한국음향학회지 제33권 제4호 pp. 232~237 (2014)
The Journal of the Acoustical Society of Korea Vol.33, No.4 (2014)
http://dx.doi.org/10.7776/ASK.2014.33.4.232

pISSN: 1225-4428
eISSN: 2287-3775

테일러 전개를 이용한 함정 수동 소나 신호 근사

Approximation of a Warship Passive Sonar Signal Using Taylor Expansion

홍우영,† 정영철,* 임준석,** 성우제*

(Wooyoung Hong,† Youngcheol Jung,* Jun-seok Lim,** and Woojae Seong*)

세종대학교 국방시스템공학과, *서울대학교 조선해양공학과, **세종대학교 전자공학과

(접수일자: 2014년 5월 8일; 채택일자: 2014년 6월 17일)

초 록: 함정의 수동소나는 여러 개의 지향성과 무지향성 센서로 구성되어 있다. 함정 소나에 수신되는 음향 신호를 모의할 때, 일반적으로 임의의 소음원으로부터 소나에 장착된 모든 센서간의 음파 전달 모델링이 필요하다. 그러나 모든 센서에 대한 통합적인 계산은 시간이 많이 소모되며 소나 시뮬레이터의 성능을 저하시킨다. 본 연구에서는 음선 정보가 알려진 기준 센서가 존재한다고 할 때 그에 인접한 센서 위치에서의 소나 신호를 추정하는 근사적인 방법을 제안한다. 이 방법은 음선의 도달 시간에 대한 테일러 급수를 이용하여 개발되었으며 소나 개구면에 대한 Fraunhofer와 Fresnel 근사와 유사하다. 제안된 기법을 검증하기 위해 수동 소나에 대해 여러 수치실험이 수행되었다. 2차 항까지 테일러 근사를 적용한 근사법이 보다 우수한 결과를 보였다. 추가적으로 각각의 근사 해에 대한 오차 한계가 제시되었다.
핵심용어: 수동소나, 소나 시뮬레이터, Fraunhofer 근사, Fresnel 근사, Taylor 급수

ABSTRACT: A passive sonar of warship is composed of several directional or omni-directional sensors. In order to model the acoustic signal received into a warship sonar, the wave propagation modeling is usually required from arbitrary noise source to all sensors equipped to the sonar. However, the full calculation for all sensors is time-consuming and the performance of sonar simulator deteriorates. In this study, we suggest an asymptotic method to estimate the sonar signal arrived to sensors adjacent to the reference sensor, where it is assumed that all information of eigenrays is known. This method is developed using Taylor series for the time delay of eigenray and similar to Fraunhofer and Fresnel approximation for sonar aperture. To validate the proposed method, some numerical experiments are performed for the passive sonar. The approximation when the second-order term is kept is vastly superior. In addition, the error criterion for each approximation is provided with a practical example.
Keywords: Passive sonar, Sonar simulator, Fraunhofer approximation, Fresnel approximation, Taylor series
PACS numbers: 43.30.Wi

I. 서 론

함정 소나 시뮬레이터는 승무원의 모의 훈련 및 신형 소나 개발에 이용되는 소프트웨어로서 수중음향 수치해석을 이용하여 해양 환경에서 소나 신호의 전달을 모의하는 프로그램이다. 함정에 장착되어 있는 각각의 수동소나는 여러 개의 지향성과 무지향성 단일센서로 구성되어 있다. 소나 신호를 모의함에 있어 잠수함에 부착된 모든 단일센서에 대해 소나 신호를 모의하게 되면 수치해석 시간이 급격히 증가하게 되어 효율성이 저하된다. 이와 같은 단점을 극복하는 한 가지 방법은 소나 신호 모의에 앞서 빔형성기법을 적용하여 수동소나를 '지향성 단일센서'로 취급하는 것이다.[1-4] 이 방법을 이용하면 수동 소나의 중심점에 대해 한 번의 수중 음파 전달 모델링만 수행하면 되므로 계산시간에서 큰 이득을 볼 수 있다. 그러나 각각의 센서의 상관성에 대한 정보가 수동 소나의 빔패턴이라는 하나의 물리량으로 압축

