

신규 개발하는 소모성 발사체의 베이지안 신뢰도 추정

홍혜진* · 김경미*†

* 건국대학교 산업공학과

Bayesian Reliability Estimation of a New Expendable Launch Vehicle

Hyejin Hong* · Kyungmee O. Kim*†

* Department of Industrial Engineering, Konkuk University

ABSTRACT

Purpose: This paper explains how to obtain the Bayes estimates of the whole launch vehicle and of a vehicle stage, respectively, for a newly developed expendable launch vehicle.

Methods: We determine the parameters of the beta prior distribution using the upper bound of the 60% Clopper-Pearson confidence interval of failure probability which is calculated from previous launch data considering the experience of the developer.

Results: Probability that a launch vehicle developed from an inexperienced developer succeeds in the first launch is obtained by about one third, which is much smaller than that estimated from the previous research.

Conclusion: The proposed approach provides a more conservative estimate than the previous noninformative prior, which is more reasonable especially for the initial reliability of a new vehicle which is developed by an inexperienced developer.

Key Words: Clopper-Pearson Confidence Interval, Beta Posterior Distribution, Stage-Based Reliability

● Received 15 April 2014, revised 27 April 2014, accepted 28 April 2014

† Corresponding Author (kyungmee@konkuk.ac.kr)

© 2014, The Korean Society for Quality Management

This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-Commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

* 이 논문은 2013년도 정부(미래창조과학부, 교육부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업(과제번호 2011-0013718)과 우주핵심기술개발사업(과제번호 2012-033521)의 지원을 받아 수행되었음.

1. 서론

발사체는 탑재물을 지구에서 정해진 우주궤도로 옮기는 로켓을 말한다. 발사체는 한번만 사용되도록 설계되어 대기권에 재진입하면서 파괴되는 소모성 발사체(expendable launch vehicle, ELV)와 손상 없이 회수하여 다시 사용되는 재사용 발사체(reusable launch vehicle, RLV)로 분류된다. 최근까지 운용되었던 우주 왕복선이 소실되면서 현재 운용되고 있는 재사용 발사체는 없다. 발사체의 고장은 인명 및 막대한 재산 손실 등 심각한 결과를 초래할 수 있기 때문에 신뢰성이 더욱 중요하게 여겨지는 분야이다. 신뢰성이란 규정된 운용환경에서 주어진 시간동안 요구되는 기능을 수행할 수 있는 능력을 말하는데 신뢰성을 측정하기 위한 척도로 신뢰도(reliability)를 사용한다(Kim and English 1991). 발사체의 신뢰도란 탑재물을 목표 궤도에 쏘아 올리게 될 성공확률로 정의할 수 있다.

일반적으로 발사체의 신뢰도를 추정하기 위해서는 실패횟수나 성공횟수가 이항분포를 따른다고 가정하고 성공확률에 대한 최대우도추정치(maximum likelihood estimate)를 구하거나 전문가의 의견을 반영하여 실패확률에 대한 사전분포(prior distribution)를 가정하고 발사자료와 결합하여 베이저안 사후 추정치(Bayesian posterior estimate)를 구하여 사용한다. 기존의 발사체 신뢰도에 관한 연구들은 발사체 보유국 전체의 과거 발사자료를 사용하여 발사체 신뢰도를 추정하였으며 발사체의 신뢰도는 약 0.9정도라고 알려져 있다.

우리나라는 소모성 발사체인 나로호(KSLV-I)를 러시아와 공동 개발하여 두 번의 발사에 실패한 후 2013년 1월 세 번째 발사에서 성공하였다. 2013년 12월 현재는 1.5톤급의 실용위성을 지구 저궤도로 발사하기 위해 독자적으로 한국형 발사체(KSLV-II)를 개발하고 있다. 나로호의 발사 경험을 보면 우리나라와 같은 무경험 개발자가 신규 개발하는 KSLV-II와 같은 발사체가 발사에 성공할 확률이 기존 연구결과처럼 0.9 정도 될 것으로 기대하기는 어렵다.

