

등가정하중을 이용한 스프링-댐퍼 제어시스템 구조물의 최적설계에 관한 기초연구

유남선* · 정의진* · 박경진* · 김태경**†

* 한양대학교 기계공학과, ** 호서대학교 기계공학부

Preliminary Study on Structural Optimization with Control Variables Using Equivalent Static Loads for Spring-damper Control Systems

Nam-Sun Yoo^{*}, Ui-Jin Jung^{*}, Gyung-Jin Park^{*} and Tai-Kyung Kim^{**†}

^{*} Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.,

^{**} School of Mechanical Engineering, Hoseo Univ.

(Received January 2, 2014 ; Revised March 24, 2014 ; Accepted April 8, 2014)

Key Words: Equivalent Static Loads(등가정하중), Structural Optimization(구조최적설계), Control Variable(제어 변수)

초록: 본 논문은 등가정하중을 이용하여 제어시스템을 포함한 구조물의 설계를 위한 최적화 방법을 제안한다. 지난 연구는 구조물과 제어시스템 최적설계를 독립적으로 분리하여 수행하였고, 구조물과 제어시스템을 동시에 최적화하여도 제어시스템의 제어변수는 정상상태에서만 최적화하여 성능을 향상시켰다. 하지만 제어변수는 모든 시간영역에서 최적화해야 한다. 즉, 제어시스템의 해석은 과도상태에서 수행해야 한다. 본 연구에서는 새로운 등가정하중을 이용하여 제어변수를 포함하는 제어시스템 구조물의 최적설계를 위한 방법을 제시하였다. 등가정하중은 동적하중이 구조물에 작용할 때 발생하는 임의 시간에서의 변위장과 동일한 변위장을 만들어내는 정하중을 의미한다. 이렇게 계산된 등가정하중을 이용하여 설계영역에서 선형정적응답 최적설계를 진행한다. 몇 가지 예제를 통해 새로운 등가정하중을 적용한 동적응답 최적설계방법의 유용성을 확인하였다.

Abstract An optimization method is proposed for the simultaneous design of structural and control systems using the equivalent static loads. In the past researches, the control parameters of such feedback gains are obtained to improve some performance in the steady-state. However, the actuators which have position and velocity feedback gains should be designed to exhibit a good performance in the time domain. In other words, the system analysis should be conducted for the transient-state in dynamic manner. In this research, a new equivalent static loads method is presented to treat the control variables as the design variables. The equivalent static loads (ESLs) set is defined as a static load set which generates the same displacement field as that from dynamic loads at a certain time. The calculated sets of ESLs are applied as multiple loading conditions in the optimization process. Several examples are solved to validate the proposed method.

- 기호설명 -

M : 질량행렬
C : 감쇠행렬
K : 강성행렬
b : 설계변수벡터

f(t) : t 에서의 외력벡터
f_{eq}(s) : s 에서의 등가정하중
z(t) : t 에서의 변위벡터
b_{st} : 구조물의 설계변수벡터
H_v : 속도케환이득행렬
H_p : 비례케환이득행렬
 h_v : 속도케환이득
 h_p : 비례케환이득

† Corresponding Author, dtkim9@hoseo.edu

© 2014 The Korean Society of Mechanical Engineers

- c : 단위 방향벡터
- g : 부등제한조건
- k : 설계사이클 번호
- n : 설계변수 번호

1. 서론

많은 현대 구조물은 제어시스템과 함께 이루어져 있기 때문에 구조물과 제어시스템을 동시에 고려하여 최적화하는 연구가 그 동안 진행되어 왔다. 지난 연구는 구조물과 제어시스템의 최적설계를 독립적으로 분리하여 수행하였고,⁽¹⁾ 구조물과 제어시스템을 동시에 최적화하여도 제어시스템의 제어변수인 케환이득의 성능은 정상상태에서만 최적화하여 성능을 향상시켰다.⁽²⁾ 또한 과도상태에서 최적화를 수행하였지만⁽³⁾ 과도상태의 해석 과정은 상당히 복잡하고 고가이기 때문에 작은 구조물에서만 최적화를 수행하였다.⁽⁴⁾ 하지만 케환이득으로 구성된 액추에이터의 제어시스템 구조물은 모든 시간영역에서 좋은 성능을 갖도록 설계해야 한다. 즉, 제어시스템 구조물의 동적해석은 과도상태에서 수행해야 한다. 하지만 과도상태에서의 동적응답 최적화를 위한 많은 연구들이 이루어지고 있으나 시간중속구속조건을 직접적으로 처리하는 알고리즘 개발의 어려움이 있고, 해석이 복잡하고 고가이다. 또한 동적계수를 이용하여 동적 최적설계를 수행하고⁽⁵⁾ 있지만 동적계수는 경험적으로 얻어내는 것이 대부분이므로 이에 대한 신뢰성 문제와 동적특성을 제대로 표현하지 못하는 문제가 야기된다.

이러한 어려움을 극복하기 위해 본 연구에서는 등가정하중을 이용하여 제어변수를 포함하는 제어시스템 구조물의 최적설계를 위한 새로운 방법을 제시하였다. 등가정하중이라는 개념을 통해 모든 시간영역에서 최적설계를 수행할 수 있다.⁽⁶⁻⁹⁾ 등가정하중은 동적하중이 구조물에 작용할 때 발생하는 임의 시간에서의 변위장과 동일한 변위장을 만들어내는 정하중을 의미한다. 이렇게 계산된 등가정하중을 이용하여 설계영역에서 선형정적응답 최적설계를 진행한다. 하지만 기존 등가정하중은 제어변수를 설계변수로 고려할 수 없기 때문에 힘의 함수를 설계변수로 고려할 수 있는 새로운 등가정하중법을 이용하여 제어변수를 포함하는 제어시스템 구조물의 동적응답 최적설계를 수행하였다. 몇 가지 예제를 통해 새로운 등가정하중을 적용한 동적응답 최적설계방법의 유용성을 확인하였다.

