한국경영과학회지
제40권 제3호
2015년 8월
http://dx.doi.org/10.7737/JKORMS.2015.40.3.049

다중반응최적화를 위한 상호교호적 접근법*

이평수 · 박경삼[†]
고려대학교 경영대학

An Interactive Approach to Multiple Response Optimization

Pyoungsoo Lee · K. Sam Park
Business School, Korea University

■ Abstract ■

We study the problem of multiple response optimization (MRO) and focus on the selection of input levels which will produce desirable output quality. We propose an interactive multiple objective optimization approach to the input design. The earlier interactive methods utilized for MRO communicate with the decision maker only using the response variable values, in order to improve the current response values, thereby resulting in the corresponding design solution automatically. In their interaction steps of preference articulation, no account is taken of any active changes in design variable values. On the contrary, our approach permits the decision maker to change the design variable values in its interaction stage, which makes possible the consideration of the preference or economics of the design variable side. Using some typical value functions, we also demonstrate that our method converges reasonably well to the known optimal solutions.

Keywords : Multi-Response Surface Optimization, Product and Process Design,
Multi-Objective Optimization, Interactive Method

논문접수일 : 2015년 05월 22일 논문게재확정일 : 2015년 07월 02일
논문수정일(1차 : 2015년 06월 22일)
* 본 연구는 한국연구재단의 일부 지원을 받아 수행됨(NRF-2013S1A5A2A01019131).
† 교신저자, sampark@korea.ac.kr

1. 서 론

반응표면분석(response surface methodology)은 다수의 설계변수를 사용하여 최적의 품질특성(반응)을 이끌어 내기 위한 조건을 찾는 통계적・수리적 방법론으로써 제품 및 프로세스의 설계 영역에서 광범위하게 사용되고 있다[7, 15, 23]. 일반적으로 반응표면분석은 실험계획, 모형화, 최적화 단계로 구성된다[23]. 실험계획 단계에서는 프로세스 설계를 위하여 고려하는 설계변수와 품질특성에 해당하는 반응변수들을 정의한다. 다음으로 모형화 단계에서는 실험을 통하여 얻은 자료를 사용하여 설계변수와 반응변수 간의 함수관계를 설정한다. 마지막으로 최적화 단계에서 최적의 품질특성을 이끌어내는 설계변수의 수준을 결정한다.

본 연구는 최적화 단계에 초점을 둔다. 특히 반응표면분석에서 다수의 품질특성을 동시에 최적화하는 방법론을 다중반응최적화(multiple response optimization : MRO)라 한다. 본 연구의 주된 목적은 MRO를 위한 상호교호적인(interactive) 다목적최적화(multiple objective optimization : MOO) 기법을 제안하는 것이다. 대부분의 제품 및 프로세스는 다수의 품질특성을 가지며 이들은 서로 상충된 관계를 보인다. 따라서 MRO는 그 문제의 중요성 및 복잡성 때문에 최근에도 MRO에 관한 연구가 지속적으로 이루어지고 있다. 참고로 염봉진 등[1]을 살펴보면 품질 및 신뢰성 분야에서 MRO의 비중 및 동향에 관해 기술하고 있다.

기존의 MRO 연구는 만족도함수(desirability function) 접근법[8-10, 12, 13, 16, 17, 34], 손실함수(loss function) 접근법[18, 26, 33], 공정능력 지수(process capability index) 접근법[4, 7, 14, 27, 28]으로 구분할 수 있다. 이 분류에 속하는 대다수의 연구는 다수의 목적(또는 품질특성)함수를 단일한 목적함수로 전환시켜 최적화하는 방식을 사용하고 있다. MOO 관점에서는 이러한 방식을 효용함수(utility function) 접근법이라고 한다. 효용함수 접근법은 이해가 쉽고 사용이 간편하다는 장점이 있다. 그러나 일반적으로 의사결정자의 효용함수를 단일의 수학적 함수로 정확하게 표현하기가 매우 어려운 단점이 있다. 다시 말해, 다수의 목적함수가 있기 때문에 수많은 효율적(efficient) 또는 우월한(non-dominated) 해들이 존재할 수 있는데, 사전에 정의된 단일의 효용함수로부터 도출된 해를 의사결정자가 가장 선호하는 해라고 보장하기는 어렵다는 의미이다. 그 외 인공신경망과 유전알고리즘을 이용한 연구도 있다[3]. MRO 연구에 관한 보다 상세한 문헌 고찰을 위해서는 이동희 등[2]을 참고하면 도움이 된다.

한편 MOO 분야에서 가장 많이 응용된 방법론은 상호교호적인 접근법이다[19, 32]. 상호교호적 접근법의 기본개념은 다목적 문제의 해를 찾는 과정에서 의사결정자의 효용 또는 선호정보를 계속적으로 받아들여 가장 만족스러운 해에 도달하게 하는 것이다. 즉 초기 해를 의사결정자에게 보여주고 선호정보를 받아 보다 만족스러운 해를 도출한다. 의사결정자가 새로운 해를 만족하면 문제해결 과정을 종료하고, 그렇지 않으면 추가적인 선호정보를 받아 새로운 해를 도출하고, 도출된 해가 만족될 때까지 본 과정을 계속한다. 이러한 과정에서 의사결정자는 문제의 구조에 대해 학습하게 되며, 선호정보가 목적함수에 미치는 영향을 파악할 수 있어서, 원하는 해를 찾는데 많은 도움을 준다. 또한 어떤 특정한 시점에서 필요한 모든 선호정보를 한꺼번에 요구하지 않고 순차적으로 요구한다는 점에서, 의사결정자의 정보제공에 대한 부담을 현저히 완화하는 장점이 있다.

MRO 문제를 해결하기 위하여 상호교호적 접근법을 활용한 기존의 연구들이 있다. Jeong and Kim [12, 13], Köksalan and Plante[14], Montgomery and Bettencourt[22], Rees et al.[29], Mollaghasemi and Evans[21], Park and Kim[24], Lee et al.[20]이 대표적인 예들이다. 본 연구들의 구체적인 기법들은 서로 상이하나, 하나의 공통점은 모두가 의사결정자의 선호도를 반영함에 있어 목적함수공간(objective function space)을 이용한다는 점이다. 즉 현재의 반응변수들의 값을 의사결정자에게 보여주면서 만족

