

실험계획법과 콤플렉스법에 의한 고성능 유압휴즈의 최적 설계 Optimal Design of A Quick-Acting Hydraulic Fuse Using Design of Experiments and Complex Method

이성래^{1*}

Seong Rae Lee

Received: 24 Aug. 2015, Revised: 21 Sep. 2015, Accepted: 07 Oct. 2015

Key Words : Quick-Acting Hydraulic Fuse(고성능 유압휴즈), Design of Experiments(실험계획법), Orthogonal Array(직교배열표), Variation(변동), Complex Method(콤플렉스법)

Abstract: A quick-acting hydraulic fuse, which is mainly composed of a poppet, a seat, and a spring, must be designed to minimize the leaked oil volume during fuse operation on a line rupture. The optimal design parameters of a quick-acting hydraulic fuse were searched using the design of experiments method and the complex method. First, the $L_{50}(5^4)$ orthogonal array is used to find the robust minimum point among the 625 points of design variables. The search range can then be narrowed around the robust minimum point. Second, the $L_{25}(5^4)$ orthogonal array is used to obtain the variations of the design variables in the narrowed search range. The variations of design variables are used to set the structure of a polynomial equation representing the leakage oil volume of the quick-acting hydraulic fuse. The least squares method is then applied to obtain the coefficients of polynomial equation. Finally, the complex method is used to find the optimal design parameters where the objective function is described by the polynomial equation.

기호설명

a_1, a_3 : orifice area 1, 3

A_1 : left side cross-sectional area of poppet

A_3 : right side cross-sectional area of poppet

A_1^* : sum of A_1 and projected area of a_1

A_3^* : sum of A_3 and projected area of a_3

b_f : viscous damping coefficient resulting from fluid viscosity

C_d : discharge coefficient of orifice

C_{r_mid} : clearance between middle bore of fuse case

and poppet left end edge

C_{r_out} : clearance between outlet bore of fuse case and poppet right end edge

$f(x)$: objective function

F_p : force on poppet due to pressure differentials

F_f : flow force on the poppet

F_{bs} : bias force on spring

g : gravitational acceleration

$g(z)$: regressive objective function

k_s : spring constant

l_{p1}, l_{p2} : length of poppet cone and poppet cylinder

m_p : mass of poppet

P_1, P_2, P_3 : pressure in control volume 1, 2, 3

Q_1, Q_3 : flow rate through orifice 1, 3

Q_m : flow rate into fuse entrance

r_{b1} : internal radius of fuse case at initial position of poppet left end

r_{b_mid} : radius of bore at middle of fuse case

* Corresponding author: srlee@konyang.ac.kr

1 Department of Mechanical Engineering, Konyang University, Nonsan 32992, Korea

Copyright © 2015, KSFC

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

- r_{b_out} : radius of bore at outlet of fuse case
 r_{p1}, r_{p3} : radius of poppet left and poppet right end
 S_{x_i} : variations of design variables $x_i, i = 1, 2, 3, 4$
 $S_{x_iL}, S_{x_iQ}, S_{x_iC}, S_{x_iT}$: variations of linear contrast, quadratic contrast, cubic contrast, tetrahedral contrast of design variables $x_i, i = 1, 2, 3, 4$
 S_T : total variation
 t_{simu} : simulation time of fuse operation
 v_p : poppet velocity
 V_1, V_2 : volume of control volume 1, 2
 x_p : poppet displacement
 x_{p_max} : maximum poppet displacement
 $\underline{x} = [x_1 x_2 x_3 x_4]^T = [\alpha_1 \alpha_3 C_{r_mid} C_{r_out}]^T$: design variable vector
 $\underline{x}_{ijkl} = [x_{1i} x_{2j} x_{3k} x_{4l}]^T$: design variable vector at i-th level of x_1 , j-th level of x_2 , k-th level of x_3 , l-th level of x_4
 $\underline{z} = [z_1 z_2 z_3 z_4]^T$: linear transformed design variable vector from \underline{x}
 α_1 : half-cone angle of inlet conical bore in fuse
 α_3 : half-cone angle of outlet conical bore in fuse
 β : fluid bulk modulus
 ρ, μ : fluid density and fluid absolute viscosity
 $\mu_{i...}, \mu_{.j...}, \mu_{..k...}, \mu_{...l}$: average of leaked oil volume at i-th level of x_1 , j-th level of x_2 , k-th level of x_3 , l-th level of x_4
 $\int_0^{t_{simu}} Q_3(t) dt$: leaked oil volume of fuse for t_{simu}