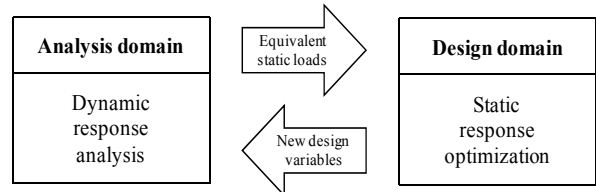


Fig. 1 Schematic process between the analysis and the design domain⁽⁶⁾

2. 등가정하중

2.1 등가정하중의 정의

등가정하중은 동적응답 해석으로부터 얻어지는 임의의 시간에서의 응답과 동일한 응답을 발생시키는 정적응답 해석에서의 하중을 의미한다. 등가정하중을 이용한 최적화 과정은 Fig. 1과 같이 해석영역과 설계영역으로 구분한다. 해석영역에서는 동적응답 해석의 결과를 이용해 등가정하중을 산출하고, 설계영역에서는 산출된 등가정하중을 이용해 정적응답 최적설계를 수행한다.⁽⁶⁻⁹⁾

2.2 일반적인 등가정하중

일반적인 구조물 운동방정식에서의 등가정하중 산출방법은 다음과 같다.

$$M(\mathbf{b})\ddot{\mathbf{z}}(t) + C(\mathbf{b})\dot{\mathbf{z}}(t) + K(\mathbf{b})\mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (t = t_0, t_1, \dots, t_l) \quad (1)$$

식 (1)은 선형동적해석을 위한 유한요소 방정식이다. 여기서 $\mathbf{z}(t)$ 는 시간 t 에서 얻어지는 선형동적변위벡터로 사실상 각 시점점에 대하여 서로 독립적인 벡터들이다. t 는 시간 조건에 따른 구분으로 표현하는 것이고, s 는 하중 조건에 따른 구분을 나타낸다. t 와 s 는 정확히 서로 대응한다.

$$\mathbf{f}_{eq}(s) = K(\mathbf{b})\mathbf{z}(t) \quad (s = 0, 1, \dots, l) \quad (2)$$

식 (1)로부터 얻은 시간 t 에서의 선형동적변위벡터 $\mathbf{z}(t)$ 와 일치하는 선형정적변위를 구하기 위한 등가정하중은 식 (2)를 이용하여 계산한다. $\mathbf{f}_{eq}(s)$ 는 시간 t 에 대응하는 하중조건 s 에서의 등가정하중을 의미한다. 등가정하중은 강성행렬과 선형동적변위벡터의 곱으로 계산한다. 강성행렬은 유한요소 이론에 의해 쉽게 얻을 수 있으며 유한요소 해석을 제공하는 상용 소프트웨어로부터 간단히 제공받을 수 있기 때문에 복잡한 모델이라 하여도 사용이 용이하다. 또한 등가정하중은 비선형성을 갖는 모델에 적용이 가능하다.⁽¹⁰⁾

식 (2)의 등가정하중은 $l+1$ 개의 시점점에 대하여 각각 계산되기 때문에 총 $l+1$ 개의 등가정하중

세트를 얻게 된다. 이렇게 구한 등가정하중 세트는 선형정적응답 최적설계에 외부하중으로 적용되며, 이때 등가정하중 세트는 다중하중조건(multiple loading conditions)으로 처리된다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{z}(s) = \mathbf{f}_{\text{eq}}(s) \quad (s = 0, 1, \dots, l) \quad (3)$$

식 (3)은 선형정적해석을 위한 유한요소 방정식으로, 이 평형방정식의 계산을 통하여 선형정적 변위벡터 $\mathbf{z}(s)$ 를 얻는다. 식 (3)을 계산하여 얻어지는 $\mathbf{z}(s)$ 는 식 (2)에서 사용된 $\mathbf{z}(t)$ 와 일치한다. 즉, $l+1$ 개의 하중 조건 각각에 대해서 선형동적 변위벡터와 일치하는 선형정적 변위벡터들을 얻게 된다.

2.3 제어시스템 구조물을 위한 등가정하중

하나의 비례, 속도 제환이득으로 이루어진 제어시스템 구조물에서의 등가정하중 산출방법은 다음과 같다. 아래의 식 (4)는 비례, 속도제환이득으로 이루어진 제어시스템 구조물의 동적 해석을 위한 유한요소 방정식이다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{b}_{\text{st}})\ddot{\mathbf{z}}(t) + (\mathbf{C}(\mathbf{b}_{\text{st}}) + \mathbf{H}_v)\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_A\mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (t = t_0, t_1, \dots, t_l), \quad \mathbf{K}_A = (\mathbf{K}(\mathbf{b}_{\text{st}}) + \mathbf{H}_p) \quad (4)$$

여기서 \mathbf{H}_v 는 속도제환이득행렬이고 \mathbf{H}_p 는 비례제환이득행렬이다. $\mathbf{f}(t)$, $\mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t)$, $\mathbf{H}_p\mathbf{z}(t)$ 는 각각 시간 t 에 따라 시스템에 가해지는 외력과 감쇠기 및 스프링 힘에 대한 벡터를 의미한다. 비례제환이득행렬과 속도제환이득행렬은 식 (5)와 같이 구성된다. \mathbf{H}_p 와 \mathbf{H}_v 는 Fig. 2의 A지점에 해당하는 요소를 제외하고 모두 값이 0인 행렬이다. 여기서 $A_{p_{ij}}$ ($i=1,2,3, j=1,2,3$)는 비례제환이득 값 h_p 의 함수이며, $A_{v_{ij}}$ 는 속도제환이득 값 h_v 의 함수이다.

