 압력변화를 규정하는 것에 의해 압력계의 최적설치위치를 선택한다. 필요유량의 변화로써 두 가지 경우가 고려되었는데 첫째 모든 절점에서의 필요유량이 최고치의 경우와 기본필요유량에 근거한 정규분포를 갖는 필요유량의 경우로 구성되어있다. 실제 압력변화패턴은 각 절점에서 변하는 압력을 반영하기 위하여 EPANET의 에미터기능을 사용하여 결정하였다. 최적의 압력계설치위치는 엔트로피기준에 의해 전체 시스템으로부터 제일 많은 정보를 주거나 받는 절점을 우선순위로 정하는 방법으로 결정된다. 제안된 모형은 가상의 관망과 실제의 상수관망에 적용되었고 최적의 압력계 위치 조합이 민감도분석에 의해 계산되었다. 위 연구 결과 중 Jun et al.(2008)의 영향행렬지수 계산방법은 본 연구에서 개발된 압력기여도분석방법과 민감도분석



방법에 일부 적용하여 기여도 및 민감도지수를 계산하는데 일부 적용이 되었다. 또한 Pudar and Liggett (1991)의 누수로 인한 민감도행렬은 본 논문의 민감도 분석방법에 일부 적용되었다.

상수관망에서 수압모니터링 지점선정은 누수 혹은 이상징후의 포착을 위해서 뿐만 아니라 상수관망의 효율적 운용을 위해 매우 중요한 일이다. 다른 절점에 대한 압력의 기여도가 큰 절점과 압력과 유량변화에 대해 압력이 매우 민감하게 반응하는 절점에 대해서는 좀 더 관심을 기울여 관리해야 할 것이다. 또한 압력기여도나 민감도분석결과는 상수관망에 꼭 필요한 시설물의 설치여부나 설치위치선정을 위해서도 판단 근거가 될 수 있다. 따라서 수압모니터링 지점선정은 상수관망의 수압유지관리 차원에서도 상당히 중요한 문제이며 누수나 이상징후 포착을 위한 실시간 모니터링에서도 매우 중요한 문제일 것이다. 본 연구에서는 상수관망의 실시간 모니터링을 위한 지점선정방법으로 압력기여도분석과 민감도분석방법을 제시하였다. 실제 2개의 테스트베드에 압력기여도분석방법을 적용하여 최적의 모니터링지점을 선정하였다.

2. 상수관망의 실시간 모니터링 최적지점 선정

관망의 누수를 해석하고 실시간 모니터링을 위해서는 센서의 설치가 필요하며 그 지점을 선정하는 것은 경제적으로 혹은 효율적으로 상당히 중요한 일이다. 그리고 몇 개의 센서를 설치해야 하는가도 중요한 관건일 것이다. 본 연구에서는 상수관망의 센서 최적설치지점 선정 알고리즘이 개발되었고 실제 2개의 상수관망 테스트베드에 적용하여 수압계를 설치하였다. 본 연구에서 개발된 모니터링 지점선정방법은 다음과 같다.

2.1 유량변화에 따른 각 절점의 압력기여도 분석 방법

이 방법은 상수관망의 각 절점에 대해서 그 절점이 다른 절점에 압력기여도의 크고 작은지를 계산하여 우선순위를 결정하는 방법이다. 즉 한 절점이 압력기여도가 높으면 작은 압력변화에도 다른 절점의 압력변화에 큰 기여를 하게 된다는 판단에서 만들어진 방법이다. 우선순위 선정을 위하여 앞서 서술한 동일한 방

법으로 각 절점에서의 위압수두와 각 관로에서의 유량을 산정한다. 그리고 각 절점에서 소요유량(demand)이 추가로 필요하다는 조건으로 정류해석을 수행한다. 예를 들면 특정절점의 필요유량은 평소 $0.001 \text{ m}^3/\text{sec}$ 이지만 유량변화를 위하여 $0.002 \text{ m}^3/\text{sec}$ 로 변화시켜 정류해석을 수행한다. 이때 변한 각 절점에서의 수두변위와 유량변화가 발생한 절점의 최초압력의 비를 합산하고 평균한 값을 비교하여 식 (1)과 같이 한 절점의 압력이 다른 모든 절점의 압력에 기여하는 정도를 정량적으로 산정하여 비교하였다.