1. 서 론

유압 휴즈는 일종의 유압회로 보호장치이며 관의 급작스런 파손에 의한 유량누설을 감지하여 매우 빠른 시간 내에 유량누설을 차단시켜야 한다. 고성능 유압휴즈¹⁾는 유량누설을 감지한 후 수 밀리초 내에 유량누설을 차단시키며, 크게 스프링(spring), 포핏(poppet), 시트(seat)로 구성되는데 유량누설에 의한 과도유량(transient flow)에 의해 포핏이 급가속을 하여 시트에 접근하며 포핏이 시트에 닿기 전에는 감속이 이루어져 포핏과 시트 사이에 큰 충격이 발생하지 않도록 한다.

이러한 급가속과 급감속을 위해서는 스프링, 포핏,

시트의 기하학적 치수 및 질량 등의 여러 설계변수 값을 선정해야 하므로 최적 설계가 필요하다. 여러 개의 설계변수 중에서 휴즈 입구측 케이스 보어 경사각 α_1 , 휴즈 출구측 케이스 보어 경사각 α_3 , 휴즈 케이스 중간측 보어반경과 포핏 좌측끝 반경의 차이 C_{r_mid} , 휴즈케이스 출구측 보어반경과 포핏 우측끝 반경의 차이 C_{r_out} 를 설계변수로 선정하고 유압휴즈 입구에 과도유량이 발생한 후 유압휴즈가 작동하여 유량을 차단시킬 때까지 발생하는 누설량을 최소화시키기 위해 기존의 최적 설계에서는 유전자 알고리즘(genetic algorithm)과 콤플렉스법(complex method)을 적용하여 최적 설계변수값을 탐색하였다²⁾. 여기서 유전자 알고리즘은 극소값이 많이 존재하는 전역적 탐색에 적합하지만 계산시간이 많이 소요되며, 콤플렉스법은 지역적 탐색에 적합하지만 무작위로 초기 탐색점을 변화시키면서 탐색을 하면 계산시간을 줄이면서 전역적 최적값을 구할 수 있다.

만일 주어진 설계변수에 해당하는 누설량(목적함수값, 또는 특성치)을 구할 때 정해진 시간 동안 연립미분방정식을 수치적으로 풀어야 한다면 계산 시간은 길어지며 총 계산시간은 최적 설계변수값의 탐색횟수에 비례한다. 이에따라 탐색횟수를 최소화시키면서 최적 설계변수값을 구하기 위해 다음과 같이 실험계획법^{3,4)}을 적용하였다. 여기서 실험계획법은 최적값을 향해 점진적으로 탐색하는 것은 아니며 펼쳐진 그물망 노드 중에서 최소값을 가지는 노드(설계변수값)를 구하는 것이다. 이 노드 근처에 최적설계변수가 있다고 가정하고 좁혀진 범위에서 탐색알고리즘인 콤플렉스법을 적용하여 최적설계변수를 구한다. 따라서 실험계획법은 목적함수값을 구하는 계산 시간이 매우 길어서 목적함수를 구하는 횟수(탐색 횟수)가 제한되는 경우에 적합하다.

실험계획법과 콤플렉스법을 적용하여 최적설계변수값을 구하는 과정은 다음과 같다. 첫째, 4개의 설계변수마다 허용최소치와 허용최대치를 설정하고 그 범위를 4등분하여 5개의 수준을 정하면 4원배치법이므로 $5^4 = 625$ 개의 설계점이 생성되는데 625개의 점 중에서 함수값(특성치)이 최소가 되는 강인한 설계점을 구한다. 625 개의 모든 설계점마다 특성치를 구하면 계산시간이 길어지므로 $L_{50}(5^4)$ 직교배열표를 적용하여 50개의 설계점에 해당하는 특성치를 구하고 이를 이용하여 강인한 최소 설계점을 구하였다. 최소 설계점과 4개 설계변수의 허용최소치와 허용최대치를 참고하여 축소된 탐색범위를 설정한다. 이 경

우 축소된 탐색 범위는 전체 탐색 범위의 1/16~1/256 배까지 축소시킬 수 있다. 보통은 4인자 5수준에 해당하는 $L_{25}(5^4)$ 직교배열표를 사용하지만 신뢰성을 높이기 위해 $L_{50}(5^4)$ 직교배열표를 적용하였다.

