

보강된 사다리꼴 주름판의 과도 응답 해석

Transient Response Analysis of Trapezoidal Corrugated Plates with Stiffeners

박 경 조*·김 영 완†

Kyung-Jo Park and Young-Wann Kim

(Received August 11, 2014 ; Revised October 2, 2014 ; Accepted October 6, 2014)

Key Words : Transient Response Analysis(과도 응답 해석), Trapezoidal Corrugated Plate(사다리꼴 주름판), Pulse Load(펄스 하중), Discrete Stiffener Theory(이산보강이론)

ABSTRACT

In this paper, the transient response analysis of the trapezoidal corrugated plate subjected to the pulse load is investigated by the theoretical method. Three types of pulse loads are considered: stepped, isosceles triangular and right triangular pulse loads. The corrugated plates can be represented as an orthotropic plate. Both the effective extensional and flexural stiffness of this equivalent orthotropic plate are considered in the analysis. The plate is stiffened by concentric stiffeners perpendicular to the corrugation direction. The stiffening effect is represented by the discrete stiffener theory. This theoretical results are validated by those obtained from 3D finite element analysis based on shell elements. Some numerical results are presented to check the effect of the geometric properties.

1. 서 론

주름판은 평판보다 높은 강성을 가지고 있어 해양 구조물, 비행기, 선박 및 철도차량 등의 바닥, 수직 칸막이 등과 같이 길이가 길고 질량 대비 큰 강성이 요구되는 구조물에 사용되고 있다⁽¹⁻²⁾. 구조적 장점뿐만 아니라 판을 더 얇게 제작하여 사용할 수 있기 때문에 경제적인 장점도 있다. 또한 구조적 특성을 이용하여 주름방향으로 형상을 쉽게 변형시킬 수 있어 최근에는 비행기의 모핑 날개, 유연 터빈 블레이드 등과 같은 유연 구조물에 적용되고 있다⁽³⁻⁶⁾. 주름판은 복잡한 구조 형상으로 구성되어 있기 때문에 이론적인 해석이 쉽지 않아 오래 전부터 주

름판을 직교 이방성판으로 취급하여 해석을 하고 있다^(3,5-10). 주름판을 주름 횡방향으로 길이가 긴 구조물에 적용할 경우 이 방향에 대해서는 고강성이기 때문에 하중부하능력이 우수하다. 그러나 주름방향으로는 유연하기 때문에 이 방향에 대한 부하능력이 매우 작으며, 비틀림에 대해서도 매우 취약하다. 따라서 주름 횡 방향으로 길이를 크게 할 수 없다는 단점이 있다. 이를 극복하기 위해서는 중간에 보등을 이용하여 지지하거나 별도의 보강재를 설치하여 보강할 수 있다. 이 보강 구조물을 단순히 보강재로 취급하여 해석에 적용할 수 있다. 이와 같은 보강재가 존재하면 주름판의 구조 특성이 달라지기 때문에 이에 대한 해석이 요구된다. 그러나 보강된 주름판에 대한 연구는 매우 미미한 실정이다^(7,10). 특히 이

† Corresponding Author ; Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr
Tel : +82-061-659-7285, Fax : +82-061-659-7289

* Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University

‡ Recommended by Editor SungSoo Na

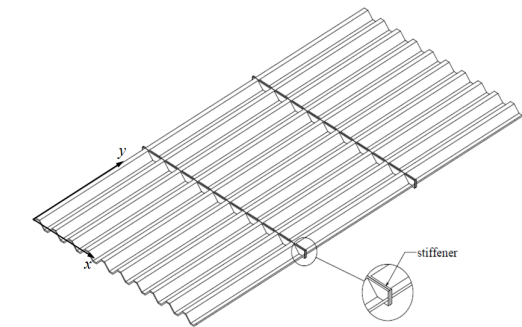
© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

연구에서 수행하고자 하는 동하중을 받는 보강 주름판에 대한 연구결과는 찾아볼 수 없다.

