

## 코니칼 인볼류트 기어의 Total 설계에 관한 연구

김준성\*, 이도영\*\*, 강재화\*\*, 허철수\*\*, 류성기#

(\* 목포해양대학교 기관시스템공학부, \*\*, # 경상대학교 기계항공공학부)

### Study on the Total Design of a Conical Involute Gear

Jun-Seong Kim\*, Do-Young Lee\*\*, Jai-Hwa Kang\*\*, Zhe-Zhu Xu\*\*, and Sung-Ki Lyu

(Received 19 February 2014; received in revised form 11 March 2014; accepted 1 April 2014)

#### ABSTRACT

Currently, there are many power transmission devices, including gears, friction wheels, chains, and belts. Because the power transmission of gears is most certain in these devices, gears are widely used in different power transmission fields and environments. In accordance with the gear shape, gears can be classified as cylindrical gears and conical gears. A cylindrical gear, which provides a means of power transmission under parallel axis and skewed axis conditions, contains a spur gear, a helical gear and a worm gear. A conical gear, which can be used on a skewed axis as well as parallel and crossed axes, includes a bevel gear (e.g., straight bevel, spiral bevel, hypoid gear) and a conical involute gear (or a beveloid gear). In this paper, a conical involute gear which utilizes the fabrication method of other involute gears such as spur and helical gears using a CNC hobbing machine is discussed.

**Key Words** : Conical Involute Gear(코니칼 인볼류트 기어), Parallel Axis(평행축), Crossed Axis(교차축), Skewed Axis(엇갈린축), Beveloid Gear(베벨로이드 기어)

#### 1. 서론

오늘날 두 축 사이의 동력을 전달하는 장치로는 기어, 마찰차, 체인, 벨트 등이 있다. 그중에서도 기어는 가장 확실한 동력 전달 능력을 보여준다.<sup>[1]</sup> 기어는 동력 전달을 필요로 하는 분야에 널리 사

용되고 있으며 사용 환경에 따라 다양한 모양과 이름으로 변화를 거듭했다. 기어는 크게 원통 기어(Cylindrical gear)와 원추 기어(Conical gear)로 나눌 수 있다.<sup>[2]</sup>

원통 기어에는 스피어 기어(Spur gear), 헬리컬 기어(Helical gear), 웜 기어(Worm gear) 등으로 평행축(Parallel axis)과 엇갈린축(Skewed axis) 사이의 동력을 전달하는 역할을 하고, 원추 기어에는 베벨 기어(Bevel gear), 코니칼 인볼류트 기어(Conical involute gear 또는 Beveloid gear) 등으로 평행축 및 교차축(Crossed axis)이나 엇갈린축 사이의 동력을 전달하는데 사용되고 있다. 그 중 본 논문에서 연구하고자 하는 것은 원추 기어에 해당하는 코니칼 인볼류트 기어(Conical involute gear)이다. 코니칼

\* Dept. of Engin System Engineering Mokpo National Maritime University

\*\* Dept. of Mechanical & Aerospace Engineering, Gyeongsang National University

# Corresponding Author :

Dept. of Mechanical & Aerospace Engineering, Gyeongsang National University

E-mail : sklyu@gnu.ac.kr

인볼류트 기어는 자동차나 선박용 트랜스미션(Transmission), 통상 기어박스에 사용되고 있는 인볼류트(Involute) 곡선을 가지고 있다. 이는 다른 인볼류트 곡선을 가진 기어와도 맞물릴 수 있다는 것을 의미한다. 뿐만 아니라, 기어의 창성원리에 의해 생긴 특징들로 기어를 축방향으로 움직이는 것에 의해 백래쉬(Backlash)를 손쉽게 조정할 수 있다.<sup>[3]</sup>

또한, 그리슨(Gleason)으로 대표되는 전용 장비를 사용하여 만들어지는 베벨기어와는 달리 스퍼 기어와 헬리컬 기어를 가공하는데 사용하는 일반적인 CNC 호빙머신으로 가공이 가능한 기어이다.