$$C_i = \sum_{j=1}^k \frac{\Delta h_j}{h_i} / k \quad (1)$$

여기서 k =절점수, j 는 절점이며, Δh_j 는 특정 절점에서 발생한 유량변화로 인한 각 절점에서의 압력수두변위, h 는 특정 절점의 최초압력수두(m)이다. 따라서 각 절점에서 유량을 변화시킨 후 그로인해 생긴 각 절점의 압력수두변위와 유량변화가 생긴 절점에서의 압력수두의 비를 합산 후 평균하여 각 절점의 압력기여도를 분석한다. 그리고 기여도가 큰 절점을 우선순위로 선정한다.

2.2 유량변화에 따른 각 절점의 압력 민감도 분석

이 방법은 앞서 설명한 유량의 변화에 따른 압력변위를 산정하는 방법으로는 절점에서 유량을 변화시키고 그로인해 발생하는 압력변위와 최초압력의 비를 합산하고 평균하여 민감도 분석을 수행한 것이다. 각 절점에서 한차례 유량변화를 발생시키고 압력변위를 계산하기 때문에 절점의 숫자만큼 정류해석이 이루어지게 된다. 따라서 절점 수만큼 유량변화에 따른 압력변위가 발생하고 그것을 합산하고 평균하여 그 수치가 가장 큰 절점을 우선순위로 결정하게 된다. 앞서 설명한 유량변화는 각 절점에서 소요유량을 추가로 배출하는 조건으로 정류해석을 수행한다. 이때 특정 절점에서 유량의 변화가 생겼으므로 최초 계산하였던 각 절점에서의 위압수두와 각 관로에서의 유량이 변하게 된다. 이때 변한 각 절점에서의 수두변위와 유량변화가 발생한 절점의 최초압력의 비를 계산하고 정류해석 회수만큼 합산 후 평균한 값을 비교하여 식 (2)과 같이 한 절점의 압력변위와 최초압력의 비를 민감도로 규정하고 정량적으로 산정하여 비교하였다.

pp. 601-608

pp. 609-615

pp. 617-623

pp. 625-632

pp. 633-641

pp. 643-649

pp. 651-657

pp. 659-666

pp. 667-683

pp. 685-692

pp. 693-702

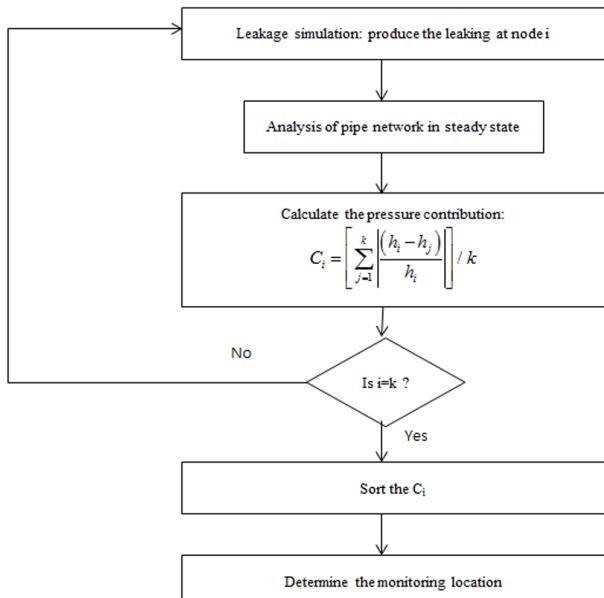


Fig. 1. Flow chart for the determination of monitoring location using the pressure contribution analysis.

$$S_j = \sum_{j=1}^k \frac{\Delta h_j}{h_j} / k \quad (2)$$

여기서 k =절점수, j 는 절점이며, Δh_j 는 특정 절점에서 발생한 유량변화로 인한 각 절점에서의 압력수두변위, h 는 특정 절점의 최초압력수두(m)이다. Fig. 1은 압력기여도분석방법의 계산과정을 보여주고 있다.

