<응용논문> DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2014.38.7.625 ISSN 1226-4881(Print)
2288-5234(Online)

천연가스의 임계유동함수 불확도 평가

하 영 철*†
* 한국가스공사 연구개발원

Estimation of Uncertainty in Critical Flow Function for Natural Gas

Young-Cheol Ha*†
* Gas Quality and Flow Measurement Lab, R&D Division, Korea Gas Corporation,

(Received December 5, 2013 ; Revised May 7, 2014 ; Accepted May 8, 2014)

Key Words: Critical Flow Function(임계유동함수), Uncertainty(불확도), Natural Gas(천연가스), Helmholtz Free Energy(헬름홀츠 자유에너지), Sonic Nozzle(소닉노즐), Uncertainty Contribution(불확도 기여도), Critical Mass Flux(임계 질량 플럭스)

초록: 본 연구에서는 천연가스 유량 측정에 사용되는 임계유동함수(CFF)를 AGA8-dc 상태방정식으로 계산할 때 CFF 계산값의 불확도를 평가하였다. CFF 계산에 사용되는 엔탈피, 엔트로피, 음속 식은 불확도 분석이 가능하도록 무차원 헬름홀츠 자유에너지(Helmholtz free energy, HFE)와 이의 편도함수로 표현하였고, HFE의 불확도를 추정하였다. 압축인자의 불확도에 의해 유발되는 종속 변수의 불확도를 반영하기 위해 AGA8-dc 압축인자 식을 해당 불확도만큼 편차가 생기는 형태로 변형하였고, 각 불확도 요인별로 불확도 기여도 평가 모델을 만들었으며, 이를 CFF 계산 프로그램에 적용하였다. 그 결과 CFF의 불확도는 압력 10, 50, 100 bar 에서 각각 0.025, 0.055, 0.112 % 정도로 평가 되었고 압력에 비례하여 증가하는 것을 확인하였다. 또한 본 결과를 기존 CFF 국제비교시험결과(1999년)에 적용한 결과 각 기관별 CFF 값의 차이를 적절히 설명하는 것도 알 수 있었다.

Abstract: In this study, the uncertainties in the critical flow functions (CFFs) calculated by the AGA8-dc equation of state were estimated. To this end, the formulas for enthalpy, entropy, and speed of sound, which are used in calculating the CFF, were expressed in the form of dimensionless Helmholtz free energy and its derivatives, and the uncertainty in Helmholtz free energy was inferred. To consider the variations in the compressibility-dependent variables induced by the variation (i.e., uncertainty) in compressibility, the form of the AGA8-dc equation was modified to have a deviation equal to the uncertainty under each flow condition. For each independent uncertainty component of the CFF, a model for uncertainty contribution was developed. All these changes were applied to GASSOLVER, which is KOGAS's thermodynamic database. As a result, the uncertainties in the CFF were estimated to be 0.025, 0.055, and 0.112 % at 10, 50, and 100 bar, respectively, and are seen to increase with the increase in pressure. Furthermore, these results could explain the deviations in the CFFs across the different labs in which the CFF international comparison test was conducted under the ISO management in 1999.

- 기호설명 -

A : 몰 당 헬름홀츠 자유에너지(HFE) [kJ/kmol]
A_{nt} : 소닉노즐 목 지름 [m^2]
B : AGA8-dc의 두 번째 비리얼계수 [m^3/kmol]
B~ J : 헬름홀츠 에너지 식에서 이상가스의 정압비열 계수 [-]
C_* : 임계유동함수 [-]
C_n : AGA8-dc의 가스 조성 계수 [-]
C_d : 소닉노즐의 유출계수 [-]
CL : 확률에서 신뢰 수준 [%]
c_n : 상태방정식 AGA8-dc의 매개변수[-]
c_p : 몰 당 정압비열 [kJ/kmol-K]
c_v : 몰 당 정적비열 [kJ/kmol-K]
h : 몰 당 엔탈피 [kJ/kmol]

† Corresponding Author, fractals@kogas.or.kr
© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

K^3 : 임계 부피 또는 임계 밀도의 역수 [m³/kmol]
k : 측정학에서 포함인자를 나타냄, k=1이면 신뢰수준 68.3 %, k=2이면 95 %임
k_n : AGA8-dc의 매개변수[-]
M : 가스의 몰 질량[kg/kmol]
p : 절대 압력 [Pa]
q_m : 질량 유량 [kg/s]
R_u : 일반가스상수, 8.31451 [kJ/kmol-K]
s : 몰 당 엔트로피[kJ/kmol-K]
T : 절대 온도 [K]
u : 불확도 [%. 또는 해당 인자의 차원]
u_n : 상태방정식 AGA8-dc의 매개변수[-]
V : 유속 [m/s]
w : 음속 [m/s]
X : 가스 조성(성분 농도)의 벡터[-]
x : 가스 성분 농도[kmol/kmol]
Z : 압축인자[-]
Z' : AGA8-dc의 압축인자 모델을 ΔZ만큼 이동시킨 압축인자

그리스문자
α : 무차원 헬름홀츠 자유에너지 [-]
δ : 무차원 축소 밀도(=$K^3\rho$) [-]
ρ : 몰 밀도 [kmol/m³]
ρ_m : 질량 밀도[kg/m³]
τ : 축소 온도 1K/T [-]

위 첨자
o : 이상 가스
r : 헬름홀츠 자유에너지의 잔류 항

아래 첨자
o : 정체 조건(노즐 입구의 유동 조건)
nt : 소닉노즐 목의 유동 조건(임계 조건)
r : 기준 조건
i : 천연가스 i번째 성분
δ : 축소 밀도 δ로 미분
τ : 축소 온도 τ로 미분

1. 서 론

가스 유량 측정에서 표준유동률을 결정하는 1차 표준(primary standard)이 중량시스템(gravimetric system)인 경우 이 표준유동률을 전달하는 전달용 표준(transfer standard)은 소닉노즐(sonic nozzle, critical flow Venturi nozzle)이 유일하다. 우리나라는 중량시스템을 1차 표준으로 하기 때문에 대부분의 교정기관은 소닉노즐을 통해 표준유동률을 소급한다.

현재 우리나라의 가스 유량 1차 표준은 공기를 매체로 한 중량시스템이며 소닉노즐의 교정불확도(유출계수 불확도)는 0.16 % 이다. 공기-중량시스템(1차 표준)으로 교정한 소닉노즐을 공기-교정설비에 적용할 때는 1차 표준에서 결정한 노즐 불확도를 그대로 인용할 수 있지만, 천연가스 교정설비에 적용할 때는 공기와 천연가스 각각에 대한 임계유동함수(critical flow function, CFF) 불확도를 노즐 불확도에 추가해야만 한다.

공기의 CFF 불확도는 계산식에 따라 0.05 % ~0.1 %[1~3] (신뢰수준 95 % 또는 포함인자 k=2, 이하 별도의 언급이 없을 때는 k=2임)로 명확히 알려져 있지만, 천연가스의 CFF 불확도는 아직까지 명확하지 않다. 천연가스의 CFF 계산 방법의 표준화[3]가 진행되었던 90년대 말까지만 하더라도 AGA8-dc-92[4,5](천연가스의 압축인자 상태방정식, 불확도 0.1 %)를 이용한 천연가스의 CFF 계산 불확도는 AGA8-dc-92의 음속 예측 불확도(당시 0.1 %로 추정)와 거의 같다고 받아들여졌다. 이 때문에 NIST(미국표준연구소)[6]에서는 AGA8-dc-92(이하 AGA8-dc)의 음속 예측 불확도를 대규모 실험을 통해 규명한 바 있다.

하지만 2005년도에 발간된 ISO 9300[1]에서는 AGA8-dc를 이용한 CFF 계산 불확도를 기존보다 작은 0.05 %로 언급하고 있는 반면, NIST[2]에서는 0.14 %로 크게 추정하고 있어서 CFF 계산 불확도에 대한 혼란이 있다. 또한 2005년도에 발간된 ISO 20765-1[7]과 2007년도에 발간된 GERG TM15[8]에는 AGA8-dc로 유도한 엔탈피와 음속식(CFF 계산에 사용)의 불확도를 각각 0.5~1.5 %, 0.2 %로 언급하고 있어서 ISO 9300의 CFF 불확도 대한 의구심을 한 층 증폭시키고 있다. 이 때문에 각 국가의 유량표준기관이 대거 참여하는 국제유량측정학회(FLOMEKO) 2013년 회의에서도 천연가스의 CFF 불확도에 대한 논란이 불거진바 있다.

천연가스의 CFF 불확도가 명확하지 않은 이유

는 다른 열역학적 상태량과 달리 실측이 매우 어려운 데 있다. 이로 인해 천연가스의 CFF 불확도는 CFF 계산에 사용되는 상태량들 간의 복잡한 상관관계를 분석하여 도출할 수밖에 없고, 만일 이 불확도 평가에 누락된 인자가 있거나 상태량 식 내의 각 항(term) 간의 상관관계(correla- tion)를 잘못 분석하게 되면 CFF 불확도는 상당히 다르게 평가될 수 있다.

