

스킬 융합모델을 이용한 접촉부 강성인자에 따른 브레이크 스킨 영향도 연구

Effect of Contact Stiffness on Brake Squeal Analysis Using Analytical FE Squeal Model

강재영[†]
Jaeyoung Kang

(Received July 4, 2014 ; Revised September 26, 2014 ; Accepted September 26, 2014)

Key Words : Brake Squeal(브레이크 스킨소음), Disc Brake(디스크 브레이크), Contact Stiffness(접촉강성), Finite Element(FE, 유한요소)

ABSTRACT

The analytical-finite element(FE) squeal model is applied to investigate the squeal propensity associated with contact stiffness of the disc brake system. The system contact stiffness is incorporated into the perturbed equations of motion in the analytical manner where the brake components are modeled by FE method. The results show that the contact stiffness of the friction material and the contact stiffness between the pads and caliper are the influential factors on the squeal propensity. Particularly, the modal instability of the 3200 Hz squeal mode drastically changes with respect to the contact stiffness between the pads and caliper.

1. 서론

브레이크 스킨(squeal) 분야는 자동차 및 진동 분야에서 꾸준히 연구되어 왔다. 특히 자동차 브레이크 스킨 연구시 시스템 형상의 복잡성으로 유한요소법(finite element method)을 이용하여 선형불안정성을 계산하는 복소수 고유치 해석(complex eigenvalue analysis)을 주로 이용하여 왔다⁽¹⁻⁶⁾.

하지만 상용유한요소 소프트웨어를 이용하여 연구할 때는 항상 제약이 따르게 된다. 브레이크 스킨 해석은 일반적으로 상용 유한요소 소프트웨어를 이용하여 수행되고 있으나, 모델링 기법이나 알고리즘에 대해 원개발자 이외의 일반 연구자들이 접근하기

힘들고 해석시간(computation time)이 상대적으로 길어서 시스템 파라미터 연구를 수행하는데 어려움이 있다. 따라서 실제 시스템의 스킨 시험 결과와의 오차를 근본적으로 유추하기가 어렵다. 이러한 유한요소기법 자체의 한계 및 문제점들을 극복하기 위해서는 현재 상용소프트웨어의 스킨 알고리즘의 문제점을 파악하여야 한다.

첫째 기존 상용소프트웨어가 제공하는 스킨 해석 모델은 접촉 모델이 단순화되어 있다. Kang⁽⁷⁻⁹⁾은 이를 개선한 정교 마찰 접촉 및 디스크 회전모델을 수학-유한요소 융합모델로 제시하여 이를 극복할 수 있음을 보였다.

둘째 기존 상용소프트웨어를 이용하여 브레이크 시스템을 구축할 때 각 단품 간 접촉되는 지점에서

[†] Corresponding Author ; Member, Division of Automotive & Mechanical Engineering, Kongju National University
E-mail : jkang@kongju.ac.kr
Tel : +82-41-521-9263

[‡] Recommended by Editor Don Chool Lee

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

의 접촉강성이나 접촉 경계면 조건을 어떻게 설정할지 기준이 없다. 특히 접촉강성은 접촉투과법 (penalty method)에서 제공하는 기준값(default)을 이용하기 마련이다. Nam 등은 캘리퍼 접촉강성에 대한 스켈 연구를 기존 상용소프트웨어를 이용하여 수행하였다. 하지만 해석 시간의 제약으로 인해서 몇 개의 접촉 강성 조건에 대해서만 조사하였고 캘리퍼 모델은 고려하지 않았다⁽¹⁰⁾.

이 연구에서는 수학-유한요소 융합모델⁽⁷⁻⁹⁾을 이용하여 단품 간 접촉부 강성에 따른 스켈 성향을 연구하였다. 기존 상용소프트웨어는 해석 시간 때문에 시스템 파라미터 연구에 제약이 있지만, 스켈 융합 모델은 접촉모델링의 정교성 이외에도 해석 시간이 대단히 짧다는 장점이 있어서 수만 번의 해석을 단 몇 시간 내에 수행할 수 있다. 따라서 이러한 스켈 융합모델을 이용하여 디스크 브레이크의 접촉부 강성의 스켈 영향도를 연구하고자 하였다.