둘째, 축소된 탐색범위에서 각 설계변수에 해당하는 허용 변화 범위를 4등분하여 각 설계변수마다 5개의 수준을 다시 정한다. 그리고 $L_{25}(5^4)$ 직교배열표에 의해 선정된 새로운 25개의 설계점에 해당하는 목적함수값(특성치)를 구하고 변동분석에 의해 목적함수의 근사 추정식의 형태를 정하고 최소자승법에 의해 목적함수의 근사 추정식의 계수를 구한다.

마지막으로, 콤플렉스법⁵⁾을 적용하여 근사 목적함수를 최소화시키는 최적 설계변수값을 구한다. 이 경우에는 목적함수가 미분방정식이 아닌 일반 다항식으로 표현되기 때문에 최적 설계변수값의 탐색 소요 시간은 매우 짧다.

2. 유압휴즈의 수학적 모델

2.1 유압 휴즈의 구성 및 작동 원리

고성능 유압휴즈¹⁾의 구조가 Fig. 1에 잘 나타나 있다. 미리 압축된 스프링은 유압휴즈 내의 포핏이 열려진 상태에 있도록 한다. 유압휴즈를 통과하는 유량이 충분히 증가하면 휴즈 내의 오리피스1과 오리피스3에서 압력강하가 발생하며 이러한 압력차에 의해 휴즈 포핏에 가해지는 힘은 스프링 반력, 점성마찰력 등을 이기면서 포핏을 오른쪽으로 이동시킨다. 포핏이 오른쪽으로 이동할수록 유로(오리피스 면적)가 작아지므로 그에 따른 압력차는 더욱 증가하여 포핏은 큰 가속을 받는다. 포핏이 시트에 근접하면 포핏이 감속을 받도록 포핏의 구조를 설계하여 포핏이 케이스와 충돌하는 속도를 감소시켜야 한다.

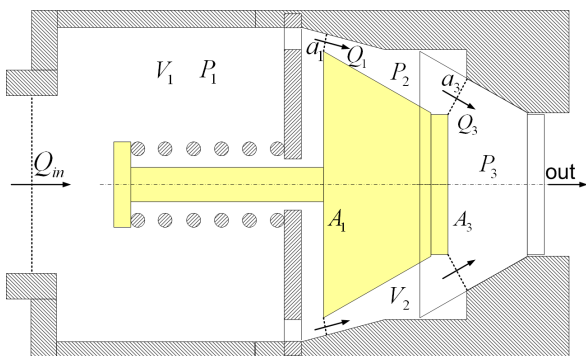


Fig. 1 Simplified hydraulic fuse schematic: fuse case, poppet, spring

2.2 유압 휴즈의 해석

최적설계에서의 목적함수값이 휴즈를 통과하는 누설량이므로 과도유량이 발생한 직후 유압휴즈가 작동하는 과정에서 발생하는 누설량을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 계산해야 하므로 먼저 유압휴즈에 대한 수학적 모델식²⁾을 유도해야 한다.

Fig. 1에서 오리피스 면적 a_1 을 통과하는 유량은 식(1), 식(2)로 표현되며 오리피스 면적 a_3 를 통과하는 유량은 식(3), 식(4)로 표현된다.

$$P_1 \geq P_2 \text{인 경우 } Q_1 = C_d a_1 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (1)$$

$$P_1 < P_2 \text{인 경우 } Q_1 = -C_d a_1 \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (2)$$

$$P_2 \geq P_3 \text{인 경우 } Q_3 = C_d a_3 \sqrt{\frac{2(P_2 - P_3)}{\rho}} \quad (3)$$

$$P_2 < P_3 \text{인 경우 } Q_3 = -C_d a_3 \sqrt{\frac{2(P_3 - P_2)}{\rho}} \quad (4)$$

식(1)-(4)에 적용된 오리피스 면적 a_1, a_3 는 포핏의 변위에 따라 변하며 Fig. 2에 나타난 포핏과 시트의 기하학적 형상을 참고하여 오리피스 면적을 구할 수 있으며 포핏 변위, x_p 에 따라 변한다. P_1, P_2, P_3 는 각각 제어체적1, 2, 3 내의 압력을 가리키며 P_3 는 대기압으로 가정한다. C_d 는 오리피스 유량계수이며 ρ 는 유체밀도를 나타낸다.

Fig. 1에서 3개의 제어체적이 존재하는데 제어체적 3에서의 압력은 대기압으로 가정하면 2개의 제어체적에 대한 연속 방정식을 구하면 된다. 제어체적 1에서의 연속방정식은 식(5)와 같으며 제어체적 2에서의 연속방정식은 식(6)과 같다.

