

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 42(4), 305-316(2014)

DOI:<http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2014.42.4.305>

## 6-자유도 쿼드로터 무인항공기의 모델링 및 유도기법 설계

이상현, 김유단\*

System Modeling and Waypoint Guidance Law Designing  
for 6-DOF Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle

Sanghyun Lee and Youdan Kim\*

Seoul National University, Department of Mechanical and Aerospace Engineering\*

## ABSTRACT

As avionics and mechanical devices have been developed, the size of unmanned aerial vehicle (UAV) is getting smaller. However, the complicated and accurate missions are provided to the UAV. Among various types of UAVs, quadrotors are widely used for their availability by virtue of simple structure and hovering function. However, the control of quadrotor is highly constrained, because the quadrotor is an under-actuated system which has only 4 actuator inputs. To deal with this under-actuated problem, a new quadrotor model with two more actuators in addition to the 4 propeller inputs is provided to make the system fully-actuated. For the proposed model, a controller is designed using feedback linearization methods. To validate the model and to verify the performance of the proposed controller, numerical simulation is performed.

## 초 록

항공전자 장비들의 급속한 발전으로 인해 무인항공기의 크기가 소형화 되고 있으나, 무인항공기에 대해 주어지는 임무는 더욱 정확하고 복잡해지고 있다. 정지비행이 가능하고, 간단한 기계적 메커니즘을 가진 쿼드로터는 이 같은 환경에서 활동도가 점차 증가하고 있다. 그러나 쿼드로터는 구조 특성에 따라 출력의 개수보다 입력의 개수가 작은 under actuated 시스템이므로, 쿼드로터 제어에 큰 제약이 따른다. 본 논문에서는 이와 같은 쿼드로터의 단점을 해결하기 위해서 4개의 원동기 외에 2개의 추가적인 원동기를 더 부착한 모델을 제안하여, 입력의 개수와 출력의 개수가 같은 fully actuated 시스템을 구현하도록 한다. 제안한 쿼드로터 모델의 제어를 설계하기 위해 궤환선형화 기법을 적용하였다. 수치 시뮬레이션을 수행하여 제안한 모델과 설계된 제어기의 성능을 검증하였다.

**Key Words** : UAV(무인항공기), Quadrotor(쿼드로터), Feedback Linearization(피드백 선형화), 6 Degree of Freedom(6 자유도), LQR

## 1. 서 론

최근 들어 항공전자 장비의 빠른 발전으로 인해 무인항공기의 활용영역이 넓어지고 있다. 과

거에는 주로 군사용으로 운용되기 위해 크기가 큰 무인항공기들이 주류를 이루었지만, 요즘에는 소형 무인항공기들이 민간용으로 많이 제작되고 있으며, 그 활용도 또한 영상촬영에서부터 물건

† Received: September 25, 2013 Accepted: March 26, 2014

\* Corresponding author, E-mail : ydkim@snu.ac.kr

<http://journal.ksas.or.kr/>

pISSN 1225-1348 / eISSN 2287-6871

수송에 이르기 까지 다양하게 확대되고 있다.

다양한 형태의 소형 무인항공기 중에 쿼드로터는 다른 비행체에 비해 많은 장점을 지닌다. 가장 큰 장점은 기계적인 메커니즘이 매우 간단하다는 사실이다. 쿼드로터는 비행 전에 트림을 맞추어야 될 필요도 없고, 기계적인 진동도 크지 않을 뿐 아니라, 피로에 의한 부품파손의 확률도 낮다. 또한, 수학적으로 모델링하기도 쉬우므로 자동비행에 적합하며, 초보자들도 쉽게 조종이 가능하다.

쿼드로터의 제어와 유도에 관해서는 많은 연구자들에 의해 연구가 이루어져 왔다. 우선, 제어 분야에 있어서 쿼드로터의 비선형적인 모델의 특성을 효과적으로 다루기 위해서 Backstepping 기법이나, Sliding Mode 기법을 이용한 비선형 제어가 설계되었으며[1-5], 케환선형화 기법을 이용해 쿼드로터 모델을 선형화 시킨 후 제어기를 설계하였다[6-10]. 또한 쿼드로터의 동체를 한쪽 방향으로 360도 혹은 그 이상 회전시키는 Flip 동작을 수행하거나[11], 특정한 궤도와 자세를 따라가는 급격한 기동은 물론[12], 공을 서로 주고 받는 등의 정교한 기동도 가능하게 되었다[13].

많은 연구자들의 공헌으로 쿼드로터를 정밀하게 유도 제어할 수 있지만, 기능적으로 개선해야 할 부분이 여전히 남아 있다. 쿼드로터는 기본적으로 DC 모터 4개의 출력만으로 움직인다. 최근에는 모터가 6개인 헥사로터나 8개인 옥타로터 등이 등장했지만, 이들 시스템은 쿼드로터 시스템에 Redundancy 만을 추가한 시스템이다. 3차원 공간상에 있는 비행체의 정확한 위치와 자세는 6개의 변수에 의해 표현된다는 사실을 고려하면, 결국 쿼드로터 시스템은 입력의 차원이 출력의 차원보다 작은 under actuated 시스템이며, 이러한 특성이 쿼드로터의 제어와 유도에 제약으로 작용한다. 예를 들면 쿼드로터를 앞쪽으로 가속시키기 위해서는 쿼드로터 동체를 반드시 앞쪽으로 기울여야 하며, 쿼드로터를 뒤쪽으로 기울인 상태에서는 전방 가속도가 발생하지 않는다. 즉, 쿼드로터의 자세와 가속도는 완전히 독립적일 수 없다는 것을 의미한다.

이러한 쿼드로터의 제약을 해결하기 위해서 본 논문에서는 2개의 추가적인 원동기를 부착한 모델을 제시한다. 즉, 쿼드로터에 부착된 4개의 DC 모터를 쿼드로터 프레임에 대한 오일러각 피치방향과 롤방향으로 회전시킬 수 있도록 Servo Motor 2개를 추가 배치한 것이다. 이러한 모델은 쿼드로터의 동체를 직접 기울이지 않고서도 프로펠러의 추진력을 원하는 방향으로 조종할 수 있

게 되어 쿼드로터 동체의 자세각을 동체 가속도 방향과 상관없이 자유롭게 조종할 수 있으며, 보다 다양한 기동을 할 수 있다. 또한, 관성모멘트가 큰 동체 전체를 움직이는 것 보다, 관성모멘트가 상대적으로 작은 로터만을 움직이므로, 제어 응답성 측면에서도 우수한 특성을 보일 수 있다. 그리고 가속도를 바꿀 때 마다 동체 전체의 자세를 변경할 필요가 없기 때문에 훨씬 안정적이면서도 급격한 기동이 가능하게 된다.

본 논문에서는 기존의 4자유도 쿼드로터 시스템으로부터 더 나아가 5자유도, 6자유도 시스템으로 모델링을 일반화 하는데 주안점을 두었다. 본 논문의 2장은 6자유도 쿼드로터의 시스템 구성도를 제시함과 동시에 뉴턴의 법칙을 활용한 정밀한 모델링을 수행한다. 3장에서는 제시한 모델에 대해 케환선형화 기법을 이용해 제어기를 설계하였다. 논문의 4장에서는 임의의 경로점을 생성하고, 이를 추종하는 수치 시뮬레이션을 통해 제안한 모델과 제어기 성능을 검증하였다.