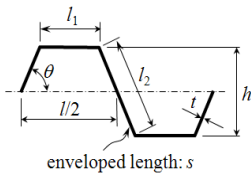
따라서 이 연구에서는 동하중을 받는 보강된 주름판에 대해 과도 응답 해석을 이론적으로 수행하였다. 이를 위해 다양한 형태의 동하중이 고려되었으며, 보강효과를 표현하기 위해 이산보강이론이 적용되었다. 주름판을 직교이방성판으로 등가시켜 해석하였다. 이론해석 결과의 타당성을 검증하기 위해 ANSYS를 이용한 유한요소해석 결과와 비교/검토하였다. 또한 주름판의 기하형상을 결정하는 여러 변수에 대한 영향도 검토하였다.

2. 수식화

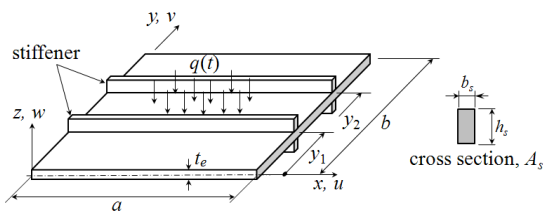
보강 사다리꼴 주름판, 단위 주름의 형상 및 등가판을 Fig. 1에 나타냈다. 주름판의 x, y 방향 길이는



(a) Trapezoidal corrugated plate with stiffeners



(b) Corrugation unit



(c) Equivalent plate

Fig. 1 Trapezoidal corrugated plate with stiffeners, its corrugation unit and equivalent plate

a, b , 두께는 t 이다. 단위 주름에 대한 축방향 길이, 이에 대한 주름 길이, 주름높이 및 주름각을 각각 l, s, h 및 θ 로 표현하였다. 직교이방성판으로 등가시킬 때 판의 길이는 변하지 않으며, 두께 t_e 는 일정하다. 이 때 보강재는 사각 단면으로 폭 b_s , 높이 h_s 이며, 등가판의 중립면에 대해 대칭으로 분포한다. 주름판은 짧은 시간 동안 수직방향으로 $q(t)$ 의 동하중을 받는다.

사각판의 중립면에 대한 각 방향 변위를 u, v 및 w 라 할 때, 내평면 변형률 ϵ_{i0} 및 곡률 $\kappa_i (i=x, y, xy)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} \epsilon_{x0} \epsilon_{y0} \epsilon_{xy0} \end{cases} = \{u_{,x} v_{,y} (v_{,x} + u_{,y})/2\} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \kappa_x \kappa_y \kappa_{xy} \end{cases} = \{w_{,xx} w_{,yy} w_{,xy} \}$$

식에서 (,)는 공간미분을 나타낸다.

등가 직교이방성판에 적용할 신장 및 굽힘 강성계수는 단위 주름 요소에 대해 각각 신장 및 굽힘을 받는 상태에서 유도된다. 이전 연구에서 유도된 신장 및 굽힘 강성계수 $A_i, D_i (i=x, y, xy, 1)$ 는 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$A_x = \frac{Et^3(l_1 + l_2 \cos \theta)}{h^2(6l_1 + 4l_2) + t^2(l_1 + l_2 \cos^2 \theta)} \frac{1}{1 - \nu_x \nu_y}$$

$$A_y = \frac{Est}{l} \frac{1}{1 - \nu_x \nu_y}$$

$$A_{xy} = G \frac{s t}{l} \quad (2)$$

$$A_1 = \nu_x A_y = \nu_y A_x$$

$$\nu_y = \nu(1 + \cos \theta) \frac{s t}{l h} = \nu \frac{A_y}{A_x}$$

$$D_x = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \frac{l}{s}$$

$$D_y = \frac{E[(3l_1 + l_2)th^2 + (l_1 + l_2 \cos^2 \theta)t^3]}{12(1 - \nu^2)(l_1 + l_2 \cos \theta)} \quad (3)$$

$$D_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \frac{s}{l}$$

$$D_1 = \nu D_x$$

또한 등가판의 두께 t_e 를 주름높이와 같다고 가정할 경우 판의 질량에는 변화가 없어야 하므로 밀도를 $\rho_e = \rho st / (hl)$ 로 등가시킨다.