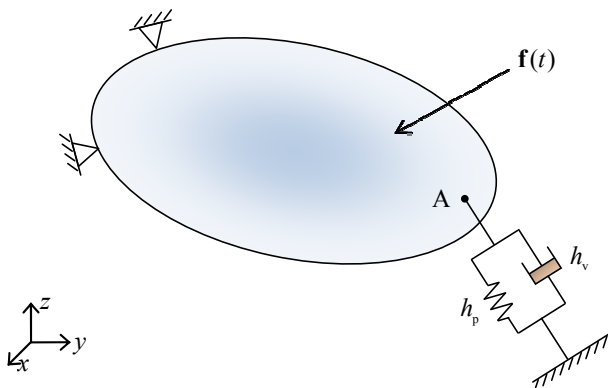


Fig. 2 A structural system with an actuator

$$\mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} 0 & \dots & & & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ & & A_{p11} & A_{p12} & A_{p13} & \\ \dots & \dots & A_{p21} & A_{p22} & A_{p23} & \dots \\ & & A_{p31} & A_{p32} & A_{p33} & \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} 0 & \dots & & & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ & & A_{v11} & A_{v12} & A_{v13} & \\ \dots & \dots & A_{v21} & A_{v22} & A_{v23} & \dots \\ & & A_{v31} & A_{v32} & A_{v33} & \\ \vdots & \ddots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (5b)$$

식 (4)로부터 얻는 시간 t 에서의 선형동적 변위벡터 $\mathbf{z}(t)$ 와 일치하는 선형정적 변위를 구하기 위한 등가정하중은 식 (6)을 이용하여 계산한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{eq}}(s) &= \mathbf{K}_A\mathbf{z}(t) \\ &= -\mathbf{M}(\mathbf{b}_{\text{st}})\ddot{\mathbf{z}}(t) - (\mathbf{C}(\mathbf{b}_{\text{st}}) + \mathbf{H}_v)\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{f}(t) \\ &= \mathbf{K}_A\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t) - \mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t) \quad (s = 0, 1, \dots, l) \end{aligned} \quad (6)$$

$\mathbf{f}_{\text{eq}}(s)$ 는 시간 t 에 대응하는 하중조건 s 에서의 등가정하중을 의미하며, t 와 s 는 정확히 서로 대응한다.

식 (6)에서 구한 등가정하중은 힘의 함수를 설계변수로 고려하기 위해 (7a)와 (7b)로 분리한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{eq}1}(s) &= -\mathbf{M}(\mathbf{b}_{\text{st}})\ddot{\mathbf{z}}(t) - \mathbf{C}(\mathbf{b}_{\text{st}})\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{f}(t) \\ &= \mathbf{K}_A\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t) \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\mathbf{f}_{\text{eq}2}(s) = -\mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t) \quad (7b)$$

식 (7a)와 (7b)의 등가정하중 $\mathbf{f}_{\text{eq}1}(s)$, $\mathbf{f}_{\text{eq}2}(s)$ 는 각각 $\mathbf{f}_{\text{eq}1}(s)$ 는 상수하중으로, $\mathbf{f}_{\text{eq}2}(s)$ 는 설계변수인 속도

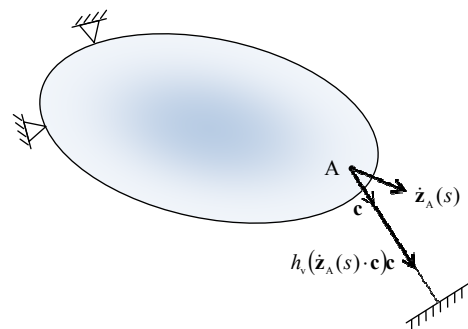


Fig. 3 Schematic of the velocity and the damping force at point A

케환이득의 함수로서 선형정적응답 최적설계에 적용한다. 즉, 등가정하중 $\mathbf{f}_{eq2}(s)$ 는 설계변수인 속도 케환이득 \mathbf{H}_v 값의 변화에 비례하는 가변하중이 된다.

등가정하중 $\mathbf{f}_{eq2}(s)$ 를 자세히 표현하면 아래의 식 (8)과 같다.

$$\mathbf{f}_{eq2}(s) = h_v(\dot{\mathbf{z}}_A(s) \cdot \mathbf{c})\mathbf{c} = -\mathbf{H}_v\dot{\mathbf{z}}(t) \quad (8)$$

여기서 $\dot{\mathbf{z}}_A$ 는 Fig. 3에 나타난 A지점에서의 속도를 나타내며 \mathbf{c} 는 감쇠기의 단위 방향벡터를 의미한다. h_v 는 최적설계 과정에서 설계변수에 해당한다. $\mathbf{f}_{eq2}(s)$ 를 가변하중으로 처리하는 방법은 Fig. 4와 같다. h_v 를 선형정적응답 최적설계의 설계변수로 설정하기 위하여 길이가 h_v 인 가상의 보 요소를 A지점에 감쇠기 방향(\mathbf{c} 방향)으로 추가한다. 그리고 $(\dot{\mathbf{z}}_A(s) \cdot \mathbf{c})\mathbf{c}$ 크기의 분포하중을 가한다. 최적설계 과정에서 h_v 의 크기는 가상의 보 요소 끝 점에 섭동벡터를 설정하여 설계과정에서 최적의 h_v 값을 얻을 수 있게 된다.

또한 최적설계 과정에서 구조변수 \mathbf{b}_{st} 또는 비례 케환이득 \mathbf{H}_p 에서 변화가 생길 경우 이때의 새로운 변위벡터 $\mathbf{z}(s)$ 는 식 (7a)를 통해 식 (3)에서 새롭게 계산된다. 이러한 방법으로 구조 및 제어설계변수의 변화를 반영한 새로운 반응장 $\mathbf{z}(s)$ 를 계산할 수 있다.