## II. 시스템 모델링

6자유도를 가진 쿼드로터의 동체는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 뼈대를 이루는 프레임과 4개의 프로펠러를 각각 회전시키기 위한 4개의 DC 모터(Motor 1~4), 그리고 프레임에 대한 DC 모터의 오일러각  $\phi_s$ 와  $\theta_s$ 를 자유롭게 조절하기 위한 2개의 서보모터(Servo Motor 1~2)를 포함하고 있고, 이들의 운동을 유기적으로 연결시켜주는 다양한 관절들로 구성되어 있다.

Figure 1에서  $r_r$ 은 모터의 무게중심에서 로터의 무게중심까지의 벡터이고,  $r_s$ 는 모터의 무게중심에서 스테이터의 무게중심까지의 벡터이다. 그리고  $r_f$ 는 동체전체의 무게중심에서 프레임의 무게중심까지의 벡터이고,  $r_i(1 \leq i \leq 4)$ 는 동체 전체의 무게중심에서 각각의 모터의 무게중심까지의 벡터이다.

또한, DC 모터는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 로터와 스테이터로 나누어 모델링 하였다. 로터와 스테이터 각각은 모터의 형태에 따라 그 구성이 다를 수 있는데 본 연구에서는 BLDC (Brushless DC) 모터를 고려하였다. 따라서 로터에는 영구자석과 프로펠러 등이 포함되고, 스테이터에는 권선과 지지프레임 등이 포함된다. 모터의 구성에 따라 관성모멘트에는 다소 차이가 있을 수 있겠지만, 로터의 자세는 스테이터에 대해서 항상 오일러각  $\psi$ 로 표현 가능하다. 스테이

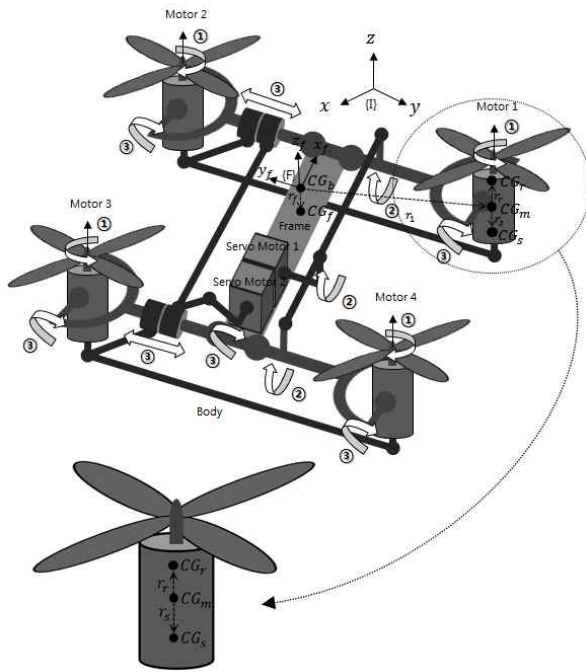


Fig. 1. Six Degree of Freedom Model

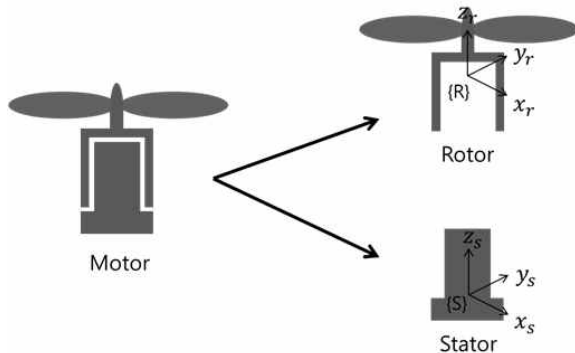


Fig. 2. Motor Model

터와 쿼드콥터 프레임은 2자유도를 가진 관절을 통해 서로 결합되어 있는데, 이 관절들은 2개의 Servo Motor의 동력에 의해 움직이게 된다.

일반적인 4자유도 쿼드콥터의 경우에는 Fig. 1에서 ①번으로 표시된 화살표 방향으로의 DC 모터 회전을 통해서만 추진력을 얻게 된다. DC모터의 회전벡터는 추진력의 방향을 의미하는데, DC 모터가 프레임에 고정되어 있기 때문에 쿼드콥터의 추진력의 방향을 제어하기 위해서는 프레임을 직접적으로 기울여야만 한다. 그러나 5자유도 쿼드콥터의 경우에는 추가된 Servo Motor 1에 의해서 DC 모터에 ②번 화살표 방향으로의 자유도가 더해지게 된다. 따라서 쿼드콥터 동체를 프레임 좌표축의 y축을 기준으로 회전시키지 않더라도, DC 모터의 각도만을 기울여 원하는 방향으로의 추진력을 얻을 수 있다. 여기에

Servo Motor 2까지 추가한다면 화살표 ③번 방향으로 DC 모터의 자유도가 더해지게 되며, 결과적으로 프레임이 x축의 회전으로부터 자유롭게 되고, 최종적으로 6자유도 쿼드콥터의 모습이 완성된다.

본 논문의 쿼드콥터 모델링에는 지면 좌표계 (Local Navigation Coordinate System) {I}, 프레임 좌표계(Frame Coordinate System) {F}, 스테이터 좌표계(Stator Coordinate System) {S}, 로터 좌표계(Rotor Coordinate System) {R}의 총 4개의 좌표계를 사용하였다. 또한 본 연구에서는 지면좌표계를 관성좌표계로 고려한다. 프레임 좌표계는 쿼드콥터 동체 전체의 무게중심과 원점이 일치하는 좌표계이고, 스테이터 좌표계는 각각의 DC 모터 무게중심과 원점이 일치하는 좌표계이다. 그리고 로터 좌표계는 로터 무게중심과 원점이 일치하는 좌표계를 의미한다.

고려한 시스템의 운동방정식을 유도하기 위해 필요한 변수를 정의하자. 지면 좌표계에서 바라본 프레임 좌표계의 원점의 위치와 오일러각을 각각  $\xi \triangleq [x \ y \ z]^T$ 와  $\rho \triangleq [\phi \ \theta \ \psi]^T$ 라고 하고, 프레임 좌표계에서 바라본 지면 좌표계에 대한 프레임 좌표계 원점의 속도와 프레임 좌표계의 회전속도를  $V \triangleq [u \ v \ w]^T$ 와  $\Omega \triangleq [p \ q \ r]^T$ 라고 하자. 각 벡터들은 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$\begin{aligned} V &= R\dot{\xi} \\ \Omega &= Q\dot{\rho} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $R$ 은 지면 좌표계에서 프레임 좌표계로 좌표계를 변환시켜 주는 좌표변환 행렬이고,  $Q$ 는 오일러각의 시간변화율을 프레임 좌표계의 각 속도로 변환시켜주는 행렬로 다음과 같다.

$$R = \Phi\Theta\Psi \tag{2}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi & S\phi \\ 0 & -S\phi & C\phi \end{bmatrix} \quad \Theta = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & -S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} C\psi & S\psi & 0 \\ -S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S\theta \\ 0 & C\phi & C\theta S\phi \\ 0 & -S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \tag{4}$$