3. 테스트베드 적용

본 연구에서는 앞서 제시한 압력기여도분석방법을 이용하여 실제 도시 상수관망의 테스트베드에 최적모니터링 지점을 선정하였다. 경기도의 광탄지역 소블록 상수관망과 베트남의 호치민시 소블록 상수관망을 대상으로 압력기여도분석방법을 적용하여 모니터링 지점을 선정하였고 실제 수압계를 설치하였다.

3.1 파주시 광탄면 소블록

파주시 광탄면은 파주시의 동남부에 위치하며 총면적 65.44 km^2 중 41.98 km^2 가 임야 및 묘지를 형성하고 있는 산간지형으로 법정 9개리 행정 31개리에 인구 약 13,000명이 거주하고 있다. 광탄면 중블록 상수관망은 문산정수장의 용수를 공급받아 광탄배수지를

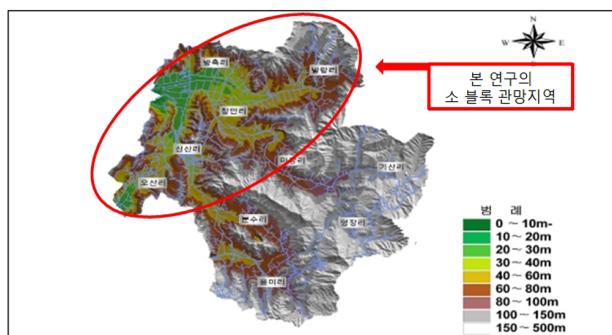


Fig. 2. Location of Kwangtan city small block water distribution system.

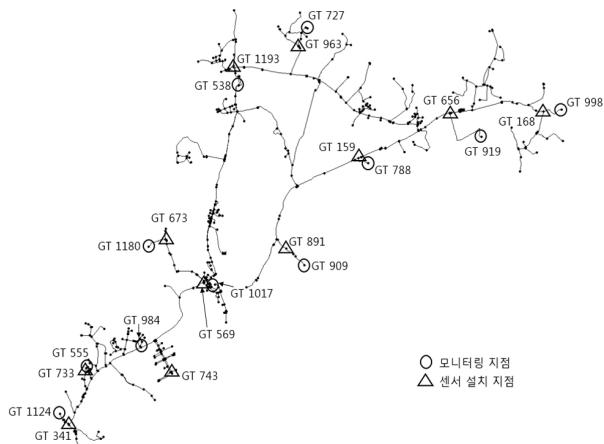
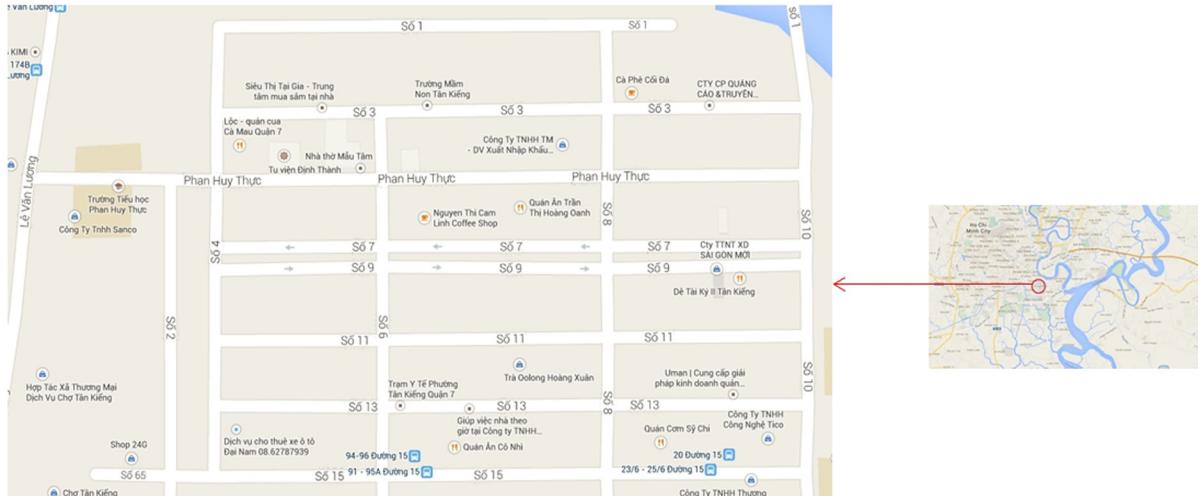


Fig. 3. Kwangtan city water distribution system.

