

# 상호 정보 포텐셜과 델타함수를 이용한 블라인드 알고리즘의 복잡도 개선

## Complexity Reduction of Blind Algorithms based on Cross-Information Potential and Delta Functions

김 남 용<sup>1</sup>  
Namyong Kim

### 요 약

상호정보 포텐셜과 델타 함수열 (cross-information potential and Dirac-delta functions, CIPD) 을 이용한 Equalizer 알고리즘이 충격성 잡음 하에서도 채널의 ISI 제거 성능이 우수한 반면, 블록 처리 방식으로 가중치 갱신을 행하고 있어서 계산량이 많다는 단점을 갖고 있다. 이 논문에서는 CIPD 알고리즘의 계산량을 크게 줄일 수 있는 방법으로서 매 샘플 시간마다 수행하는 CIPD 알고리즘의 이중 합산을 단일 합산으로 바꿀 수 있는 방법을 제시하였다. 실험 결과에서 제안된 방식은 기존 CIPD 알고리즘과 동일한 기울기 학습 곡선을 나타냈다. 또한 충격성 잡음 상황에서도 기존 방식이 블록처리 데이터 수에 비례하는 계산량을 나타낸 반면 제안된 방식은 이와 관계없이 더 작은 계산량을 유지하면서 CIPD 알고리즘과 동일한 기울기 값을 산출해낸다.

☞ 주제어 : 상호정보 포텐셜, 델타 함수, 계산 복잡도, 충격성 잡음, CIPD.

### ABSTRACT

The equalization algorithm based on the cross-information potential concept and Dirac-delta functions (CIPD) has outstanding ISI elimination performance even under impulsive noise environments. The main drawback of the CIPD algorithm is a heavy computational burden caused by the use of a block processing method for its weight update process. In this paper, for the purpose of reducing the computational complexity, a new method of the gradient calculation is proposed that can replace the double summation with a single summation for the weight update of the CIPD algorithm. In the simulation results, the proposed method produces the same gradient learning curves as the CIPD algorithm. Even under strong impulsive noise, the proposed method yields the same results while having significantly reduced computational complexity regardless of the number of block data, to which that of the conventional algorithm is proportional.

☞ keyword : cross-information potential, Dirac-delta, computational complexity, impulsive noise, CIPD.

## 1. 서 론

블라인드 Equalizer 알고리즘으로 잘 알려진 CMA (constant modulus algorithm) 는 출력 신호의 전력과 상수 모듈러스 값의 차이를 오차값으로 정의하고 이 오차값의 자승평균오차 (MSE) 를 성능기준으로 적용하여 가중치 갱신을 수행한다[1]. 여러 CMA 타입 알고리즘이 개발되었으나 순시 전력의 큰 변동은 알고리즘의 불안정을 야

기하여 충격성 잡음과 같은 환경에서는 수렴하지 못하는 특성을 보인다[2].

한편, 가우시안 커널의 확률밀도함수에 바탕을 둔 정보이론적 학습법은 충격성 잡음에 의해 만들어진 큰 출력 신호가 가우시안 커널을 거치면서 소멸되는 특성을 지닌다 [2][3][4]. 한편 정보이론적 학습법과 CMA 를 결합한 알고리즘이 제안되기도 하였으나 출력 신호의 전력과 상수 모듈러스 값의 차이를 오차값 사용하고 있으므로 충격성 잡음에 대한 강인성은 보고되지 않았다[5].