여부를 평가하게 하고, 그 결과 만족하지 못한 반응변수의 값을 향상시킨다. 본 과정을 반복하여 최종적으로 선호하는 반응변수들의 수준이 결정되면, 이에 해당하는 설계변수들의 수준이 자동적으로 결정된다. 설계변수공간에서의 선호도를 반영하는 상호교호작용은 중요함에도 불구하고 기존의 연구에서는 전혀 찾아볼 수 없다. 예를 들어 설계변수 1의 수준 또는 설계변수 2의 수준을 증가시키면 원하는 반응변수의 값이 향상된다고 하자. 그런데 설계변수 1의 값을 증가시키는 것이 설계변수 2의 값을 증가시키는 것 보다 훨씬 선호된다면(즉 경제적이거나 기술적으로 쉽다면), 설계변수 1의 값을 증가시켜 원하는 품질특성을 얻을 것이다. 본 상황에서 설계변수공간에서의 상호교호작용이 없는 기존의 방법을 사용한다면, 불행하게도 변수 2의 값을 증가시킬 수도 있다. 따라서 기존의 방법은 설계변수공간에서의 선호도(경제성, 기술적 어려움 등을 포함)를 반영하지 못한다는 한계를 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 목적함수공간뿐만 아니라 설계변수공간에서의 선호도를 동시에 반영할 수 있는 상호교호적 접근법을 제안한다. 즉 반응변수에 관한 선호도뿐만 아니라 설계변수에 관한 선호도도 함께 고려할 수 있는 방법론이다. 본 방법은 Geoffrion et al.[11]이 개발한 방법(GDF)과 Zionts and Wallenius[36]가 개발한 방법(ZW)의 장점을 선택×결합한 것이다. 즉 MRO 문제같은 비선형문제를 해결할 수 있는 GDF 방법의 계산방식을 택하고, 선호정보의 제공이 용이한 “예”, “아니오”, “모르겠다”의 형태로 상호교호작용을 하는 ZW 방법의 정보제공 방식을 택한다. 한편 GDF 방법과 ZW 방법의 장점을 선택한 상호교호적 방법은 Park and Shin[25]의 연구에서 개발되어 신규지점 운영설계 문제에 적용된 바 있다. 그러나 본 접근법은 MRO 분야에는 처음으로 제안되며, 무엇보다 중요한 점은 MRO 분야에서 요구되는 설계변수에 관한 선호도를 고려할 수 있다는 것이 본 논문의 가장 큰 공헌이라 할 수 있다. 나아가 본 연구에서는 제안된 방법을 MRO 분야의 제품설계 문제로 적용하여, 제안된 방법이 의사결정자가 가장 선호하는 해에 빠르게 수렴함을 보인다.

덧붙여 MRO 분야에서는 반응변수에 관한 평균함수(mean function)도 중요하지만 분산효과(dispersion effect)의 고려도 중요함을 강조해 왔다. 특히 Wu[34]는 한 반응변수의 향상이 다른 중요한 반응변수들의 저하를 불러오는 현상이 상관관계가 큰 반응변수들이 존재하는 상황에서 더욱 심화된다는 점을 지적한 바 있다. 본 논문에서는 반응변수에 관한 평균함수는 물론 분산-공분산함수들을 동시에 고려하는 다목적문제를 설정한 후, 제안된 상호교호적 방법을 적용한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 2장에서는 다목적문제를 설정하고 제안된 상호교호적 방법을 설명한다. 제 3장에서 적용예제를 보여준 후 제안된 방법의 수렴성을 보고한다. 마지막 장에서 본 연구를 요약하고 결론을 내린다.

2. 상호교호적 방법

2.1 다목적문제 설정

우선 s개의 설계변수 $\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_s)$와 r개의 반응변수 $\mathbf{y} = (y_1, \cdots, y_r)$가 있다고 하자. 이때 추정된 반응변수의 평균 함수를 $\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{x}) = [\hat{y}_1(\mathbf{x}), \cdots, \hat{y}_r(\mathbf{x})]$이라 하자. 반응표면분석에서는 일반적으로 2차 모형을 활용한 OLS(Ordinary Least Square)추정법 또는 SUR(Seemingly Unrelated Regression)추정법이 주로 사용된다[10, 31]. 본 연구에서는 SUR 추정법을 사용하여 반응변수 i에 대한 회귀식 $\hat{y}_i(\mathbf{x})$을 다음과 같이 추정한다.

$$\hat{y}_i(\mathbf{x}) = \mathbf{a}_i \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}$$

여기서 $\mathbf{a}_i$는 추정된 계수들의 벡터로 $\mathbf{a}_i = [\mathbf{X}_i^{\mathrm{T}}(\widehat{\Sigma^{-1}} \otimes \mathbf{I})\mathbf{X}_i]^{-1}\mathbf{X}_i^{\mathrm{T}}(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes \mathbf{I})\mathbf{y}_i$이고, 계산에 사용된 $\mathbf{X}_i$는 반응변수 i의 설계행렬(design matrix), $\mathbf{y}_i$는 반응변수 i의 관측벡터, $\hat{\Sigma}$는 추정된 분산-공분산행렬, $\mathbf{I}$는 항등행렬(identity matrix)을 나타낸다. 연산자$\otimes$는

크로네커곱(kronecker product)을 의미하는데, 예를 들어 행렬 $A = (a_{ij})$가 있다면 $A \otimes B = (a_{ij})B$가 된다. 그리고 $\mathbf{x}_i$는 회귀모형에 이용된 설계변수벡터로 반응변수 i에 따라 벡터의 구성이 달라질 수 있다.

다음으로 위에서 추정된 평균 함수들의 분산함수 $\mathrm{var}(\hat{y}_i)$와 공분산함수 $\mathrm{cov}(\hat{y}_i, \hat{y}_j)$를 다음과 같이 구할 수 있다[31, 35].

$$\begin{aligned}\mathrm{var}(\hat{y}_i) &= \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\mathrm{var}(\mathbf{a}_i)\mathbf{x}_i \\ &= \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}[\mathbf{X}_i^{\mathrm{T}}(\hat{\Sigma}^{-1}\otimes \mathbf{I})\mathbf{X}_i]^{-1}\mathbf{x}_i \\ \mathrm{cov}(\hat{y}_i, \hat{y}_j) &= \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\mathrm{cov}(\mathbf{a}_i,\ \mathbf{a}_j)\mathbf{x}_j \\ &= \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}[\mathbf{X}_i^{\mathrm{T}}(\widehat{\Sigma^{-1}}\otimes \mathbf{I})\mathbf{X}_j]^{-1}\mathbf{x}_j\end{aligned}$$

즉 분산 및 공분산이 설계변수의 수준에 따라 달라지므로, 이러한 분산과 공분산을 최소화하는 설계변수의 수준을 추구할 것이다.

따라서 반응변수의 평균 함수, 분산함수, 공분산함수를 모두 고려하는 MRO 문제는 다음과 같은 L개의 목적함수를 가진 MOO 문제로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\max \quad U[\mathbf{f}(\mathbf{x})] = U[f_1(\mathbf{x}),\ \cdots,\ f_k(\mathbf{x}),\ \cdots,\ f_L(\mathbf{x})] \\ &\mathrm{s.t.} \quad\ \mathbf{x} \in S = \{\mathbf{x}|\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}\}\end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{x} \in \mathrm{R}^n$는 의사결정변수벡터로 설계변수(original design variables)와 여유변수(slack variables)를 모두 포함한다. 설계변수는 실험계획에서 사용된 범위(experimental region)를 갖고 여유변수는 비음제약을 만족해야 한다. 목적함수 f_k는 미분가능한 연속함수이다. MOO 모형 식 (1)의 궁극적인 목적은 의사결정자의 효용함수 $U : \mathrm{R}^L \rightarrow \mathrm{R}$를 최대화하는 것이다.