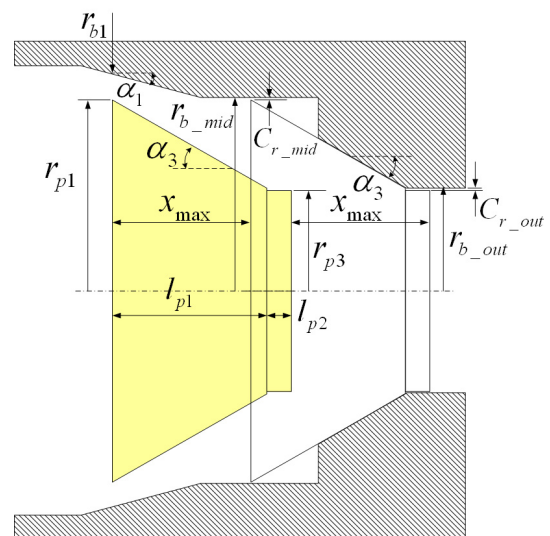


Fig. 2 Dimensions of a hydraulic fuse

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{\beta}{V_1} \left[Q_{in} - Q_1 - A_1^* \frac{dx_p}{dt} \right] \quad (5)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\beta}{V_2} \left[Q_1 - Q_3 + A_1^* \frac{dx_p}{dt} - A_3^* \frac{dx_p}{dt} \right] \quad (6)$$

여기서 A_1^* 는 포핏 좌측끝 단면적 A_1 과 오리피스1 면적 a_1 의 투영면적의 합이며 A_3^* 는 포핏 우측끝 단면적 A_3 와 오리피스3 면적 a_3 의 투영면적의 합이다. V_1, V_2 는 각각 제어체적1, 2의 부피를 나타내며 특히 V_2 는 Fig. 2에 나타난 포핏과 시트의 기하학적 형상을 참고하여 구할 수 있으며 포핏 변위, x_p 에 따라 변한다.

유압휴즈 내의 포핏에 대한 운동 방정식은 다음과 같다.

$$F_p + F_f - b_f \frac{dx_p}{dt} - F_{bs} - k_s x_p = m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} \quad (7)$$

$$F_p = A_1(P_1 - P_2) + A_3(P_2 - P_3) \quad (8)$$

F_f 는 오리피스 a_1 과 a_3 를 통과하는 유량에 의한 유체힘(flow force)이며 b_f 는 유체점성에 의한 점성감쇠계수이며 F_{bs} 는 미리 압축된 스프링 반력을, k_s 는 스프링 상수를, m_p 는 포핏의 질량을 나타낸다.

식(5), 식(6)를 수치적으로 적분하면 P_1, P_2 를 구할 수 있으며 식(7)을 적분하면 포핏의 속도, v_p 와 포핏의 변위, x_p 를 구할 수 있다. 또한 식(3) 또는 식(4)를 적분하면 유압휴즈를 통과하는 누설량, $\int Q_3(t) dt$ 을 구할 수 있다. 즉 컴퓨터 시뮬레이션에서 5개의 상태변수, $P_1, P_2, v_p, x_p, \int Q_3(t) dt$ 가 필요한 것을 알 수 있으며 휴즈에 대한 상수값은 Table 1에 나타나 있다.

Table 1 System constants of the quick-acting hydraulic fuse²⁾

length of poppet cone l_{p1}	5.5 mm
length of poppet cylinder l_{p2}	0.5 mm
mass of poppet m_p	9.58 g
flow rate into fuse entrance Q_{in}	20 l/min
radius of poppet left end r_{p1}	7.45 mm
maximum poppet displacement x_{p_max}	5 mm

3. 실험계획법에 의한 유압휴즈의 최적 설계

3.1 직교배열표에 의한 탐색 범위의 축소

유압휴즈의 최적설계에 사용된 설계변수는 Fig. 2에 나타난 여러 변수 중에서 휴즈 입구측 케이스 보어 경사각 α_1 , 휴즈 출구측 케이스 보어 경사각 α_3 , 휴즈케이스 중간측 보어반경과 포핏 좌측끝 반경의 차이 C_{r_mid} , 휴즈케이스 출구측 보어반경과 포핏 우측끝 반경의 차이 C_{r_out} 를 선정하였다. 4개의 설계변수는 식(9), 설계변수의 탐색범위는 식(10)~식(13), 목적함수는 식(14)과 같다. 여기서 설계변수의 탐색범위는 기존 유압휴즈의 실제 형상, 일반적인 인라인형 체크밸브의 형상 등을 참고하여 설정하였다.

