

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 42(10), 816-822(2014)

DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2014.42.10.816

SDRE 기법을 이용한 위성 각속도 추정용 비선형 관측기 설계

진재현*

Nonlinear Observer Design for Satellite Angular Rate Estimation
by SDRE Method

Jaehyun Jin*

Sunchon National University*

ABSTRACT

The estimation of the angular rate of a satellite has been discussed. A nonlinear observer has been proposed based on the state-dependent Riccati equation method. A sufficient stability condition for the convergence of estimation error has been presented. This condition is related to a state-dependent algebraic Riccati equation. It has been derived by transforming nonlinear error dynamics into a Lipschitz nonlinearity. An observer gain is obtained from this condition. Numerical simulations are presented to verify the proposed method.

초 록

위성의 각속도를 추정하는 비선형 관측기의 설계방법을 제안한다. SDRE 기법을 이용하여 관측기를 설계하는데, 오차 수렴에 대한 충분조건을 제시하였다. 대수 Riccati 형태의 이 조건은, 비선형 항을 Lipschitz 형태로 변환하고 이에 대한 수렴 조건을 유도하여 구해진다. 이 조건으로부터 관측기의 게인을 구할 수 있으며, 시뮬레이션을 이용하여 제안한 방법을 검증하였다.

Key Words : Satellite angular speed estimation(위성 각속도 추정), Nonlinear observer (비선형 관측기), SDRE(State-dependent Riccati equation, 상태변수 연동 Riccati 방정식), Lipschitz nonlinearity(Lipschitz 비선형성)

1. 서 론

위성의 자세제어를 위해 필요한 각속도는 자이로 센서를 이용하여 측정하지만, 최근에는 이를 추정하는 방법에 대해 많은 연구가 수행되고 있다[1-8]. 별센서를 이용하여 각속도를 추정한다면, 자이로가 고장 나더라도 이에 대응할 수 있기 때문에, 시스템의 신뢰도를 높일 수 있다. 그

리고 설계 단계에서 자이로를 제외한다면 비용 절감과 구조의 단순화를 기대할 수 있다.

각속도 추정을 위하여 사용하는 방법으로, 별센서를 통하여 측정한 자세 파라미터(쿼터니언 혹은 방향 벡터)를 직접 미분하여 추정하거나 [2,5], Kalman 필터 계열(EKF, UKF)을 이용하는 방법 등이 있다[3-6]. Particle 필터는 EKF보다 우수한 성능을 갖는 것으로 알려져 있다[7,8].

† Received: June 17, 2014 Accepted: September 4, 2014

* Corresponding author, E-mail : donworry@scnu.ac.kr

http://journal.ksas.or.kr/

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

SDRE(state-dependent Riccati equation) 기법을 이용한 추정도 제시되었다[4,9,10]. SDRE 기법은 LQ에 대응되는 비선형 시스템의 설계 및 해석 기법이다[11-13]. 다양한 형태의 비선형 시스템에 대하여 LQ와 같은 체계적인 설계가 가능하다.

SDRE 필터를 활용한 기존의 연구[4,9]에서는 오차의 수렴성을 제시하지 않았다. 본 논문에서는 추정오차의 수렴에 대한 연구결과, 특히, 오차 수렴을 위한 충분조건을 제시한다. SDRE 기법을 이용하여 비선형 관측기를 설계하고, 오차 방정식의 비선형 항을 Lipschitz 형태로 변환하고, Lyapunov 기법을 적용하여 수렴을 위한 충분조건을 유도하였다. 그리고 시뮬레이션을 이용하여 제안한 방법을 검증하였다.

II. 운동방정식 및 문제 정의

2.1 위성 운동방정식

벡터 변수는 볼드체로, 스칼라와 행렬 변수는 일반체로 표시하였다. I 와 0 은 단위행렬과 영행렬이며, 수식에서 크기가 결정된다. x_i 는 벡터 x 의 i 번째 요소이다. 양 한정 (positive definite) 행렬은 $P > 0$ 으로 표현한다. 변수 s 의 함수 행렬 $P(s), Q(s)$ 에 대하여, rank deficiency가 발생하는 s 값이 같으면 $P(s) \sim Q(s)$ 로 표시한다. 벡터 a 에 대해서 a^\times 는 외적을 행렬로 표시한 것이다.

$$a \times b = a^\times b, \quad a^\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

대상 위성은 3개의 반작용 휠을 관성 모멘트 행렬의 주축 방향으로 장착한 위성이다. 편의상, 반작용 휠만 사용한다고 가정한다.