2. 운동방정식

디스크 브레이크 모델을 구축하기 위해서 디스크, 패드 및 캘리퍼의 유한요소법(FEM)으로 모델링을 구성한다. Fig. 1에서 보듯이 각각의 단품을 이용하여 브레이크 시스템을 구축할 때 서로 접촉 결합이 이루어진다. 이러한 접촉 결합 상황을 구현할 때 접촉투과법(penalty method)를 이용하여 두 접촉 파트 간 접촉강성을 삽입하여 모델링 하여야 한다. 만일 패드와 디스크간 접촉강성(contact stiffness, k_c)없이 강제 접촉한다면 미소 진동에 의한 접촉을 표현하기 힘들고, 접촉강성에 의한 모드연성이 발생하지 아니하여 모드연성(mode-coupling) 스켈 메커니즘을 표현할 수 없게 된다⁽¹¹⁻¹²⁾. 특히 캘리퍼와 패드의 사이드(side)부에서 브레이크 작동 시 접촉이 발생하는데 이를 접촉투과법(penalty method)으로 접촉모델링 할 경우 접촉부에 대한 사이드 접촉강성(k_b)을 정의하기가 모호하지만 스켈 특성에 큰 영향을 줄 수 있다. 이러한 접촉강성부의 스켈에 대한 영향도를 살펴보고자 Fig. 1 및 Fig. 2와 같이 패드와 캘리퍼 간 접촉강성 및 패드와 디스크 간 접촉강성을 시스템 파라미터로 선정하여 운동방정식을 구축한다.

Fig. 2와 같이 브레이크 시스템 단위에서 디스크는 Z축에 대해 일정한 속도(Ω)로 회전하고, 브레이크

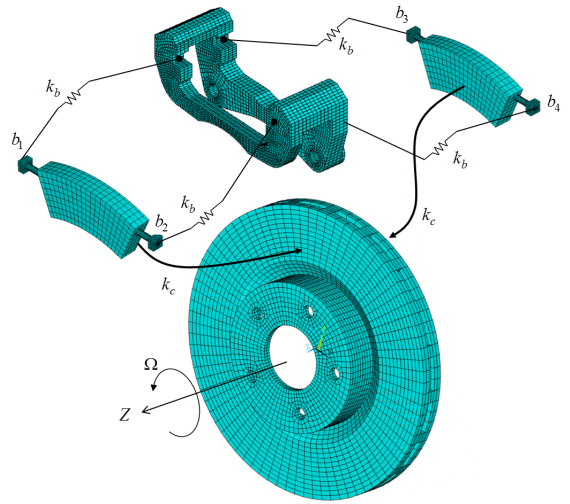


Fig. 1 Configuration of FE brake model with contact stiffness between pads and caliper

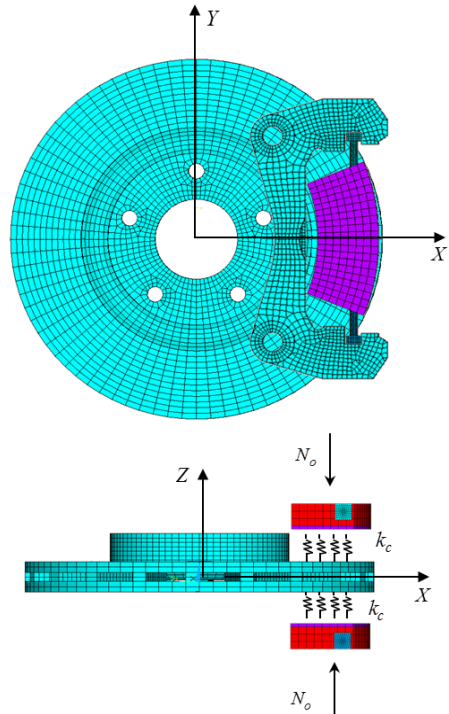


Fig. 2 Coordinate systems and contact stiffness of friction material

크 패드 뒷면의 하중(N_o)에 의해 디스크와 패드간 마찰이 발생한다. 우선 디스크 및 패드의 접촉면에서의 변위벡터를 다음과 같이 표현한다.