$$\underline{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\alpha_1 \ \alpha_3 \ C_{r_mid} \ C_{r_out}]^T \quad (9)$$

$$10^\circ \leq x_1 \leq 20^\circ \quad (10)$$

$$25^\circ \leq x_2 \leq 45^\circ \quad (11)$$

$$0.1\text{mm} \leq x_3 \leq 0.3\text{mm} \quad (12)$$

$$0.1\text{mm} \leq x_4 \leq 0.3\text{mm} \quad (13)$$

$$f(\underline{x}) = \int_0^{t_{simu}} Q_3(t) dt \quad (14)$$

식(10)~식(13)에 나타난 설계변수의 허용변화범위를 각각 4등분하면 Table 2에 나타난 것처럼 각 설계변수마다 5개의 수준이 생성되며 결국 $5^4 = 625$ 개의 설계점이 생성되는데 625개의 점 중에서 함수값(특성치)이 최소가 되는 강인한 설계점을 구한다.

625개의 모든 설계점마다 함수값(특성치)을 구하면 계산시간이 길어지므로 4인자 5수준에 해당하는 Table 3에 나타난 $L_{50}(5^4)$ 직교배열표에 의해 선정된 50개의 설계점에 해당하는 함수값을 구하여 Table 3에 나타냈다. 함수값(유량누설량)을 구하는 프로그램은 Scilab⁶⁾으로 작성하였다.

Table 3에 나타난 50개의 함수값들을 이용하여 625개의 점 중에서 함수값(특성치)이 최소가 되는 강인한 설계점을 구한다.

Table 2 Values of design variables at levels - full search range

design variables \ levels	1	2	3	4	5
x_1 [deg]	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0
x_2 [deg]	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0
x_3 [mm]	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
x_4 [mm]	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30

Table 3에 각 실험번호 별로 4개의 설계변수에 해당하는 수준이 있고 이에 대응되는 함수값이 나타나 있는데 이는 식(15)와 같다.

$$f(x_{ijkl}) = f([x_{1i} x_{2j} x_{3k} x_{4l}]^T) \quad (15)$$

여기서 x_{1i} , x_{2j} , x_{3k} , x_{4l} 은 각각 설계변수 x_1 의 i 수준, x_2 의 j 수준, x_3 의 k 수준, x_4 의 l 수준을 나타낸다.

설계변수 x_1 의 1수준을 포함하는 함수값은 총 10개가 있으며 이 함수값들의 평균은 식(16)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_{1..} = & [f(x_{1111}) + f(x_{1114}) + f(x_{1222}) + f(x_{1225}) \\ & + f(x_{1331}) + f(x_{1333}) + f(x_{1442}) + f(x_{1444}) \\ & + f(x_{1553}) + f(x_{1555})] / 10 = 1.58387 \end{aligned} \quad (16)$$

같은 방식으로 설계변수 x_3 의 3수준을 포함하는 함수값은 총 10개가 있으며 이 함수값들의 평균은 식(17)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mu_{..3} = & [f(x_{1331}) + f(x_{1333}) + f(x_{2232}) + f(x_{2234}) \\ & + f(x_{3133}) + f(x_{3135}) + f(x_{4531}) + f(x_{4534}) \\ & + f(x_{5432}) + f(x_{5435})] / 10 = 1.37927 \end{aligned} \quad (17)$$

이러한 방식으로 각 설계변수의 각 수준을 기준으로 하는 10개의 함수값들의 평균을 구하여 Table 4에 나타냈다. 각 설계변수별로 최소평균값이 나타난 칸에 배경색을 넣었다. Table 4에 의해 625개의 설계점 중에서 $x_{5111} = [x_{15} x_{21} x_{31} x_{41}]^T$ 이 강인한 최소 설계점인 것을 알 수 있다.

이에 따라 전역적 최소 설계점은 $x_{5111} = [x_{15} x_{21} x_{31} x_{41}]^T$ 근방에 있을 것으로 추정되며 Table 4를 참고하여 전역적 최소 설계점의 새로운 탐색 범위는 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$x_{14} \leq x_1 \leq x_{15} \quad \text{or} \quad 17.5^\circ \leq x_1 \leq 20^\circ \quad (18)$$

$$x_{21} \leq x_2 \leq x_{22} \quad \text{or} \quad 25^\circ \leq x_2 \leq 30^\circ \quad (19)$$

$$x_{31} \leq x_3 \leq x_{32} \quad \text{or} \quad 0.1\text{mm} \leq x_3 \leq 0.15\text{mm} \quad (20)$$

$$x_{41} \leq x_4 \leq x_{42} \quad \text{or} \quad 0.1\text{mm} \leq x_4 \leq 0.15\text{mm} \quad (21)$$

식(18)~식(21)에 나타난 각 설계변수의 축소된 허용변화범위를 각각 4등분하여 각 설계변수별로 5개의 수준을 생성하면 Table 5와 같다.