$\omega \in R^3$ 는 위성의 각속도 벡터이고, $\Omega \in R^3$ 는 휠의 각속도 벡터, $u \in R^3$ 는 위성의 제어입력이며, 휠에 대해서는 반작용 입력(부호가 반대)이 된다. $h_w = J_w \Omega \in R^3$ 는 휠 전체의 각운동량 벡터, $h = J\omega + h_w \in R^3$ 는 위성 전체의 각 운동량 벡터이다. J_w 는 휠의 회전축에 대한 관성모멘트 값이다. $J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ 는 휠을 포함한 위성 전체의 관성모멘트 행렬이고 대각행렬로 가정한다. ω, h, h_w 는 모두 동체 좌표계(주축과 일치한다고 가정한다)에 대해 관측한 값이다. 외력이 없다고 가정하면, 각 운동량의 크기는 일정하다(식 (2) 참고). 위성의 운동 방정식은 다음과 같다[14].

$$|\dot{h}|^2 = |J\omega + h_w|^2 = \text{constant} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= J^{-1} [J\omega + h_w] \times \omega - J^{-1} \dot{h}_w \\ &= J^{-1} [J\omega + h_w] \times \omega - J_w J^{-1} \dot{\Omega} \end{aligned} \quad (3)$$

$$J_w \dot{\Omega} = -u \quad (4)$$

2.2 자세 측정방정식

위성의 자세는 일반적으로 쿼터니언을 이용하여 기술하므로, 별센서의 출력을 쿼터니언 값으로 생각한다. 각속도와 쿼터니언의 관계식은 다음과 같다[14].

$$\begin{aligned} q &= [q_0, q_1, q_2, q_3]^T \\ \dot{q} &= \frac{1}{2} U(q)\omega = \frac{1}{2} V(\omega)q \end{aligned} \quad (5)$$

$$U(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}, \quad V(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)의 행렬 $U(q)$ 는 $U^T(q)U(q) = I_3$ 를 만족하므로 식 (5)로 부터 다음의 관계식을 얻는다.

$$\omega = 2U^T(q)\dot{q} \quad (7)$$

휠의 각속도와 입력은 직접 측정가능하다고 가정하며, 동역학 방정식에서 휠에 대한 것은 제외한다. 그러면 다음과 같은 비선형 동역학 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{q} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} J^{-1}(h \times \omega) \\ \frac{1}{2} U(q)\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= [0 \ I] \begin{bmatrix} \omega \\ q \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

2.3 비선형 관측기 제안

비선형 시스템을 식 (9)와 같이 정리할 수 있다. $A(x)$ 를 SDC(state-dependent coefficients)라고 한다.

$$\dot{x} = A(x)x + D(t)x + Bu, \quad y = Cx \quad (9)$$

상태변수 추정을 위해 식 (10)의 SDRE 관측기를 제안한다[4,9]. 식에서 $D(t)$ 는 상태변수와 관련 없는 항을 의미하며, 수식 전개를 위해 별도로 표시하였다.

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{x})\hat{x} + D(t)\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) \quad (10)$$

K 는 이득행렬이며, 뒤에서 제시한다. SDRE 관측기 설계를 위하여 식 (8)을 식 (9)의 형태로 만든다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\omega}} \\ \dot{\hat{q}} \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}(\mathbf{h} \times \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}) \\ \frac{1}{2} U(\hat{\mathbf{q}}) \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} V(\boldsymbol{\omega}) \hat{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (11) \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}(\mathbf{h} \times \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \times \mathcal{J} \boldsymbol{\omega}) \\ \frac{1}{2} U(\hat{\mathbf{q}}) \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} V(\boldsymbol{\omega}) \hat{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \\ &\quad + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}(\mathbf{h}_w \times \boldsymbol{\omega}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \hat{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1(t) \\ D_2(t) \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned}$$

