

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 42(10), 823-832(2014)

DOI:<http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2014.42.10.823>

변위 비케플러 궤도의 안정성 분석 및 피치각 변화를 이용한 제어기법 연구

김민규, 이정표, 김정래*

A Study on Orbit Stability and Control Method for Displaced Non-Keplerian Orbits by Using Pitch Angle Variation

Mingyu Kim, Jeongpyo Lee and Jeongrae Kim*

School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University

ABSTRACT

Displaced non-Keplerian orbit, center of mass is displaced from orbit plane, enables special spacecraft missions. It requires continuous thrust to maintain the orbit, and solar sail is useful for this purpose. Equations for feasible region and stability analysis are derived for non-Keplerian orbit for general continuous thrust. Differences for solar sail spacecraft are discussed. Non-keplerian orbits are classified into four types. Location-specific required accelerations for orbit maintenance are calculated. Orbit stabilities of each orbit type are analyzed and verified by numerical simulations. In order to control non-Keplerian orbit in unstable region, a control algorithm using the real-time LQR control is developed and evaluated by numerical simulations.

초 록

변위 비케플러 궤도란 질량중심이 궤도면에 대하여 변위를 갖는 궤도인데, 일반적인 궤도에 비해 다양한 임무를 수행할 수 있다는 장점이 있다. 비케플러 궤도를 유지하기 위해서는 지속적인 추력이 필요한데, 태양돛 우주선은 연료 소모 없이 지속적으로 추력을 얻을 수 있기 때문에 비케플러 궤도 운용에 적합하다. 본 논문에서는 소모성 추진제와 태양돛에 모두 적용할 수 있는 비케플러 궤도 이론을 소개하고, 태양돛 우주선에 적용시 차이점을 분석하였다. 비케플러 궤도를 4가지 유형으로 분류하고 궤도 유지를 위한 요구가속도를 계산하였다. 각 유형별 궤도안정성 식을 분석하고 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 불안정 영역에서 궤도를 제어하기 위해 실시간 LQR을 적용한 제어기법을 개발하여 이에 대한 시뮬레이션을 수행하였다.

Key Words : Solar sail(태양돛), Non-Keplerian orbit(비케플러 궤도), Orbit control(궤도 제어)

† Received: February 21, 2014 Accepted: September 4, 2014

<http://journal.ksas.or.kr/>

* Corresponding author, E-mail : jrkim@kau.ac.kr

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

Nomenclature

\mathbf{a}	: Solar sail acceleration vector	z	: Vertical distance from central body to orbit center
\mathbf{A}	: Differential transition matrix	α	: Solar sail pitch angle
\mathbf{B}	: Input matrix	β	: Lightness number
\mathbf{C}	: Integral constants	δ	: Orbit perturbation vector
\mathbf{K}	: Control matrix	η	: Vertical perturbation vector
\mathbf{l}	: Solar radiation pressure vector	θ	: Azimuthal angle
\mathbf{L}	: Coefficients of orbit perturbation of general thrust and planet centered cases	κ	: Solar sail acceleration due to solar radiation pressure
\mathbf{L}_s	: Coefficients of orbit perturbation of Sun centered case	μ	: Gravitational parameter
m	: Solar sail mass	ξ	: Radial perturbation vector
\mathbf{M}	: Coefficients of orbit perturbation	ρ	: Orbit radius
\mathbf{n}	: Solar sail thrust vector	Φ	: Gravitational potential
\mathbf{r}	: Solar sail position vector	χ	: Auxiliary coefficient
r_0	: Distance from central body to spacecraft	ψ	: Angular perturbation vector
U	: Gravitational and centrifugal potential	ω	: Solar sail angular velocity
\mathbf{x}	: State vector	$\tilde{\omega}$: Solar sail angular velocity in orbit radius r

I. 서 론

질량중심이 궤도면에 존재하며 궤도의 형태가 하나의 천체를 초점으로 하는 타원 또는 포물선, 쌍곡선인 궤도를 케플러 궤도라고 부른다. 비케플러 궤도(Non-Keplerian Orbit, NKO)는 질량중심 이외의 섭동으로 케플러 궤도의 형태를 하지 않는 궤도로 정의할 수 있으며, 또는 질량중심이 궤도면에 대하여 변위를 갖는 궤도로 정의할 수 있다. 후자로 정의된 궤도를 변위 비케플러 궤도(Displaced NKO)라고도 한다. 본 논문에서는 이후 변위 비케플러 궤도를 NKO로 표기한다. 비케플러 궤도는 자연적인 형태로는 유지할 수 없고 지속적인 추력이 요구되어 전기추진제, 이온추력기, 태양돛 등의 추력기를 이용한 NKO 임무가 활발히 연구되었다.

Yashko and Hastings는 저추력기 및 순간추력기를 이용하여 여러 고도에서 작은 변위를 가진 NKO가 유지가능함을 보였으며[1], Baig and McInnes는 저추력 우주선을 이용하여 태양-지구 시스템의 L1, L2 부근에서 주기를 갖는 artificial halo orbit이 가능함을 보였다[2].

NKO에서는 케플러 궤도에서 수행할 수 없는 임무를 수행할 수 있다는 장점이 있다. 그 예로 Geostorm과 Pole sitter 임무가 있다. Geostorm은 1990년대 NASA에서 태양활동에 대한 조기경보 임무를 수행하기 위해 연구된 태양돛 우주선

이다. L1 지점에서 수행되는 경보 임무보다 더 빨리 경보를 하기 위해 Geostorm 우주선은 L1 지점보다 태양에 더 가까운 sub-L1 에서 임무를 수행한다[3]. Pole sitter는 Strathclyde 대학에서 전기추진과 태양돛을 이용하여 지구의 극지방을 관측하는 임무로 개발되었다. 항상 극 부근에 위치해야 하므로 우주선의 궤도각속도가 지구 공전 속도와 같은 NKO를 이용한다[4].