이들을 이용하면 등가 직교이방성판에 대한 운동 및 변형에너지는 다음과 같이 된다.

$$T = \frac{1}{2} \rho_c t_c \int_A [\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2] dA \quad (4)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_A [A_x \epsilon_{x0}^2 + 2A_1 \epsilon_{x0} \epsilon_{y0} + A_y \epsilon_{y0}^2 + A_{xy} \epsilon_{xy0}^2 + D_x \kappa_x^2 + 2D_1 \kappa_x \kappa_y + D_y \kappa_y^2 + 4D_{xy} \kappa_{xy}^2] dA \quad (5)$$

식 (4)에서 (·)는 시간에 대한 미분을 나타낸다.

y방향으로 설치된 보강재에 대한 변형 및 운동에 너지는 이산보강이론을 적용하여 다음과 같이 쓸 수 있다⁽¹⁰⁾.

$$U_{st} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \int \delta(y - y_i) (E \epsilon_{sx}^2 dV_s + G J_s \epsilon_{sxy}^2 dy) \quad (6)$$

$$T_{st} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \rho \int \delta(y - y_i) (\dot{u}_s^2 + \dot{w}_s^2) dV_s \quad (7)$$

여기서 y_i 는 i 번째 보강재의 y방향 위치를 나타내며, N_s 는 보강재 수이다. GJ_s 및 V_s 는 보강재의 비틀림 강성 및 체적이다. 보강재의 위치를 고려하기 위해 디락 델타(Dirac delta) 함수 δ 가 이용되었다.

등가판의 중립면을 기준으로 수직방향으로 z 만큼 떨어진 지점에서의 보강재에 대한 변위 u_s 및 w_s 는 판의 변위를 이용하면 식 (8)과 같이 정의되며, 보강재의 변형률-변위 관계는 식 (9)와 같다.

$$u_s = u - zw_{,x}; \quad w_s = w \quad (8)$$

$$\epsilon_{sx} = u_{s,x}; \quad \epsilon_{sxy} = w_{s,xy} \quad (9)$$

짧은 시간동안 횡 방향으로 작용하는 동하중 $q(x,y,t)$ 에 의한 일은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W = \int_{A_F} q(x,y,t)w(x,y,t) dA_F \quad (10)$$

여기서 A_F 는 하중이 작용하는 면적이다.

판에 저장되는 총 에너지는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\Pi = U - T + U_{st} - T_{st} + W \quad (11)$$

고려된 경계조건은 4변이 모두 고정된 고정 경계 조건으로 다음과 같은 조건을 갖는다.

$$\begin{aligned} u = v = w = w_{,x} = 0 & \text{ at } x = 0, a \\ u = v = w = w_{,y} = 0 & \text{ at } y = 0, b \end{aligned} \quad (12)$$

판의 중립면에 대한 변위를 다음과 같이 일반적인 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x,y) &= \sum_m \sum_n \left\{ U_{mn} X_m^u(x) Y_n(y) \right\} \\ v(x,y) &= \sum_m \sum_n \left\{ V_{mn} X_m(x) Y_n(y) \right\} \\ w(x,y) &= \sum_m \sum_n \left\{ W_{mn} X_m(x) Y_n(y) \right\} \end{aligned} \eta_{mn}(t) \quad (13)$$

식에서 첨자 m, n 은 진동모드를 나타내는 각 방향 반파수이다. $X_m(x), Y_n(y)$ 는 경계조건을 만족하는 함수로 보합수가 이용되었다. U_{mn}, V_{mn} 및 W_{mn} 은 진동형상에서의 진폭을 나타낸다.

짧은 시간동안 작용하는 횡방향 하중은 다음과 같이 횡방향 변위식과 동일한 형태의 후리에 급수로 표현할 수 있다.

$$q(x,y,t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N F_{mn} X_m(x) Y_n(y) f_{mn}(t) \quad (14)$$

여기서 F_{mn} 은 하중의 분포형태에 따른 계수로써 이 연구에서는 판 전체에 균일하게 작용하는 균일분포 하중을 고려하였다. 시간에 대한 함수 $f_{mn}(t)$ 는 다음과 같이 Duhamel 적분으로 표현할 수 있다.