본 연구에서는 신규로 발사체를 개발하는 경우 베이저안 기법을 이용하여 그 신뢰도를 추정해 보고자 한다. 먼저 2절에서는 발사체의 신뢰도 추정에 관한 기존의 문헌들을 고찰한다. 이항분포의 실패확률에 대한 Clopper-Pearson 신뢰구간과 베이저안 추정법에 대해 고찰한다. 3절에서는 발사체를 블랙박스로 두고 전체 발사체의 신뢰도를 베이저안 추정하는 방법을 기술한다. 실패확률에 대해 베타사전분포를 가정하지만 기존연구에서처럼 무정보 사전분포를 사용하지 않고 개발자의 경험유무에 따라 유사한 기존 발사체의 처음 두 번의 발사자료를 이용하여 사전분포를 결정한다. 여기서 처음 두 번의 발사자료만을 사전분포에서 반영하는 이유는 발사횟수가 증가함에 따라 실패원인분석을 통하여 발사체의 결점을 제거하기 때문에 신뢰성 성장을 경험하여 전체 자료를 이용하여 사전분포를 결정하는 것은 신뢰도를 과대추정하게 된다. 우리나라와 같은 무경험 개발자를 예시하기 위해 세계 각국이 최초로 개발한 발사체의 처음 두 번의 발사자료를 수집하여 Clopper-Pearson 신뢰구간을 구하고 이를 사전분포의 모수를 결정하는데 사용하였다. 이후 개발된 발사체의 실제 발사가 진행됨에 따라 얻게 되는 발사결과를 반영하여 두 번째 발사이후의 신뢰도를 추정한다. 4절에서는 KSLV-1과 같이 기존 발사체로부터 발체된 단과 새로 개발된 단을 혼합하여 개발된 유도된 발사체(derived vehicle)의 경우 단별 신뢰도를 추정한 후 이를 결합하여 전체 발사체의 신뢰도를 추정하는 방법을 제시한다. 마지막으로 5절에서는 결론을 도출한다.

2. 문헌고찰

2.1 Clopper-Pearson 신뢰구간

기존의 발사체 신뢰도 추정방법들은 모두 매 발사의 성공여부가 서로 독립이고 실패확률은 일정한 베르누이 시행을 따른다고 가정한다. 실제로 발사체의 발사 환경은 변할 수 있고 발사가 실패하는 경우 발사체를 수정 또는 개선하므로 발사가 동일한 시행을 반복한다고 보기는 어렵다. 따라서 여기서 확률은 상대빈도의 개념보다는 믿음의 정도로 해석하는 것이 적절하다.

발사를 베르누이 시행으로 가정하고 확률변수 X 를 n 번 발사해서 실패한 횟수라고 정의하면 X 는 식 (1)과 같이 실패확률이 q 인 이항분포를 따르게 된다 (Kim and Kim 1982).

$$f(x|n, q) = \binom{n}{x} q^x (1 - q)^{n-x}, \quad x = 0, \dots, n, n > 0, 0 < q < 1 \tag{1}$$

만약 $X = x$ 를 관찰하였다면 실패확률 q 의 최대우도추정치는 $\hat{q} = x/n$ 이고 신뢰도는 $1 - \hat{q} = 1 - x/n$ 로 추정된다 (Hamada et al. 2008). 1957년부터 1998년까지 전 세계의 발사자료에 따르면 총 4299회 발사하여 3917번 성공하였으며 발사체의 신뢰도는 0.9로 추정된다(Chang 2000). 1957년부터 1999년동안은 총 4378회 발사하여 3988번 성공하여 발사체의 신뢰도는 0.91 이상이다(Yoo et al. 2004). 1957년부터 2004년까지 발사한 발사체는 총 4704회 중 404번 실패하여 신뢰도가 0.91이다(Seo et al. 2005).

이항분포 실패확률의 최대우도추정치를 사용하는 경우 $x = 0$ 또는 $x = n$ 을 관찰한 경우 신뢰도 추정치는 1 또는 0의 극단적인 값을 가지게 된다. 이러한 단점을 보완하기 위해 가장 널리 사용되는 방법은 Clopper-Pearson 신뢰구간이다(Clopper and Pearson 1934). $100(1-\alpha)\%$ Clopper-Pearson 신뢰구간 (q_l, q_u)은 이항분포의 누적분포함수를 이용하여 식 (2)와 같이 얻어진다(Leemis and Trivedi 1996).

$$\sum_{k=x}^n \binom{n}{k} q_l^k (1 - q_l)^{n-k} = \alpha/2 \tag{2}$$

$$\sum_{k=0}^x \binom{n}{k} q_u^k (1 - q_u)^{n-k} = \alpha/2$$

누적 이항분포함수와 베타분포의 관계를 이용하여 식 (2)를 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$q_l = B\left(\frac{\alpha}{2}; x, n - x + 1\right) \tag{3}$$

$$q_u = B\left(1 - \frac{\alpha}{2}; x + 1, n - x\right)$$

이때 $B(a; u, v)$ 는 모수가 u, v 인 베타분포의 a 번째 백분위수를 나타낸다. 한편, 베타분포와 F분포의 관계를 이용하면 식 (3)을 다음 식 (4)와 같이 표현할 수 있다(Leemis and Trivedi 1996).

$$q_l = \left[1 + \frac{n-x+1}{xF_{1-\frac{\alpha}{2}; 2x, 2(n-x+1)}} \right]^{-1} \tag{4}$$

$$q_u = \left[1 + \frac{n-x}{(x+1)F_{\frac{\alpha}{2}; 2(x+1), 2(n-x)}} \right]^{-1}$$

여기서 $F_{\alpha, u, v}$ 는 자유도가 u 와 v 인 F 분포에서 α 백분위수를 말한다. 결론적으로 Clopper-Pearson 신뢰구간 (q_l, q_u) 을 구하기 위해서는 식 (2), (3) 또는 (4)를 사용한다.

