

추계학적 하천망 모형을 이용한 미계측 유역에서의 수문곡선 예측의 가능성

Implication of Stochastic Network Models on the Prediction of Ungaged Basins



서용원 ●●●

영남대학교 건설시스템공학과 교수
yseo@ynu.ac.kr

1 개요

미계측 유역에서의 수문 예측(PUB, Prediction in Ungaged Basins)은 유역의 다차원 시공간에서 일어나고 있는 수문학적 기능에 대한 깊은 이해와 성찰을 필요로 한다. 따라서 미계측 유역에서의 예측 불확실성은 수문학자로 하여금 빠르고 신속한 수정이 아닌 새롭고 혁신적인 접근 방법을 추구할 것을 요청한다. 또한 즉각적인 문제 해결의 필요성을 넘어서 자연현상에 대한 지식과 이해를 추구하는 데에 미계측 유역의 수문 예측의 진정한 의미가 있다. 미계측 유역의 수문 예측은 과거 주로 동질성(similarity)에 기반을 둔 지역화(regionalization)에 중점을 두고 연구가 이루어져 왔다. 본 연구에서는 하천망에 대한 우리의 이해와 지식에 기반을 바탕으로 미계측 유역에 대한 수문곡선의 예측을 시도하였으며 충주댐 유역에의 적용을 통해 추계학적 네트워크 모형을 이용한 미계측 유역의 수문곡선 예측에 대한 가능성을 보여주고자 한다.

하천망의 특성 및 그 특성을 이용한 하천망의 재생성은 오랜 기간 연구자들의 연구대상이었다. Leopold와 Langbein(1962)는 어떠한 환경 제약조건을 무시하고 모든 방향에 동일한 확률을 가진 랜덤워크 모형을 제안한 바 있다. 그에 반해 Scheidegger(1967a, b)는 같은 랜덤워크 모형이면서도 하류 방향의 흐름 방향만을 허용하는 모형을 제시한 바 있다. Scheidegger의 모형은 매우 단순하지만 자연 하천망이 보여주는 멱함수 특성을 보여주었으며(Takayasu, 1990), 하천망 형성의 가장 기본적인 특징을 보여주었다(Nakatani, 1993). Karlinger와 Troutman(1989)는 Leopold와 Langbein과 비슷한 랜덤워크 모형을 제안하였는데 자연 하천망에 비해 만곡도(sinuosity)가 더 한 랜덤워크 모형의 결과를 바탕으로 1992년 깁스모형(The Gibbsian model)을 제시하였다(Troutman and Karlinger, 1992). 깁스모형은 랜덤워크 모형과는 달리 매개변수(β)의 값을 통해 망 전체의 만곡도를 제어한다. 깁스모형은 깁스측도(Gibbs' measure) 기반하고 있는데, 깁스측도는 최대 엔트로피(entropy)와 마코프 랜덤필드의 성질을 가진다(Kindermann and Snell, 1980).

깁스모형은 자연하천에 적용되어 왔는데 Troutman과 Karlinger (1992)는 미국 몬테나 지역 자연 하천망의 매개변수가 1에 가까운 것을 발견하였다. 이에 반해 Seo와 Schmidt (2012)는 깁

스모형을 시카고의 인공배수망에 적용한 결과 도시 인공 배수망의 β 값이 Troutman과 Karlinger의 결과보다 더 넓은 범위를 가지고 있는 것을 발견하였다. 인공적인 배수시설은 자연하천에 비해 작은 조도계수와 일정한 구배로 배수에 있어 자연하천보다 더 효율적인 것으로 생각되어져 왔으나, Seo와 Schmidt (2012)의 결과는 배수망의 특성을 고려할 경우 인공 배수망이 자연 하천망보다 효율적이지 못할 수도 있음을 보여주었다. 다시 말해 자연 하천망의 경우 지질학적 시간 척도를 통해 가장 효율적으로 유수를 배제할 수 있도록 스스로 변화하였음에 비해 인공적인 배수망의 경우 그러한 변화의 가능성이 사전에 차단된 상태로 초기 네트워크 구성이 비효율적으로 설정되어 건설될 경우 자연 하천망에 비해 비효율적인 상태로 운용될 수 있다는 것을 말해주고 있다.