등가정하중은 $l+1$ 개의 시절점에 대하여 각각 계산되기 때문에 각 등가정하중마다 $l+1$ 개의 세트를 얻게 된다. 이렇게 구한 등가정하중 세트는 선형정적응답 최적설계에 외부하중으로 적용되며, 이때 등가정하중 세트는 다중하중조건으로 처리된다.

Fig. 5는 등가정하중을 이용한 제어시스템 구조물의 동적응답 최적화 과정이다. 최적화의 과정은 다음의 6단계로 요약할 수 있다.

- 단계 1: 설계변수의 초기값을 설정한다. (사이클 $k=0$, 수렴조건 ϵ)
- 단계 2: 설계변수에 대하여 동적응답 해석을 수행한다. [식 (4)]
- 단계 3: 등가정하중을 $\mathbf{f}_{eq1}(s)$ 과 $\mathbf{f}_{eq2}(s)$ 로 나누어 계산한다. [식 (6), (7)]
- 단계 4: 다음의 선형정적응답 최적화를 수행한다.

$$\begin{aligned} &\text{Find } \mathbf{b} \in R^{n-1}, h_v \text{ where } \mathbf{b} = [\mathbf{b}_{st}^T, h_p]^T \\ &\text{to minimize } f(\mathbf{b}, h_v, \mathbf{z}) \\ &\text{subject to } \mathbf{K}_A \mathbf{z} = \mathbf{f}_{eq1}(s) + \mathbf{f}_{eq2}(s) \quad (s = 0, 1, \dots, l) \\ &g_u(\mathbf{b}, h_v, \mathbf{z}) \leq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (9)$$

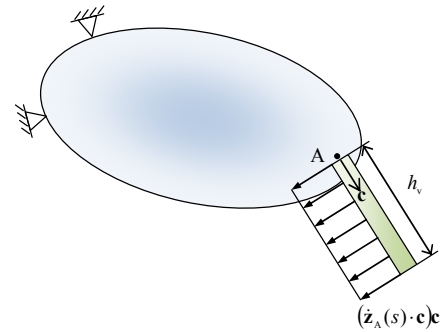


Fig. 4 Addition of a beam element at A according to the damping force

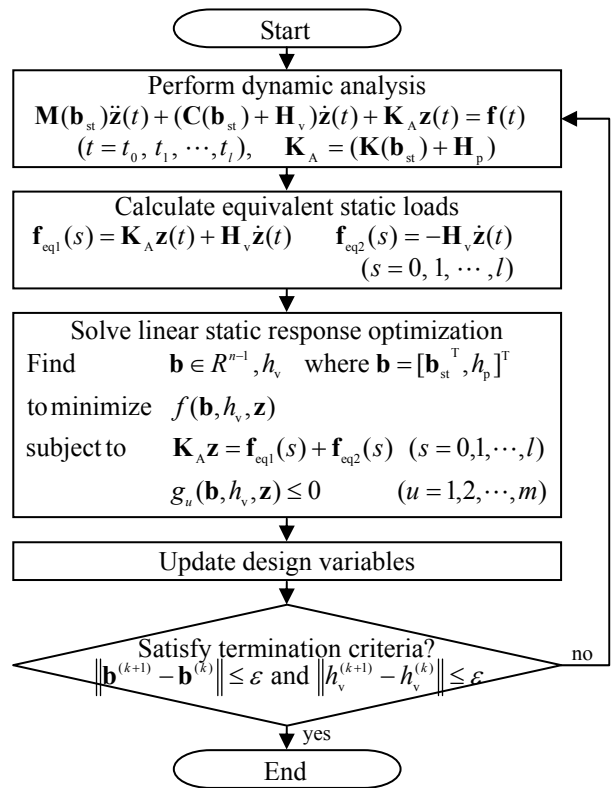


Fig. 5 Optimization process using the equivalent static loads for structural and control systems

- 단계 5: 최적해로 얻어진 설계변수를 갱신한다.
- 단계 6: 다음의 조건을 만족하면 반복과정을 멈추고 그렇지 않다면 단계 2로 간다. ($k=k+1$)

$$\|\mathbf{b}^{(k+1)} - \mathbf{b}^{(k)}\| \leq \epsilon \text{ and } \|h_v^{(k+1)} - h_v^{(k)}\| \leq \epsilon \quad (10)$$

3. 새로운 등가정하중을 이용한 제어시스템 구조물의 최적설계

3.1 10 부재 보 요소 제어시스템 구조물의 무게 최소화

첫 번째 구조물 예제는 Fig. 6에서 보이는 바와 같

이 외팔 보 형태의 제어시스템 구조물이다. 이 모델은 10 개의 보 요소로 구성되어 있다. 각 보의 길이는 1.0m 이고, 구조물 중간에 집중질량(Concentrated mass)을 가하였다. 한쪽 끝 단이 지지되어 있고 외팔보의 끝 단에서는 z 축 음의 방향으로 정현파 $[P_1(t)=3000N \sin(3.9 \text{ Hz})t]$ 의 동하중이 작용한다. 또한 중력을 고려 하였으며 구조물의 감쇠값은 $\gamma=0.02$ 을 사용하였다. 동적해석은 5sec 까지 수행하며 0.01sec 간격으로 나누어 총 500 개 시점점(s)에서의 등가정하중을 구한 뒤 최적설계의 다중하중조건으로 사용한다. 예제에 사용된 재료의 밀도는 $2.768 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 포아송비는 0.3 이며 탄성계수는 $7.10 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ 이다. 이 구조물에 대해 제어시스템이 없는 구조물(Uncontrolled)과 제어시스템 구조물(Controlled)의 최적설계를 각각 수행하였다.

