

논문 2014-51-5-11

# TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템에서 FDOA 측정 정확도에 따른 추정 성능 기여도 분석

( Analysis on the Contribution of FDOA Measurement Accuracy to the Performance of Combined TDOA/FDOA Localization Systems )

김 동 규\*, 김 용 희\*\*, 한 진 우\*\*\*, 송 규 하\*\*\*, 김 형 남\*\*

( Dong-Gyu Kim, Yong-Hee Kim, Jin-Woo Han, Kyu-Ha Song, and Hyoung-Nam Kim<sup>©</sup> )

## 요 약

현대 전자전 지원 시스템에서는 TDOA (time difference of arrival)나 FDOA (frequency difference of arrival)와 같은 비도래각 정보를 이용하여 미상 신호원의 위치를 추정하는 정밀 위치추정 기법의 필요성이 높아지고 있다. 기존의 단일 TDOA 기반 기법에 관한 연구는 위치추정 알고리즘뿐만 아니라 측정 정확도 향상에 대해 다양한 진척이 이루어졌으며, 최근에는 TDOA와 FDOA 정보를 동시에 사용하여 적은 수신단 수로 보다 많은 정보를 획득할 수 있고 신호원의 속도 추정이 가능한 복합 위치추정 시스템에 관한 연구가 수행되고 있다. 이러한 과정에서 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 기존 단일 TDOA 시스템을 대체할 수 있는 추정 성능을 갖기 위해 요구되는 FDOA 측정 정확도와 성능분석 과정이 필요하다. 본 논문에서는 CRLB (Cramer-Lao lower bound)의 분석을 통해 TDOA/FDOA 위치추정 시스템이 단일 TDOA 위치추정 시스템에 비해 향상된 추정 정확도를 갖기 위해 요구되는 FDOA 측정 정확도의 기준과 이에 따른 기여도를 분석하고, Gauss-Newton 알고리즘을 이용하여 분석 결과를 검증한다.

## Abstract

In modern electronic warfare systems, the necessity of a more accurate estimation method based on non-AOA (arrival of angle) measurement, such as TDOA and FDOA, have been increased. The previous researches using single TDOA have been carried out in terms of not only the development of emitter location algorithms but also the enhancement of measurement accuracy. Recently, however, the combined TDOA/FDOA method is of considerable interest because it is able to estimate the velocity vector of a moving emitter and acquire a pair of TDOA and FDOA measurements from a single sensor pair. In this circumstance, it is needed to derive the required FDOA measurement accuracy in order that the TDOA/FDOA combined localization system outperforms the previous single TDOA localization systems. Therefore, we analyze the contribution of FDOA measurement accuracy to emitter location, then propose the criterion based on CRLB (Cramer-Rao lower bound). Simulations are included to examine the validity of the proposed criterion by using the Gauss-Newton algorithm.

**Keywords :** TDOA, FDOA, electronic warfare, emitter localization, CRLB

\* 학생회원, \*\* 정회원, 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과  
(Department of Electrical and Computer Engineering, Pusan National University)

\*\*\* 정회원, 국방과학연구소  
(Agency for Defense Development)

© Corresponding Author(E-mail: hnkim@pusan.ac.kr)

※ 본 논문은 2011년 국방과학연구소의 “FDOA 위치 탐지기술 연구”에 대한 연구용역 및 BK21플러스, IT기반 융합산업 창의인력양성사업단에 의하여 지원되었음.

접수일자: 2013년12월3일, 수정일자: 2014년3월26일, 수정완료: 2014년4월30일

## I. 서 론

전자전 지원 시스템에서 미상 신호원의 고정밀 위치 추정에 대한 필요성이 증가됨에 따라 기존의 도래각 정보가 아닌 TDOA (time difference of arrival) 및 FDOA (frequency difference of arrival)와 같은 이차(quadratic) 정보를 이용하는 방법에 관한 연구가 활발하게 진행되고 있다<sup>[1~5]</sup>. TDOA와 FDOA는 각각 두 수신단에서 측정된 수신신호의 도착 시간과 도플러 주파수 차이를 의미하며, 각 측정치에 대응하는 LOP (line of position)의 교점을 추정하여 신호원의 위치 정보를 얻어낸다. 이러한 신호원 위치추정은 원 수신신호로부터 TDOA 또는 FDOA 정보를 측정(measurement)하는 단계와 측정치를 이용하여 신호원 위치를 추정(estimation)하는 단계로 구성되며<sup>[6]</sup> 각 단계별로 다양한 알고리즘이 제안되었다<sup>[1, 3~5]</sup>.

단일 TDOA 기반 위치추정 시스템의 경우 위치를 추정하는 단계에서 테일러 급수를 통해 비선형 관측 모형을 선형화하여 반복적으로 추정치를 갱신하는 방법이 널리 알려져 있으며<sup>[1, 7]</sup>, 최근에 BLUE (best linear unbiased estimator) 추정기를 이용하여 연산량을 감소시키는 기법이 제안되었다<sup>[3]</sup>. 또한 종속 미지변수를 도입하여 닫힌 해(closed-form)를 구하는 비 반복적인 방법이 제안되었으며, 이러한 방법은 초기값 문제가 해결되지만 수신단 쌍의 조합과 배치에 제약조건을 가지고 있다<sup>[1]</sup>. 이러한 TDOA 기반 위치추정 기법뿐만 아니라 측정단계에서 수신기의 시각 동기 문제를 해결하기 위해 GPS 양방향 통신링크를 이용한 하드웨어 구조에 관한 연구<sup>[4]</sup>와 같은 시스템 구현과 적용에 관한 다양한 연구도 수행되었다.