†**Corresponding author:** Wooyoung Hong (wyhong@sejong.ac.kr)
Department of Defense Systems Engineering, Sejong University, 209 Neungdong-Ro, Gwangjin-Gu, Seoul 143-747, Republic of Korea
(Tel: 82-2-3408-3469, Fax: 82-2-3408-3461)

되기 때문에, 단순한 음탐 훈련의 목적으로는 효용성을 지니는 반면 센서 간 시계열 상관성 정보가 필수적인 소나 설계 시뮬레이터의 목적에는 적합하지 않다.[5]

본 연구에서는 이와 같은 단점을 극복하기 위해 특정 위치의 센서에 대한 음파 전달 정보와 신호를 안다고 가정할 때, 인접 위치의 센서에서의 신호를 근사적으로 계산하는 방법을 제안한다. 이 방법을 이용하면 기존의 방법에 비해 각 센서에 대한 음파 전달 모델의 모의 횟수를 크게 줄일 수 있기 때문에 총 계산시간에서 이득을 볼 수 있다. 본 연구에서 제안된 근사법은 음선의 도달시간에 대한 테일러 급수를 이용하여 유도되었으며, 역전원리를 적용하면 기존의 소나 개구면을 계산할 때 사용하는 방법인 Fraunhofer와 Fresnel 근사[2]와 동일한 형태를 보인다.

II장에서는 음파 전달을 음선으로 모의하는 경우 테일러 전개를 이용하여 인접 센서신호를 근사하는 방법에 대해 상세히 서술했으며, 근사법의 오차 한계를 제시했다. III장에서는 등음속 및 음속 변화 해양환경에 대한 수치예제를 통해 제안된 방법의 정확도를 검증했다. IV장은 결론이다.

II. 테일러 급수를 이용한 수신 신호 근사

수중음향에서 널리 통용되는 2차원 축대칭 해양환경에서 청음기의 역할을 하는 단일센서가 (r, z)의 위치에 존재한다고 가정한다. 이때 수중의 소음원으로부터 청음기의 역할을 하는 단일센서까지의 주파수 영역 전달함수는 음선이론을 이용하여 아래와 같이 표현된다.[6]

$$P(r, z, w) = \sum_{n=1}^{N} A_n(r, z) e^{j[\omega T_n(r, z) + \Phi_n(r, z)]}, \qquad (1)$$

여기서 $P(r, z, w)$은 각주파수 w에 대한 수신음장을 나타내며, $A_n(r, z)$은 n번째 음선의 크기, $\Phi_n(r, z)$는 n번째 음선의 위상, $T_n(r, z)$은 n번째 음선의 도달시간을 나타낸다.

본 연구에서 다루는 주제는 결국 수중의 (r_0, z_0)의 위치에서 음장 $P(r_0, z_0, w)$에 대한 정보를 알고 있다고 할 때, 인접한 (r, z)의 위치에서 $P(r, z, w)$의 정보를 어떻게 예측할 수 있는가의 문제로 귀결된다. 본 연구에서는 (r_0, z_0)를 기준점으로 하는 테일러 급수를 적용하여 (r, z)의 위치에서의 음장 $P(r, z, w)$를 근사했다. 음장은 음선의 크기, 위상, 도달시간으로 구성되는데 음선의 크기와 위상은 수동 소나의 개구면상에서 크게 변하지 않는다고 가정했다. 실제로 인접 센서에 수신되는 음장은 대부분의 경우 기준 센서에 수신되는 음장과 동일한 음선궤적을 갖고 있기 때문에 음선의 위상은 동일하다 생각할 수 있으며, 음선의 크기는 대략 소나의 개구면 크기에 의존하여 변화가 발생할 수 있으나 수중에서 전체 음선의 전달거리를 고려하면 무시해도 될 만한 양이다. 본 가정을 수학적으로 표현하면 음선의 위상과 크기는 테일러 급수의 0차 항 까지만 고려한 것으로 기술할 수 있겠다. 하지만, 도달 시간은 센서 간의 시계열 분석에 있어서 핵심이 되는 물리량이므로 테일러 급수의 고차 항까지 고려해야 한다. 도달 시간은 테일러 급수를 이용하여 아래와 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} T_n(\vec{r}) &\approx T_n(\vec{r_0}) \\ &+ \overrightarrow{\Delta r} \cdot \nabla T_n(\vec{r_0}) \\ &+ \frac{1}{2T_n(\vec{r_0})}[|\overrightarrow{\Delta r}|^2 |\nabla T_n(\vec{r_0})|^2 - [\overrightarrow{\Delta r} \cdot \nabla T_n(\vec{r_0})]^2] \\ &+ O(|\overrightarrow{\Delta r}|^3), \end{aligned} \qquad (2)$$

여기서 $\vec{r} = (r, z)$, $\vec{r_0} = (r_0, z_0)$, $\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r} - \vec{r_0}$이다.