이용하여 광탄면의 수용가에 용수를 공급하고 있으며 3개의 소블록으로 이루어져있다. 본 연구의 상수관망은 신산리, 방죽리, 창만리, 발랑리, 오산리를 포함하는 급수전수 1,282전 정도의 소블록으로 해발고도 84 m의 배수지를 갖고 있으며 0.0677662 m^3 ($5855 \text{ m}^3/\text{day}$)의 유량을 공급하고 있다. 발랑리계통의 경우 해발고도 50 m이상의 고지대에 위치되어 가압펌프를 통하여 용수를 공급하고 있다. 본 상수관망은 직경이 50~500 mm로 매설되어 있으며 최장길이 961.73 m, 최소 2 m의 관로를 가지고 있다. 또한 본 연구의 상수관로는 대부분 덕타일주철관(DCIP) 재질로 매설되어있으며 유속 계수 C 는 90을 나타내고 있다. Fig. 2는 파주시 광탄면 중블록의 위치도이다. Fig. 3과 같이 파주시 광탄면 소블록 상수관망은 총 582개의 관로, 1개의 배수지, 1개의 펌프, 그리고 564개의 절점으로 이루어졌다. 관로번호는 각각의 관로에 대한 고유번호를 의미하며, 분기점, 합류점, 혹은 절점이란 관로와 관로가 연결된

Table 1. Determination of pressure monitoring location in Kwangtan city water distribution system

Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Junc.	919	998	1180	909	788	1017	555	1124	1193	984	963

**Fig. 4.** Location of Ho Chi Minh small block water distribution system.

지점을 의미한다. 배수지 위치는 84 m이며 정류해석 결과 발랑리 가압장 전 까지의 511개 절점에서 수두가 평균 83.29 m이었다.

Table 1은 압력기여도분석방법으로 모니터링 지점 선정을 한 결과를 보여주고 있다. 1순위로는 919번 절점이 선정되었고 998, 1180, 909, 788번 절점이 그 뒤를 이었다. Fig. 3에서 나타난 바와 같이 모니터링 지점선정결과를 토대로 수압계를 설치하였다. 모니터링 지점선정 시 정확하게 지점선정결과에 따라서 수압계 설치가 불가한 곳은 최대한 우선순위와 가까운 지점에 수압계를 설치하였다.

3.2 베트남 호치민 소블럭

베트남 호치민시는 베트남 중 가장 큰 도시로 메콩강 하구 삼각주에 자리하고 있다. 호치민 시는 베트남 동남부에 위치하며 베트남에서 가장 중요한 경제중심지이다. 또한 24개의 행정구역으로 구분되어 있으며 2009년 기준으로 전체 면적 약 $2,095 \text{ km}^2$ 에 7,123,340명이 거주하고 있다. 본 상수관망을 이용하는 인구는 약 5,000명으로 급수전수는 889전 정도의 소블록이며 용수공급은 Thu Duc 정수장에서 받고 있다. 주거형태는 2~3층의 주택지역으로 대부분 옥상 물탱크를 사용하는 간접급수 방식으로 수돗물을 공급하고 있다. 본 연

구대상의 상수관망은 국내의 높은 해발고도를 갖는 배수지와는 달리 다소 낮은 해발고도 15 m의 배수지를 갖고 있으며 약 0.125 km^2 의 면적에 $0.009292 \text{ m}^3/\text{sec}$ ($802.83 \text{ m}^3/\text{day}$)의 유량을 공급하고 있다. 본 상수관망은 직경이 50~200 mm로 보통 100 mm의 직경이 많이 매설되어 있으며 최장 길이 298.45 m, 최소 길이 0.78 m의 관로를 가지고 있다. 또한 본 대상의 상수관로는 1999년에 대부분 PVC관과 PE관으로 매설되었고 2014년 기준으로 사용연수가 15년 된 관로이다. Fig. 4는 베트남 호치민의 위치도이며 호치민 소블럭 상수관망은 총 162개의 관로, 1개의 배수지, 그리고 148개의 절점으로 이루어졌다.