현재 코니칼 인볼류트 기어가 사용되는 곳은 대표적으로 두 가지 예를 들 수 있다. 하나는 AWD(All-wheel drive), DCT(Dual-clutch transmission)를 사용하는 자동차의 트랜스미션에서 출력부와 전륜의 차동장치 사이에서 축각을 보완하며 동력을 전달하는 역할을 하고 있으며, 또 하나는 선박에 사용되는 감속기에서 엔진 출력축과 최종 프로펠러축 사이의 적당한 각을 형성하기 위해 사용되고 있다. 위의 예에 사용된 코니칼 기어의 축각은 약 7~14°이다. 물론 베벨 기어 역시 각을 이루는 축에 동력을 전달하기 위해 개발되었지만 보통은 90°의 축각을 이루는 곳에서 주로 사용을 하고 있으며 코니칼 기어가 대응할 수 있는 작은 축각에서 쓰이기에는 무리가 있다.<sup>[4]</sup> 코니칼 기어의 사용가능한 축각은 0~90°까지 이다.

본 논문에서는 활용 가능성이 크고 국내에서 아직까지 잘 알려져 있지 않은 코니칼 인볼류트 기어에 대한 기어의 기하학 고찰, 기초이론으로 코니칼 인볼류트 기어 설계, 제작, 코니칼 기어의 치형과 리드 측정기술까지 코니칼 인볼류트 기어의 Total 설계기술을 연구하였다.

## 2. 코니칼 인볼류트 기어의 기하학

코니칼 인볼류트 기어는 스퍼 기어와 헬리컬 기어를 창성할 때 사용하는 일반적인 호브를 가지고서 만들 수 있다.

스퍼 기어는 호브 절삭면을 기어 축과 직각을 이루면서 하향이나 상향 절삭을 하면 창성이 가능하다. 헬리컬 기어는 원하는 비틀림각 만큼 호브 커

터 스위블 축(A axis)을 기준으로 호브 절삭면을 기울여 기어 축과 일정 각도를 유지하면서 하향이나 상향 절삭에 의해 창성할 수 있다.

코니칼 인볼류트 기어는 스퍼나 헬리컬 기어처럼 호브 절삭면의 주어진 각도에 의해서 창성이 이루어지며 원통 기어에 원추각  $\delta$ 만을 더한 것과 같다. Fig. 1과 같이 y축을 기준으로 일정량을 회전시켜 원추각  $\delta$ 를 이룬 호브 절삭면 즉, 호빙 머신의 반경방향 축(X axis)과 기어 축방향 축(Z axis)을 동시에 움직이며 절삭을 하면 스퍼 코니칼 기어가 만들어진다. 이렇게 생성된 좌표를  $x_3, y_3, z_3$ 라고 한다.

Fig. 2는 헬리컬 코니칼 기어의 창성을 나타낸다. Fig. 1에서 스퍼 코니칼 기어를 만든 것에 더해 변환된  $x_3, y_3, z_3$ 좌표에서  $x_3$ 축을 기준으로 원하는 양의 비틀림각  $\psi$ 를 주어 헬리컬 코니칼 인볼류트 기어가 만들어 지고  $x_2, y_2, z_2$ 좌표가 생성된다.