하천망 연결구조(topology)와 유역의 반응사이의 상관관계를 연구한 첫 번째 사례로서 GIUH(Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph)(Rodriquez-Iturbe and Valdes, 1979; Gupta et al., 1980)를 들 수 있다. GIUH는 순간단위강우가 유역에 주입되었을 때 유역 출구에서 도달시간의 분포가 하천 연결구조와 같은 유역의 지형학적 특성과 조도계수와 같은 흐름의 수리학적 특성을 반영함을 보여준다(Franchini와 O'Connell, 1996). GIUH 방법은 하천의 차수와 지형학적 분산을 고려하는데, 이는 상류 하천의 개수로 각 하천들의 차수를 매겨 이들을 분류하는 것이다(Strahler, 1957). 이와 대조적으로 하천망으로부터 직접 얻을 수 있는 폭함수(width function)를 이용, 하천망의 위상학적 특성을 거리의 간략한 함수형태로 나타내어(Moussa, 2008a, b) 이를 유출 계산에 이용하는 방법도 있다.

유역의 수문반응은 폭함수와 밀접하게 관련이 있으나(Gupta와 Waymire, 1983), 이러한 반응에 대한 정보는 각 지류들을 그룹으로 묶을 경

우, 즉 GIUH와 같은 방법을 이용할 경우 상실할 수 있다(Troutman과 Karlinger, 1985). 폭함수를 단위유량도 개념에 적용한 폭함수단위도법(Instantaneous Unit Hydrograph based on the Width Function)의 경우, 하천망 연결구조의 특성을 차수로 나타내기보다 폭함수의 형태로 그대로 이용함으로써 GIUH보다 상당히 간략해진다(Di Lazzaro, 2009). Mesa와 Mifflin(1986)과 Naden(1992)는 폭함수와 홍수파의 이송확산방정식을 결합하여 유역반응에 대한 수리적인 분산을 홍수파 전파속도와 종방향 확산계수로 나타내었다. 이때 해의 매개변수들은 별도의 추정절차 없이 하천경사, 단면형상 등으로부터 물리적으로 결정된다(Franchini와 O'Connell, 1996). 집중형 수문모형(Lumped hydrologic model)과 비교하여 폭함수단위도법은 준분포형 모형(Semi-distributed model)이라고 할 수 있다. 준분포형 모형의 특성상 레이더 강우와 같은 강우의 시공간적 분포를 고려할 수 있으며 침투량 등의 계산 또한 격자단위로 수행이 가능하다. 집중형 수문모형의 계수들이 모형을 구성할 때마다 계수추정의 과정이 필요한 것과 비교하여 폭함수단위도법의 계수들은 물리적으로 결정된다는 장점이 있다. 또한 그 필요자료의 측면에서 완전분포형 모형(Fully-distributed model)에 비하여 적용성이 뛰어난 강점이 있다.

2 깁스모형(The Gibbsian Model)

그래프 이론(graph theory)에서 그래프가 비순환(acyclic)이란 말은 어떠한 순환(cycle) 혹은 루프(loop)도 포함하지 않고 있다는 것을 의미한다. 또한 수지상(tree)이란 말은 연결된 비순환 그래프이며 그 안에서 어떠한 두 개의 점도 하나의 단순 경로(path)에 의해 연결되는 것을 말한다. 확장 수지상(a spanning tree)는 비순환 수지상에서 모

든 점들이 네트워크에 연결되어 있는 상태를 말한다. 만약 두 확장 수지상이 임의의 한점에서 새로운 방향을 정의하여 다른 확장 수지상을 얻을 수 있다면 두 확장 수지상은 이웃한다(adjacent)라고 한다.

본 연구에서는 Troutman과 Karlinger(1992)가 제안한 깃스모형을 이용하여 하천 네트워크를 구분하고자 한다. 깃스모형은 모형의 매개변수(β)가 1개로 매개변수의 값에 따라 네트워크 전체의 만곡도를 제어한다. 깃스모형에서 수지상 네트워크를 생성하기 위해 확장 수지상 S에 대해 마코프 체인을 정의한다. 수지상 s를 S에 속하는 수지상이라고 할 경우 s_1 과 s_2 가 서로 이웃한다고 한다면 s_1 에서 s_2 로의 전이확률(transition probability)은 다음과 같이 정의된다(Troutman and Karlinger, 1992),

$$R_{s_1 s_2} = \begin{cases} r^{-1} \min \left\{ 1, e^{-\beta [H(s_2) - H(s_1)]} \right\} & s_2 \in N(s_1) \\ 1 - \sum_{s \in N(s_1)} R_{s_1 s} & s_2 = s_1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