최근 미공군(USAF)과 연방항공청(FAA)의 Common Standard Working Group이 작성한 보고서에 의하면 발사체 개발자가 기존에 개발 경험이 있었는지의 여부가 개발된 발사체의 신뢰도에 영향을 미치는 것으로 나타난다 (Federal Aviation Administration 2005). Common Standard Working Group은 발사횟수가 2번 이하인 발사체의 경우 유사 발사체의 발사자료를 이용하여 60% Clopper-Pearson 양측신뢰구간 (q_l, q_u) 을 얻은 후 그 상한인 q_u 를 실패확률의 점 추정치로 사용한다. 이후 개발한 발사체를 세 번 이상 발사한 경우 해당 발사체의 발사자료를 이용하여 60% Clopper-Pearson 양측신뢰구간 (q_l, q_u) 을 구한 후 신뢰상하한의 평균인 $(q_l + q_u)/2$ 를 실패확률의 추정치로 사용하도록 제안하고 있다.

2.2 베이지안 추정 기법

베이지안 방법을 적용하기 위해서는 이항분포의 실패확률에 대해 사전분포를 가정하고 실제 발사 자료를 반영하여 사후분포를 얻은 후 사후분포의 평균을 계산하여 베イズ 추정치로 취하게 된다.

발사 실패확률 q 에 대한 사전분포함수는 일반적으로 식 (5)와 같은 베타분포를 가정한다.

$$g(q|\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} q^{\alpha-1} (1-q)^{\beta-1}, \quad 0 < q < 1, \alpha > 0, \beta > 0 \tag{5}$$

여기서 α 와 β 는 전문가의 의견이나 과거 발사자료를 이용하여 결정하게 되는데 개발된 발사체가 $\alpha + \beta$ 번 발사하여 α 번 실패할 것이라는 믿음의 정도를 나타낸다.

이제 개발한 발사체를 실제로 1회 발사하면 발사는 베르누이 시행이 되고 발사가 성공한 경우 $x = 0$ 이라고 하고 실패한 경우 $x = 1$ 이라고 하면 q 의 사후분포는 다음과 같은 베타분포가 된다(Hamada et al. 2008, Jung and Lee 1991).

$$h(q|x, \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta + 1)}{\Gamma(\alpha + x)\Gamma(\beta + 1 - x)} q^{\alpha+x-1} (1-q)^{\beta-x}, \quad 0 < q < 1, \alpha > 0, \beta > 0$$

실패확률에 대한 베이지안 추정치는 베타사후분포의 평균으로 $\hat{q} = E(q|x) = \frac{\alpha + x}{\alpha + \beta + 1}$ 이다. 한편 개발한 발사체의 발사 횟수가 증가함에 따라 총 n 번 발사하여 x 번 실패한 경우 식 (1)의 이항분포 우도함수와 식 (5)의 베타 사전분포를 이용하면 q 의 베이지안 추정치는 식 (6)과 같다.

$$\hat{q} = \frac{\alpha + x}{\alpha + \beta + n} \tag{6}$$

기존의 연구들은 베이지안 기법을 사용하여 발사체의 신뢰도를 추정하기 위해 식 (5)의 사전분포를 사용하되 $\alpha = 1, \beta = 1$ 을 사용하여 사전 실패확률이 1/2이라고 가정한다. 예를 들어 1957년부터 1999년 사이의 발사자료를 수집한 후 $\alpha = 1, \beta = 1$ 을 사용하여 베이지안 신뢰도를 추정하고 발사체 신뢰도는 현재 0.9 정도의 높은 수준에 이르렀다(Han et al. 2003). 또한 식 (5)의 사전분포에 $\alpha = 1, \beta = 1$ 을 사용하고 1999년과 2001년 사이에 발사된 다양한 발사체의 모든 발사자료를 고려하여 각 발사체의 베타사후분포를 도출한 후 새로 개발하는 발사체의 사전분포로 이들 발사체들의 베타사후분포들의 평균을 사용하였다(Guikema and Pate-Cornell 2004). 즉, 새로 개발된 발사체의 발사자료를 얻기 전에는 기존 발사체들의 평균정도의 성능을 가진다고 가정하였다.