한편 $\nabla T_n(\vec{r_0})$은 $\nabla T_n = (\frac{\partial T_n}{\partial x}, \frac{\partial T_n}{\partial y}, \frac{\partial T_n}{\partial z})$이 되며 각각의 편미분은 물리적으로 거리 증감에 따른 도달시간의 증감을 나타내며 본 연구에서 가정한 좌표계에 대해서 $\partial T_n/\partial x = \cos\theta_o/c_0$. $\partial T_n/\partial y = 0$, $\partial T_n/\partial z = -\sin\theta_o/c_0$로 표현된다. 여기서 θ_o는 기준센서에 수신되는 음선의 입사각을 의미하며, c_0는 기준센서가 위치한 영역의 수중음속을 나타낸다. 위의 식은 음선이론에서 파생되는 해석 식을 이용하여 쉽게 증명할 수 있다.[7]

Eq.(2)의 첫 번째 줄이 테일러 급수의 0차 항이고

두 번째 줄이 1차 항, 그리고 세 번째 줄이 2차 항이다. 위 근사식의 정확도에 대한 직관적인 오차한계를 얻기 위해 두 개의 센서가 수직으로 배열된 경우를 가정하고 각각의 위치를 (r, z_0)와 (r, z)로 놓는다. 이 때 Eq.(2)는 아래와 같이 간략화 된다.

$$T_n(\vec{r}) \approx T_n(\vec{r_0}) - \frac{\Delta z}{c_0}\sin\theta_0 + (\frac{\Delta z}{c_0})^2\frac{\cos^2\theta_0}{2T_n} + (\frac{\Delta z}{c_0})^3\frac{\sin\theta_0\cos^2\theta_0}{2T_n^2} + O(\Delta z^4), \quad (3)$$

여기서 $\Delta z = z - z_0$이다.

Eq.(3)에서의 각각의 항들은 처음부터 순서대로 테일러 급수의 0차, 1차, 2차, 3차 항을 의미한다. Eq.(3)에서 1차 항까지 계산에 고려하는 경우 2차 항이 오차의 주요성분이 되며 근사의 정확성을 보장하기 위해서는 수중음향학에서 사용되는 관습적인 법칙에 따라 $\omega(\frac{\Delta z}{c_0})^2\frac{\cos^2\theta_0}{2T_n} \le \frac{\pi}{4}$의 관계가 만족해야 한다. 최대 크기의 빔 방향에서 이 식을 정리하면 아래와 같은 오차한계를 얻을 수 있다.

$$\Delta z \le \frac{c_0}{2}\sqrt{\frac{T}{f}}, \quad (4)$$

여기서 f는 소음원의 주파수를 의미한다.

Eq.(4)의 의미는 소음원에서 센서까지 걸리는 전달 시간이 길수록, 주파수가 작을수록, 센서 근처의 수중음속이 클수록 기준 센서에서부터 먼 거리의 위치까지 테일러 근사가 가능하다는 것을 의미한다. 만약에 Eq.(3)의 2차 항까지 계산에 이용한다면 주요 오차 성분은 3차 항이 되며, 위와 동일한 유도 과정을 통해 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta z \le \frac{c_0\sqrt{3}}{2}\sqrt[3]{\frac{T^2}{f}}. \quad (5)$$

Eq.(5)는 Eq.(4)보다 완화된 조건의 오차 한계를 제시한다. 예를 들어, 1500 m/s의 음속, 전달시간 2 s, 주파수 1 kHz를 가정할 때 Eq.(4)의 오차한계는 약 33 m이며 Eq.(5)의 오차한계는 약 206 m이다. 이렇게 Eq.(5)에서 오차 한계가 완화된 이유는 Eq.(5)는 고차 항까지 근사식에 포함했기 때문이다. 예를 들어, 100 m 이내의 길이를 갖는 함정에 대해서는 위 근사방법이 함정의 전 센서에 대해 적용가능하다는 것을 알 수 있다.