식 (1)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같은 결과 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V} = -\Omega \times V + R\ddot{\xi} \quad (5)$$

$$\dot{\Omega} = \dot{Q}\dot{\rho} + Q\ddot{\rho} \quad (6)$$

이제 각 로터의 무게중심에 부착된 로터좌표계 상에서 로터에 가해지는 힘과 가속도의 관계를 고려하자. 외부에서 가해지는 힘의 크기는 시간에 따른 운동량의 변화량으로 정의될 수 있으므로 로터 좌표계에서 바라본 로터에 가해지는 외부의 힘은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$F_r = M_r \dot{V}_r + \Omega_r \times (M_r V_r) \quad (7)$$

여기서  $V_r$ 은 로터 좌표계 원점의 속도,  $\Omega_r$ 은 로터좌표계의 회전속도, 그리고  $M_r$ 은 로터의 질량이다. 비슷한 방법으로 로터에 가해지는 외부토크와 로터 좌표계의 각속도의 관계는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$T_r = J_r \dot{\Omega}_r + \Omega_r \times (J_r \Omega_r) \quad (8)$$

여기서  $J_r$ 은 로터의 관성 모멘텀으로  $diag[J_{xx} J_{yy} J_{zz}]$ 이다. 다음으로 각 DC 모터의 무게중심에 부착된 스테이터 좌표계 상에서 스테이터에 가해지는 외력과 가속도의 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_s = M_s \dot{V}_s + \Omega_s \times (M_s V_s) \quad (9)$$

힘과 가속도의 관계와 달리, 토크와 각속도의 관계는 조금 복잡한데, 그 이유는 스테이터 좌표계의 원점을 스테이터의 무게중심이 아닌, 로터와 스테이터의 결합체인 DC 모터 전체의 무게중심에 일치시켰기 때문이다. 스테이터에 가해지는 토크와 스테이터의 각속도의 관계는 다음과 같다.

$$T_s = J_s \dot{\Omega}_s + \Omega_s \times (J_s \Omega_s) + r_s \times M_s (\dot{V}_m + \Omega_m \times V_m) + r_s \times M_s (\dot{\Omega}_s \times r_s + \Omega_s \times (\Omega_s \times r_s)) \quad (10)$$

스테이터의 경우와 같이, 동체의 무게중심에 부착된 프레임 좌표계 상에서 프레임에 가해지는 힘과 가속도의 관계 및 토크와 각속도의 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F_f = M_f \dot{V}_f + \Omega_f \times (M_f V_f) \quad (11)$$

$$T_f = J_f \dot{\Omega}_f + \Omega_f \times (J_f \Omega_f) + r_f \times M_f (\dot{V}_b + \Omega_b \times V_b) + r_f \times M_f (\dot{\Omega}_f \times r_f + \Omega_f \times (\Omega_f \times r_f)) \quad (12)$$

한편, 4개의 스테이터에 부착되어 있는 각각의 2자유도 관절이 스테이터의 오일러 각도  $\phi_s, \theta_s$ 를 동기화 하여 조정할 수 있고, 로터는 스테이터를 기준으로 각속도  $\omega$ 로 회전한다고 가정하자. 이러한 가정 하에 로터와 스테이터, 프레임의 각속도를 각각의 좌표계 상에서 분석해 보면 다음과 같은 관계를 가지고 있음을 알 수 있다.

$$\Omega_r = \Omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi\Theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Omega_s &= \begin{bmatrix} \dot{\phi}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi_s \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_s \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \Phi_s \Theta_s \left( \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi\Theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) \\ &= \Omega_{ss} + R_s \Omega \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} + \Psi_r \left( \begin{bmatrix} \dot{\phi}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi_s \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_s \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi_s \Theta_s \left( \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \Phi\Theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) \right) \\ &= \Omega_r + R_r \Omega_s \end{aligned} \quad (15)$$

여기서  $R_s$ 는 프레임 좌표계에서 스테이터 좌표계로의 좌표변환을 위한 변환행렬,  $R_r$ 는 스테이터 좌표계에서 로터 좌표계로 좌표변환을 시켜주는 변환행렬이고,  $\Phi_s, \Theta_s, \Psi_r$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\phi_s & S\phi_s \\ 0 & -S\phi_s & C\phi_s \end{bmatrix} & \Theta_s &= \begin{bmatrix} C\theta_s & 0 & -S\theta_s \\ 0 & 1 & 0 \\ S\theta_s & 0 & C\theta_s \end{bmatrix} \\ \Psi_r &= \begin{bmatrix} C\psi_r & S\psi_r & 0 \\ -S\psi_r & C\psi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

로터와 스테이터 각속도 각각의 미분값은 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_r &= \dot{\Omega}_{rr} - \Omega_{rr} \times R_r \Omega_s + R_r \dot{\Omega}_s \\ \dot{\Omega}_{rr} &= [0 \quad 0 \quad \dot{\omega}]^T \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_s &= \dot{\Omega}_{ss} - \Omega_{ss} \times R_s \Omega + R_s \dot{\Omega} \\ \dot{\Omega}_{ss} &= \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_s \\ -\sin \phi_s \cdot \dot{\phi}_s \cdot \dot{\theta}_s + \cos \phi_s \cdot \ddot{\theta}_s \\ -\cos \phi_s \cdot \dot{\phi}_s \cdot \dot{\theta}_s - \sin \phi_s \cdot \ddot{\theta}_s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

로터와 스테이터, 그리고 이 둘을 합친 모터의 무게중심에서의 속도와 가속도는 각각 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} V_r &= R_r (V_s + \Omega_s \times (r_r - r_s)) \\ \dot{V}_r &= R_r (\dot{V}_m + \dot{\Omega}_s \times r_r - (R_r^T \Omega_{rr} \times (V_m + \Omega_s \times r_r))) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_s &= R_s (V + \Omega \times r_i + R_s^T (\Omega_s \times r_s)) \\ \dot{V}_s &= R_s \left( \dot{V} + \dot{\Omega} \times r_i - (R_s^T \Omega_{ss} \times (V + \Omega \times r_i)) \right. \\ &\quad \left. + (R_s^T \dot{\Omega}_{ss} - R_s^T \Omega_{ss} \times \Omega + \dot{\Omega}) \times R_s^T r_s \right) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} V_m &= R_s (V + \Omega \times r_i) \\ \dot{V}_m &= R_s (\dot{V} + \dot{\Omega} \times r_i - (R_s^T \Omega_{ss} \times (V + \Omega \times r_i))) \end{aligned} \quad (21)$$

이제 각 시스템의 외력과 외부모멘트를 분석해 본다. 우선, 로터가 받는 힘과 토크는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_r &= F_{sr} - F_{gr} + F_{pr} \\ T_r &= T_{sr} + T_{pr} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $F_{sr}$ ,  $T_{sr}$ 은 로터가 스테이로부터 받는 힘과 토크이고,  $F_{pr}$ ,  $T_{pr}$ 은 로터가 프로펠러로부터 받는 추력과 항력, 그리고  $F_{gr}$ 은 로터가 받는 중력이다. 각각의 값은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} F_{sr} &= M_r \dot{V}_r + \Omega_r \times (M_r V_r) - F_{pr} + F_{gr} \\ F_{pr} &= [0 \quad 0 \quad \gamma \omega_i^2]^T \\ F_{gr} &= M_r R_r R_s RG \\ G &= [0 \quad 0 \quad g]^T \approx [0 \quad 0 \quad 9.81]^T \\ T_{sr} &= J_r \dot{\Omega}_r + \Omega_r \times (J_r \Omega_r) - T_{pr} \\ T_{pr} &= [0 \quad 0 \quad (-1)^i \lambda \omega_i^2]^T \end{aligned} \quad (23)$$