요소행렬은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{2} \mathcal{J}^{-1}[\mathbf{h}^\times - \boldsymbol{\omega}^\times \mathcal{J}], A_{21} = \frac{1}{4} U(\hat{\mathbf{q}}), \quad (12) \\ A_{22} &= \frac{1}{4} V(\boldsymbol{\omega}), B_1 = \mathcal{J}^{-1}, D_{11} = \frac{1}{2} \mathcal{J}^{-1} \mathbf{h}_w^\times \\ A_{12} &= 0, D_2 = 0, B_2 = 0 \end{aligned}$$

III. 비선형 관측기 설계

3.1 오차 수렴에 대한 비선형 해석

제안한 관측기로 상태변수를 추정하기 위해서는 추정오차의 수렴성이 보장되어야 한다. 여기에서는 추정오차가 수렴하는 충분조건을 유도함으로써, 제안한 관측기의 설계기법이 타당함을 보인다.

관측기 설계를 위해 기본적으로 $(A(\mathbf{x}), C)$ 가 가관측이어야 하는데, 가관측성 여부는 다음의 PBH 테스트로 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} sI - A \\ C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} sI - A_{11} & 0 \\ -A_{21} & sI - A_{22} \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (13) \\ &\sim \begin{bmatrix} sI - A_{11} & 0 \\ -A_{21} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} sI - A_{11} \\ A_{21} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

그리고 $U(\hat{\mathbf{q}}) = 4A_{21}$ 는 full column rank의 행렬이기 때문에, rank deficiency는 발생하지 않는다. 그래서 $(A(\mathbf{x}), C)$ 는 모든 \mathbf{x} 에 대하여 가관측함을 알 수 있다.

오차 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_\omega &= \boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}, \mathbf{e}_h = \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}} = \mathcal{J} \mathbf{e}_\omega, \mathbf{e}_q = \hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q} \quad (14) \\ \mathbf{e} &= \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{e}_\omega, \mathbf{e}_q]^T \end{aligned}$$

상태추정 오차 $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ 에 대한 동역학 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}((\hat{\mathbf{h}} + \mathbf{e}_h) \times (\hat{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{e}_\omega)) \\ \frac{1}{2} U(\hat{\mathbf{q}} + \mathbf{e}_q)(\hat{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{e}_\omega) \end{bmatrix} \quad (15) \\ &\quad - \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}(\hat{\mathbf{h}} \times \hat{\boldsymbol{\omega}}) \\ \frac{1}{2} U(\hat{\mathbf{q}}) \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} - K C \mathbf{e} \\ &= \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}[\hat{\mathbf{h}}^\times - \hat{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathcal{J}] & 0 \\ \frac{1}{2} U(\hat{\mathbf{q}}) & \frac{1}{2} V(\hat{\boldsymbol{\omega}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_\omega \\ \mathbf{e}_q \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathcal{J}^{-1}(\mathbf{e}_h \times \mathbf{e}_\omega) \\ \frac{1}{2} U(\mathbf{e}_q) \mathbf{e}_\omega \end{bmatrix} - K C \mathbf{e} \\ &= (A_e(\hat{\mathbf{x}}) - K C) \mathbf{e} + \mathbf{f}(\mathbf{e}) \end{aligned}$$

$A_e(\hat{\mathbf{x}}) = 2A(\hat{\mathbf{x}})$ 인데, 편의상 인수 $\hat{\mathbf{x}}$ 를 생략하여 표시한다. $U(\mathbf{e}_q)$ 는 다음과 같다.

$$U(\mathbf{e}_q) = \begin{bmatrix} -e_{q1} - e_{q2} - e_{q3} \\ e_{q0} - e_{q3} & e_{q2} \\ e_{q3} & e_{q0} - e_{q1} \\ -e_{q2} & e_{q1} & e_{q0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

식 (15)에 비선형 항이 존재하는데, \mathbf{e}_ω 의 발산 가능성 때문에 크기가 한정된다고 가정할 수 없다. 차선책으로 Lipschitz 비선형 시스템 해석을 도입하고자 한다. 이를 위해서, $A(\hat{\mathbf{x}})$ 계산은 추정값 $\hat{\mathbf{x}}$ 대신에 센서 측정값을 직접 이용한다. 각 속도는 식 (7)의 관계식 및 측정값에 대한 차분을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_m(t_k) = \frac{2}{\Delta} U^T(\mathbf{q}_m(t_k)) [\mathbf{q}_m(t_k) - \mathbf{q}_m(t_{k-1})] \quad (17)$$