모형 (1)의 모든 목적함수는 최대화하는 것으로 다음과 같이 구성할 수 있다. 반응변수 k가 망대특성(larger-the-better)이면 $f_k(\mathbf{x}) = \hat{y}_k(\mathbf{x})$, 망소특성(smaller-the-better)이면 $f_k(\mathbf{x}) = -\hat{y}_k(\mathbf{x})$, 망목특성(nominal-the-best)이면 $f_k(\mathbf{x}) = -[\hat{y}_k(\mathbf{x})-\tau_k]^2$으로 평균에 해당하는 목적함수를 구성한다. 여기서 τ_k는 망목특성을 가진 반응변수의 목표치(target)이다. 각 반응변수의 분산함수는 $f_k(\mathbf{x}) = -\mathrm{var}[\hat{y}_k(\mathbf{x})]$, 반응변수 k와 j의 공분산함수는 $f_k(\mathbf{x}) = -\mathrm{cov}[\hat{y}_k(\mathbf{x}),\ \hat{y}_j(\mathbf{x})]$으로 목적함수를 구성한다. 따라서 모형 (1)은 $L = 2r+{}_rC_2$개의 최대화 목적함수를 갖는다.

2.2 감소경사도 계산

이제부터 MOO 문제 식 (1)을 푸는 상호교호적 방법을 기술한다. 이를 위해 우선 감소경사도(reduced gradient)에 관한 이해가 필요하다. 연쇄법칙(chain rule)을 이용하여 효용함수 U를 x에 대해 편미분하면 $\nabla_{\mathbf{x}} U[f_1(\mathbf{x}), \cdots, f_L(\mathbf{x})] = \sum \partial U/\partial f_k \nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x})$이 된다. 여기서 $\partial U/\partial f_k$는 각 목적함수가 효용함수에 미치는 영향의 정도라고 할 수 있으므로 목적함수 k의 가중치 $w_k = \partial U/\partial f_k$로 정의할 수 있다. 따라서 가중치벡터는 $\mathbf{w} = (w_1,\ \cdots,\ w_L)$로 표현한다. 다음으로 $\nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x})$는 x_j로 편미분할 경우 $\partial f_k/\partial x_j$로 표현되며, 이는 설계변수 x_j의 변화에 대한 목적함수 f_k의 변화를 나타낸다. 이는 선형계획법의 수정비용(reduced cost)과 유사한 의미를 갖는데 비선형계획법에서는 이를 감소경사도라고 한다[5].

감소경사도는 상호교호적 방법에서 설계변수와 반응변수의 선호정보를 동시에 고려할 수 있도록 하는 단서를 제공한다. 감소경사도는 설계변수가 한 단위 변할 때 변화하는 반응변수의 변화량이다. 즉 의사결정자가 감소경사도를 보면 어떤 설계변수를 증가시키면 어떠한 반응변수가 향상되는지 아니면 저하되는지의 여부를 알 수 있다. 따라서 의사결정자는 자신이 원하는 반응변수의 수준을 향하여 설계변수의 수준을 변화시킬지에 관한 의사결정을 할 수 있다. 특히 반응변수들에 대해 같은 혹은 비슷한 수준의 변화를 유도할 수 있는 두 설계변수가 있다면, 의사결정자는 두 설계변수 중 더 경제적인 설계변수를 변화시키고자 할 것이다. 또한 어떤 설계변수를 변화시킴으로써 특정 반응변수의 향상을 기대할 수는 있지만, 현실적으로 그 설계변수의 현재 수준을 변화시키기 어려운 상황에 있을 때는 변화를

꺼려할 것이다. 결론적으로 감소경사도 정보를 상호교호작용에 활용한다면, 기존의 연구에서 고려할 수 없는 설계변수에 관한 선호도를 고려할 수 있다.

문제 (1)에서 A를 $m \times n$행렬이라 할 때, 감소경사도는 다음과 같이 계산된다. 주어진 제약조건을 만족하는 하나의 실행가능해 $\mathbf{x}$를 m개의 기저변수 $\mathbf{x}_B$와 $n-m$개의 비기저변수 $\mathbf{x}_N$로 구분하면 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_B, \mathbf{x}_N]$이 된다. 마찬가지로 A행렬도 기저변수에 해당하는 기저행렬 B와 비기저변수에 해당하는 비기저행렬 N으로 구분하면 A = [B, N]이 된다. 유사하게 위에서 정의한 편미분 $\nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x})$도 기저변수에 해당하는 $\nabla_{\mathbf{B}} f_k(\mathbf{x})$와 비기저변수에 해당하는 $\nabla_{\mathbf{N}} f_k(\mathbf{x})$로 구분하면 $\nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x}) = [\nabla_{\mathbf{B}} f_k(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{N}} f_k(\mathbf{x})]$가 된다. 이제 목적함수 k에 관한 감소경사도벡터를 $\mathbf{r}_k$라 하고, 이를 기저변수와 비기저변수에 해당하는 부분으로 나눈 것을 $\mathbf{r}_k = [\mathbf{r}_{Bk}, \mathbf{r}_{Nk}]$라 하자. 이때 $\mathbf{r}_k$는 다음과 같다[5].

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_k &= [\mathbf{r}_{Bk}, \mathbf{r}_{Nk}] = \nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{B}} f_k(\mathbf{x}) \mathrm{B}^{-1} \mathrm{A} \\ &= [0, \nabla_{\mathbf{N}} f_k(\mathbf{x}) - \nabla_{\mathbf{B}} f_k(\mathbf{x}) \mathrm{B}^{-1} \mathrm{N}] \end{aligned} \tag{2}$$

즉 기저변수에 대한 감소경사도는 모두 0이고, 비기저변수에 대한 것은 $-\nabla_{\mathbf{B}} f_k(\mathbf{x}) \mathrm{B}^{-1} \mathrm{N}$로 주어진다.

2.3 가중치 추정

전술한 바와 같이 감소경사도 정보를 보여주면, 의사결정자는 설계변수의 변화에 따른 반응변수의 변화를 이해하게 되고, 따라서 자신의 효용을 향상시킬 수 있는 설계변수의 변화를 원할 것이다. 본 상호교호작용을 통하여 얻어진 의사결정자의 선호정보를 바탕으로 향상된 해를 구하기 위해 목적함수들에 관한 가중치를 다음과 같이 추정한다.

우선 식 (2)에서 구한 비기저변수에 대한 목적함수 f_k별로 구성된 감소경사도($\mathbf{r}_{Nk}$)를 각각의 비기저변수 x_j별로 재구성하면 $\mathbf{r}^j = (r_{1j}, \cdots, r_{Lj})$가 된다. 여기서 구성요소 r_{kj}는 비기저변수 x_j의 변화에 따른 목적함수 f_k의 변화를 나타낸다. 이제 모든 비기저변수 x_j에 대한 감소경사도벡터 $\mathbf{r}^j$를 의사결정자에게 보여준다. ZW 방법에서 수행한 것과 유사하게, 의사결정자의 선호정보를 가지고 다음과 같이 가중치를 계산한다.