$$\mathbf{u}_c^{disc} = \sum_{n=1}^{N_d} \left[\left\{ \left(\varphi_{r,c}^{disc} \right)_n (\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_r + \left(\varphi_{\theta,c}^{disc} \right)_n (\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_\theta + \left(\varphi_{z,c}^{disc} \right)_n (\tilde{\mathbf{x}}) \mathbf{e}_z \right\} q_n^{disc}(t) \right] \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_c^{pad} = \sum_{n=1}^{N_p} \left[\left\{ \left(\varphi_{r,c}^{pad} \right)_n (\mathbf{x}) \mathbf{e}_r + \left(\varphi_{\theta,c}^{pad} \right)_n (\mathbf{x}) \mathbf{e}_\theta + \left(\varphi_{z,c}^{pad} \right)_n (\mathbf{x}) \mathbf{e}_z \right\} q_n^{pad}(t) \right] \quad (2)$$

여기서 $(\varphi_{r,c}^{disc})_n, (\varphi_{\theta,c}^{disc})_n, (\varphi_{z,c}^{disc})_n$ 는 디스크-패드 접촉면에서 각각 디스크의 반지름방향, 접선방향 및 수직방향의 디스크의 n 번째 모드형상 함수이고 $(\varphi_{r,c}^{pad})_n, (\varphi_{\theta,c}^{pad})_n, (\varphi_{z,c}^{pad})_n$ 는 패드에 대한 모드형상 함수이다. 또한 $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$ 는 각각 디스크의 반지름 방향, 접선방향 및 수직방향의 단위방향벡터이다. 참고문헌(7-9)에 따르면 정좌표계(\mathbf{x})의 패드와 회전좌표계($\tilde{\mathbf{x}}$)의 디스크간 접촉응력을 좌표계를 통일하여 표현할 수 있다. 이때 디스크-패드 접촉면에서 접촉강성 k_c 에 의한 접촉강성에너지가 다음과 같이 표현 된다.

$$U_c = \frac{1}{2} k_c \int_{A_c} \left[\mathbf{u}_c^{pad} \cdot \mathbf{e}_z - \mathbf{u}_c^{disc} \cdot \mathbf{e}_z \right]^2 dA \quad (3)$$

여기서 A_c 는 디스크와 패드간 접촉면을 의미한다. 또한 패드와 캘리퍼 간 접촉점에서의 접촉강성 연성을 추가적으로 표현하고자 한다. 캘리퍼와 패드의 접촉점에서의 변위벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u}_{b_i}^{cal} = \sum_{n=1}^{N_c} \left[\left(\varphi_{z,b_i}^{cal} \right)_n \mathbf{k} + \left(\varphi_{X,b_i}^{cal} \right)_n \mathbf{e}_x + \left(\varphi_{Y,b_i}^{cal} \right)_n \mathbf{e}_y \right] q_n^{cal}(t) \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{b_i}^{pad} = \sum_{n=1}^{N_p} \left[\left(\varphi_{z,b_i}^{pad} \right)_n \mathbf{k} + \left(\varphi_{X,b_i}^{pad} \right)_n \mathbf{e}_x + \left(\varphi_{Y,b_i}^{pad} \right)_n \mathbf{e}_y \right] q_n^{pad}(t) \quad (5)$$

여기서, $(\varphi_{z,b_i}^{cal})_n, (\varphi_{X,b_i}^{cal})_n, (\varphi_{Y,b_i}^{cal})_n$ 는 접촉점 b_i ($b_1,$

b_2, b_3, b_4)에서 각각 Z, X, Y 방향의 캘리퍼의 n 번째 모드형상 함수를 의미한다. 또한 $(\varphi_{z,b_i}^{pad})_n, (\varphi_{X,b_i}^{pad})_n, (\varphi_{Y,b_i}^{pad})_n$ 는 접촉점 b_i 에서 각각 Z, X, Y 방향의 패드의 n 번째 모드형상 함수이다. $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 는 각각 X, Y 방향의 단위방향벡터이다. 캘리퍼와 패드간 접촉강성 k_b 에 의해 발생하는 강성에너지는 다음과 같다.

$$U_{b_i} = \frac{1}{2} k_b \left[\mathbf{u}_{b_i}^{cal} \cdot \mathbf{e}_y - \mathbf{u}_{b_i}^{pad} \cdot \mathbf{e}_y \right]^2 \quad (6)$$

여기서 패드-디스크 접촉면에서 발생하는 마찰응력은 쿨롱의 법칙으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{F}_\mu = -\mu \cdot \left[p_o + k_c \left\{ \left(\mathbf{u}_c^{pad} - \mathbf{u}_c^{disc} \right) \cdot \mathbf{e}_z \right\} \right] \cdot \frac{\mathbf{V}_{rel}}{\left| \mathbf{V}_{rel} \right|} \quad (7)$$

이때 \mathbf{V}_{rel} 는 디스크 및 패드 접촉점에서의 상대 미끄럼속도이다. 이러한 마찰응력벡터의 접선방향성분은 마찰연성(friction-coupling)을 발생시키며 선형화에 의해서 마찰연성행렬로 표현되고 방사방향성분은 시스템 감쇠역할을 하는 마찰댐핑(friction damping)행렬로 전개가 된다(11). 이때 마찰연성행렬은 비대칭으로 시스템 불안정성을 직접 발생시킬 수 있으므로 스칼라해석에 매우 중요하다.