최근에는 단일 TDOA 기반 위치추정 시스템에서 발전된 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템에 관한 연구가 활발히 진행되고 있으며, TDOA를 독립적으로 사용했을 때에 비해 측정 효율성과 추정 정확도 관점에서 이점을 가진다. TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템에서 신호 잡음 및 채널환경을 고려하는 측정단계에서는 CAF (complex ambiguity function)를 이용하여 원 수신신호로부터 두 정보를 동시에 효율적으로 획득할 수 있다. CAF 기반의 다양한 측정 성능 향상을 위한 방법들이 제안되었으며 비교적 높은 정확도를 보이는 것으로 알려져 있다<sup>[2]</sup>.

신호원 위치추정 단계에서 추정 정확도는 수신단과 신호원의 기하학적 배치에 따른 위치선의 교차특성에 의해 큰 영향을 받는다. 일반적으로 측정치에 대응하는 각 위치선의 교차특성이 직각에 유사할수록 높은 추정 성능을 가지게 된다<sup>[8]</sup>. TDOA의 경우, 특정 측정치에 대응하는 위치선이 항상 쌍곡선의 형태를 가지는데 비해 FDOA에 의한 위치선은 임의의 폐곡선을 이루며, 이 때 폐곡선의 형태는 수신단과 신호원의 배치와 속도 벡터에 의해 결정된다. 신호원의 위치를 추정하기 위해서는 최소 두 개 이상의 위치선이 필요하며 TDOA 또는 FDOA 단일 정보를 이용하는 경우 두 개의 수신단 쌍이 필요하다. 반면에 TDOA와 FDOA를 동시에 이용하는 경우 동일한 수의 수신단 운용을 통해 두 배의 정보량을 사용할 수 있으므로 하나의 수신단 쌍으로 위치 추정이 가능하다. 이 때, 하나의 수신단 쌍에서 측정된 TDOA와 FDOA 복합정보에 의한 위치선은 근접한 두 수신단 쌍에서 측정된 단일 TDOA 정보를 이용하는 경우에 비해 교차특성이 직각에 가까워서 상대적으로 정확한 추정 성능을 기대할 수 있다. 이러한 이유로 TDOA와 FDOA를 동시에 사용하는 위치추정 방법에 관한 다양한 연구가 수행되었다<sup>[5]</sup>.

TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템은 수신단 운용상의 효율성과 측정 및 위치추정 정확도 측면에서 단일 TDOA 방식에 비해 우수한 성능을 가진다. 하지만 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 복잡도 증가와 추가적인 비용 문제를 감수하고 기존 단일 TDOA 시스템을 대체하기 위해서는 적절한 성능평가 기준과 이를 이용한 성능향상 조건에 대한 분석과정이 요구된다.

따라서 본 논문에서는 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 단일 TDOA 방식을 대체할 수 있는 수준의 성능향상 기준을 FDOA의 기여도 관점에서 제시한다. 이를 위해 CRLB를 통해 유도된 오차타원을 이용하여 기하학적으로 분석하고, CEP (circular error probability)를 이용하여 이론적인 정량적 수치를 제시한다. 또한 Gauss-Newton 기법을 이용하여 모의실험을 수행하고 그 결과를 분석하여 실험적으로 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 TDOA 및 FDOA 신호모형을 설명하고, III장에서 이론적 성능을 기하학적으로 분석하기 위하여 CRLB로부터 오차타원을 유도한다. IV장에서는 오차타원의 고유치(eigenvalue) 분석을 통하여 TDOA/FDOA 복합 위치추

정 시스템이 단일 TDOA 방식을 대체하기 위한 성능 향상 기준점을 FDOA 측정 정확도 관점에서 제시하고 V장에서 오차타원의 기하학적 분석, CEP 및 Gauss-Newton 알고리즘을 적용한 모의실험을 통해 제시한 기준을 검증한다. 마지막으로 VI장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

## II. TDOA/FDOA 신호 모형

TDOA는 신호원으로부터 전파되는 신호가 두 수신단에 도착하는 시간의 차이를 의미하며 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\tau_n(t) = \Delta r_{n_1, n_2}(t)/c = (|r_{n_1}(t)| - |r_{n_2}(t)|)/c, \quad (1)$$

$$0 \leq t \leq T, n = 1, 2, \dots, N$$

여기서  $r_{n_1}(t)$ 과  $r_{n_2}(t)$ 는 시간  $t$ 에 대한 신호원과 각 수신단 사이의 거리벡터,  $n$ 은 수신신호 쌍의 번호,  $c$ 는 전파 속도이고,  $T$ 는 수집시간,  $N$ 은 수신신호 쌍의 수를 나타낸다. 본 논문에서는 표현의 간략함을 위해 시간  $t$ 를 생략한다. 원 수신신호로부터 추정된 TDOA 값과 식 (1)을 통하여 신호원과 각 수신단 간의 거리 차이( $|r_{n_1}| - |r_{n_2}|$ )를 산출한다. 거리 차이는 그림 1과 같이 공간상에서 두 수신단의 위치  $s_1, s_2$ 를 초점으로 하는 쌍곡선에 대응되므로 다수의 수신단에서 또는 장시간 수집된 TDOA 정보에 대응하는 쌍곡선들의 교점으로 신호원의 위치  $x_e$ 를 추정한다.