한편, 스테이터가 받는 힘과 토크는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_s &= F_{fs} + F_{rs} - F_{gs} \\ T_s &= T_{fs} + T_{rs} + r_r \times F_{rs} - r_s \times F_{gs} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $F_{fs}$ ,  $T_{fs}$ 는 스테이터가 프레임으로부터 받는 힘과 토크이고  $F_{rs}$ ,  $T_{rs}$ 는 스테이터가 로터

로부터 받는 힘과 토크이다. 각각의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{fs} &= M_s \dot{V}_s + \Omega_s \times (M_s V_s) - F_{rs} + F_{gs} \\ F_{rs} &= -R_r^T F_{sr} \\ F_{gs} &= M_s R_s RG \\ T_{fs} &= J_s \dot{\Omega}_s + \Omega_s \times (J_s \Omega_s) + r_s \times M_s (\dot{V}_m + \Omega_m \times V_m) \\ &\quad + r_s \times M_s (\dot{\Omega}_s \times r_s + \Omega_s \times (\Omega_s \times r_s)) \\ &\quad - T_{rs} - r_r \times F_{rs} + r_s \times F_{gs} \\ T_{rs} &= -R_r^T T_{sr} \end{aligned} \quad (25)$$

마지막으로 프레임이 받는 힘과 토크는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} F_f &= \sum F_{sf} - F_{gf} - F_{df} \\ T_f &= \sum T_{sf} + \sum r_i \times F_{sf} - r_f \times F_{gf} - T_{df} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $F_{sf}$ ,  $T_{sf}$ 는 프레임이 스테이터로부터 받는 힘과 토크,  $F_{gf}$ 는 프레임이 받는 중력,  $F_{df}$ ,  $T_{df}$ 는 프레임이 받는 속도와 각속도에 의한 공기 저항력 성분으로, 각 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{sf} &= -R_s^T F_{fs} \\ F_{gf} &= M_f RG \\ F_{df} &= K_{vf} V \\ K_{vf} &= \text{diag}[k_{v1} \quad k_{v2} \quad k_{v3}] \\ T_{sf} &= -R_s^T T_{fs} \\ T_{df} &= K_{\omega f} \Omega \\ K_{\omega f} &= \text{diag}[k_{\omega 1} \quad k_{\omega 2} \quad k_{\omega 3}] \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 로터와 스테이터 사이의 힘의 작용점은 로터의 무게중심이라고 가정했으며, 공기에 의한 마찰력은 프레임의 속도와 각속도에 의해서만 일어나는 것으로 가정하였다. 또한, 관절의 회전중심이 모터의 무게중심과 일치되도록 관절을 설계하였으므로, 쿼드콥터 프레임에서부터 관절을 통해 스테이터로 전달되는 힘은 모터의 무게중심에 직접 전달되어 그 힘으로 인해 모터에서 어떠한 모멘트도 발생하지 않는 경우를 가정하였다.

이제 식 (7)~(12)에서 구한 각 세부 시스템에 가해지는 외력과 가속도, 외부토크와 각가속도의 관계식에, 가속도 및 각가속도를 나타낸 식 (13)~(18), 속도 및 가속도 식 (19)~(21), 외력 및 외부토크 (22)~(27)를 대입해서 정리하면 외부 힘과 토크에 관한 다음 식을 유도할 수 있다.

$$M_b \dot{V} + \Omega \times M_b V - \sum R_s^T F_{pr} + M_b RG + K_{vf} V = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
& J_b \dot{\Omega} + \Omega \times (J_b \Omega) \\
& + \sum \left( \begin{aligned} & J_m R_s^T \dot{\Omega}_{ss} + \Omega \times J_m R_s^T \Omega_{ss} - R_s^T T_{pr} \\ & + (R_s^T J_r \dot{\Omega}_{rr} + (R_s^T \Omega_{ss} + \Omega) \times R_s^T J_r \Omega_{rr}) \end{aligned} \right) \quad (29) \\
& + \sum r_i \times (-R_s^T F_{pr}) + K_{of} \Omega_f = 0
\end{aligned}$$

여기서 모터의 관성모멘트는  $x, y, z$  방향으로 모두 동일하다고 가정하였다. 이제 식 (28), (29)를 식 (5), (6)에 대입하여 전개해 보면 다음과 같이 힘과 모멘트 방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{\xi} = -\frac{1}{M_b} R^T K_y R \dot{\xi} - G + \frac{1}{M_b} R^T R_s^T \sum F_{pr} \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\rho} = & -Q^{-1} J_b^{-1} \sum (J_m R_s^T \dot{\Omega}_{ss} + Q \dot{\rho} \times J_m R_s^T \Omega_{ss}) \\
& - Q^{-1} J_b^{-1} K_{of} Q \dot{\rho} - Q^{-1} J_b^{-1} (Q \dot{\rho} \times J_b Q \dot{\rho}) \\
& - Q^{-1} \dot{Q} \dot{\rho} \quad (31) \\
& + Q^{-1} J_b^{-1} R_s^T \sum \left( \begin{aligned} & T_{pr} + R_s r_i \times F_{pr} - J_r \dot{\Omega}_{rr} \\ & - (\Omega_{ss} + R_s Q \dot{\rho}) \times J_r \Omega_{rr} \end{aligned} \right)
\end{aligned}$$

물리적인 관점에서 분석하면 식 (30)의 우측 항은 순서대로 쿼드로터 동체속도에 의한 공기저항력, 쿼드로터가 받는 중력, 그리고 프로펠러에 의한 추력이다. 그리고 식 (31)의 우측 항은 순서대로 스테이터 각가속도에 의한 반작용 토크, 스테이터 회전에 의한 자이로 효과, 쿼드로터 동체 회전을 방해하는 공기저항력, 동체좌표계에서 지면좌표계로의 변환에 의해 발생하는 항, 프레임 좌표계의 회전속도에서 오일러 각속도로의 변환에 의한 가속도, 프로펠러 항력, 프로펠러 추력에 의한 토크, 로터 각가속도에 의한 반작용 토크, 그리고 로터 회전에 의한 자이로 효과이다.

### III. 제어기 설계 기법

이 장에서는 앞 장에서 유도한 운동방정식을 이용해 제어기를 설계한다. 제어기 설계를 위해 먼저 궤환선형화 기법을 통해 얻은 모델에 최적 제어기법을 이용해서 Synthetic Input의 최적값

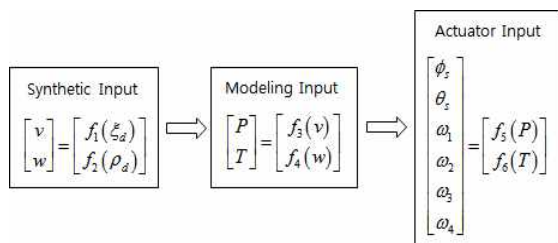


Fig. 3. Control input generation procedure

을 계산한다. 이렇게 구한 Synthetic Input을 Modeling Input으로 변환하고, 마지막으로 Modeling Input을 실제 원동기 출력으로 변환시킨다. Fig. 3에 이 과정을 간략히 정리하였다.