$\mathbf{q}_m(t_k)$ 은 쿼터니언 측정값이며, Δ 는 센서 측정의 갱신(update) 시간이다. 식 (17)의 값을 이용하면, 실제 각속도와 차이는 있지만 발산하지 않고 한정된다. 즉, 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$|\mathbf{e}_{\omega, m}| = |\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}_m| \leq k_\omega \quad (18)$$

이를 이용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} |\mathcal{J}^{-1}(\mathbf{e}_h \times \mathbf{e}_\omega)| &\leq \frac{1}{J_{\min}} |\mathcal{J} \mathbf{e}_\omega| \cdot |\mathbf{e}_\omega| \quad (19) \\ &\leq k_\omega \frac{J_{\max}}{J_{\min}} |\mathbf{e}_\omega| \end{aligned}$$

그리고 별센서의 쿼터니언 값을 사용하면 식

(16)의 오차는 아주 작은 값이다. 노이즈와 계산 시간(Δ)이 포함된 수준의 작은 값이 된다. 그래서 두 번째 비선형 항도 다음과 같이 한정된다.

$$\left| \frac{1}{2} U(\mathbf{e}_q) \mathbf{e}_\omega \right| \leq k_q |\mathbf{e}_\omega| \quad (20)$$

상수 k_q 는 적절한 상수가 된다. 식 (19), (20)으로부터 비선형 요소 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 는 Lipschitz 타입이라고 생각할 수 있다.

$$|\mathbf{f}(\mathbf{e})| \leq \mu |\mathbf{e}| \quad (21)$$

μ 는 Lipschitz 상수인데, $k_\omega, J_{\max}, J_{\min}, k_q$ 의 크기에 의해 결정된다. 참고문헌 [15]에서는 비선형 항의 구조를 고려하여 식 (21)보다 완화된(less conservative) 형태를 제시하였다. 이를 따르면 다음과 같은 형태가 얻어진다.

$$|\mathbf{f}(\mathbf{e})| \leq \mu |\mathbf{G}\mathbf{e}| = \mu \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{e} \quad (22)$$

식 (15)의 수렴 조건을 유도하기 위하여 Lyapunov 방식을 이용한다. 양 한정 대칭 행렬 P 에 대하여 함수 $V = \mathbf{e}^T P \mathbf{e}$ 를 정의하고, 이의 미분을 유도한다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\mathbf{e}}^T P \mathbf{e} + \mathbf{e}^T P \dot{\mathbf{e}} \\ &= \mathbf{e}^T (A_e - KC)^T P \mathbf{e} + \mathbf{e}^T P (A_e - KC) \mathbf{e} \\ &\quad + 2\mathbf{e}^T P \mathbf{f}(\mathbf{e}) \end{aligned} \quad (23)$$

마지막 항은 다음 부등식이 적용된다.

$$\begin{aligned} 2\mathbf{e}^T P \mathbf{f}(\mathbf{e}) &\leq 2|\mathbf{P}\mathbf{e}| |\mathbf{f}(\mathbf{e})| \\ &\leq 2\mu |\mathbf{P}\mathbf{e}| |\mathbf{G}\mathbf{e}| \\ &\leq \mathbf{e}^T P P \mathbf{e} + \mu^2 \mathbf{e}^T G^T G \mathbf{e} \end{aligned} \quad (24)$$

그러면

$$\dot{V} \leq \mathbf{e}^T \begin{bmatrix} (A_e - KC)^T P + P(A_e - KC) + PP \\ + PP + \mu^2 G^T G \end{bmatrix} \mathbf{e} \quad (25)$$

이 되고, 오른쪽 항이 음 한정(negative definite)이면 ($-\mathbf{e}^T W \mathbf{e}$, $W > 0$), 오차의 수렴($\mathbf{e} \rightarrow 0$)은 보장된다. 결국 오차 수렴 조건은 다음 식을 만족하는 행렬 P 가 존재하는 것이다.

$$0 = (A_e - KC)^T P + P(A_e - KC) + PP + \mu^2 G^T G + W \quad (26)$$

$A_e = 2A$ 를 대입하고 좌우에 $S = P^{-1}$ 를 곱한다.