의사결정자가 x_j를 증가시키는 것이 효용을 증가시킨다고 할 경우 $\mathbf{w}\mathbf{r}^j \geq \varepsilon$ 형태의 제약조건을 구성하고, 반대로 x_j를 감소시키는 것이 효용을 증가시킨다고 할 경우는 $\mathbf{w}\mathbf{r}^j \leq -\varepsilon$ 형태의 제약조건을 구성한다. 만약 x_j에 대해 “모르겠다”라고 답한다면 제약조건을 구성하지 않는다. 참고로 비선형계획문제에서는 선형계획문제와 달리 비기저변수의 값이 양수가 될 수 있어서 증가는 물론 감소도 가능하다. 따라서 선형계획문제를 기반으로 하는 ZW 방법에서는 “예”, “아니오”, “모르겠다”의 반응을 요구하는 반면, 비선형계획문제를 다루는 본 연구에서는 설계변수에 대해 “증가”, “감소”, “모르겠다”의 반응을 유도한다. 의사결정자의 선호정보를 모아서 아래 선형계획모형을 설정하고 이를 풀어서 가중치를 추정한다.

$$\begin{aligned} &\max \quad \varepsilon \\ &\text{s.t.} \quad \mathbf{w}\mathbf{r}^j \geq \varepsilon \text{(“증가”라고 답한 } x_j \text{에 대해)} \\ &\qquad\ \ \mathbf{w}\mathbf{r}^j \leq -\varepsilon \text{(“감소”라고 답한 } x_j \text{에 대해)} \\ &\qquad\ \ \sum w_k = 1;\ w_k \geq \varepsilon,\ \forall k \end{aligned} \tag{3}$$

2.4 향상방향 도출

가중치벡터 $\mathbf{w}$가 결정되면, 이를 이용하여 현재의 해를 향상시킬 수 있는 방향을 결정한다. 효용함수의 편미분은 $\nabla_{\mathbf{x}} U[\mathbf{f}(\mathbf{x})] = \sum w_k \nabla_{\mathbf{x}} f_k(\mathbf{x})$이므로, 현재해가 $\mathbf{x} = \boldsymbol{\xi}$라고 할 때 향상방향벡터는 아래의 조건을 만족해야 한다.

$$\sum w_k \nabla_{\mathbf{x}} f_k(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{d} > 0$$

즉 의사결정자의 효용함수를 향상시키는 방향인데, 이를 감소경사도 벡터를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\sum w_k \nabla_{\mathrm{x}} f_k(\xi)\mathrm{d} = \sum w_k[\nabla_{\mathrm{N}} f_k(\xi) - \nabla_{\mathrm{B}} f_k(\xi)\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}]\mathrm{d}_{\mathrm{N}} = (\sum w_k \mathrm{r}_{\mathrm{N}k})\mathrm{d}_{\mathrm{N}}$$

따라서 의사결정자에 의해 선택된 비기저변수를 x_o라 하면, 이 변수의 방향인 $d_{j=o}$만 wr^o로 설정할 수 있다. 그리고 x_o를 제외한 다른 비기저변수들의 방향 $d_{j\neq o}$은 모두 0으로 설정할 수 있다. 설정된 비기저변수의 방향벡터를 d_{N}이라 하자.

이제 기저변수의 방향벡터 d_{B}를 계산한다. 이는 움직이고자 하는 방향 $\mathrm{d} = [\mathrm{d}_{\mathrm{B}}, \mathrm{d}_{\mathrm{N}}]$이 실행가능 해야 한다는 조건인 $\mathrm{Ad} = 0$을 이용하여 결정할 수 있다. 즉 $\mathrm{Ad} = [\mathrm{B}, \mathrm{N}][\mathrm{d}_{\mathrm{B}}, \mathrm{d}_{\mathrm{N}}] = 0$을 만족해야 하므로 $\mathrm{d}_{\mathrm{B}} = -\mathrm{B}^{-1}\mathrm{N}\mathrm{d}_{\mathrm{N}}$이 된다.

2.5 선탐색 문제

향상방향벡터 $\mathrm{d} = [\mathrm{d}_{\mathrm{B}}, \mathrm{d}_{\mathrm{N}}]$이 구해지면 이 방향으로 현재 해 $\mathrm{x} = \xi$를 얼마나 이동할 지를 결정한다. 이를 선탐색(line search) 문제라 하는데 아래와 같다.

$$\max\ U[\mathrm{f}(\xi+\tau\mathrm{d})] \quad \text{s.t. } 0 \le \tau \le \tau_{\max} \tag{4}$$

여기서 $\tau_{\max} = \min\ \{-\xi_j/d_j \mid d_j < 0$, 모형 식 (1)의 모든 여유변수 j에 대해$\}$이다. 모형 식 (4)의 효용함수 U가 미지이므로 결정변수 τ를 한번에 결정하기는 어렵다. 그래서 다양한 τ값에 따른 목적함수의 값 $\mathrm{f}(\xi+\tau\mathrm{d})$을 의사결정자에게 보여주고 가장 만족할만한 해를 선택하게 함으로써 이 문제를 해결할 수 있다. 문제는 $\tau_{\max}$값이 크면 클수록 0과 $\tau_{\max}$사이에 더 많은 대안이 존재하기 때문에 목적함수의 값을 보여주는데 힘이 들 수 있다. GDF 방법에서는 τ값을 0과 1사이의 값이 되도록 하고 있다. 따라서 방향벡터 d를 $\mathrm{z} = \tau_{\max}\mathrm{d}$로 변환하면 모형 식 (4)는 아래의 모형과 같아진다.

$$\max\ U[\mathrm{f}(\xi+t\mathrm{z})] \quad \text{s.t. } 0 \le t \le 1 \tag{5}$$

따라서 수정된 방향벡터 z로의 이동량이 0과 1사이로 축소된다. 의사결정자는 이동량 t가 0에서 1까지 증가하면서 목적함수의 값이 어떻게 변하는지를 확인하고 그 중 가장 선호하는 해를 향상된 해로 선택하게 된다.

2.6 제안된 방법론 요약

이제까지 기술한 상호교호적 방법을 단계별로 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : 임의의 실행가능해 $\mathrm{x}^{h=1}$를 초기해로 설정하고 목적값벡터 $\mathrm{f}(\mathrm{x}^1) = [f_1(\mathrm{x}^1), \cdots, f_k(\mathrm{x}^1), \cdots, f_L(\mathrm{x}^1)]$를 도출한다. 이때 h는 시행 횟수이다. 만약 의사결정자가 현재의 목적값벡터를 만족하면 x^h가 최종해가 되고 절차를 종료한다.

단계 2 : 현재 해 x^h를 기저변수와 비기저변수로 분리한 후, 식 (2)를 사용하여 감소경사도벡터를 계산한다.

단계 3 : 의사결정자에게 계산된 감소경사도벡터를 보여주고, 비기저변수에 대해 “증가”, “감소”, 또는 “모르겠다”로 답하게 한다. 모든 감소경사도벡터에 대해 “모르겠다”라고 답한다면 현재의 해를 최종해로 하고 절차를 종료한다. 아니면 모형 식 (3)을 구성하고 이를 통해 가중치를 추정한다.