천연가스 유량 측정에서 CFF 불확도의 크기가 중요한 이유는 1차 표준→ 전달용 표준→ … → 작업용 표준 →시험 유량계에 이르는 일련의 교정 과정에서 시험 유량계의 교정 불확도(calibration and measurement capability, CMC)를 국제적으로 정밀·정확하다고 인정되는 0.25 %의 범위 안에 들게 하는데 결정적인 영향을 주기 때문이다. 만일 NIST에서 평가한 CFF 불확도가 맞는다면, 전달용 표준(소닉노즐)의 불확도만 0.22 % (= $\sqrt{0.16^2+0.05^2+0.14^2}$)가 되어 현재 구축 중인 가스공사 천연가스 유량계 교정설비(압력 10~50 bar, 유량 1,200,000 Nm^3/h, 목표 CMC 0.22~0.24 %, 2016년 준공 예정)의 목표 CMC를 맞출 수 없게 된다. 이 경우 목표 CMC를 맞추려면 천연가스 유량의 1차 표준을 본 교정설비에 도입해야 하고 측정학적인 방법을 통해 CFF의 유량 불확도 기여도, 곧 CFF 불확도가 유발하는 유량 측정불확도를 제거해야만 한다. 하지만 이러한 방법으로 CFF의 유량 불확도 기여도를 제거시키는 데는 수십억의 비용이 소요되기 때문에, 먼저 천연가스 CFF의 불확도 크기가 제거되어야 할 수준인지 확인이 필요하다.

따라서 본 연구에서는 천연가스 유량 측정에 사용되는 CFF를 AGA8-dc 상태방정식으로 계산할 때 CFF 계산값의 불확도를 평가하고자 하였다. 이를 위해 CFF 계산에 사용되는 엔탈피, 엔트로피, 음속 식은 불확도 분석이 가능하도록 무차원 헬름홀츠 자유에너지(Helmholtz free energy, HFE)와 이의 편도함수로 표현하였고, 무차원 HFE 불확도는 CFF가 사용되는 소닉노즐 유동 조건에 국한하여 도출하였다. 압축인자의 불확도에 의해 유발되는 종속 변수의 불확도를 반영하기 위해 AGA8-dc 압축인자 식을 해당 불확도만큼 편차가 생기는 형태로 변형하였고, 각 불확도 요인별 평가 모델을 만들었으며, 이를 CFF 계산 프로그램에 적용하였다.

2. 임계유동함수

2.1 임계유동함수 정의

소닉노즐로 흐르는 가스의 질량 유량은 다음과 같은 일반적인 유량 식으로 나타낼 수 있다.

$$q_m = C_d\, \rho_{m,nt}\, V_{nt}\, A_{nt} \tag{1}$$

여기서 q_m은 가스의 질량 유량, $\rho_{m,nt}$는 노즐 목에서 질량 밀도, V_{nt}는 노즐 목에서 유속(음속), A_{nt}는 노즐 목의 단면적, C_d는 노즐의 유출계수를 나타낸다.

식 (1)로 노즐 유량을 계산하기 위해서는 노즐 목에서 가스의 온도·압력을 정확히 측정해야 하는데, 노즐 목의 유동이 외부 간섭에 대단히 민감하기 때문에 이를 실측하기는 매우 어렵다. 따라서 등엔트로피 관계식을 이용하여 식 (1)을 식 (2)로 변형하고, 노즐 입구의 온도와 압력을 대신 측정하여 유량을 계산한다.

$$q_m = C_d A_{nt}\, C_* \frac{p_o}{\sqrt{(R_u/M)\, T_o}} \tag{2}$$

여기서 T_o, p_o는 노즐 입구의 정체 온도와 정체 압력을 각각 나타내며 이 값들은 노즐 입구에서 측정한 정온도와 정압력으로부터 계산된다. 식 (1)과 (2)로부터 임계유동함수 C_*는 식 (3)과 같이 정의되며 소닉노즐 입구와 목 사이의 열역학적 유동 상태량들을 규정하는 무차원 함수이다. 보다 넓은 의미로는 노즐 입구와 목 사이의 임계 질량 플럭스(critical mass flux, CMF)라고 할 수 있는데, 이는 식 (3)에서 보는바와 같이 CMF인 $\rho_{m,nt}\cdot V_{nt}$를 제외하고는 모두 쉽게 측정할 수 있는 상태량이거나 상수이기 때문이다.

$$C_* = \rho_{m,nt}\, V_{nt} \frac{\sqrt{(R_u/M)\, T_o}}{p_o} \tag{3}$$

2.2 임계유동함수 계산 방법

CFF 계산 방법은 Ha[9]의 논문에 기술되어 있지만 CFF 불확도 분석을 위해서는 계산 방법과 더불어 경계 조건 등에 대해서도 세밀히 기술할 필요가 있다. 먼저 소닉노즐 유동의 두 가지 경계 조건을 기술하면, 첫째는 1차원 등엔트로피 유동이라는 것이고, 둘째는 노즐 목의 유속은 음

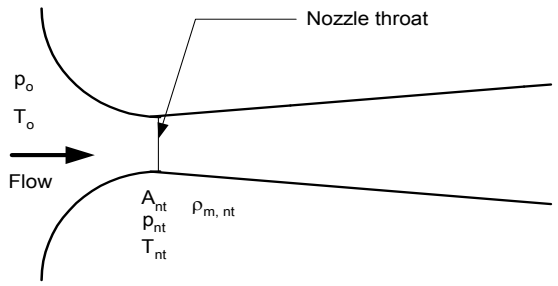

Fig. 1 Geometry of sonic nozzle (almost real dimension)

속이라는 것이다. 첫 번째 조건은 Fig. 1에 나타낸 바와 같이 노즐 입구와 목 사이의 거리는 2~3 cm에 불과하고 노즐의 내부 표면은 초미세 가공이 되기 때문에 정상상태에서는 유동 가스와 주위와의 열교환과 내부 마찰 손실이 없다고 간주할 수 있어서 등엔트로피 조건이 성립된다. 또한 노즐의 기하학적 형상도 유선형으로 결정되었기 때문에 1차원 유동으로 간주하는 것이 가능하다. 두 번째 조건은 노즐 목 부분이 유선을 따라 단면적이 축소에서 확대로 변환되는 지점이기 때문에 기체의 경우 노즐 목의 유속은 음속되어 성립된다. 실제로는 가스의 점성 때문에 노즐 벽면을 따라 아주 얇은 경계층이 존재하여 노즐 유동을 비점성, 1차원으로 간주하는 첫 번째 조건에는 약간의 오차(아주 미세함)가 있으나, 이에 대한 보정은 실측된 유출계수로 하기 때문에 문제되지 않는다.

식 (4)와 (5)는 노즐 유동의 두 경계 조건을 나타낸 것이다. 식 (6)과 (7)은 각각 노즐 목의 유속과 음속 식을 나타내는 것으로 식 (6)에서 노즐 입구의 유속이 영(0)으로 되어 있는 이유는 노즐 입구의 유동 조건을 정체 조건으로 했기 때문이다. 실제 노즐 입구의 유동은 정체 조건이 아니지만 노즐 입구에서 측정한 정압력과 정온도를 정체 압력, 정체 온도로 변환하여 적용하기 때문에 식 (6)처럼 표현되는 것이다. 이러한 경계 조건으로부터 임계유동함수를 계산하는 절차를 설명하면 다음과 같다. 여기서 노즐 입구의 정체 압력과 정체 온도 그리고 가스 조성은 알고 있는 값으로 가정한다.

① 먼저, 노즐 입구의 정체 온도 T_o, 정체 압력 p_o, 가스조성 벡터 X를 이용하여 정체 엔트로피 s_o와 정체 엔탈피 h_o를 구한다.

② 노즐 목의 온도 T_{nt}를 가정한다.

③ T_{nt}와 조성 벡터 X 그리고 식 (4)를 이용하여 노즐 목의 (몰)밀도 ρ_{nt}를 구한다.

④ T_{nt}와 절차 ③에서 구한 ρ_{nt} 그리고 X를 이용하여 노즐 목의 엔탈피를 구한 후 식 (6)으로부터 노즐 목의 유속을 구한다.

⑤ T_{nt}, ρ_{nt}, X를 식 (7)에 대입하여 음속 w_{nt}를 구한다.