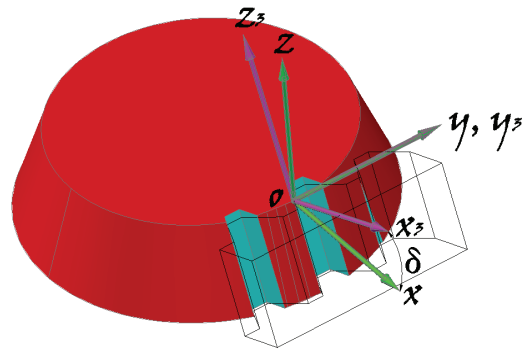


Fig. 1 The geometrical morphology of a spur conical gear

Fig. 2의 헬리컬 코니칼 기어는 좌·우치면의 축직각에 대한 값이 서로 달라진다. 이는 두 번의 좌표 변환에 의해 기어의 축직각면에 대한 호브 절삭면의 좌·우치면 압력각이 달라지기 때문이다. 좌·우치면의 축직각 압력각이 다르다는 것은 인볼류트 곡선이 생성되는 출발점인 좌·우치면 기초원의 크기가 다르다는 것을 의미한다. 같은 제원의 호브로 창성한 스퍼 기어와 헬리컬 기어가 축직각에 대한 기어 제원이 달라지는 것과 같다.

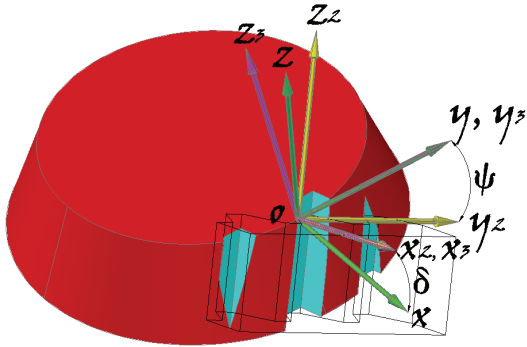


Fig. 2 The geometrical morphology of a helical conical gear

또한, 이렇게 생성된 코니칼 기어는 헬리컬 코니칼 기어에서 나타나는 서로 다른 값의 좌·우치면 데이터 이외에도 전위에 대한 독특한 특징을 나타낸다.

스퍼와 헬리컬 코니칼 기어의 리드(Lead)를 고려해보면 소경부(Toe), 중심부(Center), 대경부(Heel)를 따라 전위계수가 달라지게 된다. 일반적으로 소경부는 (-), 대경부는 (+)의 전위계수를 가진다. 전위계수가 축에 비례하여 변화하기 때문에 기어의 어느 한 부분의 전위계수는 '0'이 된다. 스퍼 기어나 헬리컬 기어의 경우 전위를 주고자 할 때는 호브의 절입 깊이를 변화하면서 그 양을 설정하는데, 코니칼 기어는 외경이 원추형으로 축방향을 따라 달라져서 연속한 전위계수 값을 가지는 전위기와 같은 성질을 가지는 것이다.<sup>[5]</sup>

### 3. 코니칼 인볼류트 기어의 제원

코니칼 인볼류트 기어의 기본 제원 계산식은 위에서 보인 Fig. 1과 Fig. 2에서처럼 두 번의 좌표 변환을 거친다.

먼저 본 논문에서 보이는 코니칼 인볼류트 기어의 기본 제원에 관한 전개식들은 일본의 K. Mitome에 의해 도출되었다.<sup>[3,6]</sup>

코니칼 인볼류트 기어의 기본 제원은 모듈 m, 잇수 z, 압력각  $\alpha_o$ , 비틀림각  $\psi$ , 원추각  $\delta$ 를 사용

하여 계산할 수 있다. 압력각을 Fig. 3처럼 좌치면 압력각  $\alpha_{ol}$ , 우치면 압력각  $\alpha_{or}$ 으로 나누는 이유는 헬리컬 코니칼 기어가 되면 하이포이드 기어와 마찬가지로 좌·우치면의 압력각, 비틀림각, 기초원경 등의 제원이 달라지기 때문이다. 보통은 스퍼와 헬리컬 기어를 제작할 때와 마찬가지로 좌치면 압력각과 우치면 압력각은 같은 값을 가지기 때문에  $\alpha_o$ 로 사용하여도 무방하다.