첫 번째로 제어시스템이 없는 구조물의 설계변수는 구조변수인 보 요소의 두께 t_b (Flange thickness), t_h (web thickness)이다. 보 요소의 두께 t_b 는 총 10 개의 요소를 구조물 길이 방향에 따라 2 개씩 연결시켰고 t_h 는 전체 요소에 공통적으로 적용하였다. 따라서 총 설계변수는 6 개이다. 두 번째로 제어시스템 구조물의 설계변수는 구조변수인 보 요소의 t_b, t_h 와 제어변수인 h_p (비례게환이득), h_v (속도게환이득)이다. 구조변수는 제어시스템이 없는 구조물과 동일하게 설정하였으며, 비례게환이득과 속도게환이득은 각각 2 개씩 추가하여 총 설계변수는 10 개가 된다.

두 구조물의 최적설계 목적함수는 구조물의 전체 질량이다. 제어시스템이 없는 구조물의 제한조건으로는 구조물 끝 단에서의 변위제한 조건과 1st mode의 고유진동수 제한조건이 존재하며, 제어시스템 구조물에서는 액추에이터 힘과 전체 제어힘의 제한조건이 추가된다. 설계변수들의 하한조건과 상한조건은 구조변수인 t_b, t_h 모두 각각 0.005m, 0.1m이고, 제어변수인 h_p 는 각각 5.0N/m, 10000N/m, h_v 는 각각 $120 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $1000 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 로 정한다.

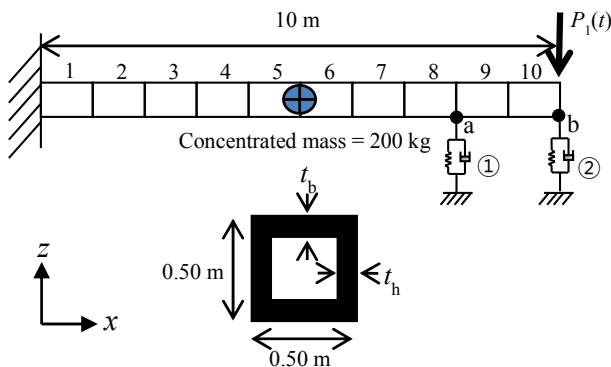


Fig. 6 Cantilever beam with a rectangular hollow section

첫 번째 설계 정식화는 식 (11)과 같다. 아래의 정식화를 통해 제어시스템이 없는 구조물에 대해 기존 등가정하중을 이용하여 최적설계를 수행 하였다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && t_{b1}, t_{b2}, t_{b3}, t_{b4}, t_{b5}, t_h \\ &\text{to minimize} && \text{mass} \\ &\text{subject to} && -0.05\text{m} \leq \delta_{\text{tip}} \leq 0.05\text{m} \quad (11) \\ &&& f_1 \geq 6\text{Hz} \\ &&& 0.005\text{m} \leq t_b, t_h \leq 0.1\text{m} \end{aligned}$$

두 번째 설계 정식화는 식 (12)와 같다. 아래의 정식화를 통해 제어시스템 구조물에 대해 새로운 등가정하중을 이용하여 최적설계를 수행하였다. 여기서 액추에이터의 힘 $F_{\text{Actuator}1}$ 과 $F_{\text{Actuator}2}$ 는 식 (12)의 아래에서 정의하였다. 여기서 하첨자 a 와 b 는 각각 Fig. 6 의 절점을 의미한다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && t_{b1}, t_{b2}, t_{b3}, t_{b4}, t_{b5}, t_h, h_{v1}, h_{p1}, h_{v2}, h_{p2} \\ &\text{to minimize} && \text{mass} \\ &\text{subject to} && -0.05\text{m} \leq \delta_{\text{tip}} \leq 0.05\text{m} \\ &&& f_1 \geq 6\text{Hz} \\ &&& F_{\text{Actuator}1,2} \leq 300\text{N} \quad (12) \\ &&& F_{\text{Actuator}1} + F_{\text{Actuator}2} \leq 550\text{N} \\ &&& 0.005\text{m} \leq t_b, t_h \leq 0.1\text{m} \\ &&& 5.0\text{N/m} \leq h_p \leq 10000.0\text{N/m} \\ &&& 120.0\text{N} \cdot \text{s/m} \leq h_v \leq 1000.0\text{N} \cdot \text{s/m} \\ &\text{where,} && F_{\text{Actuator}1} = |h_{p1} \cdot z_a| + |h_{v1} \cdot \dot{z}_a| \\ &&& F_{\text{Actuator}2} = |h_{p2} \cdot z_b| + |h_{v2} \cdot \dot{z}_b| \end{aligned}$$

Table 1 History data for the cantilevered beam(mass minimization)

	Uncontrolled	Controlled
Cycle No.	Mass (kg) [max. constraint violation (%)]	
Initial	542.5 [166.30]	542.5 [138.00]
1	871.5 [-60.16]	854.8 [-0.01]
2	389.6 [14.10]	385.9 [9.20]
3	422.2 [-3.72]	395.9 [-0.02]
4	411.0 [0.48]	389.1 [1.60]
5	413.5 [-0.23]	390.7 [-0.33]
6		388.7 [0.50]
7		389.2 [-0.35]

등가정하중을 이용한 선형 동적해석을 위하여 MD NASTRAN⁽¹¹⁾을 이용하였다. 등가정하중의 산출을 위하여 강성행렬을 곱하는 과정은 NASTRAN에 탑재되어 있는 DMAP(Direct Matrix Abstraction Program) 알고리즘⁽¹²⁾을 이용하고 선형정적 최적설계에는 Genesis⁽¹³⁾를 사용한다.