여기서 $N(s_1)$ 은 s_1 에 이웃하는 수지상의 집합이며, s_2 의 생성에 있어 만곡도를 결정하는 매개변수는 β 로 나타내어진다. 예를 들어 β 의 값이 0이라면, 생성되는 네트워크의 만곡도는 전이함수와 아무관련이 없어지게 되며(식1), 가능한 모든 방향에 대한 확률이 같아지게 된다. 이 경우는 따라서 유니폼 모형과 동일하다. 임의의 한 점에서 가능한 방향의 최대수는 r 로 나타내며 다음과 같이 정의된다(Troutman and Karlinger, 1992).

$$r = \max_{s \in S} |N(s)| \quad (2)$$

$H(s)$ 는 확장 수지상 s 의 만곡도에 대한 척도이며 다음과 같이 정의된다(Troutman and Karlinger, 1992).

$$H(s) = \sum_{v \in V(B)} d_s(v) - \sum_{v \in V(B)} d_B(v) \quad (3)$$

여기서 s 는 확장 수지상, v 는 유한하며 서로 연결된 그래피인 B의 한 점, 그리고 $V(B)$ 는 B위의 모든 점들의 집합이다. d_s 는 v 로부터 s 를 따라 출구까지의 거리, 그리고 d_B 는 d 로부터 출구까지의 최단거리이다.

그림 1은 매개변수의 값에 따라 깃스모형이 어떠한 형태의 네트워크를 생성하는 지를 보여준다. 즉 β 가 작아질수록 네트워크의 전체 만곡도는 증가하며 반대로 그 값이 커질수록 네트워크의 전체 만곡도는 감소한다. 만약 깃스모형의 β 가 0에 수렴하면 그림 1(a)에서 보이는 바와 같이 깃스모형은 이론적으로 유니폼 모형(Karlinger and Troutman, 1989)에 수렴하게 되며, β 가 무한대에 가까워지면 깃스모형은 그림 1(f)가 보여주는 바와 같이 Scheidegger 네트워크(Scheidegger, 1967a, b)에 수렴하게 된다.

3 폭함수단위도법(WFIUH)

유속이 일정하다고 가정했을 때, 거리를 시간으로 변환함으로써 WF는 이산화된 단위도로 쉽게 변환할 수 있다. 그러나 여기서 하천의 저수용량과 도달시간의 변동성은 무시된다. 실제 하천망은 길이 Δx 의 각개 독립적인 단위하천들의 연결로 볼 수 있으며, 각각은 측면 유입이 있을 것이고, 거리 x 에 위치한 유역 출구로 연결된다. Van de Nes(1973)은 질량-운동량 보존 방정식을 기반으로 하여 아래의 홍수파의 이송확산 방정식을 제안하였다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - c \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (4)$$