첫 번째 단계로 궤환선형화 기법을 이용해서 Synthetic Input  $v$ 와  $w$ 를 도입해 운동방정식을 세워보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
\ddot{\xi} &= v \\
\ddot{\rho} &= w
\end{aligned} \quad (32)$$

위의 운동방정식 다음과 같은 선형 상태방정식으로 변형시킬 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\dot{x}} \\ \dot{\dot{y}} \\ \dot{\dot{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\dot{\phi}} \\ \dot{\dot{\theta}} \\ \dot{\dot{\psi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

위의 상태방식에 대한 Controllability Matrix는 full rank를 갖기 때문에 모든 변수에 대한 제어가 가능함을 알 수 있다.

본 연구에서는 None Zero Set Point 제어기를 적용하여 시스템에 들어가는 입력  $v, w$ 를 다음과 같이 구한다[14-16].

$$v = -K_{LQR_v} \begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} + (S_1 + K_{LQR_v} S_2) \cdot \xi_d \quad (35)$$

$$w = -K_{LQR_w} \begin{bmatrix} \rho \\ \dot{\rho} \end{bmatrix} + (S_1 + K_{LQR_w} S_2) \cdot \rho_d \quad (36)$$

여기서  $K_{LQR}$ 은 Linear Quadratic Regulator의 제어이득이고,  $\xi_d, \rho_d$ 는 각각  $\xi, \rho$ 의 목표값, 그리고  $S_1, S_2$ 는 다음을 만족하는 행렬이다.

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \quad (38)$$

$$S_1 = X_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, S_2 = X_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

두 번째 단계는 식 (35)와 식 (36)로부터 구해진 Synthetic Input  $v$ 와  $w$ 를 모델링 식의 제어 입력  $P$ 와  $T$ 로 변환시켜 주는 과정이다. 우선 식 (31)과 식 (32)에서 제어입력으로 사용하기 위한 변수를 정의하도록 한다. 식 (31)의 힘 방정식에서  $R^T R_s^T \Sigma F_{pr}$ 을 제어입력으로 둔다.

$$P = R^T R_s^T \sum_{i=1}^4 F_{pr} = \Psi^T \Theta^T \Phi^T \Theta_s^T \Phi_s^T \sum_{i=1}^4 F_{pr} \quad (40)$$

이제 식 (31)과 식 (35), 식 (40)를 이용하면, Synthetic Input  $v$ 에 대해 힘 방정식의 제어입력  $P$ 를 다음 식을 이용해서 구할 수 있다.

$$P = M_b v + R^T K_v \dot{R}_s^T + M_b G \quad (41)$$

다음으로 식 (32)의 모멘트 방정식에서  $\sum (T_{pr} + R_s r_i \times F_{pr} - J_r \dot{\Omega}_{rr} - (\Omega_{ss} + R_s Q \dot{\rho}) \times J_r \Omega_{rr})$ 를 제어 입력  $T$ 로 둔다.

$$T = \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} T_{pr} + R_s r_i \times F_{pr} - J_r \dot{\Omega}_{rr} \\ -(\Omega_{ss} + R_s Q \dot{\rho}) \times J_r \Omega_{rr} \end{pmatrix} \quad (42)$$

이제 식 (32)과 식 (36), 그리고 식 (42)을 이용하면, Synthetic Input  $w$ 에 대해 모멘트 방정식의 실제 제어입력  $T$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} T = R_s J_b Q w + \sum R_s \begin{pmatrix} J_m R_s^T \dot{\Omega}_{ss} \\ + Q \dot{\rho} \times J_m R_s^T \Omega_{ss} \end{pmatrix} \\ + R_s K_{\omega f} Q \dot{\rho} + R_s (Q \dot{\rho} \times J_b Q \dot{\rho}) \\ + R_s J_b \dot{Q} \dot{\rho} \end{aligned} \quad (43)$$

이로써 식(41)와 식(43)을 이용하여 궤환선형화 기법을 통해 구한 Synthetic Input  $v$ ,  $w$ 를 모델링 제어입력  $P$ ,  $T$ 로 변환시킨다.

마지막 세 번째 과정은 시스템 모델링 상의 제어입력  $P$ 와  $T$ 를 원동기 출력으로 분배하는 것이다. 현재 시스템에서 사용가능한 원동기의 출력은 4개 DC 모터의 속도  $\omega_i$ 와 프레임에 대

한 스테이터의 자세를 제어할 수 있는 2개 Servo Motor의 각  $\theta_s$ ,  $\phi_s$ , 이렇게 총 6개의 변수이다. 따라서 모델링 상의 제어입력  $P$ 와  $T$ 를 이용해 이 6개의 변수의 값을 생성할 필요가 있다.

우선 힘 방정식의 제어입력을 살펴보자. 식 (40)에서  $\sum_{i=1}^4 F_{pr}$ 을  $[0 \ 0 \ F]^T$ 로 치환하고,  $R^T$ 를 좌변으로 넘긴 후,  $P$ 를 전개하면 다음과 같다.

$$RP = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \Theta_s^T \Phi_s^T \sum_{i=1}^4 F_{pr} = \begin{bmatrix} S \theta_s C \phi_s F \\ -S \phi_s F \\ C \theta_s C \phi_s F \end{bmatrix} \quad (44)$$

위 식에서  $R$ 은 동체의 오일러각을 통해 구할 수 있고,  $P$  또한  $v$ 를 통해 이미 계산된 값이므로, 삼각함수의 공식을 이용하면  $\theta_s$ ,  $\phi_s$ ,  $F$ 의 값을 다음과 같이 구할 수 있다[15].

$$\begin{aligned} \theta_s &= \text{sgn}(P_1) \arccos \left( \sqrt{\frac{P_1^2}{P_1^2 + P_3^2}} \right) \\ \phi_s &= -\text{sgn}(P_2) \arccos \left( \sqrt{\frac{P_1^2 + P_3^2}{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}} \right) \\ F &= \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} \end{aligned} \quad (45)$$

만약 Servo Motor 1만 장착되어 있어  $\phi_s$ 의 값을 조절하지 못하거나, Servo Motor 1, 2 모두 장착되어 있지 않아  $\phi_s$ ,  $\theta_s$ 의 값을 조절하지 못하는 경우에는 각각 5-자유도, 4-자유도 쿼드로터가 된다. 이때에는  $\phi_s$ ,  $\theta_s$  대신에 동체의 오일러각  $\phi$ ,  $\theta$ 를 직접 제어해야 한다.