본 연구에서는 정류해석 프로그램을 이용하여 베트남 호치민 상수관망을 정류해석 하였다. 배수지의 총 수두는 14.975 m이며 정류해석 결과 148개 절점에서 수두가 평균 14.092 m로 나타났다. 베트남 호치민의 상수관망은 평지에 분포되어 고도가 낮기 때문에 압력이 1.4 kg/cm^2 밖에 나타나지 않았다. Fig. 5는 호치민시 소블럭 상수관망도를 나타내고 있다.

압력기여도분석방법을 이용하여 실제 도시 상수관망인 베트남 호치민시 상수관망에서 유량변화에 따른 압력기여도분석을 수행하였다. 유량변화는 각 절점에서 소요유량을 $0.0001 \text{ m}^3/\text{sec}$ 추가로 배출하는 조건으로 148번에 걸쳐서 정류해석을 수행하였다. 각 절점

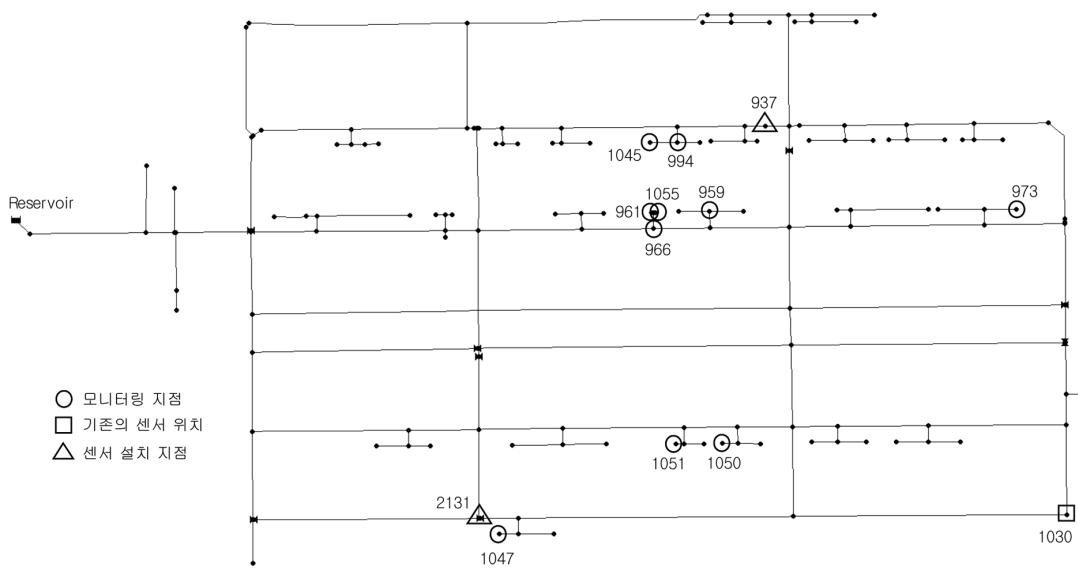


Fig. 5. Ho Chi Minh city water distribution system.

Table 2. Determination of pressure monitoring location in Ho Chi Minh city water distribution system

Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Junc.	1047	973	959	1055	994	961	1050	966	1051	1045

에서의 압력수두변위와 유량변화가 발생한 절점의 최초압력의 비를 합산하고 평균한 값을 비교하여 한 절점의 압력이 다른 모든 절점의 압력에 기여하는 정도를 정량적으로 산정하여 비교하였다. 압력기여도분석 결과 우선순위가 아래 Table 2와 같이 우선순위가 결정되었으며 1~10위까지의 우선순위를 나타내었다. Table에서 볼 수 있듯이 1047번 절점이 가장 압력기여도가 크게 나타났고 973번, 959번 절점이 뒤를 이었다.

Fig. 5와 같이 1047번 절점과 973번, 959번, 1055번 절점이 우선순위로 선정되었고 지역특성상 수압계 설치가 용이하고 우선순위 절점과 가까운 곳에 수압계를 설치하였다.