한편, 본 절을 마치기전에 Eq.(2)와 소나 개구면에 대한 Fraunhofer와 Fresnel 근사와의 유사성에 대해 기술한다. Fraunhofer와 Fresnel 근사는 근본적으로 회절이론에서 나타난 개념으로 수중음향학에서는 송신 소나의 개구면에 분포된 다수의 센서(또는 표적의 표면에서 생성된 가상 음원)로부터 방출되는 음장을 근사할 때 많이 사용되는 개념이다.[2] 송신 소나의 중심위치와 단일 센서 수신기 사이의 거리를 R이라 할 때, 소나를 구성하는 개개의 센서 위치와 수신기 사이의 거리는 테일러 근사를 이용하여 R과 소나 중심부터 각 센서의 거리차로 표현할 수 있으며, 1차 항까지 고려하는 경우를 Fraunhofer 근사라고 하며 2차 항까지 고려하는 경우를 Fresnel 근사라고 한다.

Fraunhofer와 Fresnel 근사는 소스 및 거리에 대한 근사로써 리시버 및 시간에 대한 근사인 본 연구와 본질적인 차이가 있으나, 소스와 리시버간의 역전원리와 시간-거리 간의 관계식을 적용하면 양자는 서로 동일한 개념이라는 것을 쉽게 증명할 수 있다.

III. 수치실험 예제

본 절에서는 II절에서 제안한 근사의 정확도를 확인해보기 위해 실제 해양과 유사한 환경에서 세 가지의 수치 실험을 시행했다.

첫 번째 예제는 등음속을 갖는 반무한 환경이다. 송신기의 위치는 수심 25 m에 위치해 있고 기준이 되는 센서는 수심 200 m에 위치해 있다. 인접 센서는 기준 센서와 같은 거리상에 위치하며 수심은 300 m에 위치해 있다. 송신 신호의 주파수는 150 Hz이며 음속은 1500 m/s이고 밀도는 1 g/cm^{3}이다. Figs. 1(a)와 1(b)에서는 인접센서에서의 전달손실을 1차 테일러 근사(이후 1차 근사) 및 2차 테일러 근사(이후 2차 근사)를 이용해 계산하고, 정확한 해석식의 결과와 비교했다. 해석식과 매우 유사한 결과를 보여준다.

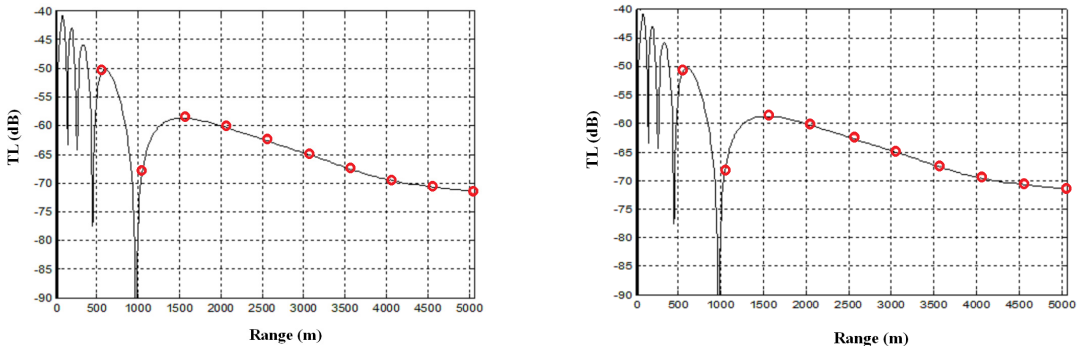

Fig. 1. Comparison of exact solution and two approximate results using the first-order and the second-order Taylor series in the half-space with iso-velocity profile (solid line: exact solution, o: approximate result): (a) approximate result when the first-order term is kept; (b) approximate result when the second-order term is kept.