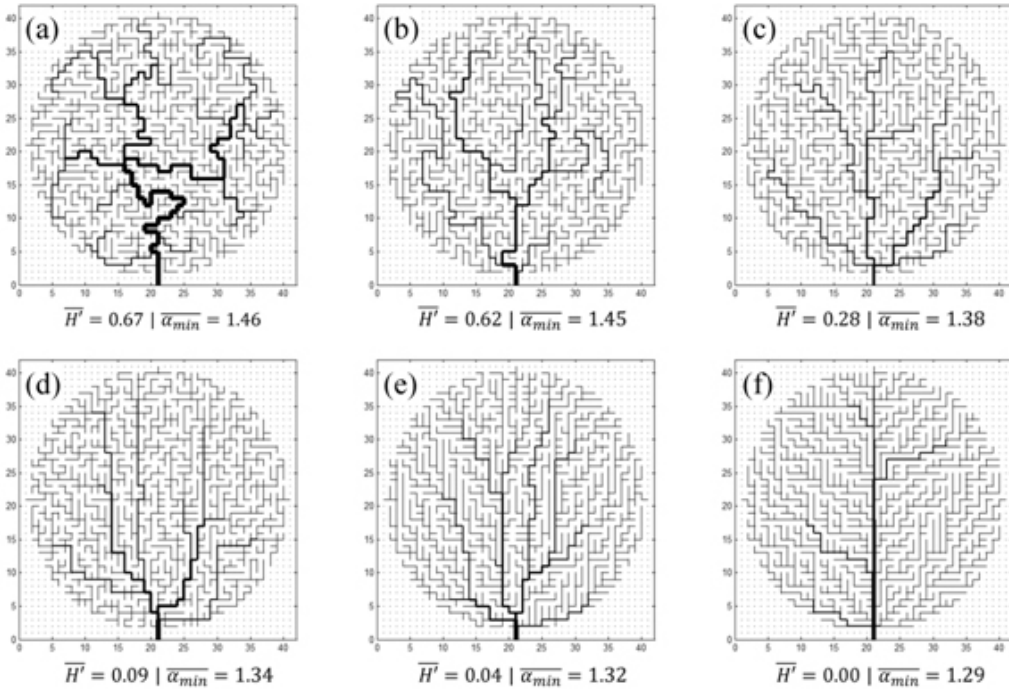


그림 1 추계학적 네트워크 모형을 이용한 네트워크 생성 (a) 유니폼 모형 (b) 깁스모형($\beta 10^{-3}$) (c) 깁스모형($\beta 10^{-2}$) (d) 깁스모형($\beta 10^{-1}$) (e) 깁스모형($\beta 10^{-2}$) (f) Scheidegger 모형; 여기서 H' 은 평균상대 만곡도를 나타내며 α_{min} 은 Lipschitz-Hölder 지수(Feder, 1988)로서 생성된 네트워크의 프랙탈 차원과 동일하다(Seo and Schmidt, 2013).

여기서 경계조건은 $Q(0,t)=\delta(t)$, $Q(x,0)=0$ 그리고 $Q(\infty,t)=0$ 이며, Q 는 유출량(m^3/s), D 는 확산 계수(m^2/s), c 는 운동파 전파속도(m/s), t 는 시간(s), 그리고 x 는 하도상단으로부터의 거리(m)이다. Franchini와 O'Connell(1996)은 WFIUH의 적용을 위해 자연하천에 대하여 광폭 직사각형 하천단면을 가정, 확산계수 D 와 운동파 전파속도 c 를 아래와 같이 제시하였다.

$$c = kv, k \approx 1.5 \quad (5)$$

$$D \approx \frac{Q}{2BS_0} = \frac{By_0v}{2BS_0} = \frac{vy_0}{2S_0} = \frac{cy_0}{3S_0} \quad (6)$$

여기서 v 는 유속(m/s), Q 는 유량(m^3/s), S_0 는 하천경사($mm-1$), y_0 는 하천단면의 깊이(m), B 는 하천단면의 너비(m)이다.

계수로 적용되는 D 와 c 를 상수로 두고, 식 (1)과 상류 임펄스 경계조건으로부터 아래와 같은 해를 얻을 수 있다(Van de Nes, 1973; Naden, 1992; Franchini와 O'Connell, 1996; Da Ros와 Borga, 1997).

$$u(x,t) = \frac{x}{\sqrt{4\pi Dt^3}} \exp\left[-\frac{(\Delta x - ct)^2}{4Dt}\right] \quad (7)$$

여기서 $u(x,t)$ 는 홍수파에 대한 이송확산 방정

식의 단위 임펄스 반응(unit impulse response)이다. 따라서 폭합수를 기반으로 하는 유역의 단위도(WFIUH)를 다음과 같이 나타낼 수 있다(Da Ros and Borga, 1997).

$$h(t) = \int_0^{\infty} W(x)u(x,t)dx \quad (8)$$

여기서 $W(x)$ 는 정규화한 폭합수이다. 이 정규화한 폭합수의 값은 유역반응의 입력치로서 강우가 유역출구로부터 x 와 $x+dx$ 사이의 구간에 떨어질 확률과 같다고 할 수 있다. 식 8을 이산화한 형태로 표현하면 다음 식과 같다.

$$h(t) = \sum_{i=1}^n \frac{i\Delta x}{\sqrt{4\pi Dt^3}} W(i\Delta t) \exp\left[-\frac{(i\Delta x - ct)^2}{4Dt}\right] \quad (9)$$

여기서 W 는 폭합수로서 다음과 같이 정의된다.

$$W(x) = N[d(x)] \quad (10)$$

여기서 폭합수 W 는 주어진 거리 x 에 대해 그와 일치하는 격자의 수와 같다. 유역에 균등한 강우가 아닌 시간별 강우의 공간 분포를 고려할 경우 식 6은 단위도(IUH)가 아닌 각 시간단위별 반응함수(response function)으로 정의된다.

$$r(\tau,t) = \sum_{i=1}^n \frac{i\Delta x}{\sqrt{4\pi D\tau^3}} W_R(i\Delta x,t) \exp\left[-\frac{(i\Delta x - c\tau)^2}{4D\tau}\right] \Delta x \quad (11)$$