⑥ 노즐 목의 유속 V_{nt}와 음속 w_{nt}를 비교한다. 만약 이 두 값의 차이가 허용 한도(보기 0.0001)보다 크면 T_{nt} 값을 재설정한 후 절차 ③부터 반복한다.

$$s_o - s_{nt} = 0 \tag{4}$$

$$V_{nt} - w_{nt} = 0 \tag{5}$$

$$h_o - h_{nt} = \frac{V_{nt}^2}{2} \tag{6}$$

$$w_{nt} = w_{nt}(\rho_{nt}, T_{nt}, X) \tag{7}$$

3. CFF 불확도 평가 방법

3.1 상태량 식 결정

CFF 계산에 사용되는 엔트로피, 엔탈피, 음속 식을 일반적인 표현 방법, 곧 몰 밀도, 압축인자, 온도 그리고 이들 인자의 미적분 항으로 표현하면 식 (8)~(12)[9]와 같다. 이 상태량 식들은 열역학 정의와 맥스웰 관계식 그리고 열역학 편차함수로부터 쉽게 유도되며, 천연가스 상태방정식인 AGA8-dc가 개발된 1992년 이후 열역학 상태량이나 CFF 계산에 일반적으로 적용되고 있다.

$$s = s^o - R_u \ln(\rho R_u T) - R_u \int_0^{\rho} \left[(Z-1) + T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{\rho} \right] \frac{d\rho}{\rho} \tag{8}$$

$$h = h^o + R_u T \left[(Z-1) - \int_0^{\rho} T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{\rho} \frac{d\rho}{\rho} \right] \tag{9}$$

$$w = \left[\frac{c_p}{c_v} \frac{R_u T}{M} \left(Z + \rho\left(\frac{\partial Z}{\partial \rho}\right)_T \right) \right]^{1/2} \tag{10}$$

$$c_v = (c_p^o - R_u) - R_u \int_0^{\rho} \left[2T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{\rho} + T^2\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial T^2}\right)_{\rho} \right] \frac{d\rho}{\rho} \tag{11}$$

$$c_p = c_v + R_u \frac{\left[Z + T\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{\rho} \right]^2}{\left[Z + T\left(\frac{\partial Z}{\partial \rho}\right)_T \right]^2} \tag{12}$$

그런데 이들 식을 사용하여 CFF 불확도를 평가하는 데는 두 가지 어려움이 있다. 하나는

상태량 식에 불확도를 모르는 항이 많다는 점이고, 다른 하나는 상태량 식의 항의 수가 다소 많아 각 항의 불확도가 유발하는 CFF 불확도와 각 항 간의 상관계수를 파악하기가 복잡하다는 점이다. 후자는 어려움은 있지만 크게 문제되지 않으나, 전자는 CFF 불확도 분석 자체를 어렵게 한다. 만일 NIST나 GERG(유럽가스연구그룹)과 같이 천연가스 상태량에 대한 방대한 데이터베이스를 갖고 있다면 식 (8)~(12)를 이용하여 CFF 불확도를 평가할 수도 있겠지만, 우리나라는 천연가스 음속에 대한 실험값조차 갖고 있지 않기 때문에 이들 식을 이용하여 CFF 불확도를 평가하는 것은 매우 어렵다. 따라서 CFF 계산 불확도 평가는 현재까지 알려진 몇몇 상태량만의 불확도를 이용하여 추론할 수 있어야 하며, 알려진 상태량의 불확도를 나열하면 Table 1과 같다.

Table 1의 불확도만으로 CFF 불확도를 분석하기 위해서는 상태량 식에 한 가지 제한 조건이 붙게 되는데, 그것은 엔트로피 식에서 불확도를 모르는 항과 아는 항이 각각 한 개이어야 한다는 점이다. 이러한 조건이 붙는 이유는 CFF 값이 노즐 입구의 유동 조건(이하 정체 조건과 혼용)과 노즐 목의 유동 조건(이하 임계 조건과 혼용)이 등엔트로피라는 경계 조건으로부터 계산되므로 전술한 제한 조건이 만족되지 않으면 등엔트로피 식의 불확도를 추론할 수 없거나 과대평가하게 되기 때문이다. 과대평가 오류는 엔트로피 식에서 불확도를 모르는 항의 불확도를 엔탈피 식으로부터 추론할 때 발생하며, 이 오류는 엔탈피 차이 식의 불확도 평가에도 그대로 영향을 미친다.

이러한 제한 조건에 부합하는 엔트로피와 엔탈피 식의 표현 방법 중 하나가 무차원 헬름홀츠 자유에너지와 이의 편도함수로 표현하는 방법[8,11]으로서 식 (13), (14)와 같다. 여기서 α는 무차원 헬름홀츠 자유에너지를 나타내고, τ는 무차원 온도(=1 K/T), δ는 무차원 몰 밀도(=$K^3\rho$)를 나타낸다. 무차원 몰 밀도와 무차원 온도로 무차원 헬름홀츠 에너지(Helmholtz free energy, 이하 HFE로 표기)를 표현하는 주된 이유는 임의 가스 성분의 농도가 0에 가까울 때 수치해석 시 발생하는 발산 문제를 피하기 위함이지만, 이러한 HFE의 표현 방법을 CFF 불확도 분석에도 그대로 적용해야만 CFF 불확도 분석이 정확하게 된다. 절대 온도와 몰 밀도로 HFE를 표현하면 엔트로피와 엔탈피 식은 (15), (16)과 같이 표현 되는데, 3.2절의 설명으로부터 알 수 있겠지만, 이 식을 엔트로피 차이 식과 엔탈피 차이 식에 적용하면 두 차이 식의 불확도를 과대평가하게 된다.

$$\frac{s}{R_u}=\tau\alpha_\tau-\alpha \tag{13}$$

$$\frac{h}{R_u T}=\tau\alpha_\tau+\delta\alpha_\delta \tag{14}$$

$$s=-\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_\rho=-A_T \tag{15}$$

$$h=A-TA_T+\rho A_\rho \tag{16}$$

식 (13)에 나타낸 엔트로피 식을 살펴보면 불확도를 모르는 인자가 HFE의 온도 편도함수인 α_τ와 α 두 개인 것을 볼 수 있어서 엔트로피 식의 제한 조건에 위배되는 것처럼 보인다. 하지만 α는 불확도 추정이 가능한 인자이어서 상기 제한 조건에 위배되지 않으며, 이의 불확도를 추론하면 다음과 같다. 먼저 한 가지 언급해야 할 사실은, 잘 알려져 있지는 않지만, AGA8-dc가 HFE로부터 유도되었다는 것이다.[12] HFE의 무차원 밀도 편도함수와 AGA8-dc의 압축인자는 식 (17)과 같은 관계를 갖는다.[7,8] 여기서 Z와 δ는 각각 압축인자와 무차원 몰 밀도(이하 밀도)를 나타내며 불확도는 서로 같고 방향은 반대이다. 식 (17)로부터 HFE의 밀도 편도함수 α_δ는 식 (18)과 같이 표현된다.

$$\delta\alpha_\delta=Z \tag{17}$$

$$\alpha_\delta=\frac{Z}{\delta}=Const\ Z^2 \tag{18}$$

식 (18)로부터 α_δ의 불확도를 알 수 있는데, 압축

Table 1 Published uncertainties in thermodynamic properties calculated by AGA8-dc ($p \le 100$ bar, $250 \le T \le 350$ K)

Thermodynamic properties	Uncertainty (k=2, i.e., CL=95 %)
Enthalpy, h	0.5~1.5 %[7,8]
Speed of sound, w	0.2 %[6-8]
Compression factor, Z (=$\delta\alpha_\delta$)	0.1 % at 265~350 K[4,5,7] 0.1 % at 250~265 K $p \le 20$ bar 0.2 % at 250~265 K $p > 20$ bar

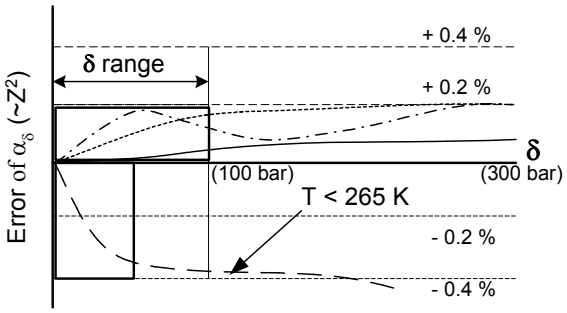

Fig. 2 Error trend of α_δ with δ

인자 Z의 불확도가 온도 265 K 미만과 이상에서 각각 0.2 %, 0.1 % 이므로 상대감도[11] 분석으로부터 Z^2의 불확도는 각각 0.4 %, 0.2 %가 된다. 그리고 α_δ를 밀도 δ에 대하여 적분하면 HFE를 구하게 되며, 이 불확도는 0.05 %보다 크지 않을 것으로 추정할 수 있다. HFE의 불확도를 0.05 % 이하로 간주하는 근거는 다음과 같다. Fig. 2는 밀도에 따른 HFE의 불확도 분포를 나타낸 것이다. δ=0인 지점에서 α_δ의 불확도가 영(0)인 이유는 α_δ가 압축인자의 제곱으로 표현되고 밀도가 0에 접근할 때 AGA8-dc로 예측되는 Z는 1이며, 이때의 불확도는 0이기 때문이다. 그리고 밀도에 따른 Z^2의 경향은 Fig. 2에 나타낸바와 같이 다양한 경향을 나타내는데 분명한 것은 밀도가 영(0)일 때 α_δ의 오차가 0 % 이고, 밀도 증가에 따라 이 오차는 점점 커지다가 이후 감소, 증가, 거의 일정 등의 경향을 나타낸 다는 것이다.[8] 여기서 한 가지 유념해야 할 점은 유량계 교정이나 천연가스 상거래에 적용되는 압력(또는 밀도) 범위는 100 bar까지이며[4,7](Fig. 2에서 δ range로 표기), 따라서 압력 100 bar에 상응하는 밀도에 대하여 α_δ를 적분한다면 적분값의 오차 면적은 전체 오차 면적의 절반(그림에서 사각 면적의 1/2)정도로 추론할 수 있다. 이로부터 α_δ를 밀도에 대하여 적분하면 α의 불확도는 α_δ의 불확도의 절반 수준, 곧 온도 범위에 따라 각각 0.1 %, 0.2 %라고 판단할 수 있다. 그리고 α_δ를 적분할 때 생기는 적분 상수, 곧 이상기체의 HFE는 온도 250 K 이상에서는 불확도가 0.03 %[14]이고, 그 값의 크기는 전체 HFE 값의 90 % 이상을 차지한다. 따라서 가중 평균한 HFE의 불확도는 0.05 %를 넘지 않을 것으로 판단할 수 있다.