선형화된 형태로 운동방정식을 전개하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{F}_d) \dot{\mathbf{q}} + \left([\omega^2] + \mathbf{K}_c(k_c) + \mathbf{K}_b(k_b) + \mathbf{F}_c \right) \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{F}_d (= \mathbf{F}_d^T)$ 는 마찰 댐핑(friction damping)행렬이고, $[\omega^2], \mathbf{K}_c (= \mathbf{K}_c^T), \mathbf{K}_b (= \mathbf{K}_b^T), \mathbf{F}_c (= \mathbf{F}_c^T)$ 는 각각 단품 고유진동수, 패드-디스크 접촉강성, 패드-캘리퍼 접촉강성, 마찰연성 행렬을 의미한다.

이러한 시스템 브레이크 유한요소모델을 단품간 접촉강성으로 구성하여 시스템을 구성하면 시스템 접촉강성에 따른 스칼라 영향도를 폭넓게 연구할 수 있다. 특히 시스템 접촉강성을 특정값으로 지정하여 해석할 때 숨어있는 브레이크 스칼라 특성들을 파악하

기가 대단히 어렵다. 하지만 이 연구에서 제안하는 방식으로 시스템 접촉강성에 따른 스킬 민감도를 분석하면 전체적인 스킬 특성 및 잠재적인 스킬위험도 등을 파악하는데 큰 도움이 된다.

위 운동방정식 (8)은 선형미분방정식들의 집합으로 디스크 시스템의 동적 안정성(dynamic stability)을 다음과 같이 판별할 수 있다. 이러한 시스템의 해를 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{U}e^{\lambda t} \tag{9}$$

위 식 (9)를 운동방정식 (8)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 + (\mathbf{F}_d)\lambda \\ +([\omega^2] + \mathbf{K}_c(k_c) + \mathbf{K}_b(k_b) + \mathbf{F}_c) \end{bmatrix} \mathbf{U} = \mathbf{0} \tag{10}$$

여기서 \mathbf{U} 는 시스템 고유벡터로 $\mathbf{0}$ 이 되면 무의미하므로 시스템 행렬의 역행렬이 존재하지 않을 조건은 다음과 같다.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda^2 + (\mathbf{F}_d)\lambda \\ +([\omega^2] + \mathbf{K}_c(k_c) + \mathbf{K}_b(k_b) + \mathbf{F}_c) \end{bmatrix} = 0 \tag{11}$$

위 특성방정식(characteristic equation)의 해를 구하면 총 시스템 자유도 $N_{tot} (= N_d + 2N_p + N_c)$ 의 개수만큼의 해 λ 를 구할 수 있고 이를 시스템 고유치(system eigenvalue)라고 한다. 이때 디스크 마찰진동시스템의 고유치는 다음과 같은 복소수 형태로 나타나게 되어 시스템방정식 (8)의 일반해를 묘사하게 된다.

$$\lambda = \text{Re}(\lambda) + i \text{Im}(\lambda) \tag{12}$$

$$\mathbf{q}(t) = \sum_{n=1}^{N_{tot}} \mathbf{U}_n e^{\lambda_n t} = \sum_{n=1}^{N_{tot}} \mathbf{U}_n e^{\text{Re}(\lambda_n)t} e^{i \text{Im}(\lambda_n)t} \tag{13}$$

여기서 n 번째 모드의 고유치의 실수부 $\text{Re}(\lambda_n)$ 가 양수이면 해당 모드에 의해 선형적으로 발산하므로 시스템의 선형안정성(linear stability)의 지표가 되며 브레이크 시스템의 마찰에 의한 소음발현 시점(onset of squeal)을 나타낸다⁽³⁻⁶⁾.