여기서 W_R 는 단위유효강우가 아닌 임의의 공간 분포를 가진 강우와 결합하여 정의되는 폭합수로서 각 시간 t 마다 다음과 같이 정의된다.

$$W_R(x,t) = \sum_{i,j} R_{i,j}(x,t) \quad (12)$$

여기서 $R_{ij}(x,t)$ 는 dt 의 시간간격동안 격자 (i, j)

에 떨어진 강우량이다. 식 12는 결과적으로 배수망을 따라 유역출구로부터의 거리에 따라 정의된 유역 낙하 강우량의 합을 의미한다. 유역출구에서의 수문곡선은 시간별로 산정된 반응함수(식 12)의 누적합과 같다.

4 충주댐 유역에의 적용

4.1 네트워크의 생성

유역경계와 출구정보를 이용 김스모형을 이용한 충주댐 유역의 네트워크 생성결과는 그림 2와 같다. 그림에서 나타낸 하천 폭은 주어진 점에서 최대 폭합수 값에 비례한다. 최대 폭합수 값은 유역에 공간적으로 동일한 강우가 지속적으로 경우 그 지점에서의 유량과 일치한다. Seo et al. (2014)은 김스모형에서 β 값이 증가할수록 상대적으로 큰 유량의 분포가 줄어드는 것을 보인바 있다. 또한 그들은 이러한 전체 유량의 공간적 분포가 일반적인 멀티 프랙탈임을 증명한 바 있다. 그림 2는 β 값이 증가할수록 네트워크의 전체 만곡도는 그에 따라 줄어드는 것을 알 수 있다. 또한 앞서 언급한 바와 같이 β 가 줄어들수록 유역 출구 유량과 비교하여 상대적으로 큰 유량의 분포가 늘어나는 것을 알 수 있으며, 반대로 β 가 늘어날수록 큰 유량이 유역의 출구지점에 국한되어 나타나게 됨을 알 수 있다.

4.2 WFIUH의 적용

WFIUH의 적용유역으로 충주댐 상류 유역을 대상유역으로 하였다. 앞서 언급한 바와 같이 준분포모형인 WFIUH의 모든 계산은 격자단위로 이루어진다. 흐름의 방향은 동서남북의 네 방향으로 설정하였다. 수문곡선 산정을 위해 충주댐 유역의 하천망을 28×25 의 격자망(격자크기 4 km)

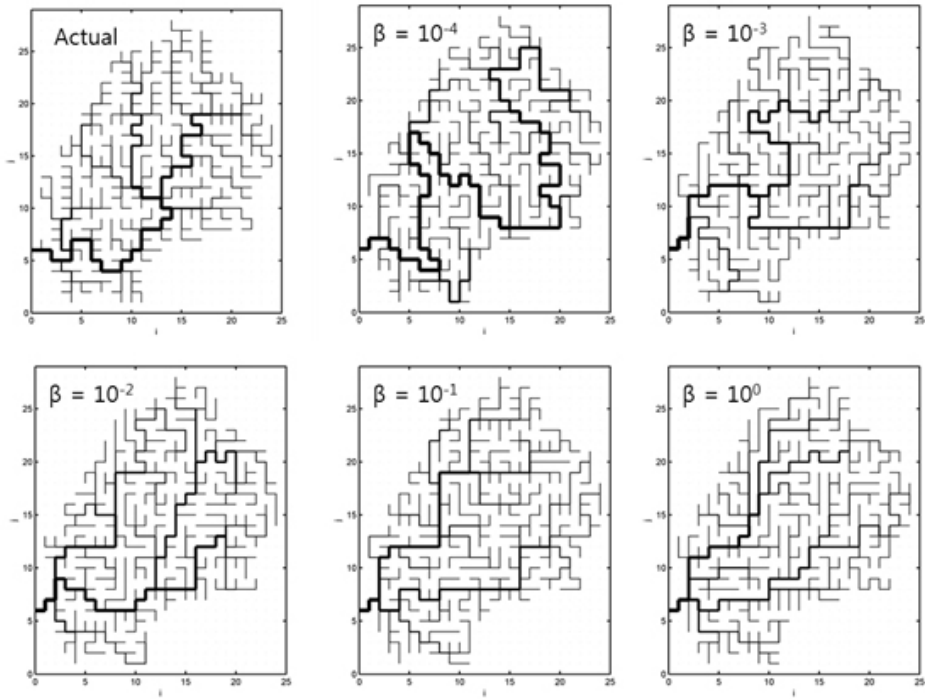


그림 2 추계학적 네트워크 모형을 이용한 충주댐 유역 네트워크 생성 격자크기는 4 km이고 유역경계와 출구조건을 이용하여 생성하였다. 하도의 폭은 그 점에서 최대 폭함수의 값과 같다.