3.2 CFF 계산식 분석

Table 1에 나타낸바와 같이 AGA8-dc로 구한 엔탈피의 불확도는 1.5 %까지 되며 엔트로피의 불확도는 엔탈피 불확도의 약 1/3배 정도 곧, 0.17~0.5 %로 예상된다. 따라서 이들 불확도가 유발하는 CFF 불확도를 분석하기 위해서는 어떤 항의 불확도가 이렇게 큰 지 먼저 확인할 필요가 있다. 엔탈피 식 (14)를 살펴보면 $\delta\alpha_\delta$는 식 (17)로부터 압축인자인 것을 알 수 있고, 그 불확도는 Table 1로부터 0.1 %나 0.2 %인 것을 알 수 있다. 따라서 엔탈피 불확도 0.5~1.5 %는 거의 대부분 HFE의 무차원 온도 편도함수인 α_τ에서 비롯된 것임을 알 수 있다. 마찬가지로 방법으로 엔트로피 식 (13)을 살펴보면 엔트로피의 불확도도 α_τ에서 비롯된 것을 알 수 있는데, 다만 엔트로피의 경우는 이상가스 항의 크기에 비해 실제 가스 보정 항의 크기가 상당히 작아서 엔탈피보다 수배 작은 불확도를 갖게 된다. 여기서 무차원 온도 τ나 절대 온도 T 그리고 가스 조성의 불확도를 언급하지 않는 이유는 이론적으로 상태량 식의 불확도를 논할 때 측정량의 불확도는 제외하기 때문이다.[2] 이제 CFF 계산 식의 기본적인 불확도 분석을 위해 노즐 유동 식을 기술하면 식 (19)~(20)과 같다.

$$s_o - s_{nt} = R_u\left\{\left(\tau\,\alpha_\tau - \alpha\right)_o - \left(\tau\,\alpha_\tau - \alpha\right)_{nt}\right\} = 0 \qquad (19)$$

$$h_o - h_{nt} = R_u\left\{\left(\alpha_\tau\right)_o - \left(\alpha_\tau\right)_{nt}\right\} \qquad (20)$$

$$+ R_u\left\{\left(\frac{\delta\alpha_\delta}{\tau}\right)_o - \left(\frac{\delta\alpha_\delta}{\tau}\right)_{nt}\right\} = \frac{V_{nt}^2}{2}$$

등엔트로피 식의 불확도를 가늠하기 위해 식 (19)를 다시 쓰면 식 (21)과 같다.

$$\left\{\left(\tau \cdot \alpha_\tau\right)_o - \left(\tau \cdot \alpha_\tau\right)_{nt}\right\} = \left\{\alpha_o - \alpha_{nt}\right\} \qquad (21)$$

식 (21)을 살펴보면 왼쪽 중괄호({ }) 안의 항들은 불확도가 큰 HFE의 온도 편도함수 차이로 되어 있고 오른쪽 중괄호 안의 항들은 불확도가 매우 작은, 정체 조건과 임계 조건의 HFE 차이로 구성되어 있는 것을 볼 수 있다. 이 식이 의미하는 바는 불확도가 큰 항으로 구성된 왼쪽 중괄호 안의 항들을 불확도가 작은 항으로 구성된 오른쪽 중괄호 안의 항들로 치환할 수 있음을 의미하며, 결국 왼쪽 중괄호 내 항들의 불확도가 매우 작음을 의미한다. 다시 말해 왼쪽 중괄호 안의 항들은 불확도가 최대 1 %까지 되는 α_τ항을 포함하고 있지만, 등엔트로피 조건으로 인해 두

HFE의 합성 불확도(약 0.07 %=$\sqrt{0.05^2+0.05^2}$) 수준으로 줄어든다는 것이다. 여기서 α_τ의 불확도 1 %는 엔탈피 불확도와 압축인자의 불확도로부터 추론한 것이다. 그리고 α_τ의 불확도가 매우 큼에도 식 (21)의 불확도가 작아질 수 있는 경우는 정체 조건과 임계 조건에서 구한 두 α_τ의 불확도의 방향이 같고 크기가 유사할 때이다.

다음으로 엔탈피 차이인 식 (20)을 살펴보면 오른쪽 첫 번째 중괄호 항과 식 (21)의 왼쪽 중괄호 항이 불확도 측면에서 매우 유사한 것을 볼 수 있다. 왜냐하면 식 (21)의 왼쪽 중괄호 항은 불확도 측면에서 다음과 같이 기술할 수 있기 때문이다. 정체 조건의 온도와 노즐 목의 온도 차이는 대략 40 ℃ 정도이고, 노즐 전단의 온도를 20 ℃ 정도로 가정하면 τ_o=1/293, τ_{nt}=1/253으로서 두 무차원 온도의 비는 약 0.86 정도 된다. 따라서 등엔트로피 조건 때문에 불확도가 크게 줄어든 $(\tau\cdot\alpha_\tau)_o-(\tau\cdot\alpha_\tau)_{nt}$ 항의 불확도가 엔탈피 차이 식에서도 거의 그대로 유지되며, 엔탈피 항의 첫 번째 중괄호 항의 절대 불확도 범위는 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$u\{(\alpha_\tau)_o-(\alpha_\tau)_{nt}\}=u\{(\tau\cdot\alpha_\tau)_o-(\tau\cdot\alpha_\tau)_{nt}\}/\tau_o \sim u\{(\tau\cdot\alpha_\tau)_o-(\tau\cdot\alpha_\tau)_{nt}\}/\tau_{nt} \quad (22)$$

여기에 더하여 엔트로피 차이 식과 엔탈피 차이 식은 서로 연립되어 있기 때문에 엔트로피 차이 식에서 $(\tau\cdot\alpha_\tau)-(\tau\cdot\alpha_\tau)_{nt}$ 항의 불확도와 엔탈피 차이 식에서 $(\alpha_\tau)_o-(\alpha_\tau)_{nt}$ 항의 불확도는 거의 서로 상쇄된다. 따라서 HFE의 온도 편도함수 α_τ로 인한 엔트로피와 엔탈피 식의 큰 불확도는 등엔트로피 조건과 연립 조건에 의해 CFF 계산에서는 매우 낮은 수준으로 감소하는 것을 알 수 있다.

다음으로 엔탈피 차이 식에서 등호 오른쪽 두 번째 중괄호 안의 항을 살펴보면 첫 번째 항인 $(\delta\alpha_\delta/\tau)_o$에서 $(\delta\alpha_\delta)_o$는 정체 조건(273 K 이상)의 압축인자 Z_o를 나타내므로 불확도는 Table 1로부터 0.1 %임을 알 수 있고, τ_o는 노즐 입구에서 측정한 정체 온도를 나타내므로 엔탈피 식의 불확도 분석에서는 불확도가 0 %로 간주된다. 두 번째 항인 $(\delta\alpha_\delta/\tau)_{nt}$에서 $(\delta\alpha_\delta)_{nt}$는 임계 조건(250 K 내외)의 압축인자이므로 Table 1로부터 불확도가 0.1~0.2 %임을 알 수 있고, τ_{nt}는 예측된 임계 조건의 온도이므로 여러 불확도 요인에 의해 그 불확도가 결정된다.

음속 계산 식은 식 (23)과 같으며, 그 불확도는 Table 1에 나타낸 바와 같이 0.2 % 이다. 이 불확도는 압축인자 불확도와 HFE 도함수들의 불확도가 유발하는 음속 불확도를 둘 다 포함한 것이지만, 압축인자의 음속 불확도 기여도가 매우 작기 때문에(0.05 % 미만) 압축인자의 영향을 배제한 불확도로 간주될 수 있다.

$$\frac{w^2 M}{R_u T}=(2\delta\alpha_\delta+\delta^2\alpha_{\delta\delta})-\frac{1}{\tau^2\alpha_{\tau\tau}}(\delta\alpha_\delta-\tau\delta\alpha_{\tau\delta})^2 \quad (23)$$

3.3 불확도 요인의 독립성 판별

불확도 평가에서 불확도 요인의 독립성을 판별하는 것은 매우 중요하다. 왜냐하면 종속 불확도 요인의 불확도는 독립 불확도 요인의 불확도에 의해 결정되고, 그 불확도 기여도는 여러 종속 요인의 불확도와 연계되어 결정되므로 별도로 불확도 평가를 할 필요가 없기 때문이다. 만일 종속 불확도 요인을 독립으로 간주하여 별도로 불확도를 평가한다면, 목표 인자의 불확도는 과대평가되게 된다.

