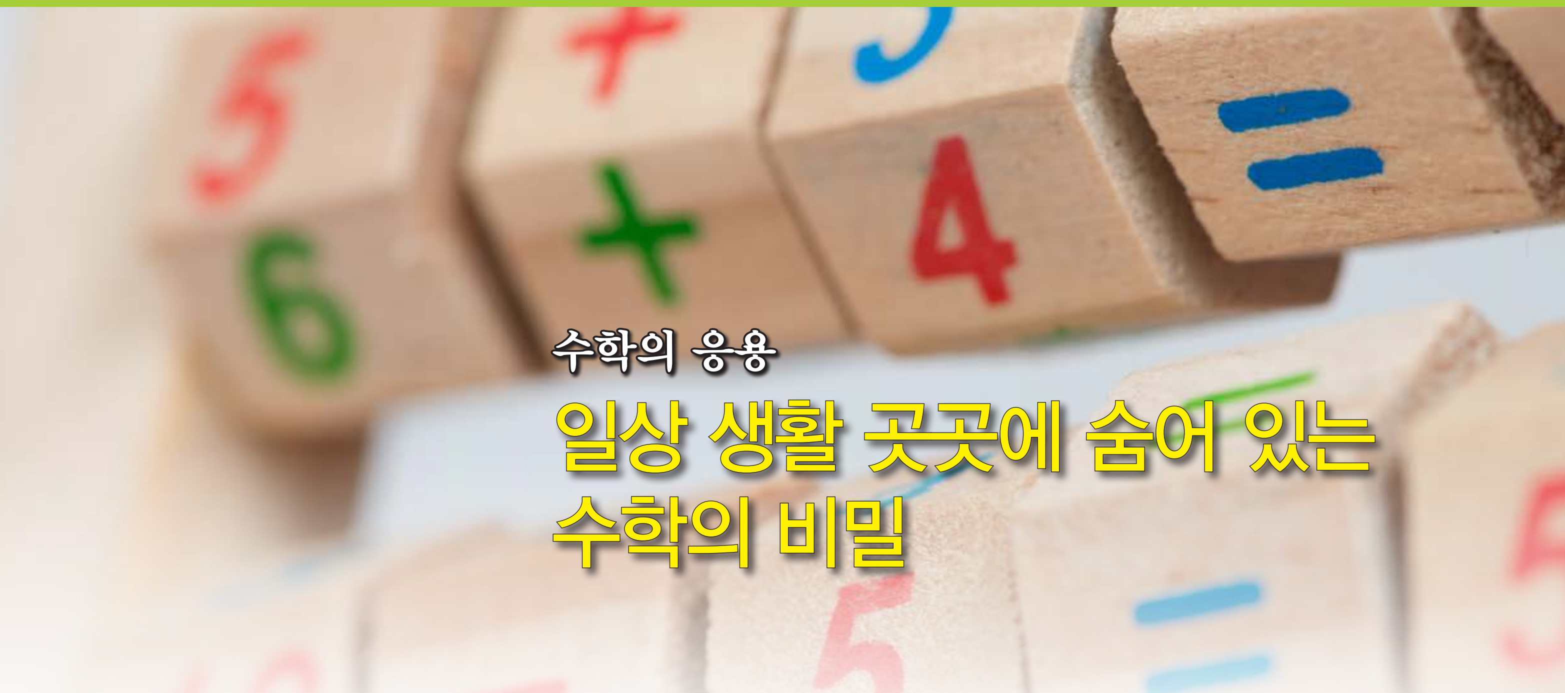


수학의 응용

일상 생활 곳곳에 숨어 있는 수학의 비밀

글_강명주
서울대학교 수리과학부 교수
mkang@snu.ac.kr

글쓴이는 서울대학교 수학과 졸업 후 한국과학기술원에서 응용수학 석사학위를, UCLA에서 응용수학 박사학위를 받았다. 관심 분야는 수치해석, 수학적 영상처리론, 계산유체역학 분야이다.