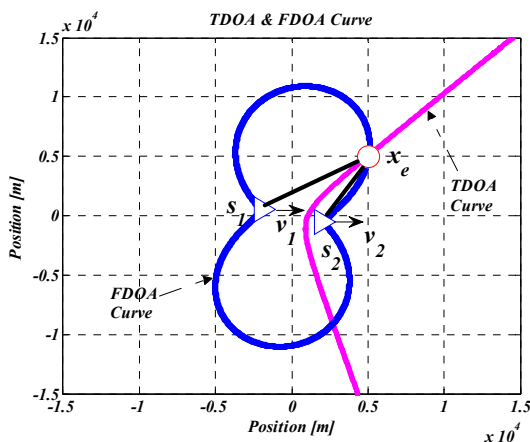


그림 1. TDOA & FDOA 곡선  
Fig. 1. TDOA and FDOA curves.

FDOA는 신호원과 각 수신단 사이의 상대속도(radial velocity)에 의해 발생하는 도플러 주파수의 차이를 의미하며 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\nu_n(t) = \frac{f_c}{c}(\mathbf{v}_{n_1} \cdot \mathbf{i}_{n_1} - \mathbf{v}_{n_2} \cdot \mathbf{i}_{n_2}) \quad (2)$$

여기서  $f_c$ 는 반송파 주파수이고,  $\mathbf{v}_{n_1}$ 와  $\mathbf{v}_{n_2}$ 는 신호원과 각 수신단간의 상대속도 벡터이다. 그리고  $\mathbf{i}_{n_1}$ 과  $\mathbf{i}_{n_2}$ 는 신호원과 각 수신단간의 단위 위치 벡터이다. TDOA 값이 공간상에서 반드시 쌍곡선에 대응하는 것과 달리 FDOA에 대응하는 곡선은 그림 1에서와 같이 두 수신단의 위치  $s_1$ 과  $s_2$ 를 포함하는 2차 곡선의 형태를 가진다. 최종적으로 신호원의 위치를 추정하기 위해서는 TDOA와 동일하게 다수의 수신신호 쌍에서 측정된 FDOA 정보들에 대응하는 곡선들의 교점을 찾는다.

## III. 위치추정 성능분석을 위한 오차타원

신호모형과 오차요인의 확률특성에 의해 관측모형의 확률밀도함수가 주어진 경우, CRLB를 통해 불편 추정기(unbiased estimator)의 이론적인 최적 성능을 분석할 수 있다<sup>[9]</sup>. 본 장에서는 CRLB를 통하여 공간상에서 수신단의 기하학적 배치 및 속도에 의한 TDOA/FDOA 기반 위치추정 시스템의 분포 특성을 나타내는 오차타원을 유도한다.

CRLB는 FIM (Fisher information matrix)의 역행렬로 정의된다. 이 때, FIM은 관측모형에 포함된 추정 매개변수에 대한 총 정보량을 의미하며, FIM의 각 원소는 식 (3)과 같다<sup>[9]</sup>.

$$[\mathbf{I}(x_e)]_{ij} = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln p(\mathbf{m}; x_e)}{\partial x_{ei} \partial x_{ej}} \right] \quad (3)$$

여기서  $p(\mathbf{m}; x_e)$ 는 관측 데이터 모형의 확률밀도함수이고,  $\mathbf{m}$ 은 TDOA 또는 FDOA의 측정치를 의미하는 변수로 신호성분의 참값에 측정 오차가 더해져 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{m} = \mathbf{s}(x_e) + \boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{s}(x_e)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$ 는 각각 신호모형, 측정 오차를 나타낸다. 이 때  $N$ 개의 수신단 쌍에서 단일 TDOA를 측정하

는 경우의 신호모형과 추정 오차는 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_e) = [\tau_1 \tau_2 \cdots \tau_N]^T, \quad \boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{\tau_1} \sigma_{\tau_2} \cdots \sigma_{\tau_N}]^T \quad (5)$$

또한 단일 FDOA를 사용하는 경우의 신호모형과 추정 오차는 식 (6)과 같이 구성된다.

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_e) = [\nu_1 \nu_2 \cdots \nu_N]^T, \quad \boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{\nu_1} \sigma_{\nu_2} \cdots \sigma_{\nu_N}]^T \quad (6)$$

그리고 TDOA와 FDOA를 동시에 사용하는 복합 위치추정에서는  $N$ 개의 수신신호 쌍으로부터 총  $2N$ 개의 측정치를 얻을 수 있으며, 이 경우 신호모형과 추정 오차는 식 (7)과 같다.

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_e) = [\tau_1 \nu_1 \cdots \tau_N \nu_N]^T \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{\tau_1} \sigma_{\nu_1} \cdots \sigma_{\tau_N} \sigma_{\nu_N}]^T$$

식 (3)의 관측 데이터 모형의 확률밀도함수를 의미하는 변수  $p(\mathbf{m}; \mathbf{x}_e)$ 는 추정 오차가 정규 분포를 가진다고 가정했을 때, 식 (4)로부터 식 (8)과 같이 정의되며 FIM은 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다<sup>[9]</sup>.

$$p(\mathbf{m}; \mathbf{x}_e) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} |\mathbf{C}|^{1/2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{s}(\mathbf{x}_e))^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{s}(\mathbf{x}_e))\right] \quad (8)$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}_e) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H} \quad (9)$$

여기서  $M$ 은 측정치의 수,  $\mathbf{C}$ 는 공분산 행렬이고,  $\mathbf{H}$ 는 Jacobian 행렬로 식 (10)과 같이 정의되며, 각 원소는 추정 매개변수와 각 측정치와의 1차 편미분함수에 의해 결정된다.