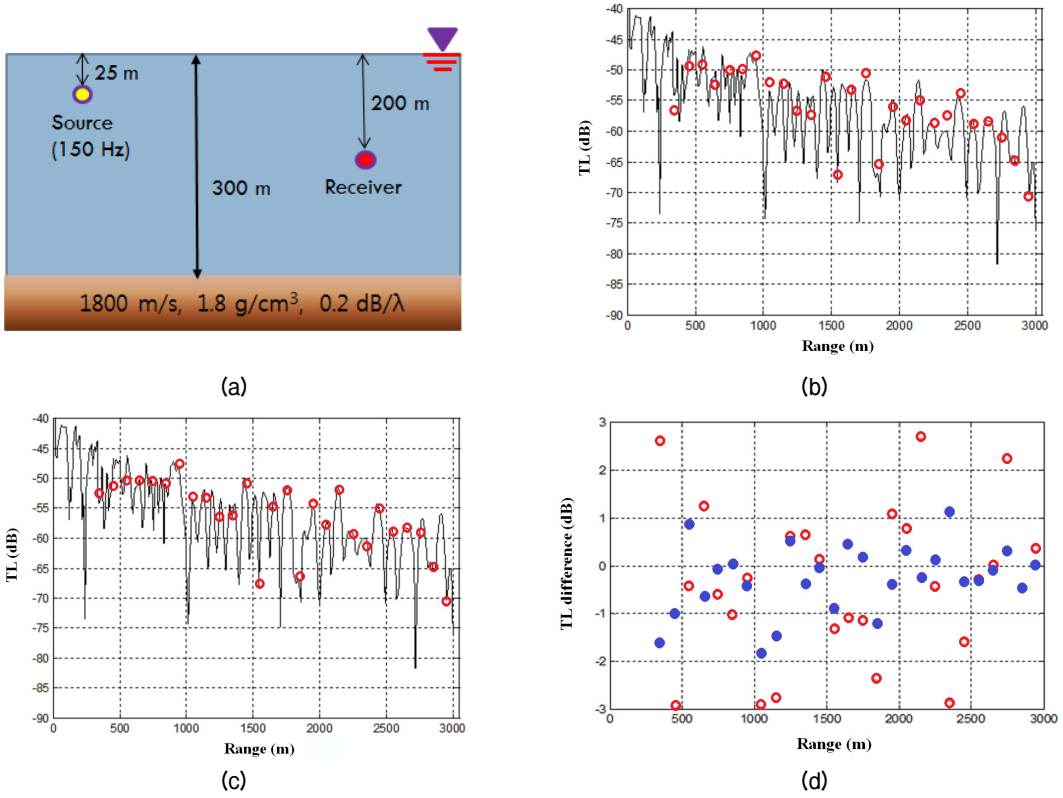

Fig. 2. Comparison of exact solution and two approximations in the Pekeris environment; (a) Description of numerical experiment; (b) comparison of exact solution and the approximate result when the first-order term is kept (solid line: exact solution, o: approximation result); (c) comparison of exact solution and the approximate result when the second-order term is kept (solid line: exact solution, o: approximation result); (d) difference between exact solution and approximate result as a function of the range (o: for approximation result when the first-order term is kept, ●: for approximation result when the second-order term is kept).

두 번째 예제는 Pekeris 해양환경에 대한 예제이다. 해양 환경은 Fig. 2(a)에 모사되어 있으며, 수중음속 및 송신기와 센서의 위치는 첫 번째 예제와 동일하다. Figs. 2(b)와 2(c)는 1차 및 2차 근사법의 결과를 보여준다. 근사해로 얻어진 거리에 따른 전달손실의 경향은 직접 수치해석으로 얻은 수치해와 유사하다.