$$0 = S(2A - KC)^T + (2A - KC)S + I + \mu^2 S G^T G S + S W S \quad (27)$$

행렬 $R > 0, Q_1 > 0$ 과 양수 α 에 대하여 $K = SC^T R^{-1}$, $W = \alpha P Q_1 P$, $2Q = I + \alpha Q_1$ 로 설정하고 정리하면 다음의 최종 식을 얻는다.

$$0 = SA^T + AS + Q - S \left(C^T R^{-1} C - \frac{1}{2} \mu^2 G^T G \right) S \quad (28)$$

$$C^T R^{-1} C - \frac{1}{2} \mu^2 G^T G = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \mu^2 I & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

식 (28)은 대수 Riccati 방정식의 모습이다. 우측 괄호 안의 항인 (29)에 따라 해의 존재 여부가 결정된다. μ 가 감소하여 그 값이 아주 작으면, (A, C) 가 가관측하기 때문에 해가 존재한다. Q 혹은 μ 가 증가하면, 언젠가는 해가 존재하지 않게 된다. Q 를 증가시키는 것은 빠른 수렴을 요구하는 것인데, Q 가 큰 값이라고 가정하면 식 (28)은 다음처럼 근사화 된다.

$$0 \simeq Q - S \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \mu^2 I & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{bmatrix} S \quad (30)$$

$S > 0$ 인 경우에, 두 번째 행렬은 양 한정이지 않으므로 양 한정 행렬 Q 와 같게 할 수 없다. 그래서 적합한 해는 존재하지 않는다. μ 가 증가하는 것은 비선형성이 증가하는 것을 의미한다. μ 가 증가하여 상대적으로 $R^{-1} = \epsilon I \ll 1$ 이라고 가정하면, 식 (28)은 다음과 같으며, S 에 대한 이차항의 계수 행렬이 positive semidefinite하지 않으므로 해 $S > 0$ 의 존재를 보장하지 못한다.

$$0 = Q + SA^T + AS - S \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \mu^2 I & 0 \\ 0 & \epsilon I \end{bmatrix} S \quad (31)$$

결국 Q 와 μ 의 크기에 따라 해의 존재여부가 결정된다. 다양한 조건에서도 해의 존재를 보장하기 위해서는 μ 를 작게 해야 하는데, 이를 위해서는 가급적 별센서의 성능, 특히 갱신시간을 줄여야 한다. 현재 많은 센서가 10 Hz 주기로 갱신한다.

결과를 정리하면 다음과 같다. 설계 파라미터 $Q = 0.5(I + \alpha Q_1) > 0.5I$, μ, R 을 적절히 선정하여 식 (28)의 대수 Riccati 방정식의 해 S 를 구하고, 식 (10)에서 관측기 게인 $K = SC^T R^{-1}$ 를 적용하여 상태변수를 추정한다.

3.2 시뮬레이션

컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여 제안한 방법의 타당성을 검증한다. 시뮬레이션을 위한 파라미터는 Table 1에 제시하였다. 제어입력과 휠의 속도에는 물리적인 제한이 없다고 가정하였다. 제어법칙은 식 (32)와 같다[16]. 첨자 c, d, s 는 각각 명령, 목표, 기동시작을 의미한다. 센서의 노이즈는 화이트 가우시안(σ_q, σ_Ω)으로 가정하였다.

$$\begin{cases} \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^c - \hat{\boldsymbol{\omega}}) - \hat{\mathbf{h}} \times \hat{\boldsymbol{\omega}} \\ \boldsymbol{\omega}^c &= 2 \mathbf{U}^T(\mathbf{q}_m) [\mathbf{q}^c - \mathbf{q}_m] \\ \mathbf{q}_i^c(t) &= \mathbf{q}_i^s + \frac{\mathbf{q}_i^d - \mathbf{q}_i^s}{t_d - t_s} (t - t_s) \end{cases} \quad (32)$$

입력 \mathbf{u} 는 물리적인 제약으로 상하한이 존재한다고 가정하였다($|u_i| \leq u_L$). 센서의 갱신 주기를 고려해서 적분간격을 $\Delta = 0.1$ sec로 설정하였다.

Figure 1은 정확한 상태변수를 이용하여 제어한 결과이다. 초기 각속도의 영향으로 회전하다가 안정화되고 일정한 자세로 수렴하게 된다. Fig. 2는 측정된 쿼터니언 값과 측정된 각속도를 이용해서 제어한 결과이다. 제어 입력이 노이즈의 영향을 받지만, 자세와 각속도는 Fig. 1과 큰 차이가 없다.