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{s}(\mathbf{x}_e)}{\partial \mathbf{x}_e} \quad (10)$$

앞서 설명한 바와 같이 CRLB는 FIM의 역행렬로 정의되므로, CRLB 행렬은 다음 식 (11)과 같다.

$$\mathbf{C}_{CRLB} = \mathbf{I}^{-1}(\mathbf{x}_e) = (\mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (11)$$

신호원 위치추정치의 공간적 분포 특성을 시각적으로 도시하여 분석하기 위해서 CRLB의 고유치와 고유

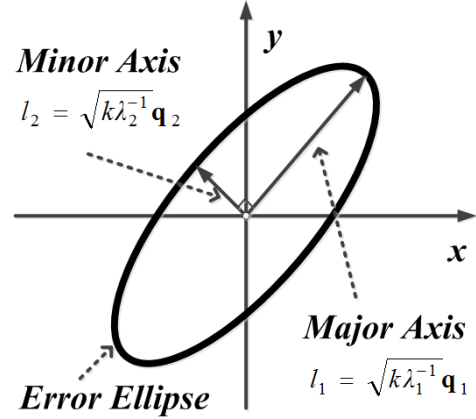


그림 2. 타원과 고유치 및 고유벡터의 관계  
Fig. 2. Relation between eigenvalue, eigenvector and ellipse.

벡터로부터 유도될 수 있는 오차타원(error ellipse)이 주로 이용된다<sup>[2]</sup>. 추정 매개변수가 2개인 경우 2차원 평면상에 오차타원을 도시할 수 있으며 이를 통해 추정치의 공간적 분포 특성을 보다 직관적으로 분석할 수 있다. CRLB로부터 오차타원을 유도하기 위해서는 먼저 FIM을 식 (12)와 같이 변환하고 식 (13) 및 FIM 행렬의 고유치  $\lambda_1, \lambda_2$ 와 이에 대응하는 고유벡터  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2$ 를 이용하여 CRLB의 고유치 및 고유벡터를 구한다.

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}_e) = \mathbf{Q} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{Q}^T = [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_e^T \mathbf{C}_{CRLB}^{-1} \mathbf{x}_e = \mathbf{x}_e^T [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1^T \\ \mathbf{q}_2^T \end{bmatrix} \mathbf{x}_e = k \quad (13)$$

식 (13)에서  $k$ 는 위치추정치가 오차타원 내부에 존재할 확률  $P$ 에 대응하는 변수이며 식 (14)와 같은 관계가 있다<sup>[10]</sup>.

$$k = -2 \ln(1 - P), \quad 0 < P < 1 \quad (14)$$

즉, 그림 2에서와 같이 임의의 확률  $P$ 에 해당하는 오차타원의 장축과 단축의 방향과 길이는 각각 CRLB 행렬의 고유벡터와 고유치에 의해 결정된다.

#### IV. FDOA 측정 정확도에 따른 성능분석

본 장에서는 TDOA/FDOA 복합 정보를 이용한 위치추정 시스템의 성능이 단일 TDOA 위치추정 시스템

의 성능에 비해 향상되는 기준을 FDOA의 측정 정확도 관점에서 제시한다. 이를 위해 측정 정확도의 척도인 측정 오차의 분산과 III 장에서 유도한 오차타원간의 관계를 FDOA 정보를 기반으로 하여 분석하고 복합 위치추정 시스템과 단일 TDOA 및 단일 FDOA 기반 위치추정 시스템의 오차타원간의 관계를 기하학적으로 분석한다.

측정 정확도와 오차타원간의 관계를 분석하기 위하여 측정치가 FDOA인 신호 모형 및 측정 오차 식 (6)을 고려하고  $\sigma(n)$ 의 확률모형이 서로 동일하고 독립적인 확률분포(identically independent distributed, i.i.d.)를 가진다고 가정하면 공분산 행렬  $\mathbf{C}$ 는 식 (15)와 같이 단위행렬로 표현되므로 FIM은 최종적으로 식 (16)으로 유도된다.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_\nu^2 & 0 \\ & \sigma_\nu^2 \\ & & \ddots \\ 0 & & & \sigma_\nu^2 \end{bmatrix} = \sigma_\nu^2 \mathbf{I} \quad (15)$$

$$\mathbf{I}(\mathbf{x}_e) = \mathbf{H}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{H} = \sigma_\nu^{-2} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \quad (16)$$

식 (11), (13), 그리고 (16)에서 FDOA 추정오차의 분산  $\sigma_\nu^2$ 이 CRLB 행렬의 고유치와 비례하고 고유벡터에 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다. 따라서 III 장

에 설명한 CRLB 행렬의 고유치와 오차타원의 관계를 적용하면 단일 FDOA 기반 위치추정 시스템의 오차타원의 장축 및 단축의 길이는 FDOA 측정 오차의 표준편차  $\sigma_\nu$ 와 비례하지만 방향에는 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다.

TDOA/FDOA 복합 정보에 의한 오차타원(그림 3의 실선)은 TDOA에 의한 오차타원(그림 3의 파선)과 FDOA에 의한 오차타원(그림 3의 점선)의 교차 영역에 형성된다. 따라서 그림 3의 (a)와 같이 교차 영역을 형성하는 경우 단일 TDOA 기반 위치추정 시스템에 비해 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 오차타원이 작으므로 복합 정보를 이용하면 위치추정 성능이 향상된다는 것을 알 수 있다. 하지만 그림 3의 (b)와 같이 FDOA에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원을 포함하는 경우, 두 오차타원의 교차 영역이 TDOA에 의한 오차타원과 동일하게 된다.