단계 4 : 구해진 가중치를 이용하여 방향벡터 $\mathrm{d} = (d_1, \cdots, d_n)$를 계산하고, 수정된 방향벡터 $\mathrm{z} = \tau_{\max}\mathrm{d}$를 구한다. 모형 식 (5)를 바탕으로 t값을 0에서 1까지 변화시키며 목적값벡터 $\mathrm{f}(\mathrm{x}^h+t\mathrm{z})$를 산출한다.

단계 5 : 의사결정자에게 목적값벡터 $\mathrm{f}(\mathrm{x}^h+t\mathrm{z})$를 보여주고 가장 선호하는 해를 선택하게 한다. 이 해에 대응하는 t값을 t^*라고 하자. 따라서 새로운 해는 $\mathrm{x}^h+t^*\mathrm{z}$가 되고, 이에 해당하는 목적값벡터는 $\mathrm{f}(\mathrm{x}^h+t^*\mathrm{z})$이 된다. 만약 의사결정자가 새로운 해를 만족하면 이 해가 최종해가 되고 절차를 종료한다. 그렇지 않

으면 시행 횟수를 h+1로 하고 단계 2로 돌아간다.

3. 방법론 적용

3.1 예제 문제

이 장에서는 제안된 상호교호적 방법이 어떻게 사용되는지를 예제적용을 통하여 설명한다. 이 과정에서 설계변수의 경제성을 고려하는 구체적인 예를 보인다. 사용할 예제는 중합물 합성설계(polymer design) 문제이다. 이 문제는 Myers et al.[23]에 의해 제시되었고 Vining[33], Park and Kim[24], Ko et al.[18]의 논문에서 사용된 바 있다. 예제에서 이용된 3개의 설계변수는 반응시간(x_1), 반응온도(x_2), 촉매량(x_3)이며, 2개의 품질특성은 중합물의 전환율(y_1 : conversion)과 열활동(y_2 : thermal activity)이다. 전환율은 망대특성이고 열활동은 망목특성이며 그 목표치는 57.5이다. 설계변수들의 실험영역은 $S = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) | -1.682 \le x_j \le 1.682,\ j = 1, 2, 3\}$이다.

SUR 방법을 사용하여 2차 모형을 근사하기 위해 추정된 분산-공분산행렬은 다음과 같다.

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 11.12 & -0.54 \\ -0.54 & 1.55 \end{bmatrix}$$

추정된 반응변수의 평균 함수를 포함하여, 결정된 분산함수 및 공분산함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\hat{y}_1(\mathbf{x}) = {} & 80.93+1.03x_1+4.10x_2+6.20x_3-1.63x_1^2 \\
& +2.96x_2^2-5.18x_3^2+2.03x_1x_2+11.37x_1x_3 \\
& -3.80x_2x_3 \\
\hat{y}_2(\mathbf{x}) = {} & 59.84+3.58x_1+0.25x_2+2.23x_3+0.83x_1^2 \\
& +0.08x_2^2+0.06x_3^2-0.39x_1x_2-0.04x_1x_3 \\
& +0.31x_2x_3 \\
\mathrm{var}(\hat{y}_1) = {} & 1.850-0.449x_1^2-0.449x_2^2-0.449x_3^2 \\
& +0.772x_1^4+0.772x_2^4+0.772x_3^4+1.544x_1^2x_2^2 \\
& +1.544x_1^2x_3^2+1.544x_2^2x_3^2 \\
\mathrm{var}(\hat{y}_2) = {} & 0.259-0.063x_1^2-0.063x_2^2-0.063x_3^2 \\
& +0.108x_1^4+0.108x_2^4+0.108x_3^4+0.216x_1^2x_2^2 \\
& +0.216x_1^2x_3^2+0.216x_2^2x_3^2 \\
\mathrm{cov}(\hat{y}_1, \hat{y}_2) = {} & 0.090+0.022x_1^2+0.022x_2^2+0.022x_3^2 \\
& -0.038x_1^4-0.038x_2^4-0.038x_3^4 \\
& -0.076x_1^2x_2^2-0.076x_1^2x_3^2-0.076x_2^2x_3^2
\end{aligned}$$

MOO 문제를 설정하기 위해 추정된 함수들을 최대화 문제로 변환시켜 목적함수 $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \cdots, f_5(\mathbf{x})$를 구성한다. 변환된 목적함수는 각각 $f_1(\mathbf{x}) = \hat{y}_1(\mathbf{x})$, $f_2(\mathbf{x}) = -[\hat{y}_2(\mathbf{x})-57.5]^2$, $f_3(\mathbf{x}) = -\mathrm{var}(\hat{y}_1)$, $f_4(\mathbf{x}) = -\mathrm{var}(\hat{y}_2)$, $f_5(\mathbf{x}) = -\mathrm{cov}(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$이다. 따라서 아래와 같은 MOO 문제가 설정된다.

$$\begin{aligned}
\max \quad & \mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x}), f_4(\mathbf{x}), f_5(\mathbf{x})] \\
\text{s.t.} \quad & x_1-x_4 = -1.682 \\
& x_1+x_5 = 1.682 \\
& x_2-x_6 = -1.682 \\
& x_2+x_7 = 1.682 \\
& x_3-x_8 = -1.682 \\
& x_3+x_9 = 1.682 \\
& x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \ge 0
\end{aligned} \tag{6}$$

모형 식 (6)에서 x_1, x_2, x_3는 원래의 설계변수이고, x_4~x_9는 추가적으로 도입된 여유변수로 비음조건을 만족해야 한다. 따라서 의사결정변수벡터는 설계변수와 여유변수를 모두 포함하는 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_9)$로 재정의한다.

3.2 첫 번째 상호작용과정(h = 1)

단계 1 : 초기해를 $\mathbf{x}^{h=1}$ = (-0.427, 1.058, -0.298, 1.255, 2.109, 2.740, 0.624, 1.384, 1.980)로 설정하자. 이에 해당하는 목적함수의 값은 $\mathbf{f}^1 = [f_1(\mathbf{x}^1), \cdots f_5(\mathbf{x}^1)]$ = [87.276, -0.545, -2.949, -0.380, 0.392]이 된다.

단계 2 : 현재 해 $\mathbf{x}^1$을 기저변수 $\mathbf{x}_B = (x_2, x_3, x_4, x_5, x_7, x_9)$와 비기저변수 $\mathbf{x}_N = (x_1, x_6, x_8)$로 분

리하여 다음과 같은 감소경사도벡터를 계산한다.

r_1 = [1.455, −3.647, 3.616, 0.203, −0.178]
r_6 = [10.501, −0.718, −3.590, −0.502, 1.786]
r_8 = [0.338, −3.754, 1.011, 0.141, −0.086]