McInnes는 NKO를 3가지로 구분하고 안정성을 해석적으로 분석하였는데, 태양돛에 국한된 것이 아닌 일반적인 추력을 가정하였다[5]. 태양돛을 이용한 NKO도 역시 McInnes에 의해 연구되었는데[6], 태양중심 궤도를 3가지 종류로 구분하여 안정성을 해석적으로 분석하였고[7], 행성중심 궤도도 3가지로 구분하여 분석하였다[8]. 이러한 연구가 각각 다른 시기에 수행되어, 3가지 경우(일반추력, 태양돛 태양중심, 태양돛 행성중심)가 약간씩 다른 좌표계와 궤도종류를 사용하여 전체적인 통일성이 떨어진다는 단점이 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 완화하기 위해 3가지 추력에 대해 일관된 좌표계와 수식을 사용하였다. 각 추진체별 궤도 종류도 4가지로 정의하였다. 태양중심 태양돛 NKO의 type II, 일반추력 NKO와 행성중심 태양돛 NKO의 type IV 궤도를 각각 새로 정의하고 3가지 궤도의 관련식을 유도하였다. 추진체별로 동일한 궤도 종류를 설정하여 비교분석이 용이하도록 하였다. 불안정

한 NKO 궤도제어를 위해 실시간 LQR 방법을 적용하여 제어기법 알고리즘을 유도하였다. 기존 연구에서는 해석적 해를 유도하였는데, 본 연구에서는 궤도 시뮬레이션을 적용하여 유도된 수식에 대한 검증과 성능분석을 수행하여 실시간 LQR 제어기법의 가능성을 제시하였다. NKO의 특정 위치에서 화학추진제, 전기추진제를 사용하였을 때 1,000kg의 연료가 소모되는 시간과 태양돛을 사용하였을 때 태양돛의 크기를 계산하였다.

II. 비케플러 궤도

일반적인 NKO의 궤도역학과 궤도를 유지하기 위해 위치에 따른 가속도 요구량을 계산하였다. 본 절에서 유도하는 식은 일반적인 연속추진 우주선에 적용되는 일반적인 식이다.

2.1 비케플러 궤도 이론

NKO의 좌표계는 Fig. 1과 같이 설정할 수 있다[7,8]. 이 좌표계는 우주선의 각속도와 동일한 속도로 회전한다. 회전하는 좌표계에서 우주선의 운동방정식은 다음과 같다[7].

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \mathbf{a} - \nabla\Phi \quad (1)$$

이 때 좌표계가 회전하므로 원심력에 의한 포텐셜 또한 고려해야 한다. U 는 원심력의 포텐셜과 중력포텐셜을 합하여 계산할 수 있다[10].

$$U = -\frac{1}{2}\rho^2\omega^2 - \frac{\mu}{r} \quad (2)$$

외력이 없을 때 궤도를 일정하게 유지하려면, 추력의 방향은 원심력과 중력의 벡터합 방향과 반대 방향이어야 하며 크기는 중력과 원심력의 합이어야 한다. α 는 Fig. 1과 같이 추력의 방향과 궤도 수직축이 이루는 각으로 정의된다.

$$\tan\alpha = \frac{\|\hat{\mathbf{z}} \times \nabla U\|}{\hat{\mathbf{z}} \cdot \nabla U} \quad (3)$$

위치에 따른 피치각은 식 (2), (3)을, 가속도는 식 (1)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\tan\alpha = \left(\frac{\rho}{z}\right) \left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\tilde{\omega}}\right)^2 \right\} \quad (4)$$

$$a = \left\{ \rho^2(\omega^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + z^2\tilde{\omega}^4 \right\}^{1/2} \quad (5)$$

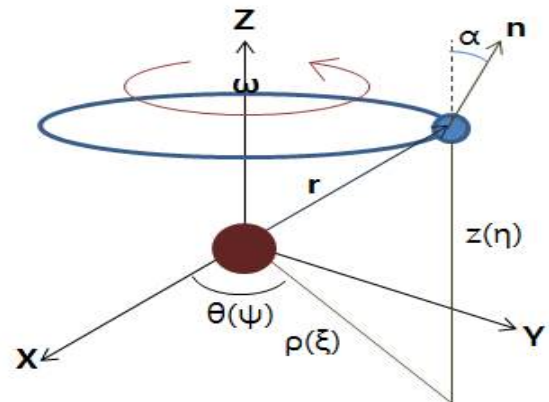


Fig. 1. Non-Keplerian orbit geometry

2.2 비케플러 궤도 종류

NKO의 형태에 따라 종류를 4가지로 분류하였다. Type I 궤도는 질량중심에서 궤도까지의 거리를 고정하여 궤도주기를 고정하는 형태로, 각속도 조건은 $\omega = \sqrt{\mu/r_0^3}$ 와 같다. Type II 궤도는 반경이 ρ 인 케플러 궤도와 주기가 같은 궤도이다. 예를 들면 태양중심 NKO에서 지구와 주기가 같은 궤도가 있다. Type II 궤도의 각속도 조건은 $\omega = \sqrt{\mu/\rho^3}$ 이다. Type III 궤도는 반경이 r 인 케플러 궤도와 주기가 같은 궤도이며 우주선의 각속도 조건은 $\omega = \tilde{\omega} = \sqrt{\mu/r^3}$ 이다. 그리고 본 논문에서 궤도 유지를 위해 필요한 가속도를 최소화하는 궤도를 추가하였으며 이를 type IV라고 정의하였다. Type IV 궤도는 $\partial a/\partial\omega = 0$ 을 이용하여 각속도를 유도할 수 있는데, 이는 type III 궤도의 각속도 조건과 동일하다.