$$f_{mn}(t) = \int_0^t F(\tau) \sin \omega_{mn}(t - \tau) d\tau \quad (15)$$

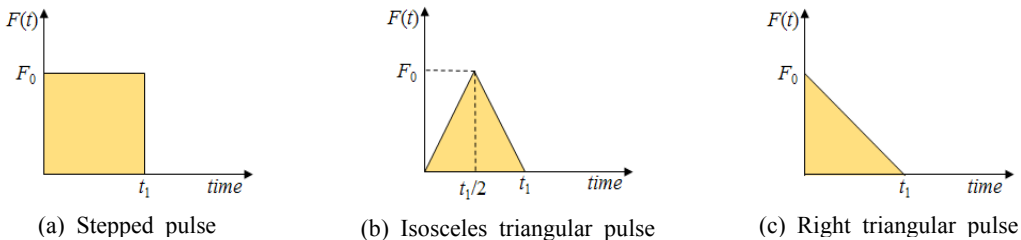


Fig. 2 Considered pulse load shapes

여기서 함수 F 는 실제 가해지는 하중이며, ω_{mn} 은 (m,n) 모드의 각진동수이다.

Fig. 2와 같은 3가지 형태의 하중이 고려되었으며, 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(a) 계단파형 하중에 대한 함수

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \quad (16)$$

(b) 이등변 삼각 파형 하중에 대한 함수

$$F(t) = \begin{cases} \frac{2F_0 t}{t_1} & t \leq \frac{t_1}{2} \\ -\frac{4F_0(t-t_1/2)}{t_1} & t > \frac{t_1}{2} \\ \frac{2F_0(t-t_1)}{t_1} & t > t_1 \end{cases} \quad (17)$$

(c) 직삼각 파형 하중에 대한 함수

$$F(t) = \begin{cases} F_0(1-t/t_1) & t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases} \quad (18)$$

가정된 변위식과 하중식을 식 (11)에 대입한 후 Rayleigh-Ritz 정리에 적용하고 변분을 취하면 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{d\}\ddot{\eta} + [K]\{d\}\eta = \{Q\}f \quad (19)$$

여기서 $[M]$, $[K]$ 는 구조물의 질량 및 강성행렬, $\{Q\}$ 는 동하중에 의한 하중벡터, $\{d\}$ 는 계수행렬이다.

자유진동 해석을 위해 식 (19)는 다음과 같이 고유값 문제로 변형된다.

$$[K] - \omega^2[M]\{d\} = 0 \quad (20)$$

식 (20)을 이용하여 고유값 및 고유벡터를 구하게 된다.

동하중에 의한 응답을 구하기 위해 식 (19)를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$[I]\ddot{\eta} + \omega^2[I]\eta = [P]f \quad (21)$$

여기서 $[P]=[d]^T\{Q\}$ 이다. 식 (21)의 해는

$$\eta = \frac{[P]f}{\omega} \quad (22)$$

로 이 식을 변위식 (13)에 대입하면 구하고자 하는 응답을 얻을 수 있다. 이상의 이론해석을 통해 고유값 및 과도응답 등을 구하기 위해 Mathematica를 이용하여 프로그램을 작성하였다.

3. 수치결과

해석에 고려된 주름판은 다음과 같은 재료물성을 갖으며, 특별한 언급이 없는 한 다음의 기하형상을 갖는 주름판을 고려하였다.

$$E=72 \text{ GPa}, \nu=0.33, \rho=2700 \text{ kg/m}^3 \\ b/a=2, a/t=200, N_c=10, \theta=45^\circ, h=6t, \\ b_s=2t, h_s=h$$

제안된 이론 해석방법의 타당성을 검증하기 위해 ANSYS를 이용한 3차원 유한요소해석 결과를 Fig. 3에 이론 해석결과와 함께 제시하였다. 유한요소해석에서 8절점을 갖는 SHELL281 요소가 이용되었다. 고려된 보강재수는 $N_s=2$ 이며, 하중 작용 시간 및 크기는 각각 $t_1=5 \text{ msec}$, $F_0=10 \text{ kPa}$ 이다. 그림에 제시된 결과는 판 중앙점($x=0.5a$, $y=0.5b$)에서의 수직방향 처짐이다. 그림에 나타난 것처럼 고려된 모든 하중에 대해 유한요소해석 결과와 이론해석 결과가 잘 일치한다. 이때 두 해석 결과의 차이는 최대 3% 정도이다. 앞으로 제시될 모든 결과는 이론 해석을 통해 얻은 이론해석 결과들이다.