단계 3 : 감소경사도벡터인 r_1은 x_1이 한 단위 증가할 때 f_1을 1.455만큼 증가시킬 수 있음을 의미한다. 마찬가지로 x_1을 한 단위 증가시킬 때 f_3과 f_4는 각각 3.616, 0.203만큼 증가시킬 수 있지만, f_2와 f_5는 각각 3.647, 0.178만큼 감소함을 의미한다. r_6과 r_8에 대한 해석도 같은 방식으로 할 수 있다. 여기서 의사결정자가 f_1을 향상시키면서 동시에 분산에 대한 목적함수 f_3과 f_4를 향상시키기를 원한다고 가정하자. 원하는 목적을 달성하기 위해서는 x_1 또는 x_8을 증가시키면 된다. 모형 식 (6)의 제약조건을 살펴보면 x_8은 x_3의 여유변수임을 알 수 있고, 또한 x_8의 증가는 x_3의 증가와 같다는 것을 알 수 있다. 따라서 원하는 목적을 달성하기 위하여 x_1 또는 x_3을 증가시키면 된다. 만약, x_3(촉매량)을 증가시키는 것이 x_1(반응시간)을 증가시키는 것 보다 더 어렵거나 경제적으로 더 많은 비용이 요구될 경우 의사결정자는 x_1의 증가를 원할 것이다(이것이 설계변수의 선호도를 고려하는 하나의 예이다). 이러한 설계변수의 선호도를 고려하여 의사결정자가 x_1의 증가를 선호한다고 가정하자. 따라서 가중치 추정을 위하여 다음과 같은 선형계획모형을 수립한다.

$$\begin{aligned} \max\ & \varepsilon \\ \text{s.t.}\ & 1.455w_1 - 3.647w_2 + 3.616w_3 + 0.203w_4 \\ & -0.178w_5 \geq \varepsilon \\ & w_1+w_2+w_3+w_4+w_5 = 1 \\ & w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 \geq \varepsilon \end{aligned}$$

위의 선형계획문제를 풀어 가중치벡터 $\mathbf{w}$ = (0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.9996, 0.0001)를 산출했다. 이때 $\varepsilon = 10^{-4}$을 사용하였다.

단계 4 : 산출한 가중치벡터와 감소경사도벡터를 사용하여 방향벡터 $\mathbf{d}$ = (0.203, 0, 0, 0.203, −0.203, 0, 0, 0, 0)를 얻었다. 또한 $\tau_{\max}$는 10.415이고 수정된 방향벡터는 $\mathbf{z}$ = (2.109, 0, 0, 2.109, −2.109, 0, 0, 0, 0)이다.

단계 5 : 의사결정자에게 목적값벡터를 담은 <표 1>을 보여주고 가장 만족하는 해를 선택하도록 한다. 의사결정자가 향상시키고자 한 f_1, f_3, f_4모두 t = 0.2지점까지는 향상되지만 그 이후 점점 저하됨을 볼 수 있다. 따라서 의사결정자가 t^* = 0.2로 결정했다고 하자. 따라서 새로운 목적값벡터는 $\mathbf{f}(\mathbf{x}^2) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^1 + 0.2\mathbf{z})$ = (81.280, −12.362, −1.799, −0.252, −0.051)가 되고 이 때의 설계변수 값은 $\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1 + t^*\mathbf{z}$ = (−0.005, 1.058, −0.298, 1.677, 1.687, 2.740, 0.624, 1.384, 1.980)로 정해진다. 아직 의사결정자가 구해진 새로운 해에 만족하지 못했다고 가정하고 시행 횟수를 h = 2로 하고 단계 2로 돌아간다.

〈표 1〉 첫 번째 시행(h = 1)의 목적값벡터

t	$f_1(\mathbf{x})$	$f_2(\mathbf{x})$	$f_3(\mathbf{x})$	$f_4(\mathbf{x})$	$f_5(\mathbf{x})$
0	87.276	−0.545	−2.717	−0.380	0.392
0.1	87.502	−1.680	−2.501	−0.350	0.371
0.2	**87.564**	**−3.720**	**−2.433**	**−0.340**	**0.367**
0.3	87.462	−6.947	−2.494	−0.349	0.371
0.4	87.198	−11.674	−2.702	−0.378	0.390
0.5	86.771	−18.251	−3.110	−0.435	0.453
0.6	86.180	−27.059	−3.809	−0.533	0.603
0.7	85.426	−38.513	−4.927	−0.689	0.902
0.8	84.509	−53.059	−6.627	−0.927	1.431
0.9	83.429	−71.179	−9.111	−1.274	2.288
1.0	82.186	−93.386	−12.616	−1.764	3.590

3.3 두 번째 상호작용과정(h = 2)

단계 2 : 현재 해 $\mathbf{x}^{h=2}$를 기저변수 $\mathbf{x}_B = (x_1, x_2, x_4,$

x_6, x_8, x_9)와 비기저변수 $\mathbf{x}_N$ = (x_3, x_5, x_7)로 분리하여 다음과 같은 감소경사도벡터를 계산한다.

r_3 = [5.136, −9.750, 0.843, 0.118, −0.078]
r_5 = [0.092, 12.248, −0.015, −0.002, 0.001]
r_7 = [−11.398, 1.244, 2.994, 0.418, −1.757]

단계 3 : 감소경사도벡터를 살펴보면, x_3 또는 x_7의 증가를 통하여 분산함수 f_3과 f_4를 더 향상시킬 수 있음을 알 수 있다. 모형 식 (6)의 제약조건을 보면 여유변수인 x_7의 증가는 설계변수 x_2의 감소를 의미한다. 여기서 의사결정자가 x_3(촉매량)을 증가시키는 것 보다 x_2(반응온도)의 감소가 더욱 경제적이라고 하자. 따라서 의사결정자는 설계변수의 선호도를 고려하여 x_7의 증가를 결정할 것이다. 이어서 가중치 추정을 위하여 다음과 같은 선형계획모형을 수립한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & \varepsilon \\ \text{s.t.} \quad & 1.455w_1-3.647w_2+3.616w_3+0.203w_4 \\ & -0.178w_5 \geq \varepsilon \\ & -11.398w_1+1.244w_2-2.994w_3+0.418w_4 \\ & -1.757w_5 \geq \varepsilon \\ & w_1+w_2+w_3+w_4+w_5 = 1 \\ & w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 \geq \varepsilon \end{aligned}$$

여기서 $\varepsilon = 10^{-4}$을 사용하여 구한 가중치벡터는 $\mathbf{w}$ = (0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.9996, 0.0001)이다.

단계 4 : 산출한 가중치벡터를 사용하여 방향벡터 $\mathbf{d}$ = (0, −0.417, 0, 0, 0, −0.417, 0.417, 0, 0)를 계산한다. τ_{max}값은 6.564이고 수정된 방향벡터는 $\mathbf{z}$ = (0, −2.740, 0, 0, 0, −2.740, 2.740, 0, 0)이다.

단계 5 : 의사결정자에게 <표 2>의 목적값벡터를 보여주고 가장 만족하는 해를 선택하도록 한다. 의사결정자가 향상시키고자 한 f_2 값은 t = 0.8지점까지 계속 향상하고 있고, f_3과 f_4값은 t = 0.5지점까지 전반적으로 향상하지만 이후 점점 저하됨을 보이고 있다. 따라서 의사결정자가 t^* = 0.5로 결정했다고 하자. 이때 목적값벡터는 $\mathbf{f}(\mathbf{x}^3) = \mathbf{f}(\mathbf{x}^2+0.5\mathbf{z})$ = (77.464, −2.650, −1.793, −0.251, −0.087)가 되고 설계변수 값은 $\mathbf{x}^3 = \mathbf{x}^2+t^*\mathbf{z}$ = (−0.005, −0.312, −0.298, 1.677, 1.687, 1.370, 1.994, 1.384, 1.980)로 정해진다. 아직 의사결정자가 구해진 새로운 해에 만족하지 못한다면, 시행 횟수를 h = 3으로 하고 단계 2로 다시 돌아간다. 만약 의사결정자가 이 해에 만족한다면, 이 해가 최종해가 되고 절차를 종료한다.