3.2 직교배열표에 의한 목적함수의 추정

Table 5에 나타난 4개 설계변수의 5개 수준에 대해

서 625개의 설계점이 생성되는데 모든 설계점마다 함수값(특성치)을 구하면 계산시간이 길어지므로 4인자 5수준에 해당하는 Table 6에 나타난 $L_{25}(5^4)$ 직교배열표에 의해 선정된 25개의 설계점에 해당하는 함수값을 구하여 Table 6에 나타냈으며 25개의 설계점에 해당하는 함수값(특성치)를 이용하여 각 설계변수별로 변동을 구한 결과를 Table 7에 나타냈다.

Table 3 $L_{50}(5^4)$ orthogonal array(5 factors, 4 levels)

Exp. No.	x_1 level	x_2 level	x_3 level	x_4 level	$f(x)$
1	1	1	1	1	1.228798
2	1	2	2	2	1.351388
3	1	3	3	3	1.499178
4	1	4	4	4	1.720960
5	1	5	5	5	2.168380
6	2	1	2	3	1.157128
7	2	2	3	4	1.296008
8	2	3	4	5	1.475927
9	2	4	5	1	1.593555
10	2	5	1	2	1.653365
11	3	1	3	5	1.142617
12	3	2	4	1	1.207776
13	3	3	5	2	1.401660
14	3	4	1	3	1.384229
15	3	5	2	4	1.661334
16	4	1	4	2	1.084286
17	4	2	5	3	1.260322
18	4	3	1	4	1.194524
19	4	4	2	5	1.393572
20	4	5	3	1	1.584596
21	5	1	5	4	1.144350
22	5	2	1	5	1.047721
23	5	3	2	1	1.132683
24	5	4	3	2	1.342047
25	5	5	4	3	1.718144
26	1	1	1	4	1.272593
27	1	2	2	5	1.395521
28	1	3	3	1	1.457457
29	1	4	4	2	1.664035
30	1	5	5	3	2.080401
31	2	1	2	1	1.124124
32	2	2	3	2	1.261238
33	2	3	4	3	1.433765
34	2	4	5	4	1.689339
35	2	5	1	5	1.701342
36	3	1	3	3	1.112209
37	3	2	4	4	1.270601
38	3	3	5	5	1.475234
39	3	4	1	1	1.344689
40	3	5	2	2	1.614613
41	4	1	4	5	1.140277
42	4	2	5	1	1.211264
43	4	3	1	2	1.169106
44	4	4	2	3	1.360083
45	4	5	3	4	1.688102
46	5	1	5	2	1.099245
47	5	2	1	3	1.027818
48	5	3	2	4	1.184652
49	5	4	3	5	1.409222
50	5	5	4	1	1.625743

Table 4 Average of values of design variables at the specified levels of design variables - full search range

levels design variables	1	2	3	4	5
x_1 [deg]	$\mu_{1...}$ 1.58387	$\mu_{2...}$ 1.43858	$\mu_{3...}$ 1.3615	$\mu_{4...}$ 1.30861	$\mu_{5...}$ 1.27316
x_2 [deg]	$\mu_{..1}$ 1.15056	$\mu_{..2}$ 1.23297	$\mu_{..3}$ 1.34242	$\mu_{..4}$ 1.49017	$\mu_{..5}$ 1.7496
x_3 [mm]	$\mu_{...1}$ 1.30242	$\mu_{...2}$ 1.33751	$\mu_{...3}$ 1.37927	$\mu_{...4}$ 1.43415	$\mu_{...5}$ 1.51237
x_4 [mm]	$\mu_{...1}$ 1.35107	$\mu_{...2}$ 1.3641	$\mu_{...3}$ 1.40333	$\mu_{...4}$ 1.41225	$\mu_{...5}$ 1.43498

Table 5 Values of design variables at levels - narrowed search range

levels design variables	1	2	3	4	5
x_1 [deg]	17.500	18.125	18.750	19.375	20.000
x_2 [deg]	25.00	26.25	27.50	28.75	30.00
x_3 [mm]	0.1000	0.1125	0.1250	0.1375	0.1500
x_4 [mm]	0.1000	0.1125	0.1250	0.1375	0.1500