다음으로 모멘트 방정식의 제어입력  $T$ 를 살펴보자. 식 (42)에서  $R_s r_i = [a_i \ b_i \ c_i]^T$ 로 치환하고,  $\Omega_{ss} + R_s Q \dot{\rho} = [d \ e \ f]^T$ 로 치환한 후,  $T$ 를 원동기 출력 변수를 이용해 풀어보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} &= \sum_{i=1}^4 \begin{pmatrix} T_{pr} + R_s r_i \times F_{pr} - J_r \dot{\Omega}_{rr} \\ -(\Omega_{ss} + R_s Q \dot{\rho}) \times J_r \Omega_{rr} \end{pmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left( \begin{array}{c} \gamma (b_1 \omega_1^2 + b_2 \omega_2^2 + b_3 \omega_3^2 + b_4 \omega_4^2) \\ -J_{r_z} e (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} -\gamma (a_1 \omega_1^2 + a_2 \omega_2^2 + a_3 \omega_3^2 + a_4 \omega_4^2) \\ +J_{r_z} d (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} \lambda (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ -J_{r_z} (\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2 + \dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_4) \end{array} \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (46)$$



이제 위에서 구한  $F$ 와  $T$ 를 조합하면  $\omega_i$ 에 관한 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \gamma(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ \gamma(b_1\omega_1^2 + b_2\omega_2^2 + b_3\omega_3^2 + b_4\omega_4^2) \\ -J_{r_z}e(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \\ -\gamma(a_1\omega_1^2 + a_2\omega_2^2 + a_3\omega_3^2 + a_4\omega_4^2) \\ +J_{r_z}d(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4) \\ \lambda(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ -J_{r_z}(\dot{\omega}_1 + \dot{\omega}_2 + \dot{\omega}_3 + \dot{\omega}_4) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -J_{r_z} & -J_{r_z} & -J_{r_z} & -J_{r_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \dot{\omega}_3 \\ \dot{\omega}_4 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\ \gamma b_1 & \gamma b_2 & \gamma b_3 & \gamma b_4 \\ -\gamma a_1 & -\gamma a_2 & -\gamma a_3 & -\gamma a_4 \\ -\lambda & \lambda & -\lambda & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -J_{r_z}e & -J_{r_z}e & -J_{r_z}e & -J_{r_z}e \\ J_{r_z}d & J_{r_z}d & J_{r_z}d & J_{r_z}d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (47)$$

식 (43)와 (45)를 통해  $T$ 와  $F$  값을 구할 수 있으며,  $\dot{\omega}_i = (\omega_i - \omega_{i,old})/\Delta t$ 로 나타낼 수 있다고 가정하면 식 (47)를 이용해 다음과 같이  $\omega_i$ 에 관한 2차 연립방정식을 구할 수 있다. 이 방정식의 해가 4개 DC 모터의 목표 회전속도가 된다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \gamma & \gamma & \gamma & \gamma \\ \gamma b_1 & \gamma b_2 & \gamma b_3 & \gamma b_4 \\ -\gamma a_1 & -\gamma a_2 & -\gamma a_3 & -\gamma a_4 \\ -\lambda & \lambda & -\lambda & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \\ &+ J_{r_z} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -e & -e & -e & -e \\ d & d & d & d \\ -1/\Delta t & -1/\Delta t & -1/\Delta t & -1/\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} F \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} + J_{r_z} / \Delta t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{1,old} \\ \omega_{2,old} \\ \omega_{3,old} \\ \omega_{4,old} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

#### IV. 수치 시뮬레이션

본 논문에서 제시한 모델링 및 제어기에 대한 검증을 위해서 시뮬레이션을 수행하였다. 쿼드로

Table 1. Parameters of Quadrotor

Param.	Value	Unit
$M_b$	1.26	kg
$J_r$	diag[0.00011425 0.00011425 0.00022525]	kg·m <sup>2</sup>
$J_m$	diag[0.0001241 0.0001241 0.0002266]	kg·m <sup>2</sup>
$J_b$	diag[0.018542 0.018542 0.037083]	kg·m <sup>2</sup>
$K_{\omega f}$	diag[0.0001 0.0001 0.0001]	N/(rad/s)
$K_{v f}$	diag[0.0001 0.0001 0.0001]	N/(m/s)
$\lambda$	0.00002	Nm/(rad/s) <sup>2</sup>
$\gamma$	0.0000002	N/(rad/s) <sup>2</sup>
$r_1$	[0.3 -0.3 0.05] <sup>T</sup>	m
$r_2$	[0.3 0.3 0.05] <sup>T</sup>	m
$r_3$	[-0.3 0.3 0.05] <sup>T</sup>	m
$r_4$	[-0.3 -0.3 0.05] <sup>T</sup>	ms

터가 비행할 임의의 경로점을 생성한 후, 쿼드로터가 그 경로점을 차례대로 지나도록 시나리오를 설정하였다. 4-자유도, 5-자유도, 6-자유도 시스템에 대해서 수행한 각각의 시뮬레이션 결과를 비교, 분석하였다. 시뮬레이션에 사용된 계수들의 값은 Table 1에 정리하였다.

Figures 4-9에 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. Fig. 4는 쿼드로터가 정해진 경로점을 차례로 지나서 최종 목표점에 도달하는 동안, 4-자유도, 5-자유도, 6-자유도 쿼드로터의 위치변화 상태를 나타낸 그래프이다. 세 경우 모두 올바른 궤도를 추종하고 있는 것을 알 수 있다.

Figure 5는 4-자유도 시스템에서  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ 의 변화를 나타내고 있다. 4-자유도 시스템에서는 쿼드로터의 자세값인  $\phi$ ,  $\theta$ 를 이용해 추진력의 방향을 결정하므로 이들의 값이 위치명령에 따라 변하고 있음을 알 수 있다. 나머지 변수인  $\psi$ 는 0으로 두고 제어하였다.