Table 1은 제어시스템이 없는 구조물과 제어시스템 구조물의 모든 설계주기에 대한 목적함수와 제한조건 위배율의 값 나타낸 것이다. 제어시스템이 없는 구조물은 5번의 설계주기로 구조물의 질량이 542.5kg에서 413.5kg으로 24% 가량 감소하였고, 초기해에서 제한조건을 166% 위배 하였지만 최적해에서는 제한조건을 모두 만족하였다. 제어시스템 구조물은 7번의 설계주기로 구조물의 질량이 542.5kg에서 389.2kg으로 28% 정도 감소하였고, 초기해에서 제한조건을 138% 위배 하였지만 최적해에서는 제한조건을 모두 만족하였다.

제어시스템이 없는 구조물과 제어시스템 구조물의 동적응답 최적설계를 통해 모든 제한조건은 만족하고 목적함수인 질량이 모두 감소하였다. 또한 제어시스템 구조물의 질량이 제어시스템이 없는 구조물에 비해 6.5% 더 감소 하였다. 이는 모든 시간에서의 변위 제한조건을 만족하기에 적합한 액추에이터 케환이득 값의 설계로 인하여 구조물의 경량화 설계를 얻은 것으로 보여진다. Table 2는 최적설계 후 두 모델의 설계변수의 값을 나타낸다.

3.2 10 부재 보 요소 제어시스템 구조물의 제어 에너지 최소화

이번 예제의 목표는 앞서 설명한 Fig. 6의 구조물에서 제어에너지를 최소화하는 최적설계를 수행하는 것이다. 앞의 예제와 동일한 하중 조건을 사용하였으며 여기서 정의한 제어에너지는 스프링과 감쇠기로 이루어진 액추에이터에서 발생하는 에너

지를 의미한다. 제어에너지의 정의는 식 (13)의 아래와 같다. 여기서 하첨자 a 와 b 는 각각 Fig. 6의 절점을 의미한다. 제어에너지를 구하기 위한 적분식은 선형정적반응 최적설계 내에서 계산할 경우, t+1 개의 다중하중조건에 따른 각 시간의 액추에이터 힘을 심프슨의 법칙에 따라 적분하여 사용한다.

설계변수는 제어시스템 구조물의 무게를 최소화하는 예제와 같다. 제한조건은 끝 단에서의 변위 제한조건과 1st mode 의 고유진동수, 구조물 질량 제한조건이 존재한다. 설계변수들의 하한조건과 상한조건은 제어시스템 구조물의 무게를 최소화하는 예제와 동일하다. 제어에너지를 최소화하는 설계 정식화는 다음 식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && t_{b1}, t_{b2}, t_{b3}, t_{b4}, t_{b5}, t_h, h_{v1}, h_{p1}, h_{v2}, h_{p2} \\
 &\text{to minimize} && \text{Control energy} \\
 &\text{subject to} && -0.04\text{m} \leq \delta_{ip} \leq 0.04\text{m} \\
 &&& f_1 \geq 6\text{Hz} \\
 &&& \text{mass} \leq 450\text{kg} \\
 &&& 0.005\text{m} \leq t_b, t_h \leq 0.1\text{m} \\
 &&& 5.0\text{N/m} \leq h_p \leq 10000.0\text{N/m} \\
 &&& 120.0\text{N}\cdot\text{s/m} \leq h_v \leq 1000.0\text{N}\cdot\text{s/m}
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\text{Control energy} = \int_0^t (|h_{p1} \cdot z_a| + |h_{v1} \cdot \dot{z}_a|) + (|h_{p2} \cdot z_b| + |h_{v2} \cdot \dot{z}_b|) dt$$

예제 풀이에 사용한 해석 및 최적화기는 첫 예제에서 사용한 것과 같다. Table 3은 최적해에서의 설계변수와 목적함수의 값을 나타낸 것이다. 총4번의 설계주기를 통해 제어시스템 구조물의 전체 제어에너지는 2449.0N·s에서 322.2N·s로 660% 감소하였고, 초기해에서 제한조건을 137% 위배 하였지만 최적해에서 제한조건을 모두 만족하였다.

Table 3 Optimum values for the cantilevered beam (control energy minimization)

Element type	Element number	Design variable	Initial value	Optimum value	
Beam	1-2	t_{b1} , m	0.0100	0.0228	
	3-4	t_{b2} , m	0.0100	0.0155	
	5-6	t_{b3} , m	0.0100	0.0087	
	7-8	t_{b4} , m	0.0100	0.0052	
	9-10	t_{b5} , m	0.0100	0.0050	
	1-10	t_h , m	0.0100	0.0050	
	Control	1	h_{p1} , N/m	2000.00	24.47
			h_{v2} , N·s/m	500.00	120.30
		2	h_{p2} , N/m	2000.00	14.74
			h_{v2} , N·s/m	500.00	120.00
Objective function (N·s)			2449.00	332.20	
Max. constraint violation (%)			136.60	-9.27	

Table 2 Optimum values for the cantilevered beam (mass minimization)

Element type	Element number	Design variable	Initial value	Optimum value	
				Uncontrolled	Controlled
Beam	1-2	t_{b1} , m	0.0100	0.0197	0.0196
	3-4	t_{b2} , m	0.0100	0.0134	0.0116
	5-6	t_{b3} , m	0.0100	0.0075	0.0051
	7-8	t_{b4} , m	0.0100	0.0051	0.0050
	9-10	t_{b5} , m	0.0100	0.0050	0.0050
	1-10	t_h , m	0.0100	0.0050	0.0050
	Control	1	h_{p1} , N/m	2000.00	
h_{v2} , N·s/m			500.00		137.10
2		h_{p2} , N/m	2000.00		1372.88
		h_{v2} , N·s/m	500.00		127.30