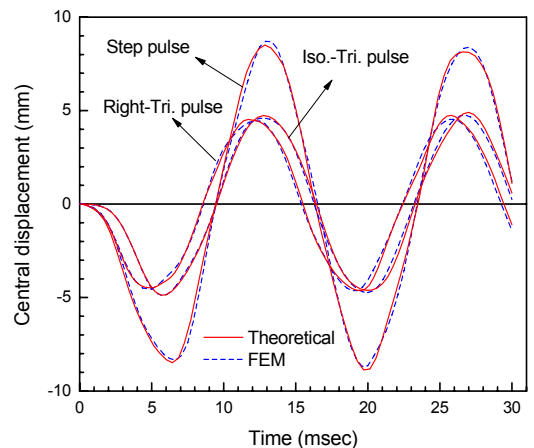


Fig. 3 Comparison of central displacement histories obtained from theoretical and FE analysis

Fig. 3에서 사용된 모델에서 형상비만을 $b/a=3$ 로 변경한 주름판에 대해 보강재수에 따른 중앙점에서의 수직처짐을 Fig. 4에 제시하였다. 고려된 하중형태는 계단파형이다. 그림에 나타난 것처럼 처짐은 보강재수가 많을수록 작아진다. 특히 보강되지 않은 판에 단순히 보강재를 하나만 추가하여도 처짐이 33% 정도 줄어든다. 그러나 추가적인 보강에 의한 처짐 감소는 크게 나타나지 않는다. 예로 보강재를 3개로 늘린 경우 추가로 감소되는 처짐량은 약 10%이다.

Fig. 4의 모델들에 대해 진동 1차 모드에 대한 진동형상 및 최대처짐이 발생하는 시간에서의 처짐형상을 Fig. 5에 제시하였다. 3D 진동 및 처짐형상에서 굵은 실선은 보강재를 나타내며, 기본진동수 f_1 도 함께 제시하였다. 보강 여부에 관계없이 진동 형상이나 처짐 형상은 거의 동일하다. 이는 보강재가 1차 모드의 진동형상을 변경시킬 만큼 강성이 크지 않기 때문이다. 그러나 보강재가 존재함으로써 진동수는 크게 증가하는 것을 볼 수 있다. 보강재가 한 개 설치된 경우 진동수는 34% 증가하였으며 이때 처짐도 약 33% 감소하였다. 그러나 보강재를 4개로 늘린 경우 진동수는 약 64% 증가하였으나 처짐은 약 50% 정도 감소하였다. 이처럼 많은 보강을 통해 진동수 증가만큼의 처짐 감소효과를 얻을 수는 없으므로 적절히 보강재수를 선택하는 것이 중요하다.

동일 중량을 갖는 주름판($b/a=2$)에 대해 주름각 변화에 따른 최대 처짐을 Fig. 6에 제시하였다. 이때 고려한 충격하중은 이등변 삼각 파형이다. 보강판에서 고려한 보강재는 모두 같은 조건을 갖는다. 그림에서 최소 주름각은 각 주름판의 삼각형 주름에 해당된다. 이때 주름각이 커질수록 같은 수의 주름에 대해 동일 중량을 갖기 위해서는 주름 높이가 낮아진다. 주름각에 따른 최대처짐의 전반적인 거동은 주름각이 커짐에 따라 최소까지 감소한 다음 증가하는 거동을 한다. 또한 주름이 적을수록 주름각의 영향이 큰 것을 볼 수 있다. 특히 보강이 되지 않은 판인 경우 그 영향은 더욱 크다. 이는 보강에 의해 판의 강성이 충분히 증가하였기 때문에 주름각 변화에 의한 강성변화가 보강판의 경우에는 그다지 크지 않다. 이와 같이 동일 중량에 대해 주름각에 따라 최대처짐을 줄일 수는 있으나 주름높이가 주름각에 따라 달라지기 때문에 사용 조건에 따라 주름각을