CFF 불확도 평가에서 불확도 요인을 나열하면, 등엔트로피 식의 α_o, α_{nt}, $(\alpha_\tau)_o$, $(\alpha_\tau)_{nt}$, τ_{nt}와 엔탈피 차이 식의 $(\delta\alpha_\delta)_o$, $(\delta\alpha_\delta)_{nt}$, 음속 식의 δ_{nt}, $(\alpha_{\delta\delta})_{nt}$, $(\alpha_{\tau\tau})_{nt}$, $(\alpha_{\tau\delta})_{nt}$ 그리고 음속(w_{nt})이다. 여기서 음속 식에 있는 불확도 요인에 아래 첨자 nt (노즐 목을 나타냄)를 붙인 이유는 CFF 계산에서 음속은 노즐 목의 유동 조건으로 계산되기 때문이다. 이들 불확도 요인 중에서 독립인 요인을 골라내면 $(\delta\alpha_\delta)_o$, $(\delta\alpha_\delta)_{nt}$, α_o, α_{nt}, w_{nt}가 되며 나머지 요인은 모두 종속 요인이 되는데, 이렇게 판단하는 이유는 다음과 같다. 먼저 정체 조건과 임계 조건의 압축인자에 대하여 논하면, 만일 압축인자 식의 불확도가 영(0)이라면 CFF 계산 불확도는 영(0)이 된다(이상가스의 정압비열 불확도가 영(0)인 경우). 압축인자의 불확도가 영에 가깝더라도 압축인자 식으로부터 유도되는 HFE와 이의 편도함수의 불확도는 다소 큰 불확도를 가질 수는 있지만, 압축인자 식의 불확도가 정확히 영이 되면 수학적으로 HFE와 이의 편도함수의 불확도는 분명히 영이 된다. 따라서 압축인자 또는 압축인자 식은 독립인 불확도 요인이 되며,

여기에 더하여 정체 조건과 임계 조건의 독립성으로 인해 두 유동 조건의 압축인자는 각각 별개의 독립적인 불확도 요인이 된다.

정체 조건과 임계 조건의 HFE인 α_o, α_{nt}는 압축인자와 연계된 종속 불확도 요인이기도 하지만, 이와 별개로 독립인 특성을 갖는다. 왜냐하면 HFE는 밀도로 나눈 압축인자를 적분하여 구하는데, 이 때 적분계수의 불확도를 모르므로(미분할 경우도 마찬가지임) 압축인자의 불확도와 연계된 불확도 외에 독립적인 불확도가 나타나기 때문이다. 여기서 한 가지 언급해야 할 점은 α_o, α_{nt}는 등엔트로피 식 (21)에서 보는 바와 같이 $(\alpha_\tau)_o$, $(\alpha_\tau)_{nt}$, τ_{nt}와 연계되어 있기 때문에 α_o, α_{nt} 대신 $(\alpha_\tau)_o$, $(\alpha_\tau)_{nt}$, τ_{nt}를 독립 변수로 잡을 수도 있지만, 이렇게 할 경우 노즐 목의 온도 예측 값인 τ_{nt}의 불확도를 다루는 것이 매우 어렵기 때문에 α_o, α_{nt}를 독립 변수로 잡은 것이다.

마찬가지로 음속의 경우도 압축인자의 불확도와 연계된 불확도와, 이와는 독립인 불확도 두 가지를 갖는다. 음속의 불확도는 Table 1에 나타낸바와 같이 0.2 %이며, 이 불확도는 음속 식을 구성하는 HFE의 편도함수들의 불확도 조합에서 비롯된 것이다.

3.4 CFF 불확도 평가 모델

CFF 불확도 평가 모델은 HFE의 불확도 고려 유무에 따라 두 가지로 나누었다. 하나는 독립적인 성격을 띤 HFE의 불확도를 무시하고 CFF 불확도 평가를 하는 것이고, 다른 하나는 독립적인 HFE의 불확도도 감안하여 CFF 불확도를 평가하는 것이다. 사실, 전자의 경우 독립적인 성격을 띤 HFE의 불확도를 제외한다는 것은 매우 부적절해 보이지만, 굳이 이 모델을 도입한 이유는 이 모델을 이용한 CFF 평가 결과가 ISO 9300의 결과와 유사하기 때문이다. 본 연구에서는 모델 2를 CFF 불확도 평가의 표준 모델로 제시하고자 한다.

3.4.1 모델 1

모델 1은 HFE의 불확도가 오직 압축인자 식에서만 비롯된다고 가정한 것이다. 따라서 독립적인 불확도 요인은 압축인자와 음속 두 가지가 된다. 이제 각 불확도 요인의 CFF 불확도 기여도를 정량적으로 도출하기 위해 각 요인별 불확도 기여도 모델을 세우면 식 (24)~(28)과 같다. 이들 식에서 한 가지 알아두어야 할 점은 요인별 불확도 앞의 부호는 특별한 의미를 갖지 않는다는 것이다. 단지 불확도 분석을 위해, 양방향 대칭인, 불확도의 한쪽 방향을 선택한 것일 뿐이며, 일관성만 있다면 반대 방향을 선택해도 부호만 다를 뿐 동일한 결과를 얻게 된다.

압축인자의 CFF 불확도 기여도 계산 모델 :

$$Z' = \delta\left\{\frac{1}{(\delta+\epsilon)} + \frac{1}{K^3}\sum_{n=1}^{18} B_n^* \tau^{u_n} - \sum_{n=13}^{18} C_n \tau^{u_n}\right\} \tag{24}$$
$$+\delta\left\{\sum_{n=13}^{58} C_n \tau^{u_n}(b_n - c_n k_n (\delta+\epsilon)^{k_n})(\delta+\epsilon)^{b_n-1}\exp\left(-c_n(\delta+\epsilon)\delta^{k_n}\right)\right\}$$

$$(1+0.001)\, Z_o - \alpha_\delta\left[\delta_o + \epsilon\right]\delta_o = 0 \tag{25}$$

$$(1+0.001)\, Z_{nt} - \alpha_\delta\left[\delta_{nt} + \epsilon\right]\delta_{nt} = 0 \tag{26}$$
for $p_{nt} \le 20$ bar or $p_o \le 40$ bar

$$(1+0.002)\, Z_{nt} - \alpha_\delta\left[\delta_{nt} + \epsilon\right]\delta_{nt} = 0 \tag{27}$$
for $p_{nt} > 20$ bar or $p_o > 40$ bar

w의 CFF 불확도 기여도 계산 모델 :

$$V_{nt} - (1+0.002)\, w_{nt} = 0 \tag{28}$$

식 (24)~(27)은 압축인자의 CFF 불확도 기여도를 산정하기 위한 모델이다. AGA8-dc 압축인자의 CFF 불확도 기여도를 계산하기 위해서는 압축인자 식을, 원래 식을 기준으로, 압축인자의 불확도만큼 편차가 생기도록 양(+)이나 음(-)의 방향으로 이동 시키는 것이 필요하다. 그 이유는 CFF 계산에 쓰이는 HFE와 이의 편도함수들이 모두 압축인자 식과 연관되어 있으므로 압축인자 식의 편차(여기서는 불확도)로 인한 CFF 변화값을 계산하려면, 편차를 포함하고 있는 압축인자 식으로 HFE와 각 편도함수를 계산해야 하기 때문이다. 임의의 유동 조건에서 AGA8-dc로 예측되는 압축인자 값에 ΔZ 만큼 편차가 나도록 하기 위해 곧, ΔZ 만큼 양(+)이나 음(-)의 방향으로 이동시키기 위해 본 연구에서는 식 (24)와 같이 AGA8-dc를 변경하였다. 이 식에서 ϵ값을 조정함으로써 동일 유동 조건에서 0.1 %나 0.2 % 차이나는 압축인자 값을 얻게 되며, ϵ가 영(0)이면 AGA8-dc의 원식과 동일하게 된다. 한 가지 주의할 점은 식 (24)로 HFE를 구할 때, $1/(\delta+\epsilon)$ 항과 나머지 항의 적분 구간이 각각 1-ϵ~δ, -ϵ~δ이라는 점이며, 만일 적분 구간을 1~δ, 0~δ으로 잡으

면 비해석점 문제뿐만 아니라 잘못된 HFE를 구하게 된다. 이는 CFF 계산에 사용되는 모든 도함수가 HFE에서 유도된다는 것을 상기하면 알 수 있다.

식 (25)~(27)은 각각 정체 조건과 노즐 목 유동 조건에서 압축인자의 편차가 0.1 %, 0.2 % 생기도록 ϵ값을 결정하기 위한 모델로서 수식 맨 앞의 계수 0.001, 0.002는 두 유동 조건에서 압축인자의 불확도인 0.1 %와 0.2 %를 나타낸다. 이들 식에서 대괄호 ([ ])는 괄호 안의 인자가 α_δ의 매개변수임을 표현하기 위해서 쓰였다.

압축인자의 CFF 불확도 기여도를 계산하는 방법은 정체 조건과 임계 조건 각각에 대하여 음함수 꼴로 되어 있는 식 (25)와 (26)(또는 (27))을 풀어서 두 유동 조건에 대한 ϵ을 구하고, 식 (24)를 이용하여 CFF 계산에 쓰이는 HFE와 이의 편도함수를 각 유동 조건별로 모두 다시 구한 후, 두 유동 조건 각각에 대하여 변화된 CFF 값을 구하는 것이다.

식 (28)은 음속 식의 불확도 0.2 %가 유발하는 CFF 불확도를 평가하기 위한 모델로서 음속을 0.2 % 증가시킨 것이다. 다른 인자와 연계 없이 음속만 증가시킨 이유는 3.3절에서 언급한 바와 같이 이 불확도 요인의 성격이 독립이기 때문이다.

3.4.2 모델 2

HFE의 불확도를 별도로 고려하는 모델로서 불확도 요인은 모델 1의 압축인자, 음속과 함께 HFE가 포함된다. 압축인자와 음속의 불확도 평가 모델은 모델 1과 동일하므로 HFE의 불확도 평가 모델만 기술하면 식 (29)~(34)와 같다.