먼저 최종 변환 좌표  $x_2, y_2, z_2$ 에서 호브 절삭면의 좌치면을 다음 식으로 나타낸다.

$$\begin{cases} x_2 = x_2(u, v) = u \cos \alpha_{ol} \\ y_2 = y_2(u, v) = u \sin \alpha_{ol} \\ z_2 = z_2(u, v) = v \end{cases} \quad (1)$$

Fig. 2에서 임의의 점을  $P(x, y, z)=P(x_2, y_2, z_2)=P(x_3, y_3, z_3)$ 라고 하면 이 좌표들은 다음과 같은 관계가 만들어진다.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

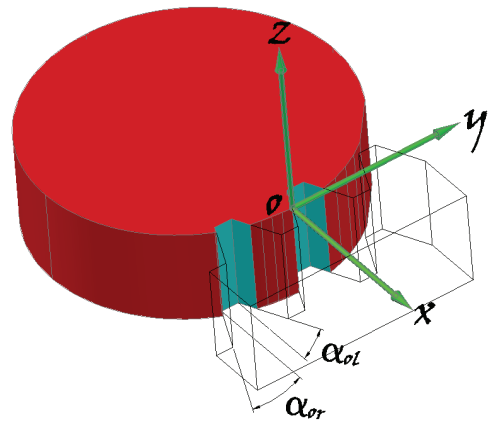


Fig. 3 The hobbing form of spur gear

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (1)을 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 \cos\delta & \sin\psi \sin\delta & -\cos\psi \sin\delta & 0 \\ 0 & 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 \sin\delta & -\sin\psi \cos\delta & \cos\psi \cos\delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (4)에 식 (1)을 대입하면 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

$$\begin{pmatrix} x = u(\cos\alpha_{ol}\cos\delta + \sin\alpha_{ol}\sin\psi\sin\delta) \\ \quad - v\cos\psi\sin\delta \\ y = u\sin\alpha_{ol}\cos\psi + v\sin\psi \\ z = u(\cos\alpha_{ol}\sin\delta - \sin\alpha_{ol}\sin\psi\cos\delta) \\ \quad + v\cos\psi\cos\delta \end{pmatrix} \quad (5)$$

식 (5)는 좌표 x, y, z에서의 호브 절삭면의 좌치면을 나타낸다. 여기에 'z=0'으로 놓고 v를 u에 관한 식으로 풀어 x, y에 대입한다. 그리고 x, y, z 좌표에서 기어의 좌치면 축직각 압력각은 x-y 평면 상에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y = x \tan\alpha_{sl} \quad (6)$$

여기에 위에서 얻은 x, y를 대입하여 풀면 좌치면 축직각 압력각  $\alpha_{sl}$ 을 구할 수 있다.

좌치면 축직각 압력각과 같은 방법으로 좌치면 피치원 비틀림각  $\beta_l$ 도 구할 수 있다.

위의 계산에 의해 얻어진 코니칼 인볼류트 기어의 기본 제원은 다음과 같다.

$$\tan\alpha_{sr} = \tan\alpha_{or}\cos\delta\sec\psi + \sin\delta\tan\psi \quad (7)$$

$$\tan\alpha_{sl} = \tan\alpha_{ol}\cos\delta\sec\psi - \sin\delta\tan\psi \quad (8)$$

식 (7), (8)은 코니칼 기어의 우·좌치면 축직각 압력각을 나타낸다.

$$\tan\beta_r = \tan\psi\cos\delta - \tan\alpha_{or}\sin\delta\sec\psi \quad (9)$$

$$\tan\beta_l = \tan\psi\cos\delta + \tan\alpha_{ol}\sin\delta\sec\psi \quad (10)$$

식 (9), (10)은 기어의 우·좌치면 피치원 비틀림각이다.

$$\tan\beta_{gr} = \tan\beta_r\cos\alpha_{sr} \quad (11)$$

$$\tan\beta_{gl} = \tan\beta_l\cos\alpha_{sl} \quad (12)$$

식 (11), (12)는 기어의 우·좌치면 기초원 비틀림각이다.

$$t_s = \frac{\pi m}{\cos\psi} \quad (13)$$

식 (13)은 기어의 축직각 피치를 의미한다. 축직각 피치는 기어를 창성하는 기준랙의 치직각 피치에 의해 구할 수 있다.