정보이론적 학습법의 한 응용으로서 상호 정보 포텐셜 개념과 델타 함수열을 이용하여 개발된 Equalizer 알고리즘이 충격성 잡음하에서도 탁월한 ISI 제거 성능을 보였다[5]. 이 알고리즘은 송신신호가 가지는 확률밀도함수와 Equalizer 출력 샘플들이 가지는 확률밀도함수와 델

<sup>1</sup> Division of Electronics, Information & Communication Engineering, Kangwon National University, Samcheok, Gangwon-Do, 245-711, Republic of Korea

\* Corresponding author (namyong@kangwon.ac.kr)

[Received 20 January 2014, Reviewed 27 January 2014(R2 10 March 2014), Accepted 17 April 2014]

타 함수들로 구성된 상호 정보 포텐셜 델타 함수열을 이용한 이 상호 정보 포텐셜(CIP with delta, CIPD)를 최대화한다. 또한 이 CIPD 알고리즘은 정보이론적 학습법의 하나인 Correntropy 알고리즘과 비교했을 때 충격성 잡음 하에서는 보다 탁월한 성능을 발휘하는 것으로 알려져 있다[6]. 그러나 매 샘플 시간마다 블록 처리 방식으로 이중 합산(double summation)을 수행하므로 과도한 계산량을 야기하며 이러한 계산량의 부담은 알고리즘의 우수성에도 불구하고 현실적 구현에 방해가 되고 있다.

이에 이 논문에서는 다음 샘플시간에 구해질 CIPD 알고리즘의 기울기가 현재 샘플 시간에 구해진 기울기를 내포할 수 있는 가능성을 분석하고 이를 바탕으로 이중 합산을 단일 합산으로 바꿀 수 있는 방법을 찾아내어 알고리즘의 계산량을 크게 줄일 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

논문의 구성으로는 2장에서 상호 정보 포텐셜을 최대화하는 블라인드 알고리즘을 소개하고 3장에서 새로운 기울기 계산 방식의 CIPD 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 논문 [6]과 동일한 시뮬레이션 환경에서 두 가지 방식에 대해 결과를 비교 분석하고 5장에서 결론을 맺는다.

## 2. 상호 정보 포텐셜을 최대화하는 블라인드 알고리즘

송신 심볼집합 $\{d_i\}$ 에 대한 상수 모듈러스는  $R_2 = E[|d_i|^4] / E[|d_i|^2]^2$ 로 정의되며, CMA는 비용함수  $P_{CMA} = E[(v_k - R_2)^2]$ 을 최소화하도록 설계된 알고리즘이다[1].

비용함수  $P_{CMA}$ 를 최소화하는 과정에서 출력 전력은 평균적으로  $R_2$ 에 접근하게 되는데 충격성 잡음의 영향을 받아 전력이 큰 출력 신호가 나타나게 되면 상수 모듈러스 오차  $|v_k|^2 - R_2$ 가 큰 값을 갖게 되어 알고리즘의 불안정을 가져올 수 있다.

한편, 커널 밀도 추정법은 샘플들로부터 직접 확률밀도함수를 추정하는 방법이다[7]. 즉,  $N$ 개의 취득 샘플  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 에 대한 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_X(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_\sigma(x - x_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

여기서  $\sigma$ 는 가우시안 커널의 커널 사이즈이다. 이 가우시안 커널 바탕의 Correntropy는

$$V_X[m] = \frac{1}{N-m+1} \sum_{k=m}^N G_\sigma(X_k - X_{k-m})$$

으로 정의된다. 송신단 코렌트로피  $V_s[m]$ 와 수신단 코렌트로피  $V_r[m]$ 의 차

이를 비용함수  $P_{CE} = \sum_{m=1}^M (V_s[m] - V_r[m])^2$ 로 사용하여 correntropy 알고리즘이 설계되었다[2]. 이 가우시안 커널을 활용하여 오차 신호의 엔트로피를 최소화하는 최소 오차 엔트로피(minimum error entropy) 비용함수가 개발되었으나 이 방식은 블라인드 알고리즘으로 적용하기 어렵다 [8].