α_o, α_{nt}의 CFF 불확도 기여도 계산 모델 :

$$u(\alpha_o) = \alpha_o\left[0.001\left(\frac{|\alpha_o^r|}{\alpha_o}\right)+0.0003\left(1-\frac{|\alpha_o^r|}{\alpha_o}\right)\right] \quad (29)$$

$$u(\alpha_{nt}) = \alpha_{nt}\left[0.001\left(\frac{|\alpha_{nt}^r|}{\alpha_{nt}}\right)+0.0003\left(1-\frac{|\alpha_{nt}^r|}{\alpha_{nt}}\right)\right] \quad (30)$$

for $p_{nt} \le 20$ bar or $p_o \le 40$ bar

$$u(\alpha_{nt}) = \alpha_{nt}\left[0.002\left(\frac{|\alpha_{nt}^r|}{\alpha_{nt}}\right)+0.0003\left(1-\frac{|\alpha_{nt}^r|}{\alpha_{nt}}\right)\right] \quad (31)$$

for $p_{nt} > 20$ bar or $p_o > 40$ bar

$$u(\Delta\alpha) = \sqrt{u^2(\alpha_o)+u^2(\alpha_{nt})} \quad (32)$$

$$(\tau\ \alpha_\tau)_o - \left[(\tau\ \alpha_\tau)_{nt} - u(\Delta\alpha)\right] = \alpha_o - \alpha_{nt} \quad (33)$$

$$h_o - h_{nt} = R_u\left\{(\alpha_\tau)_o - \left[(\alpha_\tau)_{nt} - u(\Delta\alpha)/(\tau)_{nt}\right]\right\} \quad (34)$$
$$+ R_u\left[\left(\frac{\delta\,\alpha_\delta}{\tau}\right)_o - \left(\frac{\delta\,\alpha_\delta}{\tau}\right)_{nt}\right]$$

식 (29)는 정체 조건의 HFE 불확도를 산출하는 식이고, 식 (30)과 (31)은 임계 조건의 HFE 불확도를 산정하는 식이며, 두 불확도의 합성 불확도인 $u(\Delta\alpha)$는 식 (32)를 이용하여 구한다. 식 (33)과 (34)는 HFE 차이 항의 불확도 $u(\Delta\alpha)$가 유발하는 CFF 불확도를 평가하기 위해 $u(\Delta\alpha)$를 등엔트로피 식과 엔탈피 차이 식에 적용한 것이다. $u(\Delta\alpha)$를 두 식에 모두 적용하는 이유는, 3.2절에서 분석한 바와 같이, 등엔트로피 식에서 $(\alpha_\tau/\tau)_o$-$(\alpha_\tau/\tau)_{nt}$ 항의 불확도는 HFE 차이 항의 불확도 $u(\Delta\alpha)$와 같고 엔탈피 차이 식에서도 $(\alpha_\tau)_o$-$(\alpha_\tau)_{nt}$ 항의 불확도가 $u(\Delta\alpha)$와 연계되기 때문이다. 엔탈피 차이 식에 $u(\Delta\alpha)$를 넣는 방법은 수학적으로는 거의 무한개이지만, CFF 불확도를 가장 작게 유발하는 방법이 $u(\Delta\alpha)/(\tau)_o$꼴로 넣는 것이고 반대의 경우가 $u(\Delta\alpha)/(\tau)_{nt}$ 꼴로 넣는 것이다. 두 방법 중 '어떤 것을 선택하느냐' 하는 문제는 불확도 $u(\Delta\alpha)$를 유발하는 주 인자가 어떤 인자이냐에 달려 있는데, 실험 결과들의 보면 노즐 목의 α_τ가 정체 조건의 α_τ 보다 큰 것이 일반적이기 때문에[8] 본 연구에서는 CFF 불확도 기여도가 가장 큰 후자의 방법을 적용하였다.

4. CFF 불확도 평가 결과

CFF 불확도 평가는 식 (24)~(34)의 각 불확도 요인별 CFF 불확도 계산 모델을 사용하였고, 시뮬레이션 프로그램은 본 공사의 가스물성 데이터베이스인 GasSolver 2.6[12]을 이용하였다. GasSolver에 사용된 HFE 식은 기본적으로 AGA8-dc를 이용하여 도출된 것이며, 변형된 압축인자 식(식 (24))이 유도될 수 있도록 하기 위해 Table 2의 식 (35)와 같이 수식을 변형하였다. 여기서 ϵ=0 이면 원래 HFE 식과 동일하게 된다. HFE의 수식에서 첫째 줄과 둘째 줄은 이상가스의 HFE를 나타내고, 셋째 줄은 잔류 항인 실제가스 보정 항을 나타낸다. 이상가스 항과 실제가스 보정 항에

Table 2 The model for Helmholtz free energy used in this study

$$\alpha(\delta+\epsilon,\tau,X)=\sum_{i=1}^{N}x_i\left\{-\frac{(s_r^o)_i}{R_u}+\frac{(h_r^o)_i}{R_u}\tau+B_i^o(1+\ln\tau)+C_i^o\ln[\sinh(D_i^o\tau)]-E_i^o\ln[\cosh(F_i^o\tau)]\right\} \quad (35)$$

$$+\sum_{i=1}^{N}x_i\left\{G_i^o\ln[\sinh(H_i^o\tau)]-I_i^o\ln[\cosh(J_i^o\tau)]+\ln x_i\right\}+\ln\left(\frac{\delta+\epsilon}{\delta_r^o}\right)+\ln\left(\frac{\tau_r}{\tau}\right)-1$$

$$+\frac{\delta+\epsilon}{K^3}\sum_{n=1}^{18}B_n^*\tau^{u_n}-(\delta+\epsilon)\sum_{n=13}^{18}C_n\tau^{u_n}+\sum_{n=13}^{58}C_n\tau^{u_n}(\delta+\epsilon)^{b_n}\exp(-c_n(\delta+\epsilon)^{k_n})$$

This formula is the same as that of original Helmholtz free energy[10] formulated by AGA8-dc if ϵ = 0.

쓰인 기호는 각각 Jaeschke[14]의 정압비열 모델과 ISO 12213-2[5]의 압축인자 식에 쓰인 것과 같기 때문에 기초 물성값(약 15쪽 분량)은 이들 자료를 참고하면 된다. CFF 계산 조건은 본 공사에서 구축 중인 천연가스 유량계 교정센터의 노즐 교정 압력인 10 bar와 50 bar 그리고 압력에 따른 CFF 불확도 경향을 확인하기 위해 100 bar를 추가하였다. 온도는 통상적인 노즐 입구 온도인 293 K로 하였고, 천연가스 조성은 전형적인 LNG 조성과 PNG (pipeline natural gas) 조성 두 가지로 하였다(Table 3 참조).

Table 4는 이러한 유동 조건에서 계산한 각 불확도 요인의 CFF 불확도 기여도와 압력별 CFF의 총불확도를 나타낸 것이다. 표에는 각 불확도 요인의 CFF 불확도 기여도 외에 압력과 밀도 그리고 음속 등도 함께 표기하였는데, 이는 CFF와 관련이 있는 상태량 값을 통해 CFF 변화의 원인을 파악하고자 함이다. 그리고 설명의 편의를 위해 CFF와 임계 질량 플럭스(critical mass flux, CMF)를 혼용할 것인데, 이는 식 (3)에 나타낸 바와 같이 CFF의 식을 구성하는 실질적인 항이 노즐 목의 유속(=음속)과 질량 밀도의 곱인 CMF이기 때문에 경우에 따라서는 CMF를 언급하는 게 설명이 더 쉽기 때문이다. 아울러 불확도에서는 부호가 의미를 갖지 않음으로 특별한 이유가 없는 한 언급하지 않기로 한다.

먼저 Table 4(b), (c)에 나타낸 압축인자의 CFF 불확도 기여도를 살펴보면 정체 조건의 압축인자의 경우 불확도 0.1 %가 유발하는 CFF 불확도는 압력과 가스 조성에 상관없이 모두 0.01 % 정도로 미미한 수준인 것을 알 수 있다. 노즐 목의 질량 밀도와 음속은 무시할 수 없는 수준으로 변했지만 두 인자의 변화 방향이 서로 반대이어서 매우 작은 CMF의 변화만 유발된 것이다. 반면

Table 3 Natural gas compositions for analysing CFF uncertainty

Components	Composition (%)	
	Gas A	Gas B
CH_4	93.07	85.9063
C_2H_6	4.49	8.4919
C_3H_8	1.53	2.3015
IC_4H_{10}	0.33	0.3486
NC_4H_{10}	0.36	0.3506
IC_5H_{12}	0.02	0.0509
NC_5H_{12}	0.00	0.0480
N_2	0.20	1.0068
CO_2	0.00	1.4954

임계 조건의 압축인자의 경우 불확도 0.1, 0.2 %에 의한 CMF의 변화(또는 불확도 기여도)는 각각 0.22~0.23 %, 0.41~0.44 % 정도로 비교적 크게 변하였다. 밀도와 음속의 변화율은 정체 조건의 경우와 유사하지만 두 인자의 변화 방향이 서로 같아서 비교적 큰 CMF 변화를 보인 것이다.