복잡한 현대 사회에 있어서 수학이라는 딱딱한 학문을 떼어놓고서는 일분 일초도 살아갈 수 없다는 것을 아는 사람은 많지 않을 것으로 보인다. 많은 사람들이 수학은 고등학교까지 할 수 없이 입시 준비를 위해서 배우는 것이고, 사회생활에서는 사칙연산만 잘하면 그만이라고 생각한다. 그러나 이런 사람들이 생활하는 환경에 얼마나 많은 수학이 사용되고 있는지 안다면, 그리고 그것을 이해해야 한다면, 즐거운 마음으로 생활할 수 없을 것이다. 수학은 일상생활에 믿을 수 없을 만큼 모든 분야에 사용되고 있으나, 뒤에 꼭꼭 숨어있어서, 이 분야의 전문가조차도 어디에 사용되고 있는지 모를 정도이다. 이렇게 일상생활뿐만 아니라 산업계에도 수학을 응용한 응용수학 분야가 광범위하게 적용되고 있다. 여기에서는 많은 응용수학분야 중 영화산업, 영상해석, 금융분야에 대하여 간단히 소개하고자 한다.

영화산업을 이끌고 있는 '수학'

수학으로 영화를 만들 수 있을까? 과연 수학자가 아카데미상을 받을 수 있을까? 이러한 궁금증은 현재 영화산업에 사용되는 가술들을 살펴보면 쉽게 답을 얻을 수 있을 것이다. 현재 혹은 앞으로의 영화·애니메이션에서는 복잡한 자연현상, 예를 들면 해일, 태풍, 폭발 등과 같은 커다란 자연재해로부터 강물, 소용돌이에 의한 나뭇잎의 움직임, 유리잔의 물 출렁거림 등과 같은 작은 현상들까지 모든 자연현상들의 보다 사실적인 모사를 요구할 것이다.

이러한 자연현상은 유체의 복잡한 움직임에 기인한다. 자연현상의 실제적 모사는 유체의 움직임에 대한 모델, 계산하는 부분과 그 움직임을 시각적으로 보여주는 렌더링에 관한 부분으로 크게 나눠 볼 수 있다. 우리는 이러한

자연현상 애니메이션을 전쟁, 우주과학, 역사 등을 다루는 대규모의 프로젝트 영화, 미래를 상상하는 광고와 산업디자인 등을 통해 매우 가까이에서 접하게 된다. 예를 들면 영화 '스타워즈'의 등장인물과 영화 '타이타닉'에서의 엄청난 바닷물의 요동은 이러한 애니메이션 기술로써 가능할 수 있었다. 따라서 대규모 자연재해, 전쟁의 폐허, 상상의 미래도시를 실제와 다름없이 보여주려는 컴퓨터 그래픽스 기술은 예술과 산업 그리고 생활 전반에 걸쳐 새로운 표현 매체로서 진보하고 있다.

수학식을 이용해서 물리적 현상을 따르는 유체를 묘사할 수 있고, 훨씬 더 사실과 가까운 이미지를 제작할 수 있기 때문에 드림웍스, 픽사, 디즈니와 같이 우리가 익히 알고 있는 영화 회사들은 수학적 방법론을 이용해 애니메이션 속 유체를 표현하고 있다. 유체의 흐름을 표현하는 수학적 방정식인 나비어 스톡스 방정식과 표면을 잘 표현할 수 있는 Level Set 방법을 결합하고, 그것을 수치해석적 방법을 사용하여 근사적인 해를 구하면 자연현상을 모사하는 영상을 얻어낼 수 있다.

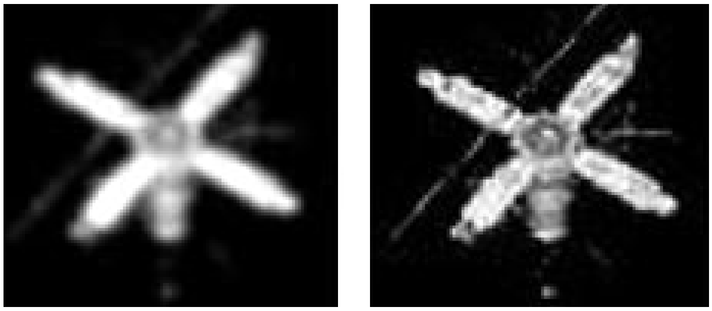
이러한 기법을 사용하여 만든 대표적인 예로는 영화 '캐리비안의 해적'에서의 거대한 소용돌이, 영화 '해리포터와 불의 잔'에서의 용의 입에서 묘사되는 불 등이 있다. 실제로 응용수학자인 론 페드큐 교수는 영화에 수학기법을 이용해서 아카데미상을 받기도 하였다. 한국에서도 '7광구', '바람과 함께 사라지다' 등의 영화에 수학을 응용한 기법을 선보였다. 이처럼 수학은 영화 속에서 자연현상의 사실적인 묘사에 큰 기여를 하고 있다.