Table 6 $L_{25}(5^4)$ orthogonal array(5 factors, 4 levels)

Exp. No.	x_1 level	x_2 level	x_3 level	x_4 level	$f(\underline{x})$	$g(\underline{z})$
1	1	1	1	1	0.965254	0.962784
2	1	2	2	2	0.996203	0.995840
3	1	3	3	3	1.028302	1.028897
4	1	4	4	4	1.061842	1.061953
5	1	5	5	5	1.097152	1.095010
6	2	1	2	3	0.964741	0.964902
7	2	2	3	4	0.996589	0.997959
8	2	3	4	5	1.029743	1.031015
9	2	4	5	1	1.043760	1.045184
10	2	5	1	2	1.044030	1.042192
11	3	1	3	5	0.965974	0.967020
12	3	2	4	1	0.979317	0.981189
13	3	3	5	2	1.013337	1.014246
14	3	4	1	3	1.011362	1.011254
15	3	5	2	4	1.044065	1.044311
16	4	1	4	2	0.950300	0.950251
17	4	2	5	3	0.983939	0.983307
18	4	3	1	4	0.979762	0.980316
19	4	4	2	5	1.012032	1.013372
20	4	5	3	1	1.026778	1.027541
21	5	1	5	4	0.955474	0.952369
22	5	2	1	5	0.949153	0.949378
23	5	3	2	1	0.963227	0.963546
24	5	4	3	2	0.996418	0.996603
25	5	5	4	3	1.031346	1.029660

Table 7 Variations of design variables (narrow search range, 25 data)

variation	variation value	percent
S_{x_1}	0.0080086	22.4311
S_{x_2}	0.0243667	68.2478
S_{x_3}	0.0026083	7.30544
S_{x_4}	0.0007158	2.00488
sum	0.0356995	99.9892
S_T	0.0357033	100.00

총변동 S_T 가 차지하는 비율은 100%이며 설계변수 x_1, x_2, x_3, x_4 의 변동은 각각 22.43%, 68.25%, 7.31%, 2.00%를 차지하며 그 합은 99.99%이다. 즉 설계변수의 교호작용에 의한 변동은 총변동 중에서 0.01%만을 차지하는 것이므로 설계변수의 교호작용은 무시할 수 있다.

또한 각 설계변수의 변동은 각 설계변수별로 수준 수가 5이므로 각 설계변수별로 1차 대비, 2차 대비, 3차 대비, 4차 대비의 변동으로 분해할 수 있으며 1차 대비의 비중이 매우 크기 때문에 2차 대비, 3차 대비, 4차 대비의 변동은 무시할 수 있다.

변동해석 결과에 의해 설계변수와 함수값 사이에 존재하는 함수의 추정식은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$f(\underline{x}) = \alpha_0 + \alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \alpha_3x_3 + \alpha_4x_4 \quad (22)$$

회귀계수를 구하는 과정에서 역행렬을 정확히 구할 수 있도록 식(22)에 나타난 설계변수를 다음과 같이 $-1 \leq z_1, z_2, z_3, z_4 \leq 1$ 이도록 선형변환시킨다.

$$z_1 = (x_1 - 18.75)/1.25, \quad -1 \leq z_1 \leq 1 \quad (23)$$

$$z_2 = (x_2 - 27.5)/2.5, \quad -1 \leq z_2 \leq 1 \quad (24)$$

$$z_3 = (x_3 - 0.125)/0.025, \quad -1 \leq z_3 \leq 1 \quad (25)$$

$$z_4 = (x_4 - 0.125)/0.025, \quad -1 \leq z_4 \leq 1 \quad (26)$$

그러면 식(23)~식(26)을 식(22)에 대입하여 정리하면 식(27)과 같다.

$$g(\underline{z}) = \beta_0 + \beta_1z_1 + \beta_2z_2 + \beta_3z_3 + \beta_4z_4 \quad (27)$$

최소자승법에 의해 Table 6에 나타난 25개의 함수값과 식(27)을 참고하여 식(27)의 계수를 구하여 식(27)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$g(\underline{z}) = 1.0036 - 0.0252929z_1 + 0.0441387z_2 + 0.0144193z_3 + 0.00755521z_4 \quad (28)$$

식(28)에 나타난 근사식에 각 설계변수의 수준값을 대입하여 함수값을 구하여 Table 6의 오른쪽 끝열에 나타났다. 오차계급은 4.13685×10^{-5} 으로서 실제 함수값과 근사함수값이 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

3.3 콤플렉스법에 의한 최적설계

직접탐색기법의 일종인 콤플렉스법⁵⁾을 적용하여 식(28)로 나타난 근사 목적함수를 최소화시키는 최적 설계변수값을 구한다. 식(28)에 나타난 것처럼 목적함수가 미분방정식이 아닌 일반 다항식으로 표현되기 때문에 개인용 컴퓨터를 사용한 경우 최적 설계변수값의 탐색 시간은 약 2초에 불과하다.