4. 결 론

실제 테스트베드의 소블럭 상수관망에 모니터링 지점선정방법을 이용하여 수압계설치지점을 선정하였다. 첫 번째 테스트베드는 경기도 파주시 광탄면에 한 개의 배수지를 갖고 있는 소블럭 상수관망이고 두 번째 테스트베드는 베트남 호치민시의 소블럭 상수관망이다. 유량변화로 인한 압력기여도분석을 통하여 모

니터링 지점을 선정하였다. 각 절점마다 일정한 유량을 필요유량에 합산하여 유량에 변화를 주었으며 이를 인한 다른 나머지 모든 절점의 압력변위를 계산하였다. 이렇게 계산된 결과는 어느 절점에서의 유량변화가 나머지 절점에 어느 정도의 압력변위를 발생시키는지 확인하는 방법으로써 압력기여도가 큰 절점을 우선순위로 선정한다. 광탄 소블럭 상수관망의 경우 모니터링 지점 1순위로 선정된 절점은 919번 절점이었고 998번, 1180번 절점이 뒤를 이었으며 우선순위에 가까운 지점에 11개의 수압계를 설치하였다. 호치민 소블럭 상수관망의 경우 모니터링 지점 1순위로 1047번 절점이 선정되었고, 973번, 959번, 1055번 절점이 2, 3, 4순위로 선정되었다. 호치민 소블럭의 경우 1047에 가까운 곳에 1개의 수압계를 설치하였고 2순위 절점은 기존의 수압계와 가깝고 수압계 설치가 불가한 지역이었다. 따라서 3, 4, 5 순위와 가까운 절점인 937번 절점에 수압계를 설치하였다. 본 연구에서는 모니터링 지점선정방법을 실제 테스트베드에 적용해 본 결과, 베트남 소규모 상수관망에서는 관망부분이 아닌 중간 부분에서 최우선 순위가 결정되었으나 광탄 상수관망에서는 우선순위가 관망에서 결정되었다. 실



제 상수관망에 적용한 결과 우선순위가 높은 절점이 많은 구역을 찾을 수 있었으나 실제 센서의 설치는 가까운 절점에 집중하는 것을 지양하여야 할 것이다. 본 연구결과에서 개발된 상수관망 모니터링 지점선정 방법은 실제 상수관망에 적용하여 실효성을 입증할 수 있었다.

Acknowledgments

본 연구는 환경부 “차세대 EI사업 (코드번호: GT-11-G-02-001-2)”의 지원으로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

References

- Bae, J. Y. (2003). "Optimal monitoring locations in water distribution systems." *Master's Thesis*, Donga University.
- Chung, G. H., Chang, D. I., Yoo, D. G., Jun, H. D., and Kim, J. H. (2009). "Determination of Optimal Pressure Monitoring Locations for Water Distribution." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 42, No. 7, pp. 537-546.
- Jun, H. D., Cho, M. S., Back, C. W., Yoo, D. G., and Kim, J. H. (2008). "A methodology to determine realtime monitoring locations for water distribution systems based on the effect index matrix." *KWAR Annual Conference*, Korea Water Resources Association, pp. 1428-1432.
- Kwon, H. J. (2013). "Methods of determination of optimum pressure monitoring location for the leakage detection in water distribution system." *Conference of Korean Water Resources Association*, KWRA, pp. 297.
- Liggett, J. A. and Chen, L. (1994). "Inverse transient analysis in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 120, No. 8, pp. 934-955.
- Pudar, P. S. and Liggett, J. A. (1991). "Leaks in pipe networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 118, No. 7, pp. 1031-1046.
- Vitkovsky, J. P., Liggett, J. A., Simpson, A. R., and Lambert, M. F. (2003). "Optimal measurement site locations for inverse transient analysis in pipe networks." *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol. 129, No. 6, 480-492.
- Yoo, D. G., Chang, D. E., Jun, H., and Kim, J. H. (2012). "Optimization of pressure gauge locations for water distribution systems using entropy theory." *Environmental monitoring and assessment*, Vol. 184, No. 12, 7309-7322.