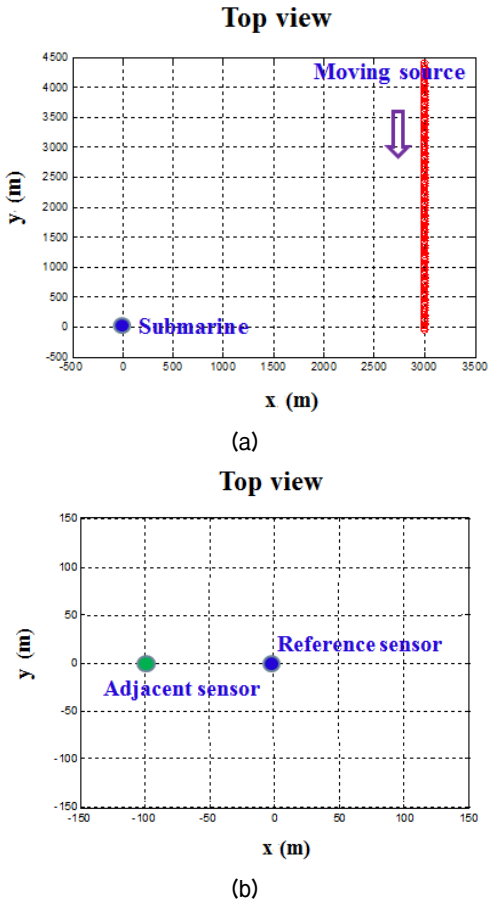

Fig. 3. Configuration of source and received sonar; (a) top view from the air plotted in the 3D rectangular coordinate. The sonar is fixed and the source is moving along downward y-axis; (b) top view enlarged for the configuration of received sensors.

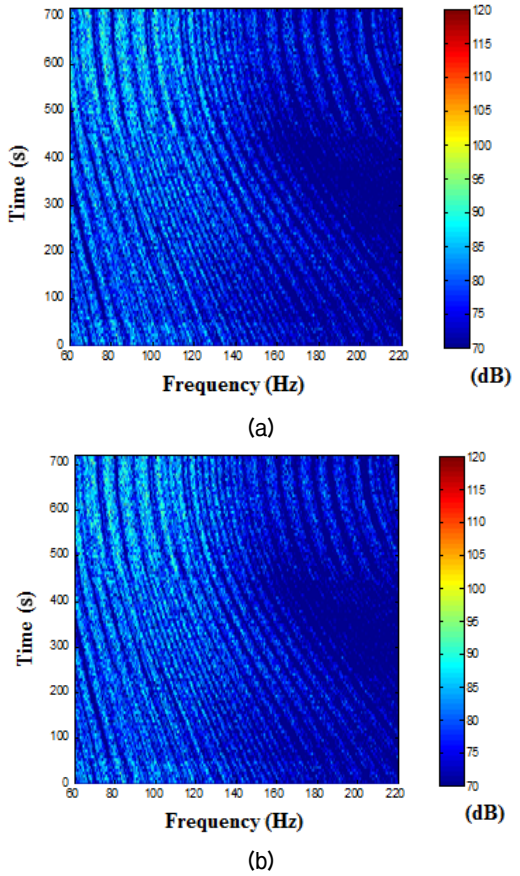

Fig. 4. Comparison of exact solution and approximate solution at a sensor position of (-100, 0, 20) when the second-order term is kept using spectrogram analysis; (a) exact solution; (b) approximate solution.

Fig. 2(d)는 전달 손실 오차를 보여준다. 1차 근사법 및 2차 근사법 모두 오차는 3 dB 이내에 분포해 있으나 2차 근사법의 오차가 보다 작은 것을 확인할 수 있다.

세 번째 예제는 시간 영역 신호에 대한 예제이다. 시간 영역 신호는 Eq.(1)에 소스 스펙트럼을 곱하고 역푸리에 변환을 이용해 계산할 수 있다.[6] 동해환경과 유사한 수중음속을 사용하였고 그 외의 해양환경은 두 번째 예제와 동일하다. 송신기는 수심 10 m에 위치하고 수신기는 수심 20 m에 위치해 있다고 가정한다. Fig. 3(a)는 실험환경을 공중에서 해수면 쪽으로 바라본 평면도이다. Fig. 3(a)처럼 광대역 소음[8]을 발생하는 송신기가 10 m의 수심을 유지하며 15노트의 속도로 직선기동을 하며 이동한다고 가정한다.