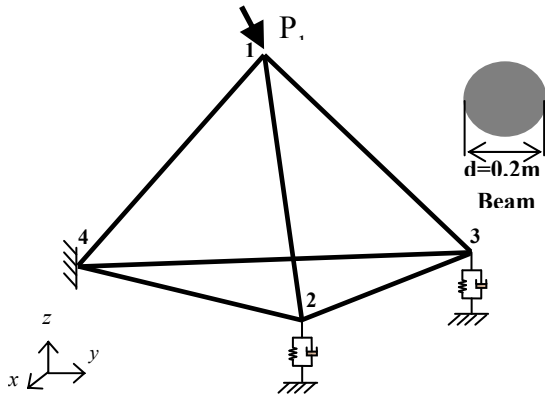


Fig. 7 Structure of six beam elements with circular

3.3 6 부재 보 요소 제어시스템 구조물의 무게 최소화

두 번째 구조물 예제는 Fig. 7 에서 보이는 바와 같은 사면체 형태의 제어시스템 구조물이다. 이 모델은 6 개의 보 요소로 구성되어 있다. 각 보의 길이는 10.0m 이고, 사면체 꼭지점 중 4 번 꼭지점이 지지되어 있으며 사면체의 1 번 꼭지점에서 정현파 $P_1(t)=300\text{kN} \sin(3.9 \text{ Hz})t$ 의 동하중이 작용한다. 이 정현파 동하중은 꼭지점 1 번으로부터 꼭지점 2 번과 3 번 사이의 중간 지점 방향으로 하중이 작용한다. 본 예제는 중력을 고려하였으며 구조물의 재료와 감쇠값은 앞의 예제와 동일하다.

위의 구조물에 대해 제어시스템이 없는 구조물과 제어시스템 구조물에 새로운 등가정하중을 적용하여 최적설계를 수행 하였다. 첫 번째로 제어시스템이 없는 구조물의 설계변수는 구조변수인 보 요소의 직경(d)이며 총 설계변수는 6 개이다. 제어시스템 구조물의 설계변수는 보 요소의 직경과 제어변수인 h_p, h_v 이다. 구조변수는 제어시스템이 없는 구조물과 같은 6 개이며 제어변수는 x, y, z 방향으로 각각 두 쌍의 h_p, h_v 가 사용되어 총 설계변수는 18 개이다. 두 구조물의 목적함수는 전체 질량이다.

제어시스템이 없는 구조물의 제한조건으로는 구조물의 1,2,3 번 꼭지점의 x, y, z 변위의 크기와 1st mode 의 고유진동수 제한조건이 존재하며, 제어시스템 구조물에서는 액추에이터 힘 제한조건이 추가된다. 설계변수들의 하한조건과 상한조건은 다음과 같다. 구조변수인 보 요소의 d (diameter)는 각각 0.01m 에서 1.0m, 제어변수 h_p 는 각각 5.0N/m 에서 10000N/m, 그리고 h_v 는 각각 120N·s/m 에서 1000N·s/m 사이에서 존재한다.

기존 등가정하중을 이용한 제어시스템이 없는 구조물의 최적설계 정식화는 식 (14)와 같다.

Table 4 History data for a six beam element structure (mass minimization)

Cycle No.	Uncontrolled	Controlled
	Mass (kg) [max. constraint violation (%)]	
Initial	14760 [25.80]	14760 [38.50]
1	6954 [109.10]	6450 [240.10]
2	9364 [32.50]	13260 [10.50]
3	9010 [78.00]	11800 [4.80]
4	11580 [-0.21]	10760 [1.00]
5	10910 [0.90]	10770 [0.40]
6	10950 [-0.02]	10790 [-0.46]

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && d_w \quad (w=1,2,\dots,6) \\
 &\text{to minimize} && \text{mass} \\
 &\text{subject to} && \left| \delta_{\text{node}1,2,3} \right| \leq 0.3\text{m} \quad (14) \\
 &&& f_1 \geq 1\text{Hz} \\
 &&& 0.01\text{m} \leq d \leq 1.0\text{m}
 \end{aligned}$$

제어시스템 구조물의 정식화는 식 (15)와 같다. 아래 정식화를 통해 새로운 등가정하중을 이용하여 최적설계를 수행하였다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && d_w, h_{v1,r}, h_{p1,r}, h_{v2,r}, h_{p2,r} \quad (w=1,2,\dots,6) \\
 &\text{to minimize} && \text{mass} \quad (r=1,2,3) \\
 &\text{subject to} && \left| \delta_{\text{node}1,2,3} \right| \leq 0.3\text{m} \\
 &&& f_1 \geq 1\text{Hz} \\
 &&& F_{\text{Actuator}1,2} \leq 1000\text{N} \\
 &&& 0.01\text{m} \leq d \leq 1.0\text{m} \\
 &&& 5.0\text{N/m} \leq h_p \leq 10000.0\text{N/m} \\
 &&& 120.0\text{N}\cdot\text{s/m} \leq h_v \leq 1000.0\text{N}\cdot\text{s/m}
 \end{aligned} \quad (15)$$

Table 4 는 제어시스템이 없는 구조물과 제어시스템 구조물의 모든 설계주기에 대한 목적함수와 제한조건 위배율 값을 나타낸 것이다. 제어시스템이 없는 구조물은 6 번의 설계주기로 구조물의 질량이 14760kg 에서 10950kg 으로 26% 감소하였고, 초기해에서 26% 위배하였지만 최적해에서는 제한조건을 모두 만족하였다. 제어시스템 구조물은 6 번의 설계주기를 통해 구조물 질량이 14760kg 에서 10790kg 으로 약 27% 감소하였고, 초기해에서 제한조건을 39% 위배 하였지만 최적해에서 제한조건을 모두 만족하였다.