2.3 비케플러 궤도 가능 영역

4가지 type에 대해 특정한 ρ, z 에서 필요한 가속도를 계산하였는데, 요구가속도를 얻지 못할 경우 NKO는 유지될 수 없다. 요구가속도는 각속도 조건을 식 (5)에 대입하여 구할 수 있다. Type I 궤도에서 r_0 를 지구반경의 10배로 설정하였을 때 특정 ρ, z 에서 궤도를 유지하기 위한 가속도를 Fig. 2에 나타내었다. 1-5 까지는 등고선 번호이며 값이 커질수록 요구가속도의 크기가 증가한다. 가속도의 단위는 mm/s^2 이며 가속도가 200 mm/s^2 일 경우 가능한 최대반경은 약 138,000-142,000 km인 것을 알 수 있다. Type II와 III 궤도에서 피치각과 요구가속도는 각속도 조건을 식 (4), (5)에 대입하여 계산한다. Type IV는 피치각과 요구가속도를 ω 에 대해 미분하여 다음과 같이 유도된다.

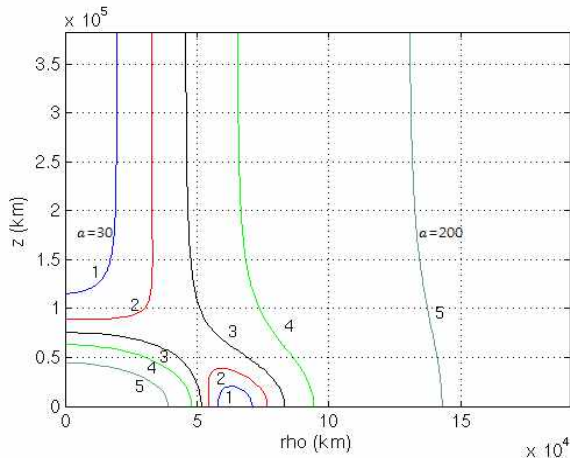


Fig. 2. Required acceleration contour for type I orbit (Case A1)

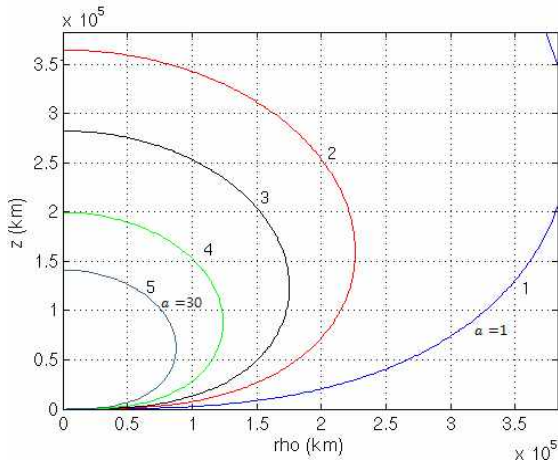


Fig. 3. Required acceleration contour for type III or IV orbit (Case A3, A4).

$$\frac{\partial(\tan\alpha)}{\partial\omega} = -\frac{2\rho}{z} \frac{\omega}{\tilde{\omega}} = 0 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial a}{\partial\omega} = \frac{2\omega\rho^2(\omega^2 - \tilde{\omega}^2)}{\sqrt{\rho^2(\omega^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + z^2\tilde{\omega}^4}} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega = \tilde{\omega} \quad (7)$$

위 식을 통해 type IV 궤도는 각속도 조건이 type III와 같으며 피치각을 항상 0° 로 유지하는 특징이 있다. Type III와 IV 궤도의 가속도 등고선은 Fig. 3와 같은데, 같은 ρ 지점에서 z 값이 2개가 될 수 있음을 알 수 있다.

2.4 궤도안정성

특정한 ρ , z 에서 필요한 가속도를 발생하여 NKO가 가능한 경우에도 초기 위치오차나 추력기 오차에 의한 섭동이 발생할 시 궤도 발산여부

Table 1. Stable regions of continuous thrust spacecraft.

Orbit types	Stable regions
Type I	$\rho > (2/3)^{1/3}r_0$
Type II	$\rho > 2.264z$
Type III and IV	$\rho > 2\sqrt{2}z$

에 따라 궤도안정성을 결정할 수 있다. 궤도안정성은 운동방정식에 δ 를 적용하여 계산할 수 있다. δ 를 적용하면 r 은 $r+\delta$ 가 되며 선형화된 식은 식 (1)로부터 다음과 같이 계산할 수 있다[5].

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + L_{11}\xi + L_{12}\eta = 2\omega C\rho_0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\omega}{\rho_0} \frac{d\xi}{dt} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + L_{21}\xi + L_{22}\eta = 0 \quad (10)$$

위 식에서 L 은 다음과 같이 계산된다.

$$L_{11} = 3\omega^2 + \tilde{\omega}^2 \left\{ 1 - 3\left(\frac{\rho}{r}\right)^2 \right\} \quad (11)$$

$$L_{12} = L_{21} = -3\tilde{\omega}^2 \left\{ \frac{\rho z}{r^2} \right\} \quad (12)$$

$$L_{22} = \tilde{\omega}^2 \left\{ 1 - 3\left(\frac{z}{r}\right)^2 \right\} \quad (13)$$

운동방정식에서 상수항을 삭제하기 위해 좌표계를 다음과 같이 변환한다.

$$\xi' = \xi - 2\omega C\tilde{\rho} \frac{L_{22}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} \quad (14)$$

$$\eta' = \eta + 2\omega C\tilde{\rho} \frac{L_{12}}{L_{11}L_{22} - L_{12}^2} \quad (15)$$

위와 같이 정의된 좌표계를 이용하여 식 (8) - (10)으로부터 ρ , z 방향의 운동방정식이 계산된다.