3. 발사체 수준에서의 신뢰도 추정

본 절에서는 신규 개발한 발사체를 블랙박스로 두고 발사체 전체의 신뢰도를 베이지안 방법으로 추정하고자 한다. 2절에서 언급한 바와 같이 기존 방법들은 모두 새로운 발사체의 신뢰도를 베이지안 방법으로 추정하기 위해 사전분포로 $\alpha = 1, \beta = 1$ 인 베타분포를 사용한다. 본 연구에서는 개발자의 경험유무를 고려하고 초기 발사자료로 제한하여 사전분포를 결정한다.

개발자의 경험유무는 발사체의 신뢰도에 영향을 미친다. 예를 들어 1980년과 2008년 사이에 총 40번의 소모성 발사체의 발사가 있었는데 무경험 개발자의 경우 16번 중 13번이 발사에 실패하였고 유경험 개발자의 경우 24번 중 7번이 발사에 실패하였다 (Federal Aviation Administration 2005). 자료를 이용하여 두 집단의 신뢰도에 대한 Fisher의 정확검정을 수행해 보면 유의확률이 0.003으로 개발경험에 따라 신뢰도가 동일하다는 귀무가설을 기각하기에 충분한 증거가 있다. 한편 발사체는 발사가 진행됨에 따라 신뢰도 성장을 경험하게 되므로 발사체의 전체 발사자료를 모두 사용하여 신규개발하는 발사체의 사전분포를 결정하는 것은 초기 신뢰도를 과다 추정하게 된다. 본 연구에서는 개발자의 경험유무를 고려하여 유사 발사체의 처음 2번의 발사자료를 사용하여 사전분포를 결정하는데 이는 경험유무가 특히 발사체의 처음 2번의 초기 발사에서 영향을 미치기 때문이다(Federal Aviation Administration 2005).

Table 1. First two launch history of ELVs each country developed first time

Vehicle	Country	Stage	First launch date	First	Second
Black Arrow	UK	3	1969	F	S
CZ-1	China	3	1970	S	S
Diamant	France	3	1965	S	S
Europa-1	Europe	3	1968	F	F
KSLV-I	Korea	2	2009	F	F
Lambda	Japan	5	1966	F	F
Safir	Iran	2	2008	S	F
Shavit	Israel	3	1988	S	S
SLV-3	India	4	1979	F	S
Sputnik	Russia	2	1957	S	S
Taepodong	NK	3	1998	F	F
Vanguard	USA	3	1957	F	F
VLS	Brazil	4	1997	F	F

본 연구에서는 KSLV-II와 같은 무경험 개발자가 신규 개발하는 발사체의 신뢰도를 추정하는 방법을 제시한다. 개발자가 유경험 개발자인 경우에도 유경험 개발자의 발사자료를 사용하여 비슷한 방법으로 추정할 수 있다. 사전분포를 결정하기 위해 우주선진국들이 최초로 개발한 발사체를 대상으로 하여 처음 2번의 발사자료를 수집하였으며 그 결과는 <Table 1>과 같다.

<Table 1>을 보면 첫 번째 발사에서 13번 중 8번을 실패하였고, 두 번째 발사에서 13번 중 7번을 실패하여 전체적으로 26번의 발사에서 15번을 실패하였다. 먼저 무경험 개발자가 신규 개발한 발사체가 첫 번째 발사에서 성공할 확률을 최대우도추정치로 추정하면 $9/26 = 0.346$ 이다. 그러나 2.1절에서 기술한 바와 같이 초기 발사의 불확실성을 보다 보수적으로 반영한다면 60% Clopper-Pearson 양측신뢰구간의 상한인 q_u 를 실패확률의 추정치로 취하는 것이 바람직하다. 식 (4)에 $n = 26, x = 15$ 를 대입하면 60% Clopper-Pearson 양측신뢰구간 (0.475, 0.673)을 얻게 된다. 따라서 무경험 개발자가 신규 개발한 발사체가 첫 번째 발사에서 실패할 확률은 0.673이고 신뢰도는 0.327로 추정된다. 이는 기존의 연구들이 모든 발사체의 전체 발사자료를 이용하여 얻은 성공확률 0.9보다 상당히 낮은 값이다.