이러한 각 오차타원의 교차 특성을 보다 정량적으로 비교분석하기 위하여 오차타원의 면적을 측정 정확도 관점에서 살펴보면, TDOA의 측정 정확도가 일정하다고 가정할 때, TDOA 오차타원은 그림 3의 (a), (b)와 같이 동일하게 유지된다. 이 때, FDOA의 측정 정확도가 저하되어 측정 오차의 표준편차가 증가하게 되면, FDOA에 의한 오차타원의 면적은 이에 비례하여 증가한다. 따라서, 그림 3(b)에서와 같이 FDOA 오차타원이

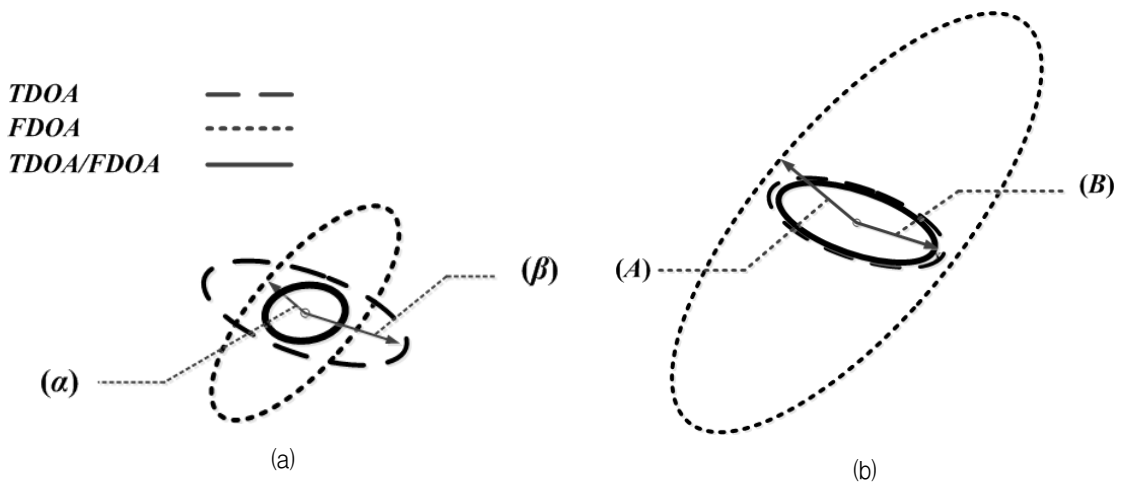


그림 3. TDOA (파선), FDOA (점선) 및 TDOA/FDOA (실선) 오차타원간의 관계 (a) FDOA에 의한 오차타원과 TDOA에 의한 오차타원이 교차하는 경우 (b) FDOA에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원을 포함하는 경우  
 Fig. 3. Relation between each Error ellipse of TDOA (dash), FDOA (dot) and TDOA/FDOA (solid): (a) the error ellipse of TDOA and the error ellipse of FDOA intersects, (b) the error ellipse of FDOA includes the error ellipse of TDOA.

TDOA 오차타원 보다 커지는 기점을 기준으로 TDOA 기반 위치추정 시스템의 성능에 비해 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 성능이 향상되는 것을 기대하기 어려워진다. 여기서 그림 3(b)의 형태가 형성 되는 기준은 각 오차타원의 장축 및 단축의 길이를 이용하여 수식적 분석이 가능하다. FDOA에 의한 단축(그림 3의  $\alpha$ )이 측정 정확도의 저하로 인해 증가하다가 TDOA에 의한 장축(그림 3의  $B$ )에 비해 커지면(그림 3의  $A$ ) 그림 3(b)의 형태를 형성하므로 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 단일 TDOA 기반 위치추정 시스템에 비해 성능이 향상되기 위해서는 식 (17)을 만족하여야 한다.

$$l_1^{TDOA} \gg l_2^{FDOA} \quad (17)$$

여기서  $l_1^{TDOA}$ 는 TDOA에 의한 오차타원의 장축의 길이이고  $l_2^{FDOA}$ 는 FDOA에 의한 오차타원의 단축의 길이이다. 따라서 식 (17)에서 FDOA 측정 오차의 표준편차에 대응하는 FIM 행렬의 고유치가 다음 식 (18)을 만족해야 한다.

$$\lambda_{\max}^{FDOA} \gg \lambda_{\min}^{TDOA} \quad (18)$$

여기서  $\lambda_{\max}^{FDOA}$ ,  $\lambda_{\min}^{TDOA}$ 는 각각 FDOA에 의한 FIM의 최대 고유치 및 TDOA에 의한 FIM의 최소 고유치를 나타낸다.

## V. 모의실험 결과

본 장에서는 FDOA 측정 정확도에 따른 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템에 대한 기여도를 분석하기 위하여 TDOA 측정 오차의 표준편차를 고정하고 FDOA 오차의 표준편차를 변화시키면서 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 성능을 분석한다. 이 때, 이론적인 성능 분석을 위해 III 장에 소개된 오차타원을 이용하고, Gauss-Newton 알고리즘<sup>[11]</sup>을 적용하여 획득한 위치추정치 반복 수행으로 RMSE (root mean square error)를 계산하여 IV 장의 분석 결과를 검증한다. 또한, FDOA 오차에 의한 영향만을 반영하기 위해 신호원, 수신단의 운용 조건은 표 1과 같이 고정하였으며 위치추정에 사용된 측정 정보는 3가지 조합(Sensor 1-Sensor 2, Sensor 2-Sensor 3, Sensor 1-Sensor 3)에

표 1. 수신단 위치 및 속도

Table 1. Position & Velocity of Sensors.

Sensor No.	$s_x$ [m]	$s_y$ [m]	$v_x$ [m/s]	$v_y$ [m/s]
1	-2500	0	300	0
2	0	0	300	0
3	2500	0	300	0

서 측정된 TDOA 및 FDOA 값을 사용하였다.