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{Bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

위 식의 특성방정식을 구하여 부호를 판별하면 안정성을 결정할 수 있다. 이 조건과 각 유형별 가속도 조건을 이용하면 4가지 유형에서 거리에

따른 안정-불안정 경계를 계산할 수 있다. 각 유형별 궤도의 안정-불안정 경계는 Table 1과 같다.

III. 태양중심 태양돛 궤도

태양중심 태양돛 우주선의 태양복사압 방향은 중력중심인 태양으로부터의 방향과 동일하다. 이러한 이유로 NKO를 유지하기 위한 추력방향에 제한이 있다. 태양돛 우주선의 가속도는 다음과 같이 정의된다[6].

$$\mathbf{a} = \beta \frac{\mu}{r^2} (\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad (17)$$

태양복사압에 의한 힘과 중력의 비를 나타내는 β 는 식 (17)에서 다음과 같이 계산된다.

$$\beta = \left\{ 1 + \left(\frac{z}{\rho} \right)^2 \right\}^{1/2} \frac{\left\{ (z/\rho)^2 + [1 - (\omega/\tilde{\omega})^2]^2 \right\}^{3/2}}{\left\{ (z/\rho)^2 + [1 - (\omega/\tilde{\omega})^2] \right\}^2} \quad (18)$$

위의 식을 이용하여 궤도를 4가지로 분류하였는데, 궤도 유형별 정의는 2장에서 정의했던 것과 같다. 태양복사압에 의한 가속도가 태양복사 입사방향과 태양돛 수직방향 사이각의 코사인의 제곱에 반비례한다는 점에서 차이가 있다.

3.1 비케플러 궤도 가능 영역

β 요구량은 각 유형별 가속도 조건을 대입하여 구할 수 있으며 type II 궤도의 β 요구량을 직접 유도하였다. Type I 궤도에서 $r_0 = 1\text{AU}$ 일 때 궤도를 유지하기 위한 β 요구량은 Fig. 4에 나타나 있다. 같은 z 지점에서 ρ 값이 2개가 될 수 있으며 등고선 7번은 β 값이 무한대일 때의 영역으로 바깥쪽 영역은 불가능한 궤도이다. Type II의 β 요구량은 가속도 조건을 식 (18)에 대입하여 유도할 수 있다.

$$\text{Type II : } \beta = \left\{ 1 + \left(\frac{z}{\rho} \right)^2 \right\}^{1/2} \times \frac{\left\{ (z/\rho)^2 + [1 - \{1 + (z/\rho)^2\}^{3/2}]^2 \right\}^{3/2}}{\left\{ (z/\rho)^2 + [1 - \{1 + (z/\rho)^2\}^{3/2}] \right\}^2} \quad (19)$$

Type III는 식 (18)에 가속도 조건을 대입하여 구할 수 있다. Type IV는 궤도를 유지하는데 필요한 β 를 최소화하는 방법으로 a 를 ω 에 대하여 미분하여 계산할 수 있으며 β 요구량은 식 (20)을 식 (18)에 대입하여 구할 수 있다.

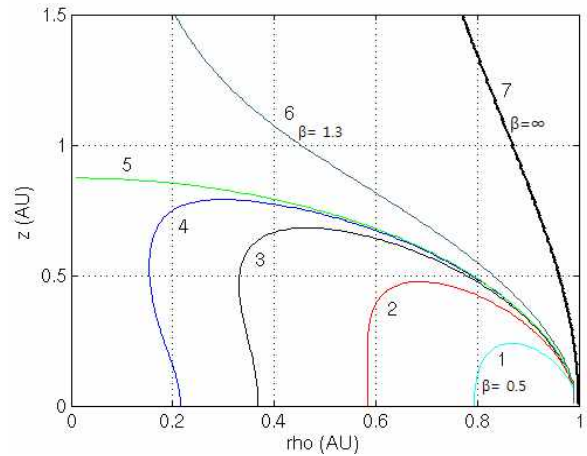


Fig. 4. Required lightness number contour for solar sail Sun-centered orbit (Case B1)

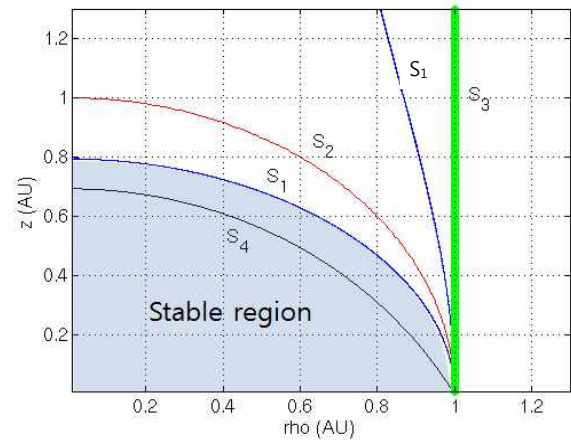


Fig. 5. Stable and unstable region for solar sail Sun-centered non-Keplerian orbit

$$\omega = \tilde{\omega} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{z}{\rho} \right)^2 \right]^{1/2} \left[1 - \left\{ 1 - \frac{1 + \left(\frac{z}{\rho} \right)^2}{\left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{z}{\rho} \right)^2 \right]^2} \right\}^{1/2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

궤도각속도를 지구의 궤도각속도와 동일하게 설정하였을 때 4가지 궤도의 안정성을 분석하여 안정-불안정 경계를 수치적으로 계산한 것을 Fig. 5에 나타내었다. Type I, II, III, IV의 안정-불안정 경계는 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 인데, S_1 의 안쪽 영역은 안정하며 바깥쪽 영역은 불안정하다. 즉, 궤도각속도가 지구의 궤도각속도와 동일할 때 type II, III 궤도는 항상 불안정하며 type IV는 항상 안정하다.