주어진 데이터 샘플  $x_i$ 의 값을 물리적 위치로 보고,  $x$ 축 상의 해당 위치에 물리적 입자  $x_j$ 를 놓았을 때,  $G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 는 두 입자 사이의 거리에 지수적으로 감소하는 양을 만든다. 이 것은 마치 가우시안 커널  $G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 이 마치 두 입자 사이의 상호 작용(interaction)을 일으키는 포텐셜 장(potential field)를 형성하고 있는 것으로 해석하는 이 개념이 정보이론적 학습법의 기초가 되고 있다[3]. 이런 시각에서 볼 때,

$\sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 는  $i$ 번째 입자에 가해지는 상호 힘 작용

을 모은 것이고  $\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i)$ 는 모든 샘플들에 가해지는 상호 작용을 모아 평균한 것이 된다. 이 전체 포텐셜 에너지를 정보 포텐셜(information potential)이라고 정의한다[4]. 따라서 한 집단의 샘플  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 에 대한 정보 포텐셜  $V_X$ 를 다시 쓰면

$$V_X = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_j - x_i) \quad (2)$$

한편, 확률밀도함수 (1)을 제공하고 적분을 취하면 다음과 결과를 얻는다.

$$\int f_X^2(x) dx = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N G_{\sigma\sqrt{2}}(x_i - x_j) \quad (3)$$

식 (3)의 결과식은 식 (2)의 정보 포텐셜  $V_X$ 와 정확히 일치한다. 즉 정보 포텐셜은 두 확률밀도함수의 제곱 적분의 형태와 동일시 될 수 있음을 알 수 있다.

$$V_X = \int f_X^2(x) dx \quad (4)$$

서로 다른 두 확률 밀도 함수가 (4)에 적용된 경우를 상호 정보 포텐셜 (cross-information potential, CIP) 로 칭한다[9].

$$CIP_{XY} = \int f_X(\alpha)f_Y(\alpha)d\alpha \quad (5)$$

입력 벡터  $\mathbf{X}_k = [x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-N+1}]^T$  와 가중치  $\mathbf{W}_k^T = [w_{k,0}, w_{k,1}, w_{k,2}, \dots, w_{k,N-1}]$  에 대해 출력 신호가  $y_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{X}_k$  로 표현되는 Equalizer 구조에 대해 블라인드 알고리즘의 비용함수는 주로 MSE 기반으로 설계되었다.

이와 달리, 상호 정보 포텐셜을 최대화하도록 설계한 블라인드 알고리즘으로 논문 [6]에 소개된 방식은, 송신 심볼이 가지는 확률밀도함수  $f_D(d)$  와 Equalizer 출력 샘플들이 가지는 확률밀도함수  $f_Y(y)$  로 구성되는 상호 정보 포텐셜  $\int f_D(\xi)f_Y(\xi)d\xi$  을 최대화한다. 여기서  $N$ 개의 출력 샘플  $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$  에 대한 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_Y(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N G_\sigma(y - y_i) \quad (6)$$

특히, 송신심볼이 가지는 확률밀도함수  $f_D(d)$  를 구축함에 있어서  $M$ 개의 송신 심볼점이 동일한 확률  $1/M$  로, 독립적으로 발생한다는 가정하에 다음과 같이 델타 함수들의 집합으로 표현하였다.

$$f_D(d) = \frac{1}{M} [\delta(d - A_1) + \dots + \delta(d - A_M)] \quad (7)$$

이 두 확률밀도함수에 상호 정보 포텐셜  $CIP_{DY} = \int f_D(\xi)f_Y(\xi)d\xi$  를 적용하면 다음과 같은 비용 함수 얻게 된다.

$$CIP_{DY} = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^M \sum_{i=k-N+1}^k G_\sigma(A_m - y_i) \quad (8)$$

이  $CIPD$ (CIP with Delta)가 최대화되도록 적응 시스템의 가중치  $\mathbf{W}$  를 갱신한다. Steepest ascent 방법을 적용하여 최대점에 접근하도록 하기 위해 필요한  $CIPD$ 의 기울기 (gradient), 즉 가중치  $\mathbf{W}$  로  $CIPD$ 를 미분한 식이 다음과 같다.

$$\frac{\partial CIPD}{\partial \mathbf{W}} = \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{i=k-N+1, m=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \quad (9)$$

이 기울기를 이용하여 가중치를 갱신하는 방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + \mu \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{i=k-N+1, m=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \quad (10)$$

이  $CIPD$  알고리즘은 정보이론적 학습법의 하나인 Correntropy 알고리즘과 비교했을 때 충격성 잡음 하에서 보다 탁월한 성능을 발휘하는 것으로 알려져 있다 [6].