3. 해석결과

선형운동방정식 (8)의 고유치(eigenvalue)를 계산하기 위해서 계산 코드(solver)를 개발하여 계산하였다. 이때 선형운동방정식 (8)은 접촉부 강성 k_c 와 k_b 에 직접 영향을 받고 있으며, 이를 두 접촉강성에 대해 안정성맵(stability map)을 구할 수 있다. 이를 통해 FE 스킬해석에서 접촉강성부의 모델링에 대한 스킬 민감도 및 중요성에 대해 분석하고자 한다. 패드 뒷면에 작용하는 정하중은 $N_o = 2000N$ 이고 속도는 $\Omega = 6rad/s$ 기준으로 해석한다. 또한 패드 마찰재의 기준 접촉강성 $k_{c,nom}$ 은 $1.6 \times 10^{12} N \cdot m^{-3}$ 이고 캘리퍼와 패드간 기준 접촉강성 $k_{b,nom}$ 은 $3.0 \times 10^7 N \cdot m^{-1}$ 이며 마찰계수는 0.35로 일정하다.

Fig. 3은 마찰계수가 0.35로 상수일 때 패드와 캘리퍼 간 접촉강성 k_b 에 따라 특정 구간에서 양의 실수부 ($\text{Re}(\lambda) > 0$)가 발생하고 있음을 보여준다. 특히 2300 Hz 대역과 3200 Hz 대역에서 스킬이 발생할 수 있음을 보여주며, Fig. 4는 스킬주파수에 상응하는 실수부의 크기를 추적하여 보여주고 있다. 이는 이러한 모드들이 각각 패드 좌우방향(Y)의 변위에 민감하여 좌우방향의 접촉강성 k_b 에 대한 주변 모드와의 마찰연성이 특정 구간에서 커지면서 모드 불안정성이 발생하고 있음을 의미한다.

Fig. 5는 패드와 캘리퍼 간 접촉강성 k_b 이 상기 두 스킬주파수의 실수부에 미치는 영향도를 보여준다. 여기서 접촉강성 k_b 이 변하면서 실수부가 급격히 변하는 것을 알 수 있으며, 이는 접촉강성이 스킬해석 결과에 크게 영향을 주고 있음을 의미한다. 특히 3200 Hz 모드의 접촉강성 k_b 에 대한 스킬 성향 민감도가 매우 큼을 알 수 있다. 이는 3200 Hz 모드의 스킬 특성을 분석할 때 패드와 캘리퍼 간 접촉부 모델링에 따라 큰 폭의 해석결과 편차를 발생시키게 된다.

Fig. 6(a)은 k_b 를 정해두고 패드와 디스크간 접촉강성 k_c 에 따른 스킬 발생 주파수를 보여준다. 여기서도 마찬가지로 2300 Hz 및 3200 Hz 구간에서 불안정성이 발생하고 있음을 알 수 있다. Fig. 6(b)는 스킬주파수에 상응하는 양의 실수부를 보여주고 있다.

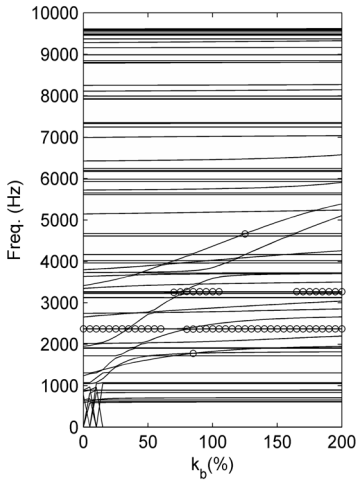


Fig. 3 Frequency loci with respect to contact stiffness k_b [%] ($= k_b / k_{b,nom} \times 100$ [%]); dot represents $Re(\lambda) > 0$

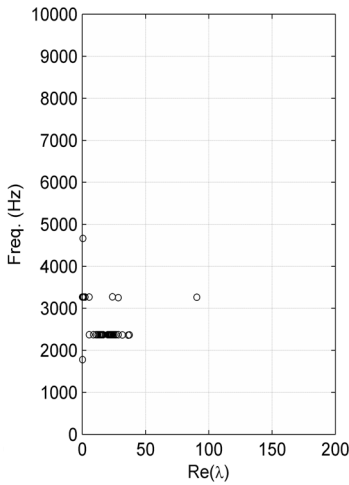


Fig. 4 Positive real parts of eigenvalues corresponding to system frequency of Fig. 3

여기서 접촉강성 k_c 이 상대적으로 적을 때 3200 Hz 구간의 불안정성이 사라지고 있다.