이때 함정은 정지해 있으며 함정의 기준 센서는 Fig. 3(a)의 좌표계를 기준으로(0, 0, 20)이고, 인접 센서는 Fig. 3(b)처럼(-100, 0, 20)에 위치해 있다고 가정한다. 2차 근사법을 이용하여 각각의 인접 센서에 수신되는 시계열 신호를 모의하고 정확한 수치 해와 비교를 수행했다. Fig. 4는 시계열 신호의 스펙트로그램에 대한 비교 결과를 보여준다. Fig. 4를 보면, 본 논문에서 제안한 2차 근사법을 이용한 방법은 각각의 센서에 대해 음파 전달을 모의하는 엄밀한 방법과 유사한 결과를 주는 것을 확인할 수 있다.

센서의 총 개수가 N개인 경우에도 위 방법을 적용할 수 있으며, 이때 전달모델을 돌리는데 필요한 계산시간은 약 1/N배로 줄어든다. 그렇기 때문에 본 근사법을 이용하면 수동 소나의 센서의 위치에 따라 수신되는 신호를 일일이 계산해 줄 필요 없이 정확도 높은 효율적인 신호모의가 가능할 것이라 판단된다.

IV. 결 론

본 논문에서는 함정의 수동소나에 수신되는 소나 신호를 모의함에 있어 음선의 도달 시간에 대한 테일러 급수를 이용하는 방법을 제안하고 정확한 해법과 비교하였다. 비교 결과 1차 항까지 고려한 테일러 근사 보다는 2차 항까지 고려한 테일러 근사가 해양 환경에 적합했으며, 오차 한계를 계산한 결과 함정 소나 시뮬레이터에 충분히 적용 가능함을 확인했다. 본 연구에서 제안한 방법을 이용하면 기존의 소나 시뮬레이터의 계산시간을 크게 단축할 수 있으며 시뮬레이터 운용의 효율성이 증가하리라 예상된다.

감사의 글

이 논문은 2013년도 세종대학교 교내 연구비 지원에 의한 논문임.

References

1. B. Kim, *Noise simulation and interference pattern analysis for submarine passive sonar,* (in Korean, M.S. thesis, Seoul National University, 2013).
2. H. Medwin, and C. S. Clay, *Fundamentals of Acoustical Oceanography* (Academic Press, San Diego, 1997), pp. 29-30 and 246-249.
3. R. J. Urick, *Principles of Underwater Sound* (McGraw-Hill, New York, 1983), pp. 31-70.
4. A. D. Waite, *Sonar for Practising Engineers* (John Wiley & Sons, London, 2002), pp. 13-41.
5. P. C. Etter, *Underwater Acoustic Modeling and Simulation* (CRC press, London, 2003), pp. 264-295 .
6. K. Lee, Y. Chu, S. Kim, and W. Seong, "A broadband ray propagation model using gaussian interpolation"(in Korean), J. Acoust. Soc. Kr. Suppl. 1(s) **29,** 110-112, 2010.
7. F. B. Jenson, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics* (AIP press, New York, 1994), pp. 155-232.
8. D. Ross, *Mechanics of Underwater Noise* (Peninsula Publishing, Los Altos, 2007), pp. 220-222.

저자 약력

▸ 홍 우 영(Wooyoung Hong)

1982년: 해군사관학교 전자공학과 학사
1985년: 연세대학교 전자공학과 석사
1991년: 미국 University of Minnesota 전기공학과 박사
1985년 ~ 2013년: 해군사관학교 교수
1997년 ~ 2000년: 미국 해군사관학교 교환교수
2013년 ~ 현재: 세종대학교 국방시스템공학과 교수

▸ 정 영 철(Youngcheol Jung)

2007년: 해군사관학교 정보통신공학과 학사
2014년: 서울대학교 조선해양공학과 석사
2014년 ~ 현재 : 해군 작전사 근무

▸ 임 준 석(Jun-Seok Lim)

1986년: 서울대학교 전자공학과 학사
1988년: 서울대학교 전자공학과 석사
1996년: 서울대학교 전자공학과 박사
1988년 ~ 1993년 : 국방과학연구소
1996년 ~ 1997년 : LG종합기술원
1998년 ~ 현재: 세종대학교 전자공학과 교수

▸ 성 우 제(Woojae Seong)

1982년: 서울대학교 조선공학과 학사
1990년: M.I.T. 해양공학과 박사
1991년: M.I.T. Post-doctoral Associate
1992년 ~ 1996년: 인하대학교 선박해양공학과 조교수
1996년 ~ 현재: 서울대학교 조선해양공학과 교수