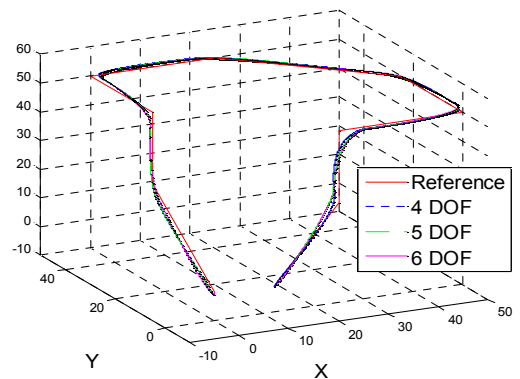


Fig. 4. Reference and tracking trajectory



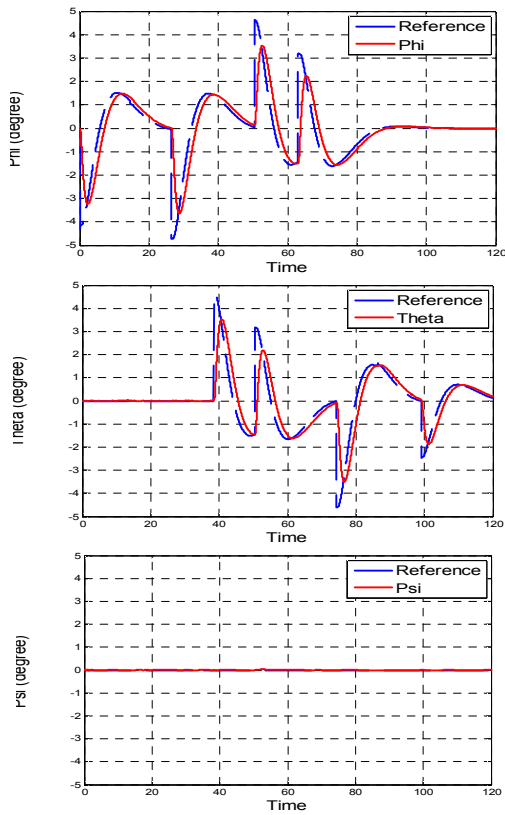


Fig. 5. Time response for 4DOF

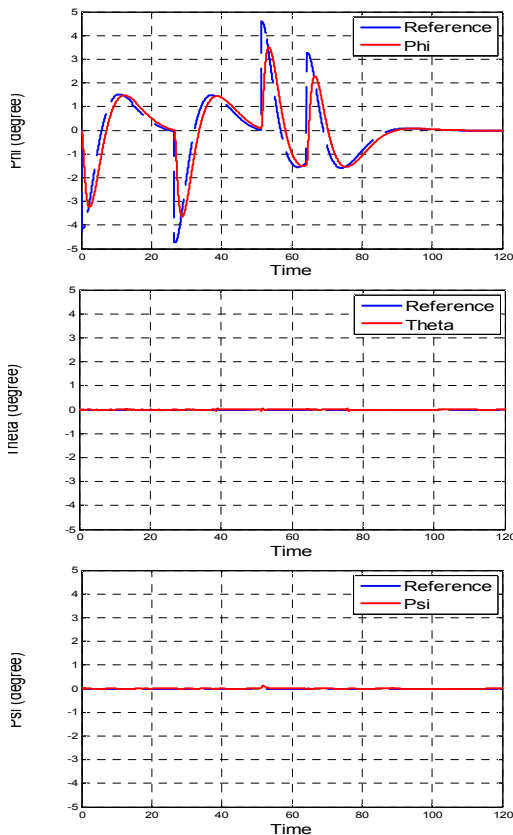


Fig. 6. Time response for 5DOF

Figure 6은 5-자유도 시스템에서  $\phi, \theta, \psi$ 의 변화를 나타내고 있다. 5-자유도 시스템에서는 쿼드콥터의 자세값 중  $\phi$ 만을 이용해 추진력의 방향을 결정하므로 이 값이 위치명령에 따라 변하고 있음을 알 수 있다. 나머지 두 개의 변수인  $\theta, \psi$ 는 모두 목표값을 0으로 두었다.

Figure 7은 6-자유도 시스템에서  $\phi, \theta, \psi$ 의 변화를 나타내고 있다. 6-자유도 시스템에서는 쿼드콥터의 자세값인  $\phi, \theta$ 와 상관없이 추진력의 방향을 결정할 수 있으므로 이들의 값이 목표값인 0으로 일정하게 유지되고 있음을 알 수 있다.

각 자유도를 갖는 쿼드콥터 모델의 성능을 분석하기 위해 다음과 같은 성능지수를 설정하도록 한다.

$$J = \int |A| dt \tag{49}$$

여기서 A는 동체의 오일러각도인  $\phi, \theta, \psi$ 를 의미하며, 따라서 성능지수는 자세의 변화가 얼마나 많은가를 표현한다.

각각의 시스템에 대한 성능지수 값을 Table 2에 정리하였다. Table 2에서 볼 수 있듯이 4-자유도 쿼드콥터 시스템에서는  $\phi, \theta$  자세 변화량이

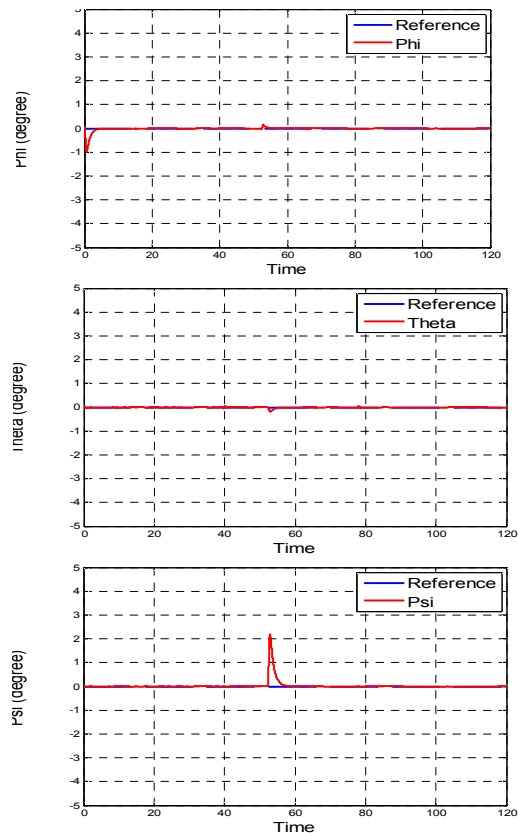


Fig. 7. Time response for 6DOF

Table 2.  $J$  of each system

		$J$		
		$\phi$	$\theta$	$\psi$
시스템	4자유도	102.4868	86.9359	0.2180
	5자유도	103.0029	0.1240	0.1978
	6자유도	1.6477	0.4161	3.2661

크고, 5-자유도 쿼드로터 시스템에서는  $\phi$  자세 변화량이 크게 나오는 것을 알 수 있다. 추가된 제어 자유도에 따라 6-자유도 쿼드로터 시스템의 자세변화량이 가장 적음을 알 수 있다. 즉, 동체 자세변화가 적은 상태로 비행을 할 수 있으며, 카메라를 통한 영상촬영과 같은 임무수행이 용이하게 된다.

Figures 8-10은 4, 5, 6-자유도 시스템에서 4개의 DC 모터 속도의 변화를 나타내고 있다. 6-자유도 시스템의 경우에는 시스템의 무게중심으로부터 힘의 작용점까지의 거리가 DC 모터의 각도에 따라 바뀌게 되므로 두 DC 모터의 속도에 차이가 나게 되는 것을 알 수 있다.

Figures 11-12는 5, 6-자유도 시스템에서  $\phi_s$ 와

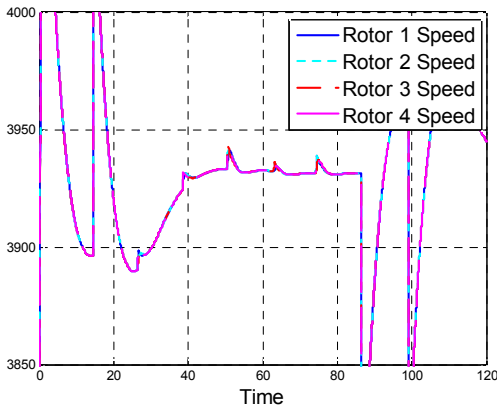


Fig. 8. Time response of rotor speed (4DOF)

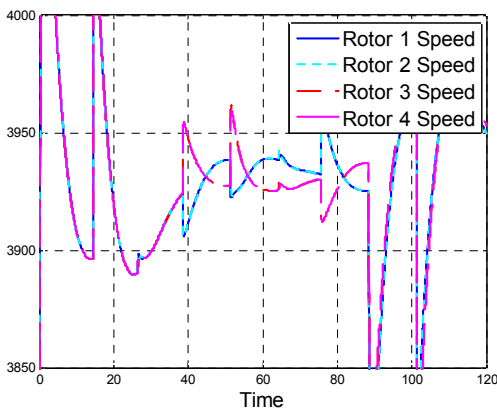


Fig. 9. Time response of rotor speed (5DOF)