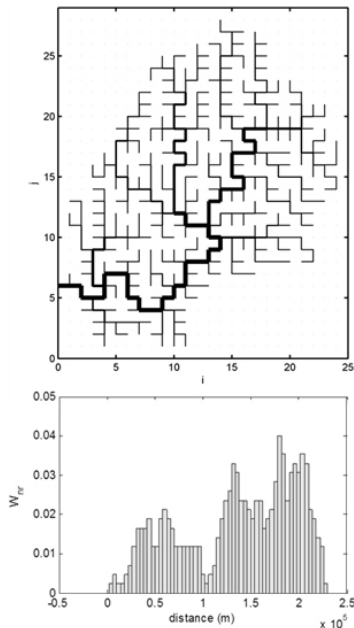


그림 3 충주댐 유역의 격자에 재구성된 하천망 및 그로부터 얻은 폭함수

에 재구성하였다. 그림 3에서는 충주댐 유역의 하천망을 격자에 재구성한후 그로부터 추출된 폭함수를 나타낸 것이다. 여기서 폭함수의 값은 주어진 거리에 해당하는 격자수와 같다. 이번 연구에서의 폭함수는 기존 폭함수에 대한 정의와 다소 차이가 있을 수 있다(Lashermes와 Foufoula-Georgiou, 2007). 그러나 기본적으로 폭함수는 거리-면적 함수를 나타내므로(Lee와 Delleur, 1976; Moussa, 2008b) 본 연구에서 사용한 폭함수는 개념적으로 타당하다고 할 수 있다. 유출곡선을 도달시간의 확률함수라고 할 경우, 출구지점으로부터의 거리를 나타내는 폭함수는 유출곡선에 대한 직접적인 해석이라 할 수 있다. 즉, 동일한 유속을 가정하였을 때 폭함수는 바로 수문곡선으로 치환될 수 있다. 유효우량은 SCS 유출곡선 지수법을 이용하여 유출곡선 지수를 이용하여 격자단위로 할 수 있으나 본 연구에서는 유효우량의

공간적 분포로 인한 유출 영향을 논의에서 제외하였으므로 전체 격자에 동일한 값을 적용하였다. 단위시간별로 산정된 공간분포를 가진 유효우량을 이용하여 새로이 유효우량의 가중치를 포함한 폭 함수(식 12) 및 반응함수(식 11)를 산정하였다.

광폭직사각형 단면을 가정할 경우 하도경사가 매개변수 산정에 가장 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 충주댐 유역 하도의 평균경사를 이용하였으며 이에 따른 유속 및 홍수파 전파속도 그리고

확산계수를 수심에 대한 함수로 나타낸 결과는 초기수심을 1.0 m 내외로 가정할 경우, 홍수파의 전파속도 c 는 1.25 m/s, 확산계수 D 는 $4.5 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}$ 로 나타났다. 이는 Franchini와 O'Connell(1996)이 제시한 자연하천의 홍수파 전파속도(10^0) 및 확산계수(10^3)의 범위와 일치하는 결과이다. 본 연구에서 사용한 격자크기는 4 km로, 격자크기에 대한 모형의 민감도 분석은 본 연구의 대상에서 제외하였다.