그림 4는 2차원 위치 공간에서 TDOA, FDOA 및 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 오차타원을 도시한 것으로 TDOA 오차의 표준편차는 10ns 로 동일하며 FDOA 오차의 표준편차는 각각 5Hz, 10Hz, 20Hz, 40Hz 이다. IV장에서 살펴본 바와 같이 그림 4의 (a), (b), (c)는 FDOA에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원을 포함하지 못하므로 TDOA/FDOA 복합 위치추정에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원보다 좁은 영역에 형성되는 것을 확인할 수 있다. 반면에 그림 4의 (d)는 FDOA에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원을 포함하기 때문에 TDOA/FDOA 복합 위치추정에 의한 오차타원이 TDOA에 의한 오차타원으로 근사하게 된다. 이 때, 그림 4(d)의 장축과 단축을 비교해 보면, TDOA에 의한 장축에 비해 FDOA에 의한 단축이 상대적으로 큰 것을 확인할 수 있고, TDOA의 성능에 근사하므로 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템에서 FDOA의 추정 성능 기여도가 낮은 것을 의미한다.

위의 실험 결과는 3가지의 FDOA 측정 정확도에 대한 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 성능을 기하학적으로 분석한 것이다. 이를 일반화하여 FDOA 측정 정확도에 따른 각 오차타원의 장축 및 단축의 길이 변화와 추정 성능과의 관계를 보다 정량적으로 분석하기 위해, TDOA 오차의 표준편차가 각각 5ns, 10ns, 15ns 일 때, TDOA 오차타원의 장축의 길이와 FDOA 오차의 표준편차에 대한 오차타원의 단축의 길이를 그림 5에 도시하였다. 오차타원의 장축이  $l_1$ , 단축이  $l_2$ 일 때, 이를 대표하는 성능 지표로 타원주와 동일한 원주를 가지는 원의 반지름을 나타내는 CEP<sup>[7]</sup>를 도입하고 FDOA 오차타원 및 TDOA/FDOA 복합 오차타원에 대하여 이를 적용하여 그림 6에 나타내었다. 이 때, CEP는 식 (19)에 의해 구할 수 있다.

$$CEP \cong 3/4 \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \quad (19)$$

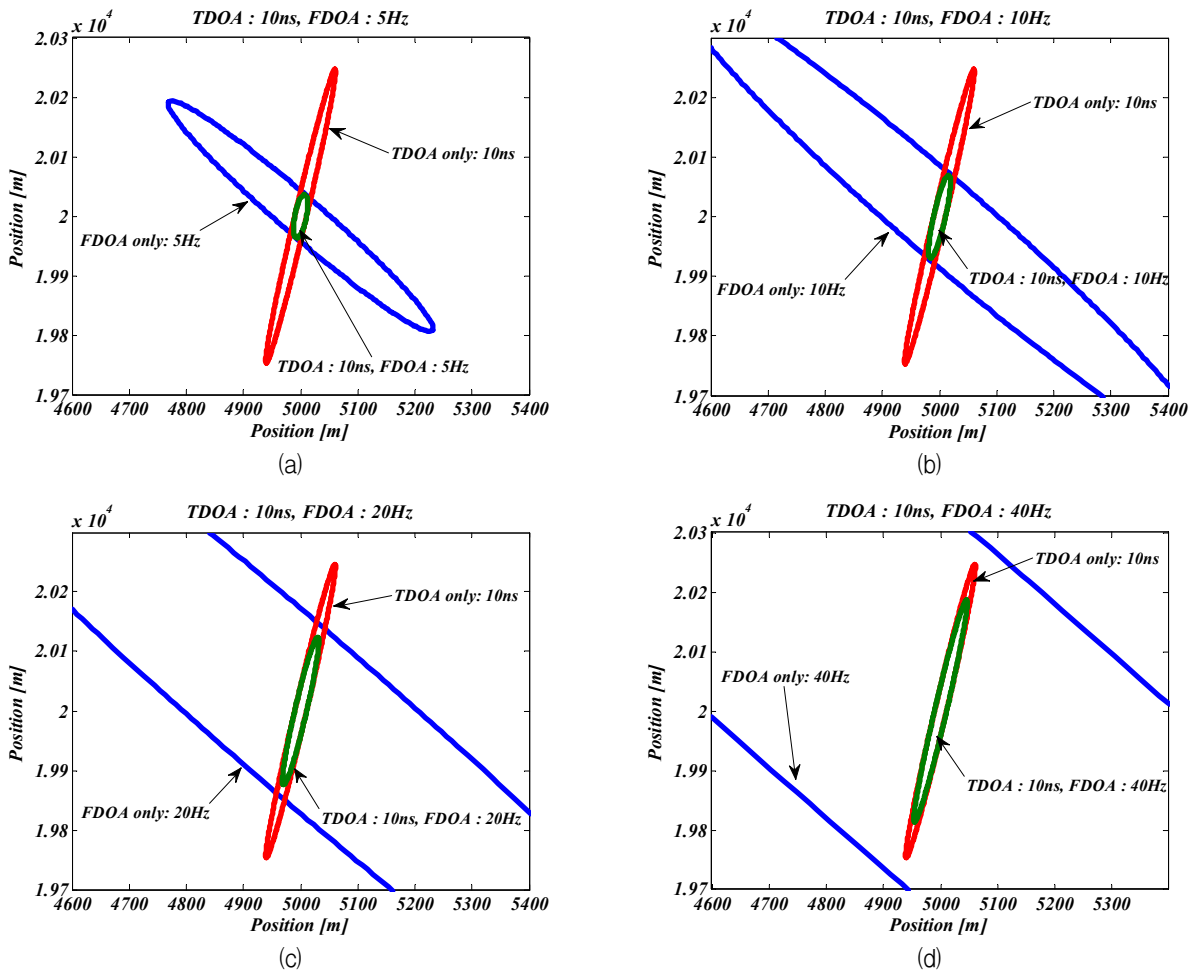


그림 4. FDOA 오차의 표준편차에 대한 TDOA (파선), FDOA (일점쇄선) 및 TDOA/FDOA (실선) 오차타원 (a) 5Hz (b) 10Hz (c) 20Hz (d) 40Hz