한편, 기울기 (9) 는 매 샘플 시간  $k$  마다  $N$  개의 샘플 블록을 이중 합산 (double summation)을 수행하므로 과도한 계산량  $O(NM)$ 을 야기하며 이러한 계산량의 부담은 알고리즘의 우수성에도 불구하고 현실적 구현에 방해가 되고 있다. 이에 이 논문에서는  $CIPD$ 알고리즘의 계산량을 크게 줄일 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

### 3. 제안한 기울기 계산 방식의 CIPD 알고리즘

$CIPD$  알고리즘의 과도한 계산량은 기울기 계산에 필요한 이중 합산 (double summation)에 있다. 이 이중 합산을 단일 합산으로 바꿀 수 있는 방법을 제안하고자 한다. 다음 샘플시간  $k+1$  에 구해질  $CIPD$  알고리즘의 기울기는 현재 샘플 시간에 구해진  $CIPD$  알고리즘의 기울기 (9) 를 내포할 수 있는 가능성을 분석해 볼 필요가 있다. 비교 분석을 위해 다음 샘플시간  $k+1$  에 구해질  $CIPD$  알고리즘의 기울기를 먼저 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial CIPD}{\partial \mathbf{W}} \right|_{k+1} &= \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{i=k-N+2, m=1}^{k+1} \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \\ &\cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \\ &= \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{i=k-N+1, m=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \\ &+ \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1} \\ &- \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k-N+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k-N+1}) \cdot \mathbf{X}_{k-N+1} \quad (11) \end{aligned}$$

식(11) 과 (9) 를 비교하면, 식(11)은 식(9)에서 샘플시간  $k+1$ 에서 구해질  $\left. \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \right|_{k+1}$  즉,

$\frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1}$ 가 추가되었고, 샘플시간

$k+N-1$ 에서 구해진  $\frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \Big|_{k-N+1}$  즉,

$\frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k-N+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k-N+1}) \cdot \mathbf{X}_{k-N+1}$ 가 빠진 상

태임을 알 수 있다. 문제는 첫 번째 합산  $\sum_{i=k-N+1}^k$ 의 연산을 위해  $N$  개의 버퍼가 준비되어야 하는데 이 버퍼가 모두 채워진 경우와, 모두 채워지기 전 단계를 구분하여 분석하여야 한다. 먼저, 버퍼가 모두 채워지기 전 단계를 Equalizer의 초기상태 (initial) 하고 할 때, 샘플 시간  $k$ 는  $1 \leq k \leq N$ 에 해당되며 버퍼 속에는 현재  $k$  개의 샘플들

이 자리하고 있으므로 첫 번째 합산은  $\sum_{i=1}^k$ 로 표현 가능하므로 초기상태 기울기  $\nabla_k|_{initial}$ 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\nabla_k|_{initial} = \frac{2}{Mk\sigma^2} \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \quad (12)$$

다음 샘플 시각  $k+1$ 에서 기울기  $\nabla_{k+1}|_{initial}$ 은 다음과 같다.

$$\nabla_{k+1}|_{initial} = \frac{2}{M(k+1)\sigma^2} \sum_{i=1}^{k+1} \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \quad (13)$$

식(13)은  $k$ 에서 구해진 기울기  $\nabla_k|_{initial}$ 에 샘플시간  $k+1$ 에서 구해질  $\sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \Big|_{k+1}$ 이 추가되어 있음을 관찰할 수 있다. 따라서 샘플 시각  $k+1$  관련된 항을 분리해 쓰면 다음과 같다.

$$\nabla_{k+1}|_{initial} = \frac{2}{M(k+1)\sigma^2} \left[ \sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i + \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1} \right] \quad (14)$$