다양한 수학적 기법 적용된 영상 처리

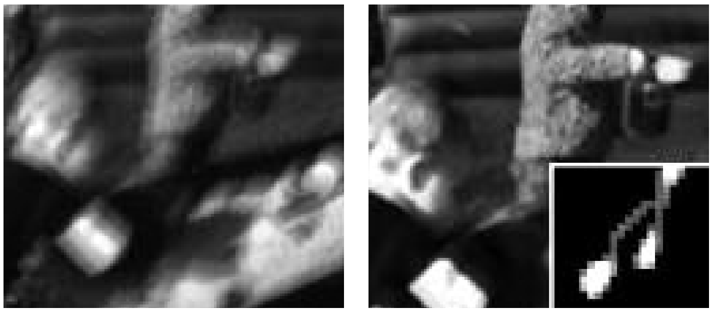
요즘은 디지털카메라나 스마트폰만 가지고도 누구나 사진작가가 될 수 있다. 디지털카메라나 스마트폰은 작은 사진관이라고 할 수 있을 만큼 다양한 기능을 갖추고 있다. 분위기에 맞게 사진에 효과를 넣을 수 있고 편집할 수도 있으며 흔들림을 보정할 수도 있다. 사실 이러한 기능들은 에너지 모델, 편미분 방정식, 통계, 수치해석 등의 수학과 깊이 관련되어 있다.

수학적으로 디지털 영상은 2차원 평면에서 정의된 함수로 생각할 수 있다. 영상 처리란 다양한 수학적 기법을 적용하여 영상 자체의 질을 높이는 작업을 말하며, 대표적인 수학의 응용 분야이다. 예를 들어, 카메라의 흔들림을 보정하기 위해서, 그 물리적인 현상을 모델링을 통해서 모사하고, 영상처리에 관련된 수학 이론에 기반하여 그 과정을 거꾸로 되돌림으로써 흔들림을 보정할 수 있다.

▸▸ 사진이 아니다. 화염 속으로 날아간 공이 불타는 모습을 컴퓨터로 시뮬레이션 한 결과이다. Credit: Ron Fedkiw, Duc Nguyen and Doug Enright.



▸▸ (왼쪽) 흐려진 영상 (오른쪽) 영상처리를 통해 복원된 영상
출처: L. He, A. Marquina and S. Osher, "Blind deconvolution using TV regularization and Bregman iteration", International Journal of Imaging Systems and Technology, 5, 74-83, 2005.



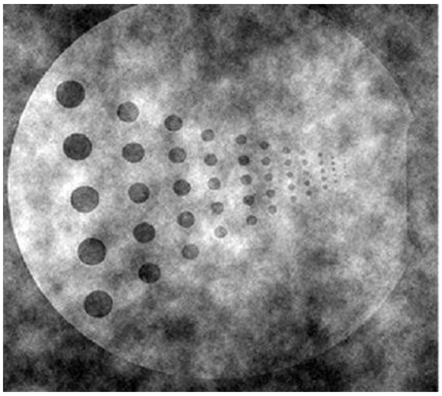
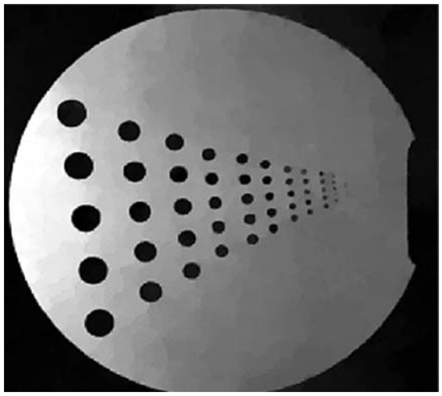
▸▸ (왼쪽) 흔들린 영상 (오른쪽) 복원된 영상과 흔들림의 궤적
출처 : Levin, A. et al. "Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms.", CVPR 2009. IEEE Conference on. 2009. 1964-1971

이번 ICM(세계수학자대회) 2014에 참석한 세계수학연맹(IMU)의 회장인 잉그리드 도브시(Ingrid Daubechies) 교수 역시 영상처리 분야의 대표적인 연구자이다. 그녀는 웨이블릿(wavelet) 변환에서 큰 업적을 세웠으며, 그녀의 이름을 딴 도브시 웨이블릿(Daubechies wavelet)은 의학과 공학 등 다양한 영상 처리 분야에 이용되고 있다.