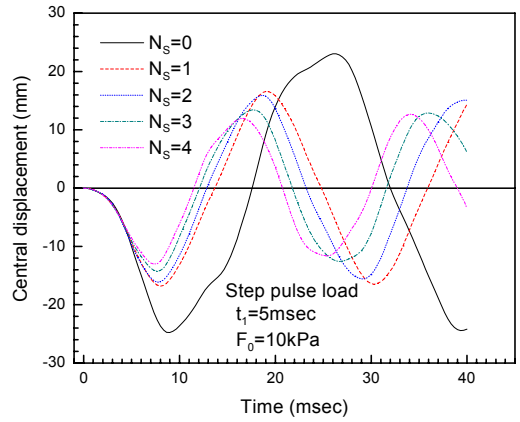


Fig. 4 Central displacement histories versus stiffener number

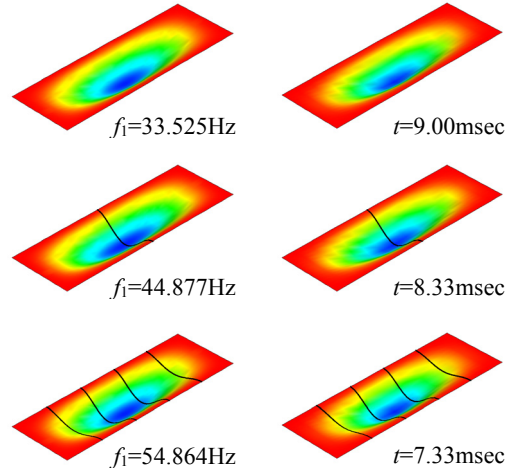


Fig. 5 Vibration mode and deflection shapes of equivalent plates

적절히 선정하여야 한다.

일정한 주름 높이($h/t=6$)를 갖는 주름판($b/a=3$)에 대해 주름각 변화에 따른 중앙에서 최대처짐 변화를 Fig. 7에 제시하였다. 이 때 고려된 하중은 계단파형으로 그림에서처럼 처짐은 주름각이 커질수록 줄어드는 것을 볼 수 있다. 주름각이 35°에서 90°로 변경된 경우 보강되지 않은 판의 경우는 처짐이 약 28% 감소한 반면 보강재가 1인 경우 약 23% 감소한다. 이처럼 주름각에 대한 영향은 보강판보다는 보강되지 않은 판이 더 큰 영향을 받아 주름각에 민감하게 작용하는 것을 볼 수 있으며 보강재 수가 많

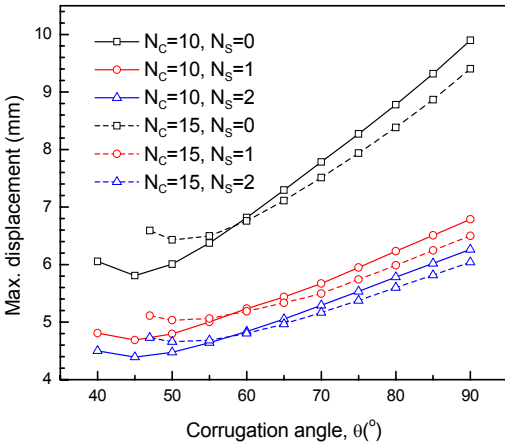


Fig. 6 Effect of corrugation angle for corrugated plates with the same weight

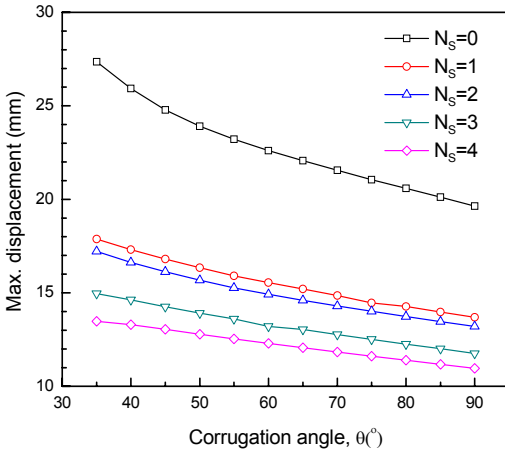


Fig. 7 Effect of corrugation angle for corrugated plates with the same corrugation height

아질수록 주름각의 영향($N_s=4$ 인 경우 19%감소)은 줄어든다. 이를 통해 작은 주름각으로 제작된 주름판의 경우 보강재에 의한 보강효과가 크다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