Figure 3은 식 (17)에 의한 각속도 계산 값과 실제 값의 차이를 보여준다. 비록 zero mean에 가깝지만, 노이즈의 영향이 증폭되어 나타나기 때문에 자세제어 용도로는 부적합하다.

Figure 4는 각속도 추정 오차(e_{ω})를 확대 도시한 것이다. 초기에는 오차 수렴이 끝나고 큰

Table 1. Parameters for simulation

Parameters	Unit	Parameters	Unit
$\mathbf{J} = \text{diag}[300, 500, 400]$	kg-m ²	$J_w = 0.1$	kg-m ²
$\mathbf{q}_0 = [0.5, -0.5, 0.5, 0.5]$	-	$\boldsymbol{\omega}_0 = [4, -2, 2]$	deg/s
$\boldsymbol{\Omega}_0 = [1, 2, -1] \times 100$	rpm	$\mu = 0.1, \lambda = 0.1$	-
$\sigma_q = 0.001, \sigma_\Omega = 0.1$	-	$u_L = 0.5$	N-m
$\mathbf{q}_1^d = [1, 0, 0, 0]$		$\mathbf{q}_2^d = [5, -5, 32, -64]$	
Scenario			
time (sec)	Mode		
t < 10	No control		$\mathbf{u} = 0$
t < 50	Stabilizing		$\boldsymbol{\omega}^c = 0$
t < 250	Tracking 2		$\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}_1^d$
t < 350	Keeping attitude		$\mathbf{q} = \mathbf{q}_1^d$
t < 550	Tracking 2		$\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}_2^d$
t < 600	Keeping attitude		$\mathbf{q} = \mathbf{q}_2^d$

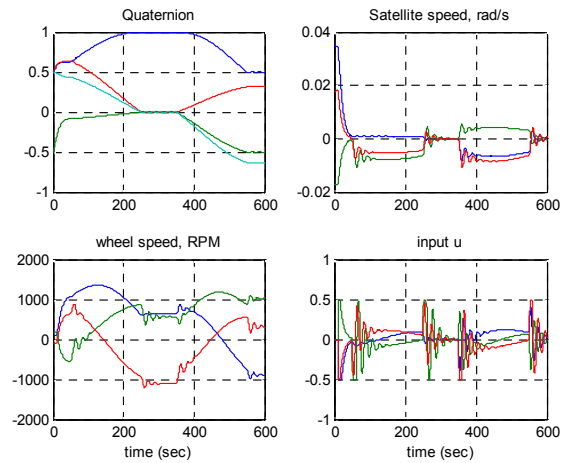


Fig. 1. Simulation results with perfect measurements: q, ω, Ω, u

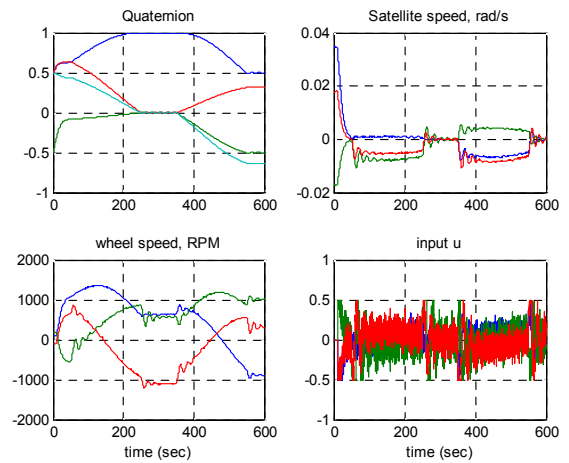


Fig. 2. Simulation results by noisy measurements and $\hat{\boldsymbol{\omega}} (R = 1 I_4)$

변동이 없지만, 기동으로 각속도의 변동이 생기면 오차가 약간 증가하는 경향이 있다. 행렬 S 의 고유치의 최소 실수값($\min(\text{Re}(\lambda(S)))$)을 살펴보면 거의 비슷한 값을 유지한다.