〈표 2〉 두 번째 시행(h = 2)의 목적값벡터

t	$f_1(\mathbf{x})$	$f_2(\mathbf{x})$	$f_3(\mathbf{x})$	$f_4(\mathbf{x})$	$f_5(\mathbf{x})$
0	87.564	−3.720	−2.433	−0.340	0.367
0.1	84.662	−3.408	−1.916	−0.268	0.044
0.2	82.201	−3.149	−1.787	−0.250	−0.067
0.3	80.181	−2.939	−1.801	−0.252	−0.089
0.4	78.602	−2.774	−1.816	−0.254	−0.089
0.5	**77.464**	**−2.650**	**−1.793**	**−0.251**	**−0.087**
0.6	76.768	−2.564	−1.800	−0.252	−0.050
0.7	76.512	−2.516	−2.008	−0.281	0.107
0.8	76.697	−2.503	−2.692	−0.377	0.517
0.9	77.323	−2.527	−4.232	−0.592	1.367
1.0	78.391	−2.586	−7.113	−0.995	2.893

3.4 수렴성

제안된 상호교호적 방법의 수렴성을 확인하기 위해 의사결정자의 효용함수를 임의로 정의하여 활용한다. 즉 의사결정자가 가장 선호하는 해가 사전에 정해져 있다고 가정하고, 제안된 방법이 그 해에 얼마나 빨리 도달하는지를 살펴본다. 효용함수의 사용은 수렴성을 검정하기 위한 수단임을 강조하고자 한다. 사용한 효용함수는 가중합함수($\sum w_k f_k$)와 가중승법함수($\prod w_k f_k$)이다. 여기서 목적함수 f_k는 위에서 소개

한 중합물 합성설계 문제에서 도출한 5개의 목적함수이고, 각 목적함수의 가중치 w_k는 0에서 1사이의 균등분포를 갖는 난수(random number)를 발생시켜 부여하였다. 구성한 두 개의 효용함수를 이용하여 도출한 최적해를 의사결정자의 최종 해라고 가정하고, 상호교호 과정을 반복하여 그 해에 도달할 때까지의 시행횟수(h)를 기록하였다.

먼저 가중합함수의 경우 가중치를 변경하면서 10개의 구체적인 효용함수를 설정하고 이를 통하여 구해진 해를 최종해라고 가정하였다. 다음으로 각각의 최종해에 대하여 제안된 방법이 도달한 시행횟수를 기록하였다. 즉 10번의 실험을 반복한 것이다. 그 결과 평균 3.2회, 최소 2회, 최대 5회의 시행 후 최종해에 도달 하였다.

가중승법함수에 대해서도 위와 같은 실험을 동일하게 실시하였다. 그 결과 평균 4.2회 최소 3회, 최대 6회의 시행 후 최종해에 도달하였다. 따라서 가중합함수의 경우 보다 가중승법함수의 경우에 시행횟수가 많았으나, 두 경우 모두 수렴에 성공하였다. 또한 수렴하는 속도도 대략적으로 평균 3~4회의 시행횟수 만에 도달하였다.

상기 수행한 수렴성 검정에서는 설계변수공간의 선호도는 고려하지 않았다. 즉 모든 설계변수의 선호도는 유사하다고 가정하고, 반응변수의 값이 최종해에 도달하는 방향으로 실험을 실시하였다. 이제 설계변수의 경제성에 관한 추가적인 가정을 하여, 본 가정을 지키면서 반응변수의 값이 최종해에 도달하는 방식으로 실험을 실시한다. 설계변수의 선호도에 관한 가정은 다음과 같다. 중합물 합성설계 예제에서 세 개의 설계변수 중에서 반응시간(x_1)을 가장 변화시키기 쉬운(경제적인) 변수로, 촉매량(x_3)을 가장 변화시키기 어려운(비경제적인) 변수로 가정하였다. 본 설계변수의 선호도를 고려하는 경우의 수렴성을 확인하기 위해 이전에 사용한 최종해를 목표값으로 사용하였다. 가중합함수의 경우에 대해 10번의 실험을 반복한 결과, 평균 4.3회, 최소 3회, 최대 7회의 시행 후 최종 해에 수렴하였다. 가중승법함수의 경우에도 10번을 실시하였는데 그 결과 평균 4.9회, 최소 3회, 최대 7회의 시행 후 최종해에 수렴함을 확인하였다.

요약하면, 설계변수의 선호도를 고려하지 않은 경우와 고려한 경우로 나누어 실험을 하였다. 그 결과 후자인 설계변수의 선호도를 고려한 경우가 상대적으로 느리게 수렴하는 것으로 나타났다. 왜냐하면 특정 목적함수를 향상시킬 수 있는 두 개의 비기저변수가 있다고 하자. 이때 각각의 비기저변수의 증가로 특정 목적함수를 향상시키는 속도가 다를 수 있다. 즉 하나가 다른 하나 보다 빠르게 향상시킬 수 있다. 그런데 빠른 비기저변수의 선호도가 열등할 경우에는 느린 비기저변수의 증가를 통하여 특정 목적함수를 향상시켜야 하기 때문에, 수렴하는 속도가 늦게 나타난 것이다. 그러나 설계변수의 선호도를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우 모두 최대 7회 이내의 시행횟수에서 성공적으로 수렴하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 제품 및 프로세스 설계를 위한 MRO 문제를 해결하기 위하여 상호교호적 다목적최적화 방법론을 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 방법론과 달리 설계변수의 선호도(경제성, 기술적 어려움 등)를 고려할 수 있다. MRO 문제에서는 반응변수의 선호도도 중요하지만, 본 연구에서 강조한 바와 같이 설계변수공간의 선호도를 고려하는 것도 중요하다. 왜냐하면 특정 반응변수에 대해 원하는 수준을 가져다 줄 설계변수가 둘 이상인 경우가 빈번히 나타난다. 이 경우 선호되는 설계변수의 수준을 변화하여 원하는 품질특성(반응변수의 수준)을 획득하는 것이 바람직하다. 덧붙여 제안된 방법은 의사결정자가 쉽게 정보를 제공할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 나아가 제안된 방법을 MRO 분야의 제품설계 문제로 적용하여, 제안된 방법이 의사결정자가 가장 선호하는 해에 빠르게 수렴함을 보였다.