이렇듯 접촉강성의 변화에 따라 주요 스켈모드의 2300 Hz 모드와 3200 Hz 모드의 스켈성향이 변하고 있음을 알 수 있다. 이러한 접촉부 강성들의 변화에 대한 스켈 영향도를 살펴보기 위해서 k_b 를 100등분하고 k_c 를 100등분하여 각각의 (k_b, k_c) 조합에 따른 스켈해석을 총 10,000회 실시한다. 일반적인 유한요소 상용소프트웨어로 이렇게 많은 해석을 수행

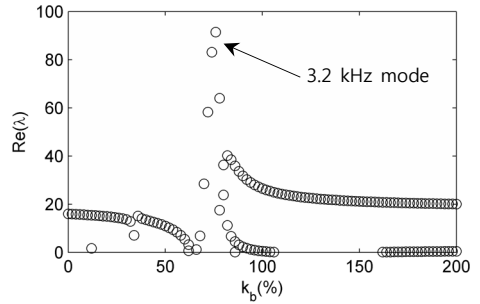
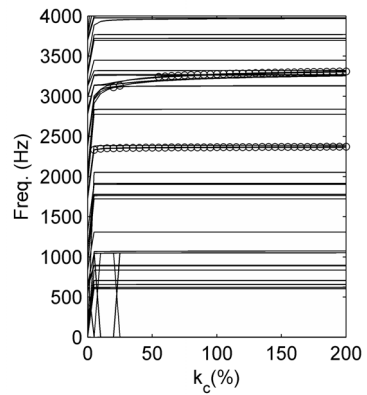
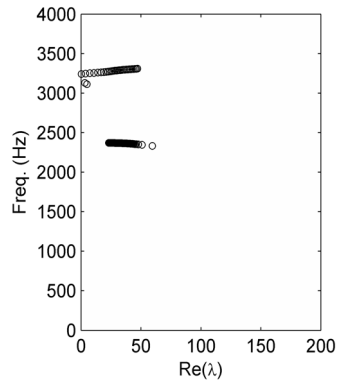


Fig. 5 Real part loci with respect to contact stiffness $k_b / k_{b,nom} \times 100$ [%] up to 4 kHz



(a)



(b)

Fig. 6 Frequency loci with respect to contact stiffness k_c [%] ($= k_c / k_{c,nom} \times 100$ [%]) at k_b [%], = 80% (a) frequency loci, (b) positive real parts; dot represents $Re(\lambda) > 0$

하는 것은 사실상 불가능하다. 하지만 이 연구에서 제안하는 모델로 계산하면 인텔 코어 i7 4GB RAM

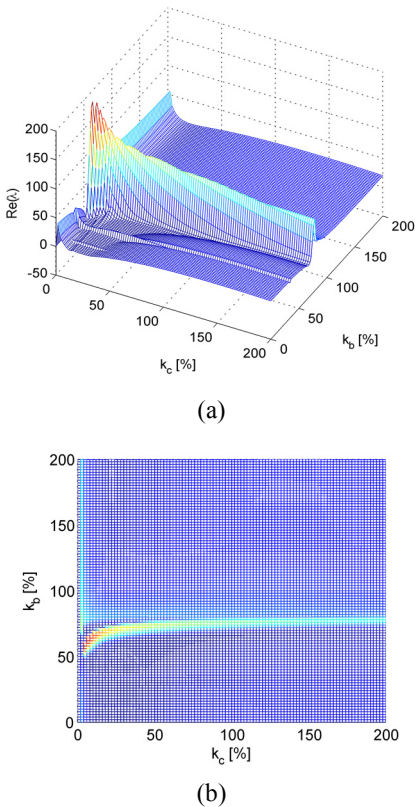


Fig. 7 Real parts with respect to two contact stiffness $k_b / k_{b,nom} \times 100[\%]$ and $k_c / k_{c,nom} \times 100[\%]$, (a) 3D view, (b) top view

기준으로 5시간 정도 소요되어 매우 효율적인 스켈 해석기법이다. Fig. 7에서 보듯이 스켈모드의 양의 실수부가 접촉부 강성에 매우 민감하게 변하고 있음을 알 수 있다. 특히 패드와 캘리퍼 간 접촉강성 k_b 의 변화에 따라 특정 구간에서 양의 실수부가 급격히 증가함을 알 수 있다. 이는 시스템상으로 k_b 가 스켈에 민감한 값으로 설정되어 있다면 스켈 특성이 악화될 수 있다. 또한 패드 및 디스크 간 접촉강성 k_c 이 70% 이상 증가함에 따라 3200 Hz 모드의 불안정성이 발생함을 알 수 있다. 해석 측면에서 보면 스켈 해석 모델을 구축할 때 k_b 및 k_c 를 실제 시스템과 일치시키지 못하면 약간의 편차가 매우 큰 결과 오차를 만들 수 있음을 암시하고 있다.