콤플렉스법에 의해 구해진 최적설계 변수값과 이 변수값에 해당하는 함수값인 유량누설량을 Table 8에 나타났다. 이 결과는 실험계획법을 사용하지 않고 최적탐색기법(콤플렉스법)만을 사용한 결과²⁾와 일치하였다.

Table 8 Optimal design parameters obtained by applying the design of experiments and the complex method

x_1 [deg]	x_2 [deg]	x_3 [mm]	x_4 [mm]	leaked oil volume(cc)
20.00	25.00	0.100	0.100	0.914

4. 결 론

유압회로에서 유압관의 급작스런 파손 직후 유량 누설량을 최소화시키도록 유압휴즈의 설계변수의 최적값을 탐색하기 위해 실험계획법과 콤플렉스법을 적용하였다.

실험계획법에서 $L_{50}(5^4)$ 직교배열표는 625개의 설계변수점에서 가장 강인하면서 최소의 목적함수값을 갖는 설계점을 탐색하는데 사용되었다. 이 설계점을 중심으로 새로운 축소된 탐색범위를 설정한 후 $L_{25}(5^4)$ 직교배열표를 적용하여 축소된 탐색범위에서 설계변수와 목적함수값 사이에 존재하는 근사 목적함수를 추정하였다. 이 연구를 통해 가장 흥미로운 것은 변동분석에 의해 다항식으로 표현되는 근사함수의 구조를 알 수 있다는 것이다. 그리고 최소자승법에 의해 추정 근사함수와 25개의 목적함수값을 이용하여 추정 근사함수의 계수를 구할 수 있었다. 결국 50개+25개=75개의 목적함수값을 계산하여 설계변수와 목적함수값의 관계를 나타내는 근사함수를 추

정할 수 있었다.

추정된 근사함수에 직접탐색기법의 일종인 콤플렉스법을 적용하여 구한 최적설계변수값은 $[\alpha_1 \alpha_3 C_{r_mid} C_{r_out}] = [20^\circ 25^\circ 0.1\text{mm} 0.1\text{mm}]$ 이었으며 이 결과는 실험계획법을 적용하지 않고 콤플렉스법만을 적용하여 구한 최적설계변수값과 일치하였다. 콤플렉스법만을 적용하여 최적설계변수값을 구할 때는 보통 350회의 계산을 3회 정도 반복해야하므로 1050회에 걸쳐서 목적함수값을 계산해야 한다. 결국 실험계획법을 적용함으로써 최적설계변수값을 구하는데 소요되는 계산시간을 대폭 줄일 수 있었다.

대부분의 유압시스템은 비선형성이 심하고 수개~수십개의 연립미분방정식으로 표현되기 때문에 목적함수값을 구하는데 소요되는 계산시간이 길어지므로 기존의 탐색기법을 적용하면 최적설계변수를 구하는데 소요되는 계산시간은 인내하기 어려울 정도로 길어진다. 따라서 실험계획법은 유압시스템의 최적설계에 유용하게 응용될 수 있을 것으로 기대된다.

References

- 1) S.R. Lee and K. Srinivasan, "Analytical and Experimental Study of The Dynamic Behavior of A Quick Acting Hydraulic Fuse," ASME Transactions, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.111, No.3, pp.528-534, September 1989.
- 2) S. R. Lee, "Optimal Design of a Quick-Acting Hydraulic Fuse using Genetic Algorithm and Complex Method," Journal of The Korean Society of Fluid Power and Construction Equipments, Vol.11, No.4, pp.32-38, 2014.12.
- 3) H. S. Park, "Modern Design of Experiments," Minyoungsa press, pp.-, 1995.
- 4) S. H. Baek, H. S. Kim and D. S. Han, "Structural Optimization of Variable Swash Plate for Automotive Compressor Using Orthogonal Polynomials," Trans. of the KSME(A), Vol.35, No.10, pp.1273-1279, 2011.
- 5) G. V. Reklaitis, A. Ravindran and K. M. Ragsdell, "Engineering Optimization Methods and Applications", John Wiley & Sons, Inc., pp.261-286, 1983.
- 6) <http://www.scilab.org>