3.2 궤도안정성

태양돛 우주선의 궤도안정성을 2장에서 분석한 방법과 동일하게 분석하였다. 2장과는 변위의 계수에서 차이가 나는데, 태양중심 궤도에서는 위치에 따라 태양복사압에 대한 섭동을 고려해야 한다. McInnes는 \mathbf{r} 과 \mathbf{n} 이 이루는 각을 α 로 정의하였지만[4, 5], 본 논문에서는 좌표계를 통일하기 위해 \mathbf{n} 과 $\hat{\mathbf{z}}$ 가 이루는 각을 α 로 정의하여 변위 계수행렬 식을 유도하였다. 최종적인 운동방정식은 식 (1)로부터 다음과 같이 계산된다[8].

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{Bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} L_{S_{11}} & L_{S_{12}} \\ L_{S_{21}} & L_{S_{22}} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\omega}{\rho} \frac{d\xi}{dt} = 0 \quad (22)$$

여기서 L_S 행렬은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} L_{S_{11}} &= 3\omega^2 + \tilde{\omega}^2 \left\{ 1 - 3 \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \right\} + \frac{2\beta\tilde{\omega}^2}{r} \chi \left[\frac{2\rho\chi}{r^2} - \sin\alpha \right] \sin\alpha \\ L_{S_{12}} &= -3\tilde{\omega}^2 \left\{ \frac{\rho z}{r^2} \right\} + \frac{2\beta\tilde{\omega}^2}{r} \chi \left[\frac{2z\chi}{r^2} - \cos\alpha \right] \cos\alpha \\ L_{S_{21}} &= -3\tilde{\omega}^2 \left\{ \frac{\rho z}{r^2} \right\} + \frac{2\beta\tilde{\omega}^2}{r} \chi \left[\frac{2z\chi}{r^2} - \sin\alpha \right] \cos\alpha \\ L_{S_{22}} &= \tilde{\omega}^2 \left\{ 1 - 3 \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right\} + \frac{2\beta\tilde{\omega}^2}{r} \chi \left[\frac{2z\chi}{r^2} - \cos\alpha \right] \cos\alpha \end{aligned} \quad (23)$$

위 식에서 χ 는 $\rho \sin\alpha + z \cos\alpha$ 이다. 위의 운동방정식 해와 특성방정식을 구하여 안정-불안정 영역과 경계를 계산할 수 있다.

IV. 행성중심 태양돛 궤도

행성중심 궤도는 태양중심 궤도와는 달리 태양복사압의 크기가 일정하다는 특징이 있다.

4.1 비케플러 궤도 가능영역

행성중심 궤도의 가속도는 다음과 같다.

$$\mathbf{a} = \kappa (\hat{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad (24)$$

위 식과 일반적인 NKO 가속도와와의 차이점을 살펴보면, 태양복사압에 의한 가속도는 입사방향과 태양돛 수직방향 사이의 각에 따라 크기가 변화한다. 그러므로 가속도에서 차이를 보이며 거리에 따른 궤도 유지에 필요한 가속도의 크기에서도 차이를 보인다. 본 연구에서 태양복사압의 방

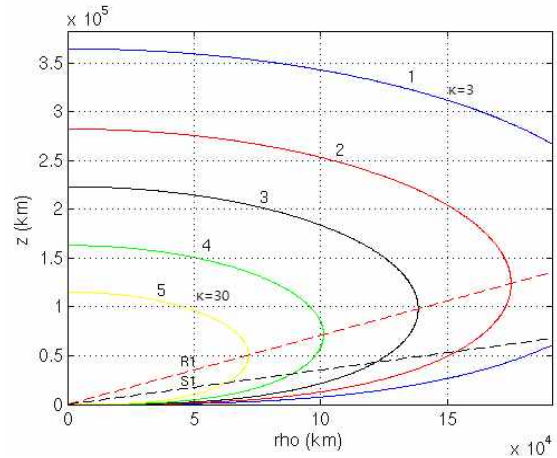


Fig. 6. Required acceleration contour for solar sail planet-centered orbit (Case C3, C4)

향을 z 축으로 설정하였다. 만약 태양복사 입사방향과 z 축이 일치하지 않고 yz 평면에 대하여 ϕ 만큼 기울어져 있다면, 가속도의 크기는 $1/\cos^2\phi$ 에 비례한다. 행성중심 궤도에서도 α 는 일반적인 추력인 경우와 정의가 같으며, 위치에 따른 태양복사압에 의한 가속도 크기는 식 (24)를 이용하여 계산할 수 있다[8].

$$\kappa = \tilde{\omega}^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\rho}{z} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\tilde{\omega}} \right)^2 \right]^2 \right\}^{3/2} z \quad (25)$$

4가지 궤도의 유형별 가속도 조건을 이용하여 궤도 유형별 가속도 요구량 식을 유도할 수 있다. Type III에서 반지름이 가장 큰 지점은 Fig. 6의 R1에서 확인할 수 있다. Type IV 궤도의 가속도는 type III 궤도와 동일하다.

4.2 궤도 안정성

행성중심 NKO 안정성의 선형방정식은 2장에서 분석한 것과 동일한데, 행성중심 NKO는 태양복사압의 크기가 일정하므로 태양복사압에 의한 섭동을 고려하지 않아도 된다. 각 유형별 안정-불안정 영역 경계선은 2장에서 구한 경계선과 동일하며, type III의 안정-불안정 경계는 Fig. 6의 S1과 같다.

V. 궤도제어 기법

일반적인 추력의 궤도와, 태양중심 및 행성중심 3가지 궤도에서 피치각 제어에 대한 상대 행렬을 구성하였다. 좌표계 및 α 의 정의를 통일하

여 제어입력 행렬식을 모두 유도하였다.