여기서  $\sum_{i=1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i$ 는 식(12)와 비

교할 때, 샘플 시각  $k$ 의  $\nabla_k|_{initial} \cdot \frac{Mk\sigma^2}{2}$ 과 같으므로 식(14)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 반복적 방정식을 얻게 된다.

$$\nabla_{k+1}|_{initial} = \frac{k}{k+1} \nabla_k|_{initial} + \frac{2}{M(k+1)\sigma^2} \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1} \quad (15)$$

한편, 최초 기울기는  $\nabla_0|_{initial} = \nabla_1|_{initial} = 0$ 으로 초기화 한다.

버퍼가 채워진 정상상태인  $k \geq N+1$ 에서는 버퍼 속에 항상  $N$  개의 샘플들이 있으므로 기울기  $\nabla_k|_{steady}$ 는 (9)와 같으며 다음 샘플 시각  $k+1$ 에서 정상상태 기울기  $\nabla_{k+1}|_{steady}$ 는 다음과 같다.

$$\nabla_{k+1}|_{steady} = \frac{2}{MN\sigma^2} \sum_{i=k-N+2}^{k+1} \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \quad (16)$$

이 경우 초기 상태와 달리, 식(13)은  $k$ 에서 구해진 기울기  $\nabla_k|_{steady}$ 에 샘플시간  $k+1$ 에서 구해질  $\sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \Big|_{k+1}$ 이 추가되었으나 샘플시간  $k-N+1$ 에서 구해진  $\sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i \Big|_{k-N+1}$ 이 제거되어야 함을 관찰할 수 있다. 따라서 샘플 시간  $k+1$ 에 관련된 항과 샘플시간  $k-N+1$ 에 관련된 항을 분리해 정리하면 다음과 같다.

$$\nabla_{k+1}|_{steady} = \frac{2}{MN\sigma^2} \left[ \sum_{i=k-N+1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_\sigma(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i + \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1} - \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k-N+1}) \cdot G_\sigma(A_m - y_{k-N+1}) \cdot \mathbf{X}_{k-N+1} \right] \quad (17)$$

마찬가지로  $\sum_{i=k-N+1}^k \sum_{m=1}^M (A_m - y_i) \cdot G_{\sigma}(A_m - y_i) \cdot \mathbf{X}_i$  는 식(17)

과 비교할 때, 샘플 시각 k의  $\nabla_k|_{steady}$  와 같으므로 식(17)에 대입하고 정리하면 다음의 반복적 기울기 방정식을 얻게 된다.

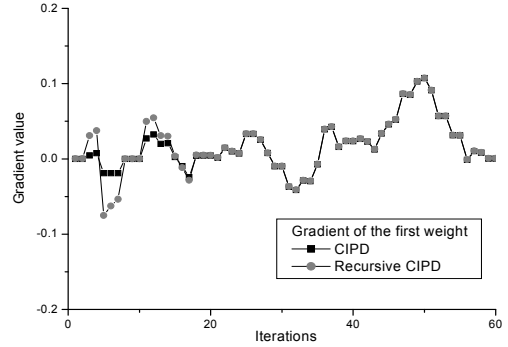
$$\begin{aligned} \nabla_{k+1}|_{steady} &= \nabla_k|_{steady} \\ &+ \frac{2}{MN\sigma^2} \left[ \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k+1}) \cdot G_{\sigma}(A_m - y_{k+1}) \cdot \mathbf{X}_{k+1} \right. \\ &\left. - \sum_{m=1}^M (A_m - y_{k-N+1}) \cdot G_{\sigma}(A_m - y_{k-N+1}) \cdot \mathbf{X}_{k-N+1} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

반복적으로 구해지는 기울기 (15) 과 (18) 에 의해 가중치를 갱신하는 알고리즘을 recursive CIPD 알고리즘이라 할 때, recursive CIPD 알고리즘은 그 계산량이  $O(M)$ 임을 알 수 있다. 기울기 (9)에 의한 CIPD 알고리즘은 계산량이  $O(NM)$ 임을 비교하면 recursive CIPD 알고리즘이 크게 계산량의 복잡도를 줄였다고 할 수 있다.