추후 연구과제를 들면 다음과 같다. 첫째 본 연구에서는 목적함수는 비선형이나 제약조건은 선형제약들로 구성된 문제를 다루고 있다. 따라서 양자가 모두 비선형인 문제를 취급할 수 있는 방법론의 개

발이 요구된다. 또 다른 추후 연구과제로는 개발된 절차를 의사결정지원시스템의 형태로 구현하는 것이다. 특히 모형화 단계와 최적화 단계를 순차적으로 지원해 줄 수 있는 통합된 의사결정지원시스템의 개발은 본 절차의 사용과 응용의 폭을 확장시킬 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] 염봉진, 서순근, 윤원영, 변재현, "품질 및 신뢰성 분야의 동향과 발전 방향", 「대한산업공학회지」, 제40권, 제6호(2014), pp.526-554.

[2] 이동희, 정인준, 김광재, "쌍대반응표면최적화의 방법론 및 응용", 「대한산업공학회지」, 제39권, 제5권(2013), pp.342-350.

[3] Arungpadang, T.R., 김영진, "인공신경망과 유전알고리즘 기반의 쌍대반응표면분석에 관한 연구", 「대한산업공학회지」, 제39권, 제5호(2013), pp.361-366.

[4] Barton, R.R. and K.-L. Tsui, "Multivariate yield maximization using CAD/CAE models : efficient approximations based on mean and variance," *Design Theory and Methodology*, Vol.31(1991), pp.31-35.

[5] Bazaraa, M.S., H.D. Sherali, and C.M. Shetty, *Nonlinear programming : theory and algorithms*, John Wiley and Sons, 2013.

[6] Bera, S. and I. Mukherjee, "An integrated approach based on principal component and multivariate process capability for simultaneous optimization of location and dispersion for correlated multiple response problems," *Quality Engineering*, Vol.25, No.3(2013), pp. 266-281.

[7] Box, G.E. and N.R. Draper, *Empirical model-building and response surfaces*, John Wiley and Sons, 1987.

[8] Derringer, G. and R. Suich, "Simultaneous optimization of several response variables," *Journal of Quality Technology*, Vol.12, No.4 (1980), pp.214-219.

[9] Derringer, G.C., "A balancing act-optimizing a products properties," *Quality Progress*, Vol. 27, No.6(1994), pp.51-58.

[10] Fogliatto, F.S. and S.L. Albin, "Variance of predicted response as an optimization criterion in multiresponse experiments," *Quality Engineering*, Vol.12, No.4(2000), pp.523-533.

[11] Geoffrion, A.M., J.S. Dyer, and A. Feinberg, "An interactive approach for multi-criterion optimization, with an application to the operation of an academic department," *Management Science*, Vol.19, No.4(1972), pp.357-368.

[12] Jeong, I.-J. and K.-J. Kim, "Interactive desirability function approach to multi-response surface optimization," *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, Vol.10, No.2(2003), pp.205-217.

[13] Jeong, I.-J. and K.-J. Kim, "An interactive desirability function method to multiresponse optimization," *European Journal of Operational Research*, Vol.195, No.2(2009), pp.412-426.

[14] Köksalan, M. and R.D. Plante, "Interactive multicriteria optimization for multiple-response product and process design," *Manufacturing* and *Service Operations Management*, Vol.5, No.4(2003), pp.334-347.

[15] Khuri, A.I. and J.A. Cornell, *Response surfaces : designs and analyses*, CRC press, 1996.

[16] Kim, K.-J. and D.K. Lin, "Optimization of multiple responses considering both location and dispersion effects," *European Journal of Operational Research*, Vol.169, No.1(2006), pp.133-145.

[17] Kim, K.J. and D.K. Lin, "Simultaneous opti-

mization of mechanical properties of steel by maximizing exponential desirability functions," *Journal of the Royal Statistical Society : Series C(Applied Statistics)*, Vol.49, No.3 (2000), pp.311-325.

[18] Ko, Y.-H., K.-J. Kim, and C.-H. Jun, "A new loss function-based method for multiresponse optimization," *Journal of Quality Technology*, Vol.37, No.1(2005), pp.50-59.

[19] Korhonen, P., H. Moskowitz, and J. Wallenius, "Multiple criteria decision support-A review," *European Journal of Operational Research*, Vol.63, No.3(1992), pp.361-375.

[20] Lee, D.-H., K.-J. Kim, and M. Köksalan, "An interactive method to multiresponse surface optimization based on pairwise comparisons," *IIE Transactions*, Vol.44, No.1(2012), pp.13-26.

[21] Mollaghasemi, M. and G.W. Evans, "Multicriteria design of manufacturing systems through simulation optimization," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.24, No.9(1994), pp.1407-1411.

[22] Montgomery, D.C. and V.M. Bettencourt, "Multiple response surface methods in computer simulation," *Simulation*, Vol.29, No.4 (1977), pp.113-121.

[23] Myers, R.H., D.C. Montgomery, and C.M. Anderson-Cook, *Response surface methodology : process and product optimization using designed experiments*, John Wiley and Sons, 2009.

[24] Park, K.S. and K.-J. Kim, "Optimizing multiresponse surface problems : how to use multiobjective optimization techniques," *IIE Transactions*, Vol.37, No.6(2005), pp.523-532.

[25] Park, K.S. and D.E. Shin, "Interactive multiobjective optimization approach to the input-output design of opening new branches," *European Journal of Operational Research*, Vol.220, No.2(2012), pp.530-538.

[26] Pignatiello Jr, J.J., "Strategies for robust multiresponse quality engineering," *IIE transactions*, Vol.25, No.3(1993), pp.5-15.

[27] Plante, R.D., "Multicriteria models for the allocation of design parameter targets," *European Journal of Operational Research*, Vol. 115, No.1(1999), pp.98-112.

[28] Plante, R.D., "Process capability : a criterion for optimizing multiple response product and process design," *IIE Transactions*, Vol.33, No.6(2001), pp.497-509.

[29] Rees, L.P., E.R. Clayton, and B.W. Taylor, "Solving multiple response simulation models using modified response surface methodology within a lexicographic goal programming framework," *IIE transactions*, Vol.17, No.1(1985), pp.47-57.

[30] Roy, A. and J. Wallenius, "Nonlinear multiple objective optimization : An algorithm and some theory," *Mathematical Programming*, Vol.55, No.1/3(1992), pp.235-249.

[31] Shah, H.K., D.C. Montgomery, and W.M. Carlyle, "Response surface modeling and optimization in multiresponse experiments using seemingly unrelated regressions," *Quality Engineering*, Vol.16, No.3(2004), pp.387-397.

[32] Shin, W.S. and A. Ravindran, "Interactive multiple objective optimization : Survey I-Continuous case," *Computers and Operations Research*, Vol.18, No.1(1991), pp.97-114.

[33] Vining, G.G., "A compromise approach to multiresponse optimization," *Journal of Quality Technology*, Vol.30, No.4(1998), pp.309-313.

[34] Wu, F.-C., "Optimization of correlated multi-

ple quality characteristics using desirability function," *Quality Engineering*, Vol.17, No.1 (2004), pp.119-126.

[35] Zellner, A., "An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias," *Journal of the American statistical Association*, Vol.57, No.298 (1962), pp.348-368.

[36] Zionts, S. and J. Wallenius, "An interactive programming method for solving the multiple criteria problem," *Management Science*, Vol. 22, No.6(1976), pp.652-663.