5.1 비케플러 궤도제어

제어입력 항을 추가한 선형방정식은 식 (21)로부터 계산된다[6].

$$\frac{d^2\delta'}{dt^2} + M\delta' = Ku \quad (26)$$

위 식을 이용하여 3가지 경우의 상태행렬을 구하였다. 일반 추력 NKO에서 행렬 M 은 L 행렬과 같으며 K 는 ρ 와 z 방향의 가속도를 α 에 대해 미분함으로써 계산할 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_\rho}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial a_z}{\partial \alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \alpha \\ -a \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (27)$$

상태변수 x 를 이용하여 다음과 같이 상태 방정식을 정리할 수 있다.

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (28)$$

여기서 상태변수는 $x = [\xi' \ \eta' \ d\xi'/dt \ d\eta'/dt]^T$ 로 정의되며, 상태행렬 A, B 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -L_{11} & -L_{12} & 0 & 0 \\ -L_{21} & -L_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

위 식에서 K_1, K_2 는 식 (27)의 K 성분과 같다.

5.2 태양중심 태양돛 우주선 궤도제어

태양중심 태양돛 궤도에서 행렬 M 은 행렬 L_S 와 같으며 K 를 계산하면 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} \beta \frac{\mu}{r^2} \sin \lambda [\sin(\lambda + \alpha) + \cos \lambda \sin \alpha] \\ \beta \frac{\mu}{r^2} \sin \lambda [\cos(\lambda + \alpha) + \cos \lambda \cos \alpha] \end{bmatrix} \quad (30)$$

여기서 λ 는 $\alpha + \gamma$ 이며 γ 는 $\tan^{-1}(z/\rho)$ 이다. L_S 행렬을 이용하여 태양중심 궤도의 상태행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -L_{S11} & -L_{S12} & 0 & 0 \\ -L_{S21} & -L_{S22} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Table 2. Cases of non-Keplerian orbits

Cases	Type I	Type II	Type III	Type IV
General thrust case	A1	A2	A3	A4
Solar sail: Sun centered	B1	B2	B3	B4
Solar sail: Planet centered	C1	C2	C3	C4

B 행렬은 일반추력 식 (29)의 B 와 같다.

5.3 행성중심 태양돛 우주선 궤도제어

행성중심 태양돛 궤도에서 행렬 M 은 L 행렬과 같으며, ρ 와 z 방향의 가속도를 α 로 미분함으로써 K 행렬을 유도할 수 있다.

$$K = \begin{bmatrix} \kappa \cos^3 \alpha (1 - 2 \tan^2 \alpha) \\ -3 \kappa \cos^2 \alpha \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (32)$$

상태행렬 식은 일반추력 식 (29)과 같다.

VI. 시뮬레이션 분석

궤도 시뮬레이션을 이용하여 수식으로 유도한 NKO 가능-불가능 영역과 안정-불안정 영역을 검증하였다. LQR을 적용하여 궤도유지를 위한 제어기법을 시험하였다. Table 2는 2, 3, 4장에서 설명한 NKO의 유형을 분류한 것을 나타낸다.

6.1 NKO 가능 영역

행성중심 태양돛 궤도의 type III, IV에서 가속도 크기를 요구량보다 작게 설정하여 궤도변화를 시뮬레이션 하였다. $\rho=150,000$ km, $z=100,000$ km에서 필요한 가속도는 약 7 mm/s^2 인데, 3 mm/s^2 로 줄여 시뮬레이션을 수행하였으며 Fig. 7에 궤도변화를 제시하였다. 가속도 요구량보다 작게 설정했을 때 중력원 방향으로 궤도가 발산하며 NKO를 유지하지 못하였다.

6.2 궤도 안정-불안정 영역

태양중심 및 행성중심 태양돛 궤도의 Type IV(case B4, C4)에서 안정성을 판별하기 위해 초기 궤도오차를 적용하여 궤도 발산시간을 계산하였다. ρ 와 z 의 간격을 0.02AU로 변화시켜 가면서 궤도를 시뮬레이션 하고, 우주선이 본궤도에서 30% 이상 발산하였을 때 걸린 시간을 계산하

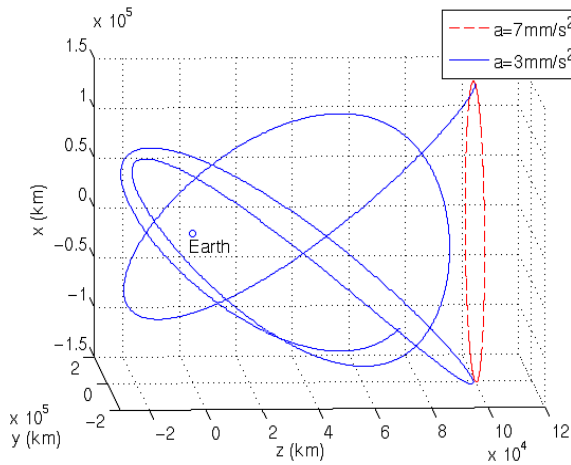


Fig. 7. Evolution of Non-Keplerian orbits with different accelerations (Case A3, A4)

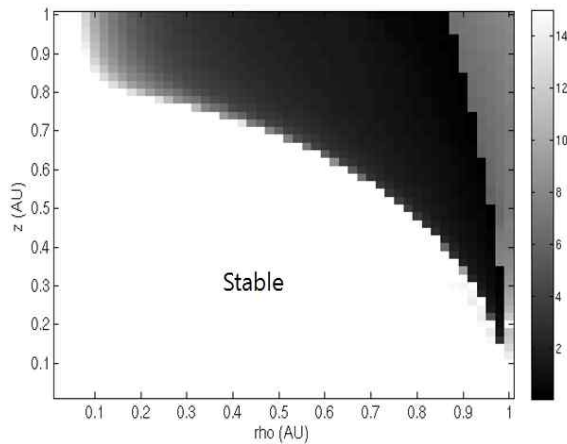


Fig. 8. Duration of Sun-centered solar sail NKO for different orbit conditions (case B4, unit=year)