음속의 CFF 불확도 기여도는 다소 특이한 양상을 띤다(Table 4-(d) 참조). CFF 불확도 평가 모델(식 (28))에서 음속을 0.2 % 증가시켰음에도 음속 값이 압력에 따라 0.160~0.176 %까지만 증가하였다. 이는 음속과 AGA8-dc로 계산되는 상태량 간의 상관관계에서 비롯된 것인데, 그렇더라도 거의 0.2 %에 근접하게 음속이 증가된 것을 볼 수 있다. 임계 조건의 밀도 변화율과 음속 변화율은 0.17 % 내외로 상당히 크게 변했지만, 두 인자의 변화율이 정확히 일치하고 변화의 방향은 정반대이어서 CMF값은 전혀 변하지 않았다.

마지막으로 Table 4-(e)에 나타낸 HFE의 CFF 불확도 기여도를 살펴보면 노즐 입구 압력 10 bar, 50 bar, 100 bar에서 각각 0.000~0.001 %, 0.027~ 0.035 %, 0.094 ~0.112 %로서 압력에 비례하여 증가하는 것을 볼 수 있고, 특히 50 bar 부

Table 4 The uncertainty contributions from various sources to overall CFF uncertainty, and the related thermodynamic properties at nozzle throat conditions

(a) Reference value

Thermodynamic properties at nozzle throat	T_o = 293 K					
	p_o = 10 bar		p_o = 50 bar		p_o = 100 bar	
	Gas A	Gas B	Gas A	Gas B	Gas A	Gas B
CFF	0.674137	0.673201	0.709934	0.713454	0.768531	0.782792
Pressure	5.4522	5.4697	27.2149	27.3283	53.5563	53.6767
Temperature	254.4393	255.4108	251.7918	252.5719	249.5841	250.4046
Density	4.5812	4.9415	25.2974	27.6707	57.6770	64.5888
Speed of sound	393.5775	378.1337	375.3002	357.8290	356.3896	336.3949
CMF (critical mass flux)	1803.076	1868.549	9494.103	9901.392	20555.481	21727.337

(b) The uncertainty contribution from the compressibility ($u(Z_o)$ =0.1 %, k=2) at stagnation condition

CFF	**-0.010 %**	**-0.010** %	**-0.007 %**	**-0.006 %**	**-0.010 %**	**-0.009** %
Pressure	+0.002 %	+0.003 %	+0.010 %	+0.011 %	+0.014 %	+0.017 %
Temperature	+0.024 %	+0.023 %	+0.024 %	+0.023 %	+0.023 %	+0.022 %
Density	-0.022 %	-0.021 %	-0.023 %	-0.022 %	-0.031 %	-0.030 %
Speed of sound	+0.012 %	+0.011 %	+0.016 %	+0.016 %	+0.021 %	+0.021 %
CMF (critical mass flux)	**-0.010 %**	**-0.010** %	**-0.007 %**	**-0.006 %**	**-0.010 %**	**-0.009** %

(c) The uncertainty contribution from the compressibility ($u(Z_{nt})$ =0.1~0.2 %, k=2) at critical condition

CFF	**+0.023 %**	**+0.022 %**	**+0.042 %**	**+0.041 %**	**+0.044 %**	**+0.042 %**
Pressure	+0.084 %	+0.084 %	+0.157 %	+0.156 %	+0.147 %	+0.143 %
Temperature	-0.026 %	-0.026 %	-0.051 %	-0.050 %	-0.047 %	-0.045 %
Density	+0.013 %	+0.012 %	+0.025 %	+0.024 %	+0.032 %	+0.031 %
Speed of sound	+0.011 %	+0.010 %	+0.017 %	+0.017 %	+0.011 %	+0.010 %
CMF (critical mass flux)	**+0.023 %**	+0.022 %	**+0.042 %**	**+0.041 %**	**+0.044 %**	**+0.042 %**

(d) The uncertainty contribution from the speed of sound ($u(w_{nt})$ =0.2 %, k=2) to CFF uncertainty

CFF	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**
Pressure	-0.227 %	-0.228 %	-0.225 %	-0.225 %	-0.218 %	-0.218 %
Temperature	-0.054 %	-0.053 %	-0.057 %	-0.056 %	-0.058 %	-0.057 %
Density	-0.175 %	-0.176 %	-0.172 %	-0.174 %	-0.160 %	-0.160 %
Speed of sound	+0.175 %	+0.176 %	+0.72 %	+0.174 %	+0.160 %	+0.160 %
CMF (critical mass flux)	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**	**0.000 %**

(e) The uncertainty contribution from Helmholtz free energy (k=2)

CFF	**-0.001 %**	**-0.000 %**	**-0.035 %**	**-0.027 %**	**-0.103 %**	**-0.094 %**
Pressure	-0.001 %	-0.000 %	-0.019 %	-0.015 %	-0.050 %	-0.044 %
Temperature	+0.001 %	+0.000 %	+0.020 %	+0.015 %	0.035 %	+0.028 %
Density	-0.000 %	-0.000 %	-0.049 %	-0.038 %	-0.140 %	-0.127 %
Speed of sound	-0.000 %	+0.000 %	+0.015 %	+0.011 %	0.037 %	+0.033 %
CMF (critical mass flux)	**-0.001 %**	**-0.000 %**	**-0.035 %**	**-0.027 %**	**-0.103 %**	**-0.094 %**

(f) The overall uncertainty (k=2) in CFF using model 1

The overall uncertainty in calculated CFF (k=2), $u(CFF)=\sqrt{(b)^2+(c)^2+(d)^2}$	0.025 %	0.024 %	0.043%	0.041 %	0.045 %	0.043 %

(g) The overall uncertainty (k=2) in CFF using model 2

The overall uncertainty in calculated CFF (k=2), $u(CFF)=\sqrt{(b)^2+(c)^2+(d)^2+(e)^2}$	0.025 %	0.024 %	0.055 %	0.049 %	0.112 %	0.103 %

Table 5 International comparison result of critical flow function[3]

T (K)	P (MPa)	CFF of KOGAS[1]	Deviation(%)				
			GDF[2]	K-Lab[3]	NEL[4]	SwRI[5]	NOVA[6]
293.15	0.1	0.66583	-0.0014	-0.0284	-0.0014	0.0002	-0.0284
	2	0.68245	-0.0009	-0.0319	-0.0008	0.0147	-0.0246
	5	0.71414	-0.0014	-0.0405	-0.0013	0.0319	-0.0115
	8	0.75399	-0.0015	-0.0491	-0.0012	0.1046	0.0438
	10	0.78503	-0.0015	-0.0545	-0.0013	0.1789	0.1256

[1]KOGAS : Korea Gas Corporation, [2]GDF: Gas de France, [3]K-Lab : Karsto Metering & Technology Laboratory (Norway), [4]NEL(National Engineering Laboratory, UK), [5]SwRI(Southwest Research Institute, USA), [5]NOVA : NOVA Corporation(Canada)

터는 불확도가 크게 증가하는 것을 볼 수 있으며, 가스 조성에 따라서도 미미한 수준이지만 변하는 것을 관찰할 수 있다. 압력에 따른 HFE의 CFF 불확도 기여도가 이러한 경향을 보이는 이유는 크게 두 가지이다. 하나는 HFE의 온도 편도함수인 α_τ값은 압력 변화에 둔감한 반면, HFE의 값은 압력에 비례하여 커지고 이에 따라 HFE의 상대 불확도는 일정함에도 HFE의 절대 불확도가 커지기 때문이고, 다른 하나는 임계 압력 20 bar 또는 정체 압력 40 bar 이상부터 압축인자의 불확도가 0.1 %에서 0.2 %로 변하고 이로 인해 HFE의 불확도도 커지기 때문이다.

이상에서 언급한 각 요인별 CFF 불확도 기여도를 평가 모델 1, 2로 나누어 합성 불확도를 계산하면 Table 4(f), (g)와 같고, 이를 그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다. Fig. 3을 보면 평가 모델 1의 경우 CFF 불확도는 10 bar일 때를 제외하고는 압력과 가스 조성에 관계없이 0.45 % 내외로 거의 일정한데 반해, 모델 2의 경우는 압력에 비례하여 불확도가 증가하는 것을 볼 수 있으며, 특히 노즐 입구 압력 100 bar에서는 불확도가 0.112 %까지 되는 것을 볼 수 있다. 추측하건대 ISO 9300의 CFF 불확도 평가 모델은 본 연구의 모델 1과 동일한 것으로 생각된다. 불확도의 정의가 "측정량을 합리적으로 추론한 값의 분산 특성을 나타내는 모수[15]"로서 참값의 의미를 포함하고 있지 않음으로 불확도 크기가 약간 불분명한 HFE를 CFF 불확도 평가에서 뺄 수도 있겠지만, 이렇게 되면 기존에 수행된 CFF 국제비교시험 결과를 설명할 수가 없게 된다. Table 5는 98-99년도에 ISO 주관으로 수행된 CFF 국제비교시험[3] 결과를 나타내며, 당시 본 공사(KOGAS)와 GDF, K-Lab, NEL은 AGA8-dc-92(=AGA8-dc)를 사용하여 CFF를 계산하였고, SwRI와 NOVA는 AGA8-dc-85를