수학적 이론 토대로 하는 압축 센싱

어떤 신호를 샘플링하여 저장하는데, 그것을 손실없이 원래의 신호로 복원하기 위해서는 해당 신호가 가지고 있는 주파수 성분의 2배 이상의 빈도로 샘플링을 해야만 한다는 것은 나이퀴스트 샘플링 이론이다. 최근 제시된 압축센싱 이론은 나이퀴스트 이론의 한계보다 적은 샘플링으로도 거의 완벽한 신호를 복원할 수 있다는 이론이다.

이 수학적 이론을 토대로 자기공명영상(MRI)의 스캔 속도를 빠르게 할 수 있다. 자기장을 발생하는 자기공명 촬영 장치에 고주파를 발생시키면 신체의 수소원자핵이 공명하게 되고, 이때 나오는 신호의 차이를 측정하고 재구성하여 영상화해 자기공명영상을 얻을 수 있다. 현재 대부분의 MRI에서는 푸리에변환을 이용하여 영상을 측정한다. 이때 데이터들은 푸리에 주파수 영역으로부터 직접 얻어지는데 실제로 MRI에서 스캔시간은 푸리에 계수의 개수에 비례한다. 즉, 푸리에 계수가 많으면 그만큼 스캔하는 시간이 늘어나게 된다. 스캔시간을 줄이기

▸▸ (왼쪽) 30%의 푸리에 계수로 선형복원결과 (오른쪽) 30%의 푸리에 계수로 압축센싱을 이용한 결과
출처 : http://archive.sciencewatch.com/dr/nhp/2011/11julnhp/11julnhpGoldET/Goldstein T, Osher S. The Split Bregman Method for L1 Regularized Problems. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2(2): 323-343 (2009).

위해서는 푸리에 계수들의 개수를 줄여야 하며, 이는 자기공명영상의 퀄리티와 직결된다. 그러므로 적은 푸리에 계수를 가지고 좋은 영상을 얻기 위해서 압축센싱을 적용할 수 있다.

수학이 필수적인 금융수학

수학은 자연과학·사회과학의 각 분야에서 응용되는 중요한 기초 학문이지만 글로벌 경쟁 시대를 맞이하여 금융이 중요한 이슈가 되면서 응용수학은 더욱 더 중요한 학문으로 자리잡게 되었다. 금융시장에서 다루는 여러 복잡한 상품들(금융 파생상품 또는 신용 파생상품)을 프라이싱하고 헷징하는 이러한 금융공학 첨단 기법에는 고등수학이 들어가기 때문에 수학의 중요성은 나날이 커지고 있다. 이러한 상품들을 프라이싱하기 위해서는 수학적인 금융모형이 필요하고 이러한 모형으로부터 (1) 확률적인 방법, 또는 (2) 편미분 방정식 방법을 이용한다. 이러한 방법들과 수리 통계적인 기법을 이용하여 시장에서 거래되는 파생상품의 가격 예측을 한다.

응용수학은 이런 금융상품 가격결정뿐만 아니라 금융기관에서의 금융상품 개발에도 많이 응용된다. 선진금융의 중심지인 뉴욕의 월가(Wall Street)나 런던의 시티(City)에 있는 금융회사들의 경우에 파생상품 영업이나 리스크관리에 있어서 많은 수학 박사들이 로켓 사이언티스트(rocket scientist)라는 별명을 달고 다니면서 새로운 구조상품 개발, 헤지펀드 운용, 대규모 아비트리지 딜을 하고 있다. 이것은 많은 금융기관에서 앞으로 수학적인 지식 없이는 돈 되는 금융업을 할 수가 없게 된다는 점을 시사한다.

오늘날 금융공학의 발전분야를 보면 신금융상품과 거래기법 개발, 위험관리(pricing과 평가), 새로운 IT기술을 금융 산업에 적용하는 작업 등 크게 3가지라고 할 수 있다. 현재 금융업 구석구석에 이러한 금융공학의 공정이 적용되고 있고 이러한 공정에 수학은 필수적인 학문이 되었다. 수학이 금융업에 녹아 혼합용액이 만들어져 그 금융업이 더 빛을 발하는 것이다. 앞으로 이러한 금융 산업에 수학의 지속적인 응용은 최첨단 금융 산업 발전으로 이어지는 선순환의 계기를 만들 것이다. ST