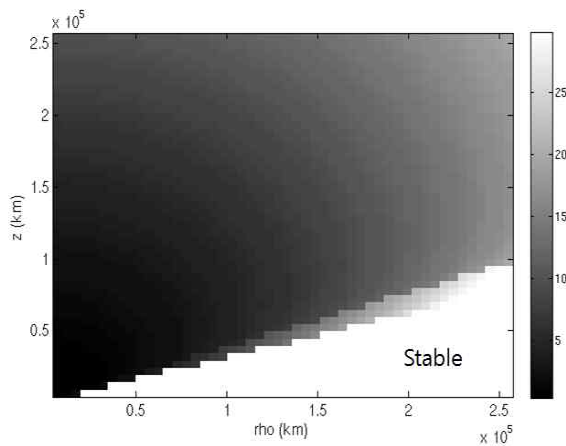


Fig. 9. Duration of planet-centered solar sail NKO for different orbit conditions (case C3,C4,unit=year)

여 Fig. 8과 9에 나타내었다. 초기 오차는 각각 ρ, z 크기의 1%를 적용하였다. Fig. 8을 보면, 해석적으로 계산한 Fig. 5의 안정-불안정 영역과 거의 동일하게 나타났다. $\rho=0, z=0.9$ AU 부근에서 약간의 차이가 발생하였는데, 이 영역은 궤도가 발산하지만 발산하기까지 걸리는 시간이 매우 길어 Fig. 8에서는 안정한 영역으로 나타났다. 행성중심 결과인 Fig. 9에서의 단위는 일로, Fig. 6에서 나타는 S_1 경계선과 거의 일치하였다. 이 경계를 기점으로 오른쪽 아래는 안정 영역, 왼쪽 위는 불안정 영역이며 상대적으로 z 보다 ρ 값이 클 때 안정한 것을 볼 수 있다.

6.3 궤도 제어 시뮬레이션

일반적인 추력의 NKO와 행성중심 태양돛 궤도 type IV(case A4, C4)에서 5장에서 유도한 상태행렬에 실시간 LQR을 적용하여 궤도제어 기법을 시험하였다. 피치각 제어식은 $u = -Gx$ 를 사용하였는데, G 는 LQR로부터 얻어진 gain이다. 일반적인 추력의 NKO에서 LQR 가중치는 $Q = 10^{-6} \text{diag}([1 \ 1 \ 0.01 \ 0.01])$, $R = 10^{-4}$ 로 설정하였으며, 행성중심 NKO에서의 LQR 가중치는 $Q = 5 \times 10^{-3} \text{diag}([1 \ 1 \ 0.01 \ 0.01])$, $R = 10^{-2}$ 로 설정하였다. B 행렬과 G 는 α 에 따라 값이 변하는데, 각각 600s, 100s 간격으로 업데이트 하였다. Fig. 10과 11은 case A3, A4의 궤도변화를 3차원과 성분별 변화를 나타낸 것이다. 초기 시작점은 $\rho=0.8$ AU, $z=0.6$ AU이며 초기 위치오차는 ρ, z 의 1%로 적용하고, 시뮬레이션 기간은 10년으로 설정하였다. Fig. 10에서 제어된 궤도는 일정한 원궤도를 유지하였으며 비제어 궤도는 z 축을

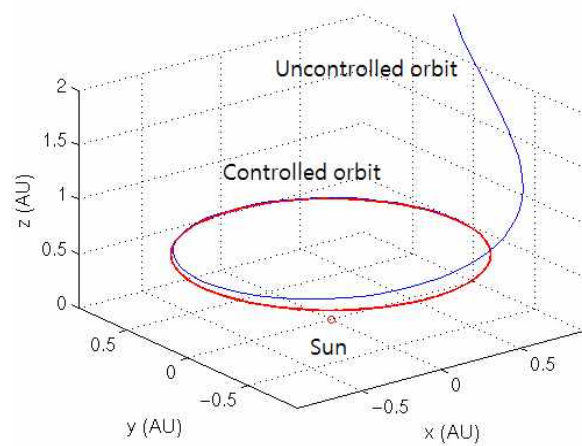


Fig. 10. Controlled and uncontrolled general thrust spacecraft orbit (Case A3, A4)

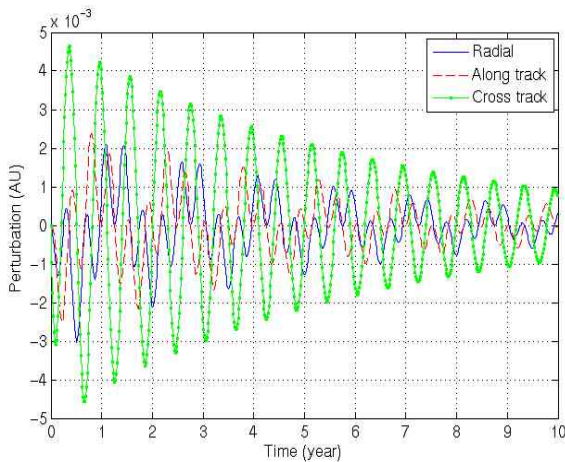


Fig. 11. Orbit perturbation from reference general thrust spacecraft with LQR control (Case A3, A4)

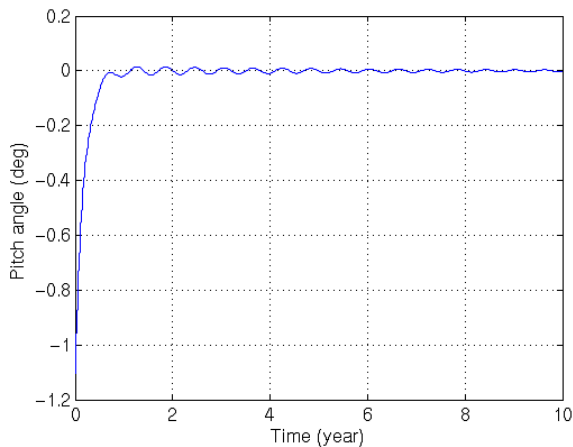


Fig. 12. Pitch angle variation of general thrust spacecraft control (Case A3, A4)