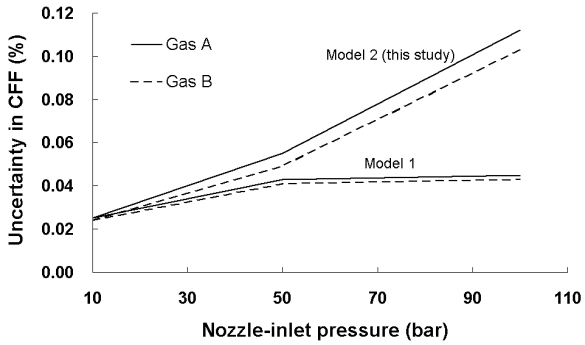

Fig. 3 Uncertainty in CFF according to the estimating models for CFF uncertainty

사용하였다. AGA8-dc-85는 100 bar 미만에서는 AGA8-dc-92와 불확도가 거의 차이나지 않으며, CFF 불확도 평가 결과도 AGA8-dc-92와 약간의 차이만 있을 뿐이다. 따라서 서론에서 언급한 ISO의 CFF 불확도가 적정하다면 식 (36)에 나타낸 E_n 판정법[16]을 만족해야만 한다. E_n 판정법은 시험소간 비교시험을 할 때 해당 기관의 측정값(또는 계산 값)과 불확도가 적정한 지를 판별하는 기준으로 사용되는데, CFF 국제비교시험 결과의 경우 계산 오류는 없는 것으로 판명되었으므로 E_n 판정법을 통해 CFF의 불확도가 적정한 지를 판단할 수 있다. Table 5의 결과 중 E_n 판정의 대상은 AGA8-dc-92와는 다른 상태방정식을 사용한 NOVA와 SwRI로 국한된다. 식 (36)에 따라 NOVA와 SwRI의 CFF 계산 결과에 ISO의 CFF 불확도 0.05 %를 적용하여 E_n값을 구하면 1.77, 2.53이 되는데, 이는 E_n 판정 기준에 크게 벗어나는 것이다. 반면 본 연구의 모델 2를 적용하면 0.79, 1.13이 되어 E_n 판정법을 거의 만족하는 것을 알 수 있다. 여기서 SwRI의 E_n값이 1보다 약간 큰 이유는 AGA8-dc-85의 불확도가 AGA8-dc-92의 불확도보다 약간 큰 데서 그 이유

를 찾을 수 있다. 따라서 CFF 불확도 평가는 본 연구에서 제안하는 모델 2를 따르는 것이 실제와 잘 부합되는 것을 알 수 있다.

$$E_n = \frac{|CFF_{Lab1} - CFF_{Lab2}|}{\sqrt{u^2(CFF_{Lab1}) + u^2(CFF_{Lab2})}} \le 1 \quad (36)$$

CFF 계산과 관련하여 Table 5는 매우 중요한 시사점을 한 가지를 보여주고 있는데, 그것은 K-Lab의 경우 본 공사와 동일한 상태방정식을 사용했음에도 100 bar에서 0.055 %까지 편차를 보인다는 것이다. 이는 이상가스의 HFE 모델(정확히 말하면 이상가스의 정압비열 모델)에 따라서도 상당히 큰 CFF 불확도가 유발될 수 있다는 점이다. 이 편차는 모델 1로 CFF 불확도를 평가할 경우 설명이 안 되며 모델 2와 같이 HFE를 불확도 요인에 넣어야만 설명이 가능하다. 따라서 향후 ISO 9300 개정 시 본 연구 결과를 기초로 CFF 불확도 변경을 논의할 예정이다.

5. 결 론

본 연구에서는 천연가스 유량 측정에 사용되는 CFF를 AGA8-dc 상태방정식으로 계산할 때 CFF 계산 값의 불확도를 평가하였다. CFF 계산에 사용되는 엔탈피, 엔트로피, 음속 식은 불확도 분석이 가능하도록 무차원 헬름홀츠 자유에너지(Helmholtz free energy, HFE)와 이의 편도함수로 표현하였고, HFE 불확도는 CFF가 사용되는 소닉노즐 유동 조건에 국한하여 도출하였다. 압축인자의 불확도에 의해 유발되는 종속 변수의 CFF 불확도를 기여도를 고려하기 위해 AGA8-dc 압축인자 식을 해당 불확도만큼 편차가 생기는 형태로 변형하였고, 각 불확도 요인별로 평가 모델을 만들었으며, 이를 CFF 계산 프로그램에 적용하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) CFF 불확도 계산 식에서 독립인 불확도 요인은 정체 조건과 임계 조건의 압축인자, 음속 그리고 정체 조건과 임계 조건의 HFE이다.

(2) CFF 계산에 사용되는 엔탈피와 엔트로피 식의 높은 불확도(각각 최대 1.5 %, 0.5 %)는 소닉노즐 유동의 등엔트로피 조건과 CFF 계산 식의 연립 조건에 의해 매우 작은 수준으로 감소하는 것을 알 수 있었다.

(3) 정체 조건의 압축인자 불확도 0.1 %는 CFF 불확도에 0.01 % 이하로 기여하고, 임계 조건의 압축인자 불확도 0.1, 0.2 %는 각각 0.23, 0.044 % 이하로 기여하는 것을 확인하였다.

(4) 음속 불확도 0.2 %는 CFF 계산 불확도를 전혀 유발하지 않는 것으로 확인되었다.

(5) HFE의 CFF 불확도 기여도는 압력에 비례하여 증가하는 것을 알 수 있었고, 가스 조성에 따라서도 미미하지만 영향을 받은 것을 알 수 있었다. HFE의 CFF 불확도 기여도는 압력 10, 50, 100 bar에서 각각 0.001, 0.035, 0.103 % 정도 되는 것으로 평가되었다.

(6) CFF 불확도 평가 모델 1, 곧 압축인자의 불확도와 음속의 불확도만으로 CFF 불확도를 평가하는 모델의 경우 CFF 불확도는 압력 10 bar일 때를 제외하고는 압력과 조성에 거의 관계없이 0.045 % 내외로 일정한 것을 알 수 있었으며, 이러한 결과는 ISO 9300의 CFF 불확도 평가 결과와 거의 일치하는 것이다.

(7) HFE의 불확도를 불확도 요인에 포함시킨 모델 2의 경우 CFF 불확도는 압력에 따라 증가하는 것을 알 수 있었고, 그 값은 압력 10, 50, 100 bar에서 각각 0.025, 0.055, 0.112 % 정도로 평가되었다.

(8) 모델 1과 모델 2의 CFF 불확도 평가 방법을 적용하여 기존 CFF 국제비교시험 결과를 분석한 결과 모델 1(ISO 방법으로 추정)로는 기관별 편차를 설명할 수 없고, 모델 2로만 이 편차를 설명할 수 있는 것으로 확인되었다.

참고문헌
(References)

(1) ISO 9300, 2005, "Measurement of Gas Flow by Means of Critical Flow Venturi Nozzles," International Organization for Standardization, Geneva.

(2) Johnson, A. N., 2004, "Uncertainty and Traceability for the CEESI Iowa Natural Gas Facility," *J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol.*, Vol. 109, No. 3, pp. 345-369.

(3) Park, K. A., 1998, Private Communication, Korea Research Institute of Standards and Science, Daejon City.

(4) Savidge, J. L. and Starling, K. E., 1992, "Compressi- bility Factors of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases," AGA Report No. 8, American Gas Association, Arlington, Virginia(USA).

(5) ISO 12213, 2006, "Natural Gas － Calculation of

Compression Factor," International Organization for Standardization, Geneva.
(6) Younglove, B. A., Frederick, N. V. and McCarty, R. D., 1992, "Speed of Sound Data and Related Models for Mixtures of Natural Gas Constituents," NIST Monograph 178, National Institute of Standards and Technology, USA.
(7) ISO 20765-1, 2005, "Natural Gas－Calculation of Thermodynamic Properties－Part 1: Gas Phase Properties Used in Transmission and Distribution Applications," *International Organization for Standardization*, Geneva.
(8) Kunz, O., Klimech, R., Wagner, W. and Jaeschke, M., 2007, "The GERG-2004 Wide-Range Equation of State for Natural and Other Mixtures," GERG Technical Monograph 15, Groupe Europeen de Recherches Gazieres, Reihe 6 Nr. 557(Germany).
(9) Ha, Y. C. and Her, J. Y., 1999, "Evaluation of Critical Flow Factor in Natural Gas Flow Measurement Using Sonic Nozzle and International Comparison Results," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 23, No. 7, pp. 991~917.
(10) Ha, Y. C. and Her, J. Y., 2013, "Evaluation of Critical Flow Function by Using Helmholtz Free Energy for Natural Gas Flow Measurement," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. B*, Vol. 37, No. 12, pp. 1167~1173.
(11) ISO/TR 5168, 1998, "Measurement of Fluid Flow－Evaluation of Uncertainty," International Organization for Standardization, Geneva.
(12) Schley, P., Jaeschke, M. and Busch, C., 1998. "Berechnung Kaorische Zustandsgrößen von Erdgasen mit," *gwf-Gas/Erdgas* Vol. 139, No. 11, pp. 714-719.
(13) Ha, Y. C., 2013, "GasSolver 2.0," Program Registration No. C-2013-006976, Korea Gas Corporation.
(14) Jaeschke, M. and Schley, P., 1995, "Ideal-Gas Thermo- dynamic Properties for Natural-Gas Applications," *Int. J. Thermophys.* Vol. 16, No. 6, pp 1381-1392.
(15) ISO GUM, 1995, "Evaluation of Measurement data－ Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement," International Organization for Standardization, Geneva.
(16) ISO/IEC 43-1, 1997, "Proficiency Testing by Interlaboratory Comparisons－Part 1: Development and Operation of Proficiency Testing Schemes," International Organization for Standardization, Geneva.