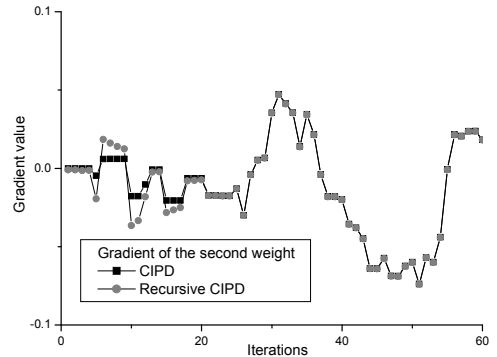
#### 4. 시뮬레이션 결과 및 토론

이 절에서는 CIPD 알고리즘과 recursive CIPD 알고리즘, 두 가지 방식이 동일한 기울기 학습 곡선을 갖는지, 또한 충격성 잡음의 영향을 받는지 살펴보기 위해 논문 [6]에서 시행한 동일한 환경에서 시뮬레이션을 수행하고 그 결과를 나타냈다. 즉, 심볼 점은  $(A_1 = -3, A_2 = -1, A_3 = 1, A_4 = 3)$  이고 채널은  $H(z) = 0.304 + 0.903z^{-1} + 0.304z^{-2}$  이며 충격성 잡음의 발생율은  $\varepsilon = 0.03$  이고 전력은  $\sigma_2^2 = \sigma_{GN}^2 + \sigma_{IN}^2 = 50.001$  로 하였다. 시뮬레이션에 사용한 11개 가중치 모두의 기울기 변화를 나타내는 대신 선별한 세 가지 가중치의 기울기만을 나타냈다.

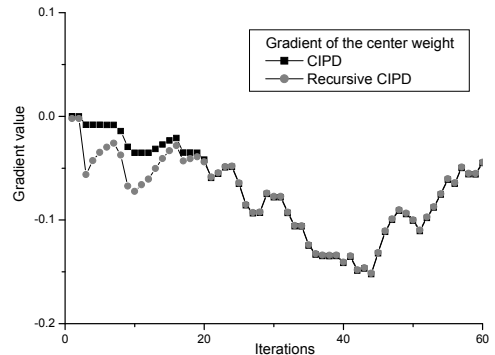
그림 1은 11개 가중치 중에서 첫 번째 가중치에 대한 기울기 곡선을, 그림 2는 두 번째, 그리고 그림 3은 중앙 탭의 가중치에 대한 기울기 학습 곡선을 나타냈다. 그림 1, 2, 그리고 3의 세가지 학습 곡선 모두  $N=20$ 을 기준으로 초기 상태에서 서로 다른 궤적을 그리고 있으나 일단 버퍼가 모두 채워진 이후, 즉 iteration = 20부터 CIPD 알고리즘과 recursive CIPD 알고리즘은 동일한 기울기 학습 곡선을 나타냈다. 이 것은 CIPD 알고리즘과 recursive CIPD 알고리즘이 일치된 가중치 갱신 결과, 즉 동일한



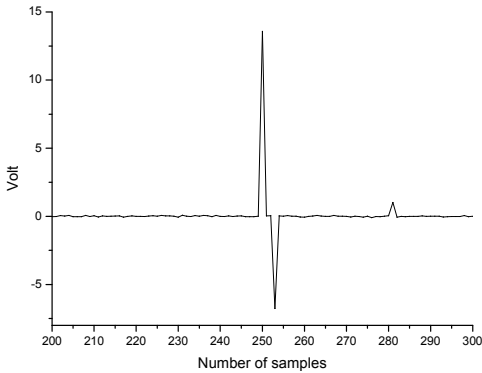
(그림 1) N=20의 첫 가중치에 대한 기울기 학습 곡선  
(Figure 1) Learning curves of gradient for the first weight with N=20.