앞에서 설명한 것과 같이 제어시스템이 없는 구

조물과 제어시스템 구조물은 동적응답 최적설계를 통해 모든 제한조건을 만족하고 질량이 모두 감소한 것을 확인할 수 있다. 또한 제어시스템 구조물의 질량이 제어시스템이 없는 구조물에 비해 1.5% 더 감소 하였다. 구조변수와 제어변수의 동시 설계는 제어시스템 구조물이 모든 시간에서의 제한조건을 만족하며 경량화된 구조물 설계가 가능하게 하였다.

4. 결 론

제어시스템 구조물의 최적설계에 관한 기초연구로서 새로운 등가정하중을 이용한 선형동적반응 최적설계를 수행하였다. 제어시스템 구조물의 최적설계에 관한 기존 연구는 구조물과 제어시스템 설계를 독립적으로 수행하거나, 동시에 최적설계를 수행하여도 정상상태에서만 설계를 진행하였다. 또한 과도상태에서 최적화를 수행한 연구는 과도상태의 해석이 복잡하고 고가이기 때문에 단순한 제어시스템 구조물에서만 최적설계를 하였다. 이와 같은 문제를 해결하기 위해 새로운 등가정하중법을 제안하고, 모든 시간영역에서 구조물과 제어시스템을 동시에 고려하는 최적설계를 수행하였다. 등가정하중법은 몇 가지 동적응답 최적설계 방법 중 하나로서 동적응답 해석을 통해 나오는 변위 벡터와 구조물 강성행렬의 곱으로 등가정하중을 산출하고 이를 통해 기존의 잘 정립되어 있는 선형정적응답 최적화기법에서 최적설계를 수행하는 방법이다.

제어시스템 구조물에서 제어시스템의 힘은 제어변수의 함수로써 구조물에 작용한다. 기존의 등가정하중법은 구조물에 적용하여 최적설계를 수행하는데 문제가 없지만, 제어변수를 포함하는 제어시스템 구조물을 최적화하는데 부적절하다. 즉, 제어변수를 포함하는 제어시스템 구조물의 최적설계는 힘을 설계변수로 고려해야 한다. 하지만 기존 등가정하중은 힘을 설계변수로 다룰 수 없기 때문에 새로운 등가정하중을 이용하여 최적설계 할 수 있는 방법을 제안하였다.

본 연구에서는 힘의 함수를 설계변수로 고려할 수 있는 새로운 등가정하중법을 이용하여 10부재 보 요소 제어시스템 구조물과 6부재 보 요소 제어시스템 구조물의 최적설계를 수행하였다. 이를 통해 제어시스템이 없는 구조물과 비교하여 제어시스템 구조물은 주어진 제한조건을 만족하며 경량화된 설계 결과를 도출함을 확인하였다. 또한 제어에너지 최소화 설계가 가능함을 확인하였다.

이러한 과정은 새로운 등가정하중을 이용하여 구조변수와 제어변수를 동시에 최적화하는 설계 방법의 유용성 나타낸다.

향후 새로운 등가정하중법을 이용한 동적응답 최적설계를 다양한 공학 예제에 적용할 필요가 있다. 또한 본 논문에서는 제어변수인 h_p 와 h_v 의 함수만을 설계변수로 고려하여 최적설계를 수행하였으나, h_p , h_v 의 함수가 아닌 일반함수를 설계변수로 고려하는 최적설계 연구가 추가적으로 수행되어야 한다.

후 기

이 논문은 2013년도 호서대학교의 재원으로 학술연구비 지원을 받아 수행된 연구임(20130344).

참고문헌 (References)

- (1) Khot, N. S., Eastep, F. E. and Venkayya, V. B., 1986, "Optimal Structural Modifications to Enhance the Active Vibration Control of Flexible Structures," *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 8, pp. 1368~1374.
- (2) Lust, R. V. and Schmit, L. A., 1988, "Control-Augmented Structural Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 1, pp. 86~95.
- (3) Arora, J. S. and Lin, T. C., 1994, "Differential Dynamic Programming Technique for Optimal Control," *Optimal Control Application & Methods*, Vol. 15, No. 2, pp. 77~100.
- (4) Park, G. J., 2007, *Analytic Methods for Design Practice*, Springer-Verlag, Germany.
- (5) Haftka, R. T. and Gürdal, Z., 1991, *Element of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- (6) Choi, W. S. and Park, G. J., 1999, "Transformation of Dynamic Loads into Equivalent Static Loads Based on Model Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, pp. 29~43.
- (7) Choi, W. S. and Park, G. J., 2002, "Structural Optimization Using Equivalent Static Loads at All the Time Intervals," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, No. 19, pp. 2077~2094.
- (8) Kang, B. S., Choi, W. S. and Park, G. J., 2001, "Structural Optimization under Equivalent Static Loads Transformed from dynamic Loads Based on Displacement," *Computer & Structures*, Vol. 79, No. 2, pp. 145~154.
- (9) Kang, B. S., Park, G. J. and Arora, J. S., 2005, "Optimization of Flexible Multibody Dynamic Systems Using the Equivalent Static Loads Method," *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 4, pp. 846~854.

- (10) Kim, Y. I. and Park, G. J., 2007, "Case Studies of Nonlinear Response Structural Optimization Using Equivalent Loads," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 31, No. 11, pp. 1059~1068.
- (11) MD NASTRAN 2010.1 User's Manual, MSC.Software, USA.
- (12) MD NASTRAN 2010.1 DMAP User's Manual, MSC.Software, USA.
- (13) GENESIS User's Manual, Version 12.0, 2010, Vanderplaats Research and Development Inc., Colorado, USA.