Fig. 4. Error ellipse of TDOA (dash), FDOA (dash-dot) and TDOA/FDOA (solid) by standard deviation of FDOA measurement error (a) 5Hz (b) 10Hz (c) 20Hz (d) 40Hz.

그림 5로부터 IV 장에서 분석한 것처럼 FDOA에 의한 오차타원의 장축의 길이는 FDOA 측정 오차의 표준편차에 비례하며, TDOA의 측정 오차의 표준편차는 3 가지 경우로 고정되어 있고 FDOA의 측정 오차와 무관하므로 TDOA에 의한 오차타원의 단축의 길이는 일정한 것을 확인할 수 있다. 이 때, 그림 5와 그림 6의 결과를 동시에 분석해 보면, FDOA 오차타원의 단축이 TDOA 오차타원의 장축에 비해 작은 (그림 4의 (a), (b), (c)에서와 같은 경우) 구간에서는 FDOA 측정 오차의 표준편차가 감소할수록 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 거의 선형적으로 성능의 향상을 보이지만, FDOA 오차타원의 단축이 TDOA 오차타원의 장축보다

큰 구간 (그림 4의 (d)에서와 같은 경우)에서는 FDOA 오차의 표준편차가 감소하더라도 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템의 성능이 TDOA 단일 위치추정 시스템의 성능에 비해 성능향상의 정도가 크지 않음을 볼 수 있다.

CEP에 의한 이론적인 성능의 경향성을 검증하기 위해 Gauss-Newton 알고리즘을 적용하여 위치추정을 수행하였으며 각 FDOA 오차의 표준편차에 50,000회 반복수행하여 RMSE를 그림 7에 도시하였다. 이 때, 알고리즘의 초기값은 실제 값의 90%를 입력하였고, 수렴 임계값은  $10^{-6}$ 으로 설정하였다. 그림 6 및 그림 7의 비교 분석을 통해 확인할 수 있듯이 TDOA/FDOA 위치추정

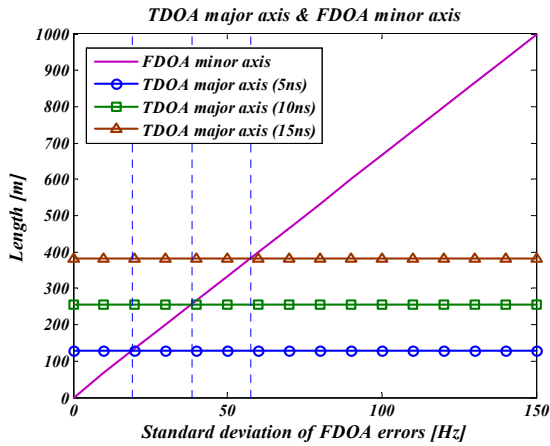


그림 5. FDOA 오차의 표준편차에 대한 FDOA의 단축 및 TDOA의 장축

Fig. 5. Minor axis of FDOA and major axis of TDOA by standard deviation of FDOA error.

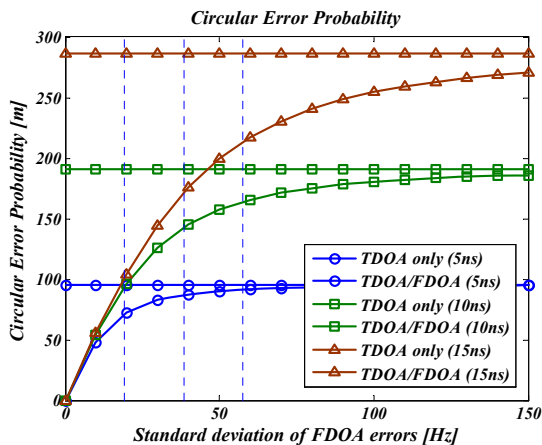


그림 6. FDOA 오차의 표준편차에 따른 CEP

Fig. 6. CEP by standard deviation of FDOA error.

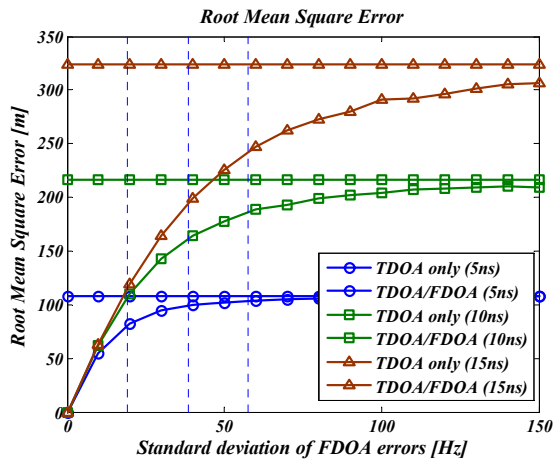


그림 7. FDOA 오차의 표준편차에 대한 RMSE

Fig. 7. RMSE by standard deviation of FDOA error.