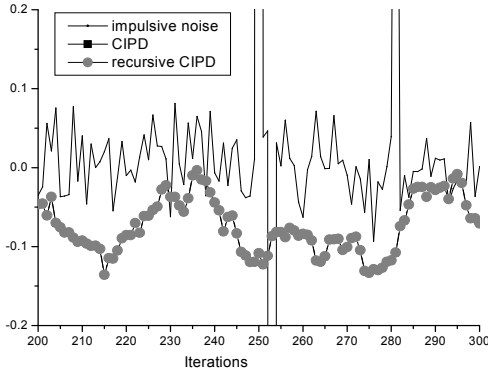
(그림 2) N=20의 둘째 가중치에 대한 기울기 학습 곡선  
(Figure 2) Learning curves of gradient for the second weight with N=20.



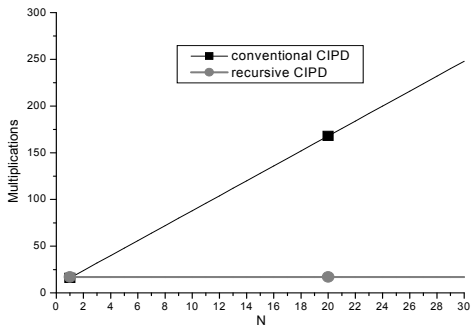
(그림 3) N=20의 중앙 가중치에 대한 기울기 학습 곡선  
(Figure 3) Learning curves of gradient for the center weight with N=20.



(그림 4) 충격성 잡음  
(Figure 4) Impulsive noise.



(그림 5) 충격성 잡음과 중앙 가중치의 기울기 학습 곡선  
(Figure 5) Impulsive noise and learning curves of center-weight gradient.



(그림 6) M=4 경우의 곱셈 계산량 비교  
(Figure 6) Comparison of the number of multiplications for M=4.

성능을 가진다는 것을 의미한다. 또한, 그림 4와 5에는 기울기 학습에 충격성 잡음이 미치는 영향을 살펴보았다. 실험에 쓰인 충격성 잡음 중 면밀한 관찰을 위해 그림 4는 15 volt까지의 강도를 보이는 충격파가 포함된 200 샘플부터 300 샘플까지 영역을 확대하여 나타낸 그림이다. 이 샘플 시간에 해당하는 기울기의 움직임을 보기 위해 그림 5에 그림 4와 동일한 시간대의 기울기 학습곡선을 나타냈다. 250샘플과 253, 그리고 280샘플에서 각각 15, -7, 2volt의 큰 충격과 잡음이 발생하였으나 CIPD 알고리즘과 recursive CIPD 알고리즘의 기울기는 동일한 학습 곡선을 그리며 아무런 동요를 보이지 않음을 관찰할 수 있다. 충격성 잡음에 대한 CIPD 알고리즘 고유의 강인성은 논문 [6] 에서 이론적으로 논의되어 있으나 이 실험에서는 기울기 곡선과 충격성 잡음의 발생 영역을 함께 살펴 봄으로서 그 강인성을 관찰 할 수 있다. 뿐만 아니라, 충격성 잡음과 같은 열악한 상황에서도 CIPD 알고리즘과 제안한 알고리즘의 기울기는 동일한 값을 산출해 낼 수 있다.

한편,  $\frac{2}{MN\sigma^2}$ 를 상수 하나로 보고 곱셈량을 비교하면 기존 방식의 기울기인 식(9)는  $2M(N+1)$  이 되고 제안한 방식의 안정상태 기울기인 식(20)은  $2M+2M+1$  이 된다. 실험에서 사용한  $M=4, N=20$  을 적용할 경우, 기존 방식의 곱셈량은 168 인 반면 제안한 방식의 계산량은 17 이 된다. N의 크기에 따른 곱셈 계산량을 비교한 다음 그림 6에서 그 차이를 더욱 분명하게 알 수 있다. 주어진 변조 심볼점수 M에 대해, 기존의 방식의 곱셈 계산량은 데이터 블록의 샘플수 N에 비례하여 증가하지만 제안한 방식의 곱셈 계산량은 N에 관계없이 상수로 일정함을 알 수 있다. 특히 N이 2 이상인 어떤 경우에도 제안한 방식은 기존의 방식보다 항상 적은 곱셈 계산량을 가짐을 알 수 있다.