개발한 발사체를 실제로 1회 발사하고 2회에서 성공할 확률을 예측하려고 해보자. 기존 발사체에서 얻은 신뢰도 0.327 과 1회 발사한 결과를 결합하여 2번째 발사에 대한 신뢰도를 예측하기 위해 식 (5)의 α 와 β 를 결정하여야 한다. 유사 발사체의 과거 자료는 26번 발사하여 15번 실패하였으므로 $\alpha = 15, \beta = 11$ 을 사용할 수 있으나 이 경우 새로 개발한 발사체의 실제 발사자료가 충분히 커지기 전까지 실제 발사자료보다 사전자료가 신뢰도 예측에 큰 영향을 미칠 수 있게 된다. 본 연구에서는 사전자료의 영향을 빠르게 감소시키고 개발한 발사체의 실제 발사자료의 영향을 반영하기 위해 $\alpha = 0.673$ 및 $\alpha + \beta = 1$ 이라고 둔다. 즉, 새로 개발한 발사체는 한번 발사하여 실패는 0.673번 한 것을 의미한다. <Figure 1>은 기존연구들이 가정한 사전분포인 $\alpha = 1, \beta = 1$ 의 무정보 베타분포와 본 연구에서 설정한 $\alpha = 0.673, \beta = 0.327$ 의 베타분포의 확률밀도함수를 비교해 보여준다. y축은 첫 번째 발사에서 실패할 확률에 대한 밀도함수로서 기존연구들은 실패확률이 (0,1) 사이에서 동일한 확률을 가진다고 가정한데 비해 본 연구에서는 실패확률을 조금 더 높게 보수적으로 평가한 것으로 특히 무경험개발자의 경우 의미가 있을 것으로 생각된다.

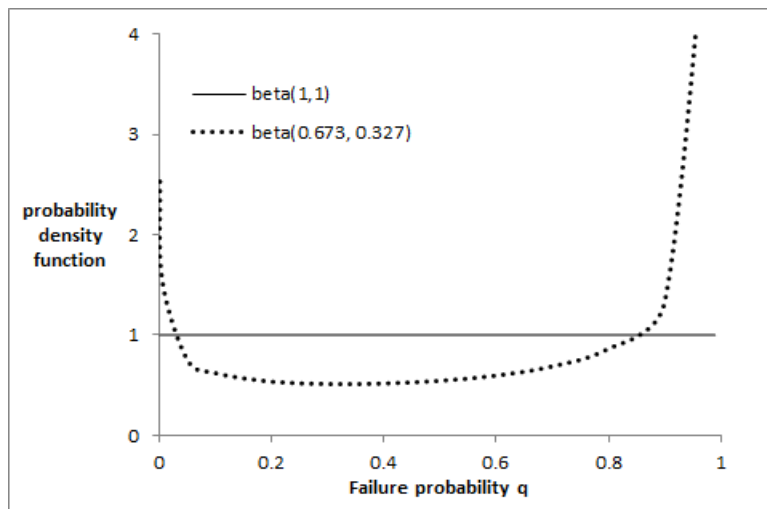


Figure 1. A comparison of prior distributions between previous beta(1,1) distribution and current beta(0,673, 0.327) distribution

이제 두 번째 발사의 신뢰도를 예측하려면 첫 번째 발사의 결과를 조건부로 두게 된다. 첫 번째 발사의 성공여부에 따라 사후밀도함수를 나타내면 <Figure 2>와 같다. 첫 번째 발사가 성공한 경우 식 (6)에서 $\hat{q} = (0.673 + 0)/(1 + 1) = 0.337$ 이므로 두 번째 발사의 신뢰도는 0.663로 높아진다. 그러나 첫 번째 발사가 실패하였다면 두 번째 발사의 실패확률은 $\hat{q} = (0.673 + 1)/(1 + 1) = 0.837$ 이므로 신뢰도는 0.164로 낮아지게 된다. 만약 기존의 연구들처럼 무정보 베타사전분포를 사용하였다면 첫 번째 발사에서 성공한 경우 두 번째 발사의 신뢰도는 0.667이고 첫 번째 발사에서 실패한 경우 두 번째 발사의 신뢰도는 0.333이다. 무정보 베타사전분포를 사용하는 경우보다 기존 무경험개발자의 발사자료에 기반을 둔 사전분포가 신뢰도를 더 낮게 추정하는 것을 볼 수 있다. 비슷한 방법으로 두 번째 발사의 성공여부에 따라 세 번째 발사의 신뢰도를 추정한다.