시스템이 TDOA 위치추정 시스템을 대체하기 위한 FDOA의 측정 정확도가 CEP를 통한 이론적인 분석과 동일하게 나타나는 것을 확인할 수 있다.

## VI. 결 론

본 논문에서는 TDOA 및 FDOA 측정 정확도와 CRLB 행렬에 의한 오차타원과의 기하학적 상관관계를 분석하고, TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템이 단일 TDOA 위치추정 시스템을 대체하기 위한 성능 향상 기준을 제시하였다. 이를 위해 오차타원의 장축/단축과 CRLB 행렬의 고유치와의 관계를 정량적으로 분석하여 단일 TDOA 또는 FDOA 위치추정 시스템인 경우 오차의 크기와 선형적인 관계에 있는 것을 확인하였다. 이를 토대로 TDOA 오차가 고정되어 있을 때 FDOA 측정 정확도가 전체 추정 성능에 미치는 기여도를 FDOA 기반 CRLB 행렬의 최대 고유치( $\lambda_{\max}^{FDOA}$ )와 TDOA 기반 CRLB 행렬의 최소 고유치( $\lambda_{\min}^{TDOA}$ )와의 관계를 통해 정량적으로 정의하였다. 제안된 지표는 CEP를 이용한 이론적 분석을 통해 검증하였고, TDOA/FDOA 복합 정보를 이용한 Gauss-Newton 기반 위치추정 기법을 통해 모의실험을 수행하여 그 결과를 비교분석하였다. 본 논문에서 제안된 성능향상 지표는 향후 실제 전자전 시스템에 TDOA/FDOA 복합 위치추정 시스템을 적용할 경우, 단일 TDOA 위치추정 시스템을 대체하기 위해 요구되는 FDOA 측정 정확도에 대한 기준으로 활용될 수 있을 것으로 기대한다.

## REFERENCES

- [1] Y. T. Chan and K. C. Ho, "A simple and efficient estimator for hyperbolic location," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 8, Aug. 1994.
- [2] M. L. Fowler and X. Hu, "Signal models for TDOA/FDOA estimation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 44, no. 4, pp. 1543 - 1550, Oct. 2008.
- [3] Y.-K. Lee, S.-H. Yang, T.-Y. Kwon, C.-B. Lee, B.-K. Park and W.-J. Lee, "A BLUE estimator for passive localization by TDOA method," *J. KICS*, vol. 36, no. 11, pp. 702-711, Nov. 2011.
- [4] J.-W. Kim and D.-S. Eom, "TDoA-Based



practical localization using precision time-synchronization,” *J. KICS*, vol. 38, no. 2, pp. 141-154, Feb. 2013.

[5] K. C. Ho, “An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 52, no. 9, pp. 2453-2463, Sep. 2004.

[6] L. R. Paradowski, “Microwave emitter position location : present and future,” in *Proc. Microwaves and Radar*, 1998, vol.4, pp. 97-116.

[7] W. H. Foy “Position-location solution by Taylor-series estimation,” *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-12, no. 2, pp. 187-194, Mar. 1976.

[8] D. L. Adamy, *EW 101: First Course in Electronic Warfare*, Artech House, 2001.

[9] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.

[10] M. L. Fowler, “Analysis of single-platform passive emitter location with terrain data,” *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37, no. 2, pp. 495-507, Apr. 2001.

[11] X. Hu “Network and sensor management for multiple sensor emitter location system,” Ph.D. Dissertation, Dept. Electrical Engineering, Binghamton Univ., New York, 2008.

— 저 자 소 개 —



김 동 규(학생회원)  
2011년 부산대학교 전자전기통신 공학부 학사 졸업.  
2011년~현재 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과 석박통합과정.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리, 레이더 및 소나 시스템>



송 규 하(정회원)  
1996년 경북대학교 전자공학과 학사 졸업.  
1998년 포항공과대학교 전자전기 공학과 석사 졸업.  
1998년~현재 국방과학연구소 선임 연구원.

2012년~현재 포항공과대학교 전자전기공학과 박사과정.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리>



김 용 희(정회원)  
2007년 부산대학교 전자전기정보 컴퓨터공학부 학사 졸업.  
2009년 부산대학교 전자전기 공학과 석사 졸업.  
2013년 부산대학교 전자전기 컴퓨터공학과 박사 졸업.

2014년~현재 부산대학교 전자전기컴퓨터공학과 박사 후 연구원.

<주관심분야 : 통신 및 신호처리, 레이더 및 소나 시스템, 신경디코딩>



김 형 남(평생회원) - 교신저자  
1993년 포항공과대학교 전자전기 공학과 학사 졸업.  
1995년 포항공과대학교 전자전기 공학과 석사 졸업.  
2000년 포항공과대학교 전자전기 공학과 박사 졸업.

2000년 포항공과대학교 전자컴퓨터공학부 박사 후 연구원.

2000년~2003년 한국전자통신연구원 무선방송 연구소 선임 연구원.

2003년~2007년 부산대학교 전자전기통신공학부 조교수.

2007년~2012년 부산대학교 전자전기공학부 부교수.

2012년~현재 부산대학교 전자공학과 교수.

<주관심분야 : 적응신호처리, 레이더 및 소나시스템, 생체신호처리, 디지털TV, 디지털통신, OFDM 시스템>



한 진 우(정회원)  
2001년 경북대학교 컴퓨터공학과 석사 졸업.  
2004년 경북대학교 컴퓨터공학과 석사 졸업.  
2004년~현재 국방과학연구소 선임 연구원.

<주관심분야 : 신호처리, 패턴인식, 데이터마이닝, 네트워크>