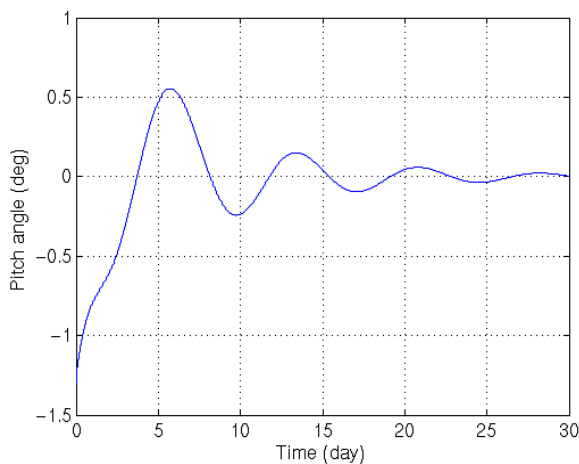


Fig. 13. Pitch angle variation of planet-centered solar sail control (Case C3, C4)

따라 발산하였다. Fig. 11에서는 피치각 제어가 수행되면서 섭동이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. Fig. 12는 초기 피치각이 약 -1.0° 에서 시작하여 점점 상승하며 이후 0° 로 수렴하였다. Fig. 13은 C3, C4의 LQR 제어 결과로, 피치각이 마찬가지로 초기에 -1.1° 에서 시작하여 0° 로 수렴한다.

6.4 요구 연료량

특정 위치에서 화학추진제, 전기추진제를 사용하였을 때 소모되는 연료량과 태양돛을 사용하였을 때 태양돛의 크기를 계산하였다. type IV 궤도에서 $\rho=300,000$ km, $z=50,000$ km일 때 요구 가속도는 약 0.72 mm/s²이다. 전기추진제와 화학추진제의 비추력은 각각 NSTAR, Star/30 BP의 비추력을 참고하여 3100 s, 292 s로 설정하였다. 초기 질량은 연료질량 1,000 kg, 탑재질량 1,000 kg으로 설정하였으며, 연료 소모에 따른 질량 감소를 고려하여 1년동안 연료 소모량을 계산하였다. 연료질량이 0 kg이 되는 시점을 찾는 데, 화학추진제는 31일, 전기추진제는 338일이 걸렸다. 행성중심 태양돛 궤도의 경우, 같은 위치에서 요구되는 가속도인 0.7 mm/s²를 이용하여 면적을 계산하였을 때 약 180,600 m²으로, 정사각형 태양돛의 경우 한 변이 약 425 m인 것을 알 수 있다.

VII. 결 론

NKO 이론을 소개하고 궤도를 4가지 유형으로 분류하여 안정성 해석에 필요한 식을 유도하였다. 일반적인 추진체와 태양돛 추진체를 동일한 좌표계로 설정하고 동일한 수식을 사용하여 유도하였다.

위치에 따른 가속도 요구량과 각 유형별 안정-불안정 영역의 경계를 계산하였다. 태양돛 우주선의 경우 태양돛의 수직 방향에 따라 태양복사압에 의한 가속도가 달라지므로 이를 고려해야 하며 일반적인 추력의 NKO와 차이를 보였다.

궤도 시뮬레이션을 이용하여 안정-불안정 영역 및 궤도안정성 유도식을 검증하였다. 불안정 영역에서 궤도를 제어하기 위해 실시간 LQR기법을 개발하여 적용하였다. 피치각 제어 결과 원궤도를 유지하고 초기 위치오차가 점점 감소하는 것을 확인하였다.

특정 위치에서 일반 추진체의 요구 연료량과 태양돛의 요구 면적을 계산하였다. 전기추진제는 화학추진제에 비해 약 10배정도 궤도를 오래 유

지하는 것을 확인하였다. 정사각형 태양돛의 경우 한 변의 길이가 약 425 m가 필요한데, 작은 요구가속도에서도 큰 면적의 태양돛이 요구되는 것을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 미래창조과학부 우주핵심기술개발사업(NRF-2012M1A3A3A02033484)의 지원을 받아 수행되었습니다.

References

- 1) Yashko G. J. and Hastings. D. E., Analysis of Thruster Requirements and Capabilities for Local Satellite Cluster, 10th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellite, 1996
- 2) Baig. S, and McInnes. C. R., Artificial Halo Orbits for Low-Thrust Propulsion Spacecraft, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2009
- 3) West J. L., "The Geostorm Warning Mission: Enhanced Opportunities Based On New Technology", 14th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference, AIAA 2004-0276.
- 4) Ceriotti M., McInnes C. R., "System design of a hybrid sail pole-sitter", *Journal of Advances in Space Research*, Vol. 48, No. 11, 2011, pp. 1754-1762.
- 5) McInnes C. R., "The Existence and Stability of Families of Displaced Two-Body Orbits", *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 67, No. 2, 1997, p. 167-180.
- 6) McInnes C. R., *Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications*, Springer, 2004.
- 7) McInnes C. R., et al., "Solar Sail Halo Orbits I: Heliocentric Case", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 29, No. 4, 1992, pp. 466-471.
- 8) McInnes C. R., "Solar Sail Halo Orbits II: Geocentric Case", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 29, No. 4, 1992, pp. 472-479.
- 9) Mengali G and Quarta A. A., "Non-Keplerian orbits for electric sails", *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 105, Nos. 1-3, 2009, p. 179-195.
- 10) McKay Robert J., et al., "Survey of Highly-Non-Keplerian Orbits with Low-Thrust Propulsion", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 34, No. 3, 2011, p. 645-666.