식 (28)에서 $A(\mathbf{x})$ 는 매순간 변하기 때문에 한 값에서 해가 존재한다고 모든 \mathbf{x} 에 대하여 해가 존재함을 보장할 수 없다. 그러나 시뮬레이션 결과처럼 S 의 최소 고유값의 변동이 작다는 것에 근거해서, 임의의 값에 대해 해가 존재하고 최소 고유값이 영(zero)에 가깝지 않으면 가능한 \mathbf{x} 에 대해 해가 존재할 가능성이 높다.

Figure 4, 5, 6은 $Q = 0.6 I$ 에 대하여 R 의 값을 달리한 결과이다. R 이 증가할수록 고유치 최소 실수값이 증가하며, 좀 더 필터링된 출력이 얻어진다. 각속도가 상대적으로 변동이 적을 때는 추

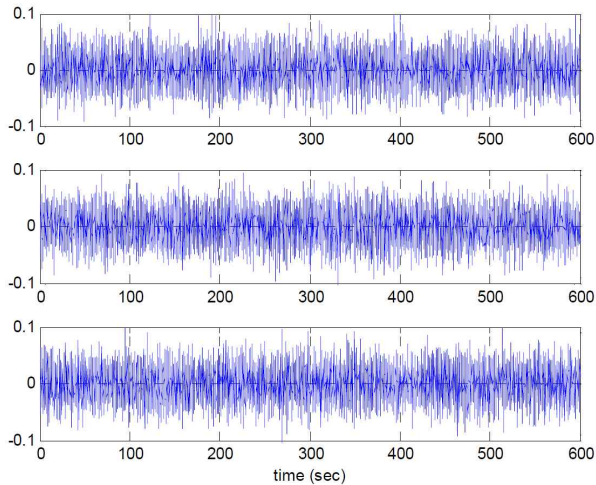


Fig. 3. Estimation error by Eq.(17): $\omega - \hat{\omega}_m$

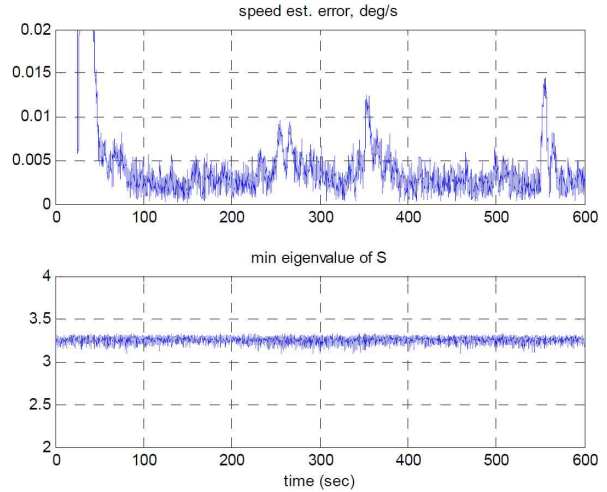


Fig. 6. Estimation error by SDRE and minimal eigenvalue of $S(R=100 I_4)$

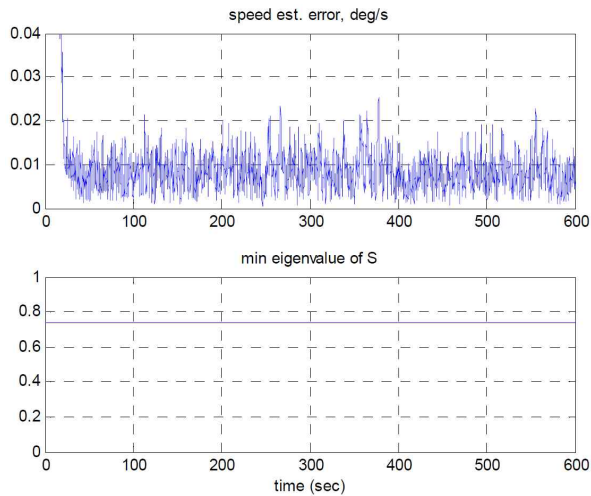


Fig. 4. Estimation error by SDRE and minimal eigenvalue of $S(R=1 I_4)$

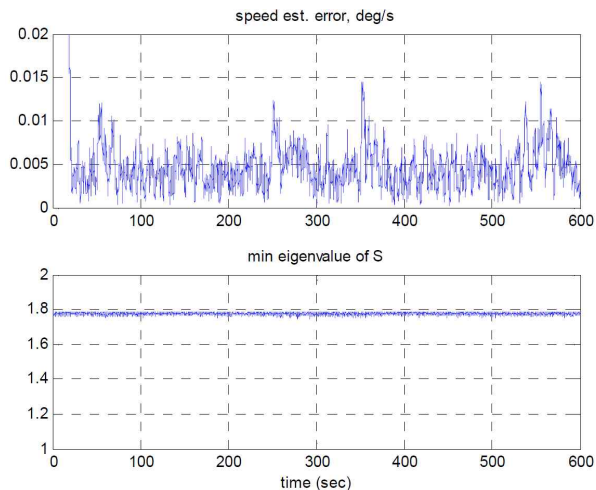


Fig. 5. Estimation error by SDRE and minimal eigenvalue of $S(R=10 I_4)$

정 성능이 좋아지게 된다. 그리고 초기 수렴이 상대적으로 느리다. R 이 증가할수록 모델에 대한 의존도가 높아지기 때문이다. 이러한 경우에 시스템 파라미터에 대한 추정의 robustness를 고려하여야 한다.

IV. 결 론

위성의 각속도를 추정하기 위하여, SDRE 기법에 근거한 비선형 관측기 설계 방법을 제안하였다. 비선형 해석을 통하여 오차 수렴에 대한 충분조건을 유도하였으며, 이 조건으로 부터 관측기의 계인을 결정할 수 있었다. 다양한 동작을 시뮬레이션하면서, 각속도 추정 성능을 검증하였으며 제안한 방법이 유용함을 확인하였다. 향후, 실제 응용이 가능할 것으로 기대하며, 이를 위한 추가적인 연구를 진행할 계획이다.

References

- 1) Crassidis, J., and Markely, F., and Cheng, Y., "Survey of nonlinear attitude estimation methods," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, 2007, pp.12~28.
- 2) Bar-Itzhack, I., "Classification of algorithms for angular velocity estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 2, 2001, pp.214~218.
- 3) Fisher, J., and Vadali, S., "Gyroless attitude control of multibody satellites using an unscented Kalman filter," *Journal of Guidance, Control, and*

Dynamics, Vol. 31, No. 1, 2008, pp.245~251.

4) Oshman, Y., and Dellus, F., "Spacecraft angular velocity estimation using sequential observation of a single directional vector," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 40, No. 2, 2003, pp.237~247.

5) Azor, R., et. al., R., "Angular rate estimation using delayed quaternion measurements," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 24, No. 3, 2001, pp.436~443.