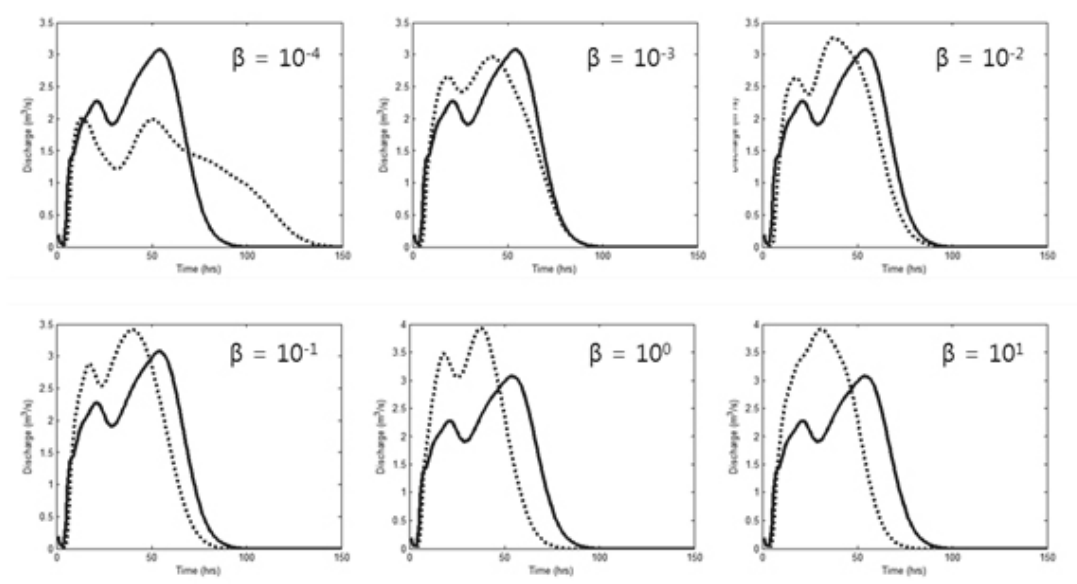


그림 4 깃스모형을 이용한 충주댐 유역의 유출량 산정: 점선은 깃스모형을 이용한 가상 하천망을 이용하여 산정하였으며, 실선은 실제 하천망을 이용한 것이다.

그림 4는 깃스모형을 이용한 충주댐 유역의 유출량을 산정한 것이다. 대상강우는 유역에 균등하게 내리는 강우가 아닌 이동강우로서 하나의 띠(band) 형태로서 폭 4 km로 시속 4 km/hr의 속도로 북에서 남으로 유역을 가로지르는 이동강우이다. 그림에서 나타난 바와 같이 β 의 값이 증가할수록 실제 하천망으로부터 구한 유량과 비교하여 첨두유량의 값이 더 커지고, 또한 수문곡선의 형

태도 폭이 좁아지는 것을 알 수 있다. 우리는 위와 같은 결과로부터 여기서 세가지 사실을 발견할 수 있었다. 첫번째로는 Trouman과 Karlinger(1992)가 미국 몬태나 지역에서 50개 하천으로부터 구한 β 의 평균이 1로 비교적 효율적인 하천망을 구성하고 있는 것으로 나타난 바와 달리 지역에 따라 β 의 특성이 다르게 나타날 수 있다는 것이다. 충주댐 유역의 실제 하천망으로부터 산정

한 유량이 β 가 10^{-3} 과 같은 깃스모형으로부터 산정한 유량과 같다는 것으로부터 이와 같은 결론을 도출할 수 있다. 다른 한가지는 지역에 따른 β 를 임의 지역의 특성치(regional characteristics)로 정의할 수 있다면 미계측 유역에서의 하천망을 깃스모형을 이용 재생성하고 그로부터 유출량을 재현할 수 있는 가능성을 볼 수 있었다. 마지막으로 본 연구에서 이동강우를 적용한 바와 같이 미계측 유역에서 이동강우로 인한 유출의 영향도 예측가능할 수 있다는 가능성을 열볼 수 있었다.

5 결론

미계측 유역에서의 수문 예측(PUB, Prediction in Ungaged Basins)은 수문학자로 하여금 빠르

고 신속한 수정 혹은 즉각적인 문제 해결의 필요성을 넘어서 자연현상에 대한 지식과 이해를 추구하는 데에 그 의미가 있다. 미계측 유역의 수문 예측은 과거 주로 동질성(similarity)에 기반을 둔 지역화(regionalization)에 중점을 두고 연구가 이루어져 왔다. 본 연구에서는 하천망에 대한 우리의 이해와 지식에 기반을 바탕으로 미계측 유역에 대한 수문곡선의 예측을 시도하였으며 충주댐 유역에의 적용을 통해 추계학적 네트워크 모형을 이용한 미계측 유역의 수문곡선 예측에 대한 가능성을 보여주었다. 특히 지역에 따른 네트워크 특성을 나타낼 수 있다면 이를 이용하여 단순히 미계측 유역의 수문곡선 예측 뿐 아니라 이동강우로 인한 유출의 영향도 평가할 수 있다는 가능성을 보여주고 있다.