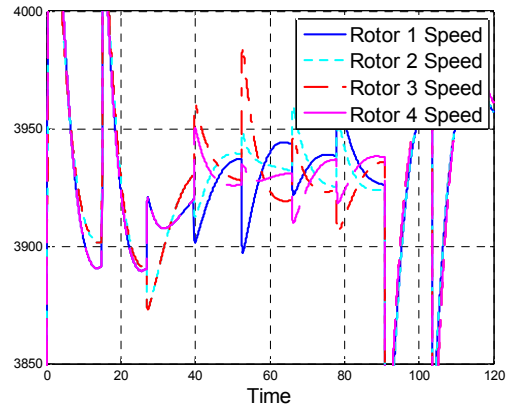


Fig. 10. Time response of rotor speed (6DOF)

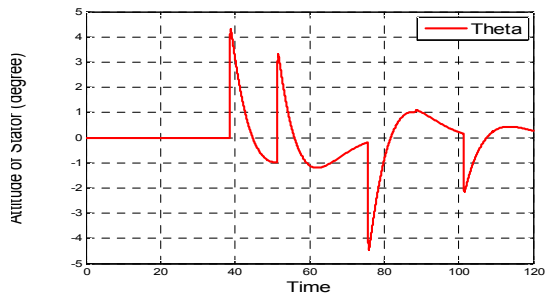


Fig. 11. Attitude history of stator (5DOF)

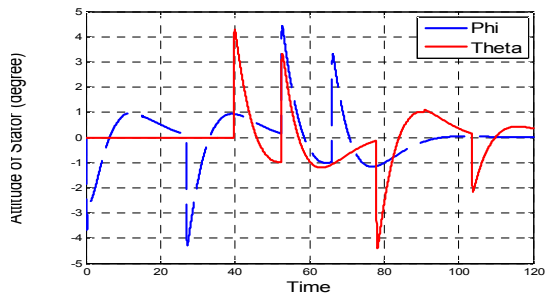


Fig. 12. Attitude history of stator for 6DOF

$\theta_s$ 의 변화를 나타내고 있다. 5-자유도 시스템에서는  $\theta_s$ 의 값이, 6-자유도 시스템에서는  $\phi_s$ 와  $\theta_s$  모두가 변하고 있음을 확인할 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 모터와 관절의 운동을 포함한 6-자유도 쿼드로터에 대한 모델링을 수행하고, 궤환선형화 기법을 통해 제어기를 설계하였으며, 수치 시뮬레이션을 통해 성능을 검증하였다.

본 논문에서 제안한 쿼드로터 모델링과 제어기를 실제로 구현하기 위해서는 많은 가정 및 주

의가 필요하다. 우선 DC모터의 속도를 정확히 컨트롤할 수 있는 모터 컨트롤러와, 명령각도를 딜레이 없이 정확히 추종할 수 있을 정도로 큰 파워를 가진 서보모터를 사용했음을 가정했다. 그리고 모터의 자세에 의해 프로펠러가 동체에 닿지 않도록 모터 및 프로펠러의 배치에 주의를 기울여야 하며, 2개의 원동기만으로 4개의 관절이 모두 같은 자세를 가질 수 있도록 세심하게 기구의 설계해야 한다.

## 후 기

본 연구는 국방과학연구소의 지원을 받아 수행된 연구입니다. (과제번호: UD120013JD).

## References

- 1) S. Bouabdallah, and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, April 2005.
- 2) H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine, "Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor," *World Academy of Science Engineering and Technology*, Vol. 26, No. 5, 2007, pp.22-27.
- 3) A. M. Ashfaq, and D. Wang, "Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter," *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 3, 2008, pp. 261-268
- 4) T. Madani, and A. Benallegue, "Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, October 2006.
- 5) A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "High-order Sliding-mode Observer for a Quadrotor UAV," *International Journal of Robust Nonlinear Control*, Vol.18, No. 4-5, 2008, pp. 427 - 440.
- 6) A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, "Feedback Linearization and High Order Sliding Mode Observer For a Quadrotor UAV," *International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, June 2006.
- 7) A. Mokhtari, N. K. M'Sirdi, K. Meghriche, and A. Belaidi, "Feedback Linearization and Linear Observer for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle," *Advanced Robotics*, Vol. 20, No. 1, 2006, pp. 71 - 91.
- 8) Q. Zhou, Y. Zhang, C. Rabbath, and D. Theilliol, "Design of Feedback Linearization Control and Reconfigurable Control Allocation with Application to a Quadrotor UAV," *Conference on Control and Fault Tolerant Systems*, Nice, France, October 2010.
- 9) F. Zhou, Z. Zhang, J. Liang, and J. Wang, "Feedback Linearization and Continuous Sliding Mode Control for a Quadrotor UAV," *27th Chinese Control Conference*, Kunming, Yunnan, China, July 2008.
- 10) D. Lee, H. J. Kim, and S. Sastry, "Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 7, No. 3, 2009, pp. 419-428.
- 11) S. Lupashin, A. Schollig, M. Sherback and R. D'Andrea, "A simple learning strategy for high-speed quadcopter multi-flips," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Anchorage, AK, May 2010.
- 12) D. Mellinger, N. Michael and V. Kumar, "Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors," *International Journal of Robotics Research*, Vol. 31, no. 5, 2012, pp. 664-674.
- 13) M. Müller, S. Lupashin and R. D'Andrea, "Quadcopter Ball Juggling," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, CA, September 2011.
- 14) J. Doebbler, and J. Valasek, "Boom and Receptacle Autonomous Air Refueling Using a Visual Pressure Snake Optical Sensor," *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, Keystone, CO, August 2006.
- 15) S. Lee, S. Kang and Y. Kim, "Trajectory tracking control of quadrotor UAV," *International Conference on Control, Automation and Systems*, Gyeonggi-do, Korea, October 2011.
- 16) S. Lee, "Design of waypoint guidance law with flight envelope protection for quadrotor unmanned aerial vehicle," M.S.

thesis, Seoul National University, Seoul, Korea, October 2011.

17) S. Tata, Muljowidodo, and B. Agus, "First Principle Approach to Modeling of Primitive Quad Rotor," *International Journal of Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 10, No. 2, 2009, pp. 148-160.

18) H. Voos, "Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control of a Quadrotor UAV," *IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, October 2006.

19) M. Y. Amir, and V. Abbass, "Modeling of Quadrotor Helicopter Dynamics," *International Conference on Smart Manufacturing Application*, KINTEX, Gyeonggi-do, Korea, April 2008.

20) A. S. Sanca, P. J. Alsina, and J. F. Cerqueira, "Dynamic Modelling of a Quadrotor Aerial Vehicle with Nonlinear Inputs," *IEEE Latin American Robotic Symposium*, Natal, Rio Grande do Norte, Brazil, October 2008.

21) A. Mokhtari, and A. Benallegue, "Robust Feedback Linearization and  $GH^\infty$  Controller for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle," *Journal of Electrical Engineering*, Vol. 57, No. 1, 2006, pp. 20 - 27.

22) H. Voos, "Nonlinear Control of a Quadrotor Micro-UAV using Feedback-Linearization," *IEEE International Conference on Mechatronics*, Malaga, Spain, April 2009.

23) Y. Bouktir, M. Haddad, and T. Chettibi, "Trajectory planning for a quadrotor helicopter," *16th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Congress Centre, Ajaccio, France, June 2008.

24) S. Bouabdallah, and R. Siegwart, "Full Control of a Quadrotor," *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA, Oct. 29 - Nov. 2, 2007.

25) S. Sastry, *Nonlinear Systems Analysis, Stability, and Control*, Springer-Verlag, NY, 1999.