6) Azor, R., et. al., "Satellite angular rate estimation from vector measurements," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 3, 1998, pp.450~457.

7) Carmi, A., and Oshman, Y., "Fast particle filtering for attitude and angular rate estimation from vector observations," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.32, No.1, 2009, pp.70~78.

8) Carmi, A., and Oshman, Y., "Adaptive particle filtering for spacecraft attitude estimation from vector observations," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.32, No.1, 2009, pp.232~241.

9) Harman, R., and Bar-Itzhack, I., "Pseudolinear and state-dependent Riccati equation filters for angular rate estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 22, No. 5, 1999, pp.723~725.

10) Yoon, H., and Jin, J., "Design of nonlinear

unknown input observer by SDRE method and fault detection of reaction wheels," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 41, No. 4, 2013, pp.2845~290.

11) Çimen, T., "Survey of State-Dependent Riccati Equation in Nonlinear Optimal Feedback Control Synthesis," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 35, No.4, 2012, pp.1025~1047.

12) Mracek, C., et. al., "A new technique for nonlinear estimation," *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications*, 1996, pp.338~343.

13) Cloutier, J., "State-dependent Riccati equation techniques: an overview," *Proceedings of the 1997 American Control Conference*, Vol. 2, 1997, pp.932~936.

14) Bang, H., Tahk, M., and Choi, H., "Large angle attitude control of spacecraft with actuator saturation," *Control Engineering Practice*, Vol. 11, No. 9, 2003, pp.989~997.

15) Phanomchoen, G. and Rajamani, R., "Observer design for Lipschitz nonlinear systems using Riccati equations," *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Baltimore, MD, USA, 2010, pp.6060-6065.

16) Jin, J., and Yong, K., "Fault detection of a spacecraft's reaction wheels by extended unknown input observer," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 17, No. 11, 2011, pp.1138~1144.