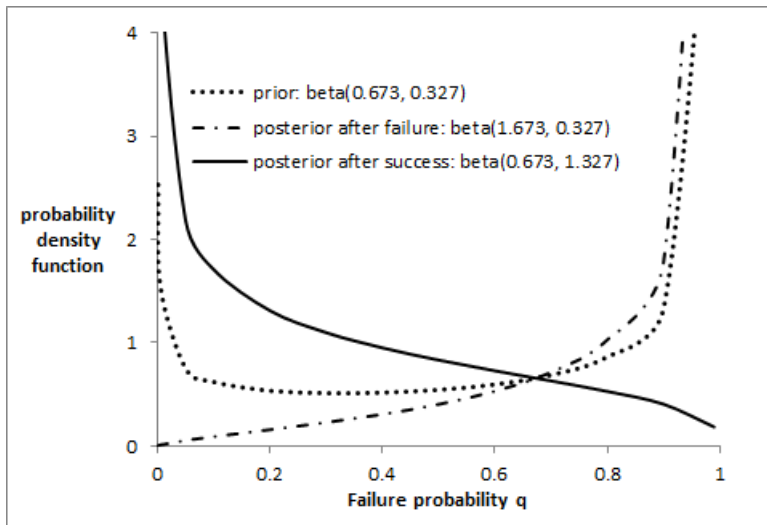


Figure 2. Posterior distribution depending on the first launch result

4. 단 수준에서의 신뢰도 추정

KSLV-1의 경우 기존 러시아 발사체의 1단을 그대로 사용하고 한국이 신규 개발한 2단을 사용하여 개발하였다. 이와 같이 기존 발사체로부터 발체된 단과 새로 개발된 단이 혼합된 유도된 발사체(derived vehicle)의 경우 단별 신뢰도를 추정하고 이를 바탕으로 전체 발사체의 신뢰도를 추정하여야 한다.

k개 단으로 이루어진 발사체에서 1단의 실패확률을 $q_{1|0}$ 이라고 하자. 또한 $2 \leq i \leq k$ 에 대해 (i-1)단이 성공하였을 때 i단이 실패할 조건부 확률을 $q_{i|i-1}$ 이라고 하자. 즉, 상단의 실패확률을 계산할 때 하단에서 실패한 경우 상단에 대한 정보를 제공하지 않으므로 조건부 확률을 정의한다. 발사체 전체의 실패확률은 다음과 같이 표현된다.

$$q = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - q_{i|i-1})$$

$1 \leq i \leq k$ 에 대해 $q_{i|i-1}$ 의 사전분포는 모수가 α_i 과 β_i 인 베타분포를 따른다고 가정하자. 여기서 α_i 과 β_i 를 결정하기 위해 과거 유사 발사체의 실패 단에 대한 정보를 수집하고 단별 실패자료에 대해 3결과 마찬가지로 60%

Clopper-Pearson 양측신뢰구간의 신뢰상한을 구한 후 이를 α_i 값으로 두고 $\beta_i = 1 - \alpha_i$ 를 사용한다.

실제로 개발한 발사체를 1회 발사하게 되면 그 결과를 반영하여 각 단의 실패확률의 베타 사후분포를 얻고 그 평균을 계산하면 베이저안 추정치 $\hat{q}_{i:i-1}$, $1 \leq i \leq k$ 을 얻게 된다. 발사체 전체의 실패확률 q 의 사후분포는 베타분포가 아니라 Mellin integral transform을 사용하여 닫힌 해로 표현된다(Springer and Thompson 1966). 발사체 전체의 실패확률 q 의 베이저안 추정치는 이 닫힌 해의 평균이지만 식 (7)을 만족하는 것으로 알려져 있다.

$$\hat{q} = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - \hat{q}_{i|i-1}) \tag{7}$$

예시를 위하여 새로 개발되는 발사체가 3단이라고 가정하고 여기서는 일반성을 잃지 않고 모든 단을 유사 발사체의 과거 자료로부터 추정하도록 한다. <Table 1>의 발사체 중 3단 발사체를 선택하여 단별 발사이력을 조사한 결과는 <Table 2>와 같다. <Table 2>를 보면 1단의 경우 총 14번 발사하여 2번 실패하였으므로 2단은 총 12번만 발사된다. 2단이 12번 발사하여 1번 실패하였으므로 3단은 총 11번만 발사된 것을 알 수 있다.

Table 2. First two launches of new three stage ELVs

Vehicle	First launch	Second launch
Black Arrow	Failure of stage 2	Success
CZ-1	Success	Success
Diamant	Success	Success
Europa-1	Failure of stage 3	Failure of stage 3
Shavit	Success	Success
Taepodong	Failure of stage 3	Failure of stage 3
Vanguard	Failure of stage 1	Failure of stage 1

3단으로 이루어진 발사체에서 각 단이 첫 번째 발사에서 성공할 확률에 대한 사전분포를 구하기 위해 각 단별로 실패확률의 60% Clopper-Pearson 신뢰구간을 구하고 그 신뢰상한을 계산한 결과는 <Table 3>과 같다. 1단이 첫 번째 발사에서 성공할 확률은 0.719이고 1단이 성공한 상태에서 2단이 성공할 확률은 0.77이며 2단까지 성공한 상태에서 3단이 성공할 확률은 0.464이다. 3단의 성공확률이 가장 낮다.