참고문헌

- Da Ros D, Borga M (1997) Use of digital elevation model data for the derivation of the geomorphological instantaneous unit hydrograph. *Hydrol Process* 11 (1):13-33
- Di Lazzaro M (2009) Regional analysis of storm hydrographs in the Rescaled Width Function framework. *J Hydrol* 373 (3-4):352-365
- Feder J (1988) *Fractals. Physics of solids and liquids*. Plenum Press, New York
- Franchini M, OConnell PE (1996) An analysis of the dynamic component of the geomorphologic instantaneous unit hydrograph. *J Hydrol* 175 (1-4):407-428
- Gupta VK, Waymire E (1983) On the formulation of an analytical approach to hydrologic response and similarity at the basin scale. *J Hydrol* 65 (1-3):95-123
- Gupta VK, Waymire E, Wang CT (1980) A representation of an instantaneous unit-hydrograph from geomorphology. *Water Resour Res* 16 (5):855-862
- Karlinger MR, Troutman BM (1989) A random spatial network model based on elementary postulates. *Water Resour Res* 25 (5):793-798
- Kindermann R, Snell JL (1980) *Markov random fields and their applications*. Contemporary mathematics v. 1, American Mathematical Society, Providence, R.I.
- Lashermes B, Foufoula-Georgiou E (2007) Area and width functions of river networks: New results on multifractal properties. *Water Resour Res* 43 (9). doi:Artn W09405
- Doi 10.1029/2006wr005329

- Lee MT, Delleur JW (1976) A variable source area model of the rainfall–runoff process based on the Watershed Stream Network. *Water Resour Res* 12 (5):1029–1036. doi:10.1029/WR012i005p01029
- Leopold LB, Langbein WB (1962) The concept of entropy in landscape evolution. *Theoretical papers in the hydrologic and geomorphic sciences*. U.S. Govt. Print. Off., Washington,
- Mesa OJ, Mifflin ER (eds) (1986) On the relative role of hillslope and network geometry in hydrologic response. In: V. Gupta, I. Rodriguez–Iturbe and E. Wood (Editors), *Scale Problems in Hydrology*. D. Reidel, Dordrecht
- Moussa R (2008a) Effect of channel network topology, basin segmentation and rainfall spatial distribution on the geomorphologic instantaneous unit hydrograph transfer function. *Hydrol Process* 22 (3):395–419
- Moussa R (2008b) What controls the width function shape, and can it be used for channel network comparison and regionalization? *Water Resour Res* 44 (8):1–19
- Naden PS (1992) Spatial variability in flood estimation for large catchments – the exploitation of channel network structure. *Hydrolog Sci J* 37 (1):53–71
- Rodriguez–Iturbe I, Valdes JB (1979) Geomorphologic structure of hydrologic response. *Water Resour Res* 15 (6):1409–1420
- Scheidegger AE (1967a) A stochastic model for drainage patterns into an intramontane trench. *International Association of Scientific Hydrology Bulletin* 12 (1):15 – 20
- Scheidegger AE (1967b) On topology of river nets. *Water Resour Res* 3 (1):103–106
- Seo Y, Schmidt AR (2012) The effect of rainstorm movement on urban drainage network runoff hydrographs. *Hydrol Process* 26 (25):3830–3841. doi:Doi 10.1002/Hyp.8412
- Seo Y, Schmidt AR (2013) Network configuration and hydrograph sensitivity to storm kinematics. *Water Resour Res* 49 (4):1812–1827. doi:Doi 10.1002/Wrcr.20115
- Seo Y, Schmidt AR, Kang B (2014) Multifractal properties of the peak flow distribution on stochastic drainage networks. *Stoch Env Res Risk A* 28 (5):1157–1165. doi:Doi 10.1007/s00477–013–0811–1
- Strahler AN (1957) Quantitative analysis of watershed geomorphology. *EOS, Transactions AGU* 38:913–920
- Takayasu H (1990) *Fractals in the physical sciences*. Nonlinear science, Manchester University Press ; Distributed exclusively in the USA and Canada by St. Martin’s Press, Manchester ; New York, NY
- Troutman BM, Karlinger MR (1985) Unit–hydrograph approximations assuming linear flow through topologically random channel networks. *Water Resour Res* 21 (5):743–754
- Troutman BM, Karlinger MR (1992) Gibbs distribution on drainage networks. *Water Resour Res* 28 (2):563–577
- Van de Nes TJ (1973) *Linear analysis of a physically based model of a distributed surface runoff system*. Agricultural Research Report, The Netherlands, Wageningen