보강된 사다리꼴 주름판을 일정 두께를 갖는 직교이방성판으로 등가시켜 3가지 종류의 하중형태에 대해 과도 응답을 얻기 위해 이론해석을 수행하였다. 이때 보강효과를 고려하기 위해 이산 보강이론

이 적용되었다. 이론해석을 통해 얻은 결론은 다음과 같다. 같은 주름수 및 중량을 갖는 주름판에 대해 주름각이 커질수록 주름높이가 낮아져 최대처짐은 증가한다. 또한 같은 주름 높이를 갖는 주름판에 대해 주름각이 커질수록 최대 처짐은 감소하며, 주름각의 영향은 보강재 수가 적을수록 즉, 보강되지 않은 주름판인 경우 가장 크다. 보강을 함으로써 하중에 의한 처짐은 감소하지만 보강재 수에 따른 영향은 그다지 크지 않다. 즉, 많은 보강을 통해 진동수 증가만큼의 처짐 감소효과를 얻을 수는 없다. 제시된 이론해석 방법을 통해 전체적인 3차원 진동형상과 처짐형상을 구현할 수 있다.

후 기

이 논문은 2013년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

References

- (1) Sun, H.-H. and Spencer, J., 2005, Buckling Strength Assessment of Corrugated Panels in Offshore Structures, *Marine Structures*, Vol. 18, Issue 7-8, pp. 548~565.
- (2) Kim, S., Lee, H., Kim, J.-T. and Kim, J., 2010, Sound Insulation Design of the Corrugated Steel Panel Considering Local Resonance, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 20, No. 7, pp. 672~676.
- (3) Yokozeki, T., Takeda, S., Ogasawara, T. and Ishikawa, T., 2006, Mechanical Properties of Corrugated Composites for Candidate Materials of Flexible Wing Structures, *Composites: Part A*, Vol. 37, No. 10, pp. 1578~1586.
- (4) Norman, A. D., Seffen, K. A. and Guest, S. D., 2009, Morphing of Curved Corrugated Shells, *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 7-8, pp. 1624~1633.
- (5) Ghabezi, P. and Golzar, M., 2013, Mechanical Analysis of Trapezoidal Corrugated Composite Skins, *Applied Composite Materials*, Vol. 20, No. 4, pp. 341~353.
- (6) Dayyani, I., Friswell, M. I., Ziaei-Rad, S. and Saavedra Flores, E. I., 2013, Equivalent Models of

Composite Corrugated Cores with Elastomeric Coatings for Morphing Structures, *Composite Structures*, Vol. 104, pp. 281~292.

(7) Peng, L. X., Liew, K. M. and Kitipornchai, S., 2007, Analysis of Stiffened Corrugated Plates Based on the FSDT via the Mesh-free Method, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol 49, No. 3, pp. 364~378.

(8) Talbi, N., Batti, A., Ayad, R. and Guo, Y.Q., 2009, An Analytical Homogenization Model for Finite Element Modelling of Corrugated Cardboard, *Composite Structures*, Vol. 88, No. 2, pp. 280~289.

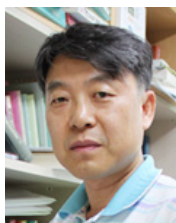
(9) Bartolozzi, G., Pierini, M., Orrenius, U. and Baldanzini, N., 2013, An Equivalent Material Formulation for Sinusoidal Corrugated Cores of Structural Sandwich Panels, *Composite Structures*, Vol. 100, pp. 173~185.

(10) Jung, K. and Kim, Y. W., 2014, Vibration Analysis of Trapezoidal Corrugated Plates with Stiffeners and Lumped Masses, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 24, No. 5, pp. 414~420.



Kyung-Jo Park received the B.S. degree in Dept. of Mechanical Engineering from Seoul National University in 1986, and the M.S. and the Ph.D. degrees from KAIST in 1988 and 1993, respectively. He is currently working

in Chonnam National University as a professor of the mechanical design engineering. His research interests include the NDE using the guided waves, acoustic emissions, signal processing and backup bearing design for high-speed energy storage systems.



Young-Wann Kim received his Ph.D. degree from Chungnam National University in 1997. He is a professor of department of mechanical design engineering, Chonnam National University. His research interest includes the

structural dynamics & vibration, FSI problems.