Table 3. Upper bound of 60% Clopper-Pearson confidence interval for failure probability of three stage ELVs

Stage	Number of vehicles	Number of stage failures	Upper bound of 60% Clopper-Pearson confidence interval for failure probability
1	14	2	0.281
2	12	1	0.230
3	11	4	0.536

따라서 무경험 개발자가 신규 개발하는 3단 발사체가 1단에서 실패할 확률에 대한 사전분포는 $\alpha_1 = 0.281$, $\beta_1 = 0.719$ 인 베타분포를 가정한다. 1단에서 성공한 발사체가 2단에서 실패할 확률의 사전분포는 $\alpha_2 = 0.230$, $\beta_2 = 0.770$ 인 베타분포를 따르고 2단에서 성공한 발사체가 3단에서 실패할 확률의 사전분포는 $\alpha_3 = 0.536$,

$\beta_3 = 0.464$ 인 베타분포를 따른다. 이 경우 <Table 3>과 식 (7)을 이용하여 전체 시스템의 사전 실패확률을 계산하면 다음과 같다.

$$\hat{p} = 1 - (1 - 0.281)(1 - 0.230)(1 - 0.536) = 0.743$$

같은 자료에 대해 단 수준에서 추정한 사전 신뢰도와 발사체 수준에서 추정한 사전 신뢰도는 서로 다를 것이다. 그러나 유도된 발사체(derived vehicle)의 경우 발사체 수준에서의 고장자료가 없기 때문에 단별 신뢰도 자료를 사용하는 것이 바람직하다. 발사체의 단 중 일부를 기존 발사체로부터 발췌한 경우 이 단의 신뢰도는 기존 발사체의 발사자료로부터 추정하여야 한다.

신규 개발한 발사체를 실제로 1회 발사하였다면 발사결과를 이용하여 두 번째 발사에서의 실패확률을 추정하게 된다. 각 단의 발사결과에 따라 베이지안 추정치를 구하면 다음과 같다.

첫째, 첫 번째 발사가 성공하였다고 가정하자. <Table 3>의 단별 사전 실패확률의 점 추정치를 이용하여 각 단의 사후 실패확률을 점 추정하면 1단의 경우 $\hat{p}_{1:0} = (0.281 + 0)/(1 + 1) = 0.141$ 이고 2단의 경우 $\hat{p}_{2:1} = (0.230 + 0)/(1 + 1) = 0.115$ 이며 3단의 경우 $\hat{p}_{3:2} = (0.536 + 0)/(1 + 1) = 0.268$ 이므로 발사체 전체의 실패확률을 추정하면 $\hat{p} = 1 - (1 - 0.141)(1 - 0.115)(1 - 0.268) = 0.443$ 이다. 따라서 발사체가 첫 번째 발사에서 성공할 확률은 0.257이었는데 실제로 첫 번째 발사가 성공하였을 경우 두 번째 발사에서 성공할 확률은 0.557로 높아진다.

둘째, 첫 번째 발사가 1단에서 실패하였다고 가정하자. 1단의 사후 실패확률은

$\hat{p}_{1:0} = (0.281 + 1)/(1 + 1) = 0.641$ 가 된다. 그러나 2단과 3단의 경우 사후 실패확률을 계산할 발사정보가 없으므로 사전 실패확률을 그대로 사용하게 되고 따라서 전체 발사체의 실패확률을 추정하면

$\hat{p} = 1 - (1 - 0.641)(1 - 0.230)(1 - 0.536) = 0.872$ 이다. 발사체가 첫 번째 발사에서 성공할 확률은 0.257이었는데 첫 번째 발사가 1단에서 실패한 경우 두 번째 발사에서 성공할 확률은 0.128로 낮아진다.

셋째, 첫 번째 발사가 2단에서 실패하였을 경우이다. 이 경우 1단은 성공하였으므로 사후확률은 0.1405가 되고 2단의 사후확률은 $\hat{p}_{2:1} = (0.23 + 1)/(1 + 1) = 0.615$ 이다. 3단의 경우는 발사정보가 없으므로 사후확률은 여전히 0.536이다. 따라서 두 번째 발사에서 실패할 확률을 추정하면

$\hat{p} = 1 - (1 - 0.1405)(1 - 0.615)(1 - 0.536) = 0.846$ 이 된다. 즉, 첫 번째 발사가 2단에서 실패하였다면 두 번째 발사의 성공확률은 0.154로 낮아진다.

마지막으로 첫 번째 발사가 3단의 실패로 실패하였을 경우이다. 1단과 2단은 모두 성공하였으므로 사후확률은 각각 0.1405와 0.115가 되고 3단의 사후확률은 $\hat{p}_{3:2} = (0.536 + 1)/(1 + 1) = 0.768$ 가 된다. 따라서 두 번째 발사의 실패확률을 추정하면 $\hat{p} = 0.824$ 이 된다. 즉, 첫 번째 발사가 3단에서 실패하였다면 두 번째 발사에서 성공할 확률은 0.176으로 낮아진다.