## 5. 결 론

충격성 잡음하에서도 채널의 ISI 제거 성능이 우수한 CIPD 알고리즘은 N개의 샘플에 대해 블록 처리 방식으로 가중치를 갱신하기 때문에 계산량이 과도하며 이 계산량의 부담은 알고리즘의 우수성에도 불구하고 현실적 구현에 방해가 되고 있다. 이에 이 논문에서는 CIPD 알고리즘의 계산량을 크게 줄일 수 있는 방법을 제안하였다. 매 샘플 시간마다 수행하는 CIPD 알고리즘의 이중

합산을 단일 합산으로 바꿀 수 있는 방법으로서 다음 샘플 시간에 구해질 *CIPD* 알고리즘의 기울기가 현재 샘플 시간에 구해진 *CIPD* 알고리즘의 기울기를 내포하여 반복적으로 구할 수 있게 설계하였다. 제안된 알고리즘은 그 계산량이  $O(MN)$ 에서  $O(M)$ 으로 크게 줄었다. 실험 결과에서 제안된 알고리즘은 *CIPD* 알고리즘과 동일한 기울기 학습 곡선을 나타냈다. 또한 충격성 잡음과 같은 열악한 상황에서도 제안된 알고리즘은 크게 줄어든 계산량으로도 기존의 알고리즘과 동일한 기울기 값을 산출해 낸다. 따라서 제안된 방식은 *CIPD* 알고리즘의 현실적 구현을 쉽게 하여 통신 및 적응 신호처리 분야에 크게 활용될 것으로 판단된다.

### 참 고 문 헌(Reference)

- [1] C. Johnson, Jr., "Blind Equalization Using the Constant Modulus Criterion: A Review," *Proc. of the IEEE*, vol. 86, pp. 1927-1950, Oct. 1998.
- [2] I. Santamaria, P. Pokharel, and J. Principe, "Generalized correlation function: Definition, properties, and application to blind equalization," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, pp. 2187-2197, June 2006.
- [3] J. Principe, D. Xu and J. Fisher, "Information Theoretic Learning," in: S. Haykin, *Unsupervised Adaptive Filtering*, Wiley, New York, vol. 1, pp. 265-319, 2000.
- [4] I. Santamaria, D. Erdogmus and J. Principe, "Entropy Minimization for Supervised Digital Communications Channel Equalization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, pp. 1184-1192, May 2002.
- [5] N. Kim, "A new constant modulus algorithm based on minimum Euclidian distance criterion for blind channel equalization," *Journal of Korean Society for Internet Information*, vol. 10, pp. 19-26, Dec. 2009.
- [6] N. Kim, H. Byun, Y. You and K. Kwon, "Blind signal processing for impulsive noise channels," *JCN*, vol. 14, pp. 27-33, Feb. 2012.
- [7] E. Parzen, "On the estimation of a probability density function and the mode," *Ann. Math. Stat.* vol. 33, p.1065, 1962.
- [8] N. Kim, "Decision feedback equalizer algorithms based on error entropy criterion," *Journal of Korean Society for Internet Information*, vol. 10, pp. 19-26, Dec. 2009.
- [9] X. Jian, A. Paiva, I. Park, J. Principe, "A reproducing kernel Hilbert space framework for information-theoretic learning," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 56, pp. 5891- 5902, Dec. 2008.

### ● 저 자 소 개 ●



#### 김 남 응

1986년 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)  
 1988년 연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)  
 1991년 연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(박사)  
 1992-1998년 관동대학교 전자통신공학과 부교수  
 1998~현재 강원대학교 공학대학 전자정보통신공학부 교수  
 관심분야 : Adaptive Equalization, RBFN Odour Sensing Systems