4. 결 론

이 연구에서는 디스크 브레이크 스켈 해석을 유

한요소법을 이용하여 수행할 때 접촉부 강성이 스켈 해석 결과에 큰 영향을 줄 수 있음을 보여주었다. 이 연구에 사용된 디스크 브레이크 시스템에서는 2300 Hz 및 3200 Hz 근방의 특정 모드에서 불안정성이 발생하였다. 또한 패드와 디스크 간 접촉강성과 패드와 캘리퍼 간 접촉강성에 의해서 스켈 모드의 양의 실수부가 크게 변할 수 있음을 보여주었다. 특히 패드와 캘리퍼 간 접촉강성이 3200 Hz 스켈 모드의 불안정성에 큰 영향을 주었다.

브레이크 스켈 해석에서는 오직 스켈 주파수만 중요하다. 따라서 스켈 모드가 접촉강성에 큰 영향을 받고 있다는 점은 스켈 해석 시 접촉강성 모델링이 매우 중요하다는 점을 보여주고 있다.

향후 연구에서는 이러한 해석결과를 바탕으로 브레이크 다이내모미터를 이용하여 접촉강성에 따른 스켈 특성을 실험적으로 연구할 예정이다.

후 기

이 논문은 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. NRF-2014R1A1A1002092).

References

- (1) Kinkaid, N. M., O'Reilly, O. M. and Papadopoulos, P., 2003, Automotive Disc Brake Squeal, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 267, pp. 105~166.
- (2) Ouyang, H., Nack, W., Yuan, Y. and Chen, F., 2005, Numerical Analysis of Automotive Disc Brake Squeal: a Review, *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, Vol. 1, pp. 207~231.
- (3) Nack, W. and Joshi, A. M., 1995, Friction Induced Vibration: Brake Moan, Technical Report, 951095, SAE, Warrendale, PA.
- (4) Nack, W., 2000, Brake Squeal Analysis by Finite Elements, *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 23, pp. 263~275.
- (5) Bajer, A., Belskyl, V. and Zeng, L., 2003, Combining a Nonlinear Static Analysis and Complex Eigenvalue Extraction in Brake Squeal Simulation, 2003-01-3349, SAE, Warrendale, PA.
- (6) Bajer, A., Belskyl, V. and Kung, S., 2004, The

Influence of Friction-induced Damping and Nonlinear Effects on Brake Squeal Analysis, 2004-01-2794, SAE, Warrendale, PA.

(7) Kang, J., Krousgrill, C. M. and Sadeghi, F., 2009, Wave Pattern Motion and Stick-slip Limit Cycle Oscillation of a Disc Brake, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, pp. 552~564.

(8) Kang, J., 2009, Squeal Analysis of Gyroscopic Disc Brake System based on Finite Element Method, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 51, pp. 284~294.

(9) Kang, J., 2009, Linear Stability Analysis of a Rotating Disc Brake for Squeal Noise, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 19, pp. 1092~1098.

(10) Nam, J., Kang, J., 2013, Brake Squeal Analysis with respect to Caliper Contact Stiffness, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 23, pp.717~724.

(11) Kang, J., Krousgrill, C. M. and Sadeghi, F.,

2009, Comprehensive Stability Analysis of Disc Brake: Gyroscopic, Negative Slope and Mode-Coupling Instability, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 324, pp. 387~407.

(12) Kang, J., 2012, Effect of Contact Area Variation on Squeal Propensity of Disc Modes, *Proc. IMechE Part C: J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 226, pp. 2467~2473.



Jaeyoung Kang is an associate professor in the Department of Mechanical and Automotive Engineering, Kongju National University. He received his Ph.D. degree in Mechanical Engineering from Purdue University in 2008.

His research interests include friction noise, structural vibration and nonlinear dynamics.