5. 결 론

본 연구에서는 발사체를 신규 개발하는 경우 베이지안 기법을 이용하여 신뢰도를 추정하는 절차를 제안하였다. 발사체 전체를 블랙박스로 두고 신뢰도를 추정하는 경우 기존연구들은 발사체 보유국 전체의 과거 모든 발사자료

를 사용하여 최대우도추정치나 무정보 베타분포를 이용하여 발사체의 신뢰도를 0.9정도라고 기술하고 있다. 본 연구에서는 개발경험을 고려하여 처음 두 번의 발사 자료를 이용하여 60% Clopper-Pearson 신뢰구간을 구하고 그 신뢰상한을 이용하여 베타 사전분포를 결정하도록 하였다. 그 결과 기존의 무정보 베타 사전분포나 최대우도추정치보다 신규 개발자가 첫 번째로 발사하는 발사체의 신뢰도를 더 보수적으로 추정하게 된다.

발사체 단의 일부는 기존 발사체로부터 발체하여 사용하고 일부는 신규 개발하는 경우 발사체 전체를 블랙박스로 두고 추정한 신뢰도는 적절하지 않으며 각 단별 신뢰도를 추정하고 이를 결합하여 전체 발사체의 신뢰도를 추정하여야 할 것이다. 본 연구에서는 유도된 발사체의 신뢰도를 추정하기 위해 각 단의 실패확률에 베타사전분포를 가정하고 단별 성공여부를 이용하여 사후분포를 구하는 방법을 제안하였다. 발사체 전체에 대해 사후분포를 도출하는 방법에 비해 실패한 단에 따라 발사체의 사후분포가 달라진다.

본 연구에서 제시하는 바와 같이 개발경험을 고려하여 기존 발사체의 처음 두 번과 같은 초기 발사자료를 사용하여 발사체의 신뢰도에 대한 사전분포를 결정하는 것이 신규개발하는 발사체의 신뢰도를 보다 타당하게 추정할 것이다.

REFERENCES

- Chang, I-Shih. 2000. "Overview of World Space Launches." *Journal of Propulsion and Power* 16:853-866.
- Clopper, C. J., and Pearson, Egon Sharpe. 1934. "The Use of Confidence or Fiducial Limits Illustrated in the Case of the Binomial." *Biometrika* 26:404-413.
- Federal Aviation Administration. 2005. *Guide to Probability of Failure Analysis for New Expendable Launch Vehicles*. Washington, D.C.: Commercial Space Transportation.
- Guikema, Seth D., and Paté-Cornell, M. Elisabeth. 2004. "Bayesian Analysis of Launch Vehicle Success Rates." *Journal of Spacecraft and Rockets* 41:93-102.
- Hamada, Michael S., Wilson, Alyson, Reese, Shane, and Martz, Harry. 2008. *Bayesian Reliability*. New York: Springer.
- Han, Poonggyoo, Kim, Kyoungho, Woo, Yoocheol, Cho, Sangyeon, and Kim, Yongwook. 2003. "Launch Vehicle Reliability Analysis." *Proceeding of the Korean Society of the Propulsion Engineers*:76-79.
- Jung, Inha, and Lee, Seungho. 1991. "Empirical Bayes Estimation of Binomial Parameter with an Application to the Lot Acceptance Sampling Problem." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 19:86-95.
- Johnson, Valen E., Moosman, Ann, and Cotter, Paul. 2005. "A Hierarchical Model for Estimating the Early Reliability of Complex Systems." *IEEE Transactions on Reliability* 54:224-321.
- Kim, Gwang-sub, and English, John R. 1991. "On the Development of Quality Assurance System: Achieving Reliability in Purchased Equipment." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 19(1):43-50.
- Kim, Woo-chul, and Kim, Sung-ho. 1982. "A Study on Optimal Sampling Acceptance Plans with Respect to a Linear Loss Function and a Beta-Binomial Distribution." *Journal of the Korean Society for Quality Management* 10:25-33.
- Leemis, Lawrence M, and Trivedi, Kishor S. 1996. "A Comparison of Approximate Interval Estimators for the Bernoulli Parameter." *The American Statistician* 50:63-68.
- Seo, Yoonkyung, Lee, Joonho, Yoo, Ilsang, and Oh, Bumseok. 2005. "Case Study on Russian Launch Vehicle Failures." *Proceedings of KSAS Symposium on Aerospace Engineering* 11:317-320.
- Springer, Michael D., and Thompson, William E. 1966. "Bayesian Confidence Limits for the Product of N Binomial Parameters." *Biometrika* 53:611-613.
- Yoo, Seung-Woo, Park, Keun-Young, Lee, Kyung-Chul, and Lee, Sang-Jun. 2004. "A Study on the Reliability of Space Launch Vehicle." *Journal of Applied Reliability* 4:105-119.