$$m_s = \frac{m}{\cos\psi} \quad (14)$$

식 (14)는 기어의 축직각 모듈을 나타낸다.

$$t_{esr} = t_s\cos\alpha_{sr} \quad (15)$$

$$t_{esl} = t_s\cos\alpha_{sl} \quad (16)$$

식 (15), (16)은 기어의 우·좌치면 축직각 법선 피치를 나타낸다.

$$d_b = z m_s \quad (17)$$

$$d_{gr} = z m_s \cos \alpha_{sr} \quad (18)$$

$$d_{gl} = z m_s \cos \alpha_{sl} \quad (19)$$

식 (17)은 기어의 피치원 직경을 의미하며, 식 (18), (19)는 코니칼 기어의 우·좌치면 기초원 직경을 나타낸다.

$$L_r = \frac{\pi d_b}{\tan \beta_r} \quad (20)$$

$$L_l = \frac{\pi d_b}{\tan \beta_l} \quad (21)$$

식 (20), (21)은 기어의 우·좌치면 리드를 나타낸다.

이렇게 위와 같은 과정에 의해서 기본적인 코니칼 인블류트 기어의 제원을 구할 수 있다.

#### 4. 코니칼 인블류트 기어의 제작 및 검사

코니칼 기어의 제원은 K. Mitome에 의해 만들어진 식을 이용하였다.<sup>[3,6]</sup> 제원은 최종 변환 좌표에서의 기준래에 벡터를 설정하고 각각 좌표에 동일한 위치의 점을 기준으로 좌표 변환을 이루어가면 구할 수 있다. 코니칼 기어는 인블류트 치형을 가지고 있기 때문에 원통 인블류트 기어의 기초를 가지고 계산을 전개할 수 있다.

정면 압력각 :

$$\tan \alpha_{sR,L} = \tan \alpha_{oR,L} \cos \delta \sec \psi \pm \sin \delta \tan \psi \quad (22)$$

비틀림각 :

$$\tan \beta_{R,L} = \tan \psi \cos \delta \mp \tan \alpha_{oR,L} \sin \delta \sec \psi \quad (23)$$

피치원경 :

$$d_b = m_s z \quad (24)$$

기초원경:

$$d_{gR,L} = m_s z \cos \alpha_{sR,L} \quad (25)$$

위의 식을 통해 계산된 코니칼 기어의 제원을 Table 1에 나타내었다.

본 연구의 코니칼 이론을 기초로 설계한 도면과 코니칼기어를 가공하기 위한 원추블랭크형상을 각각 Fig. 4와 Fig. 5에 나타냈다. 원추 블랭크에 코니칼기어를 제작한 코니칼 기어의 사진을 Fig. 6에 나타냈다.

Table 1 Specifications of the test piece

DP		6
Pressure angle( °)	$\alpha$	20
Number of teeth	$Z$	23
Helix angle( °)	$\psi$	25.5
Cone angle( °)	$\delta$	5
Tooth width(mm)	b	36.5
Diameter(mm)	$D_0$	119.73

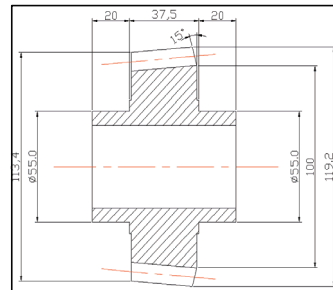


Fig. 4 Drawing of the test piece

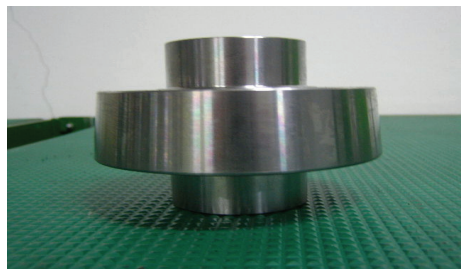


Fig. 5 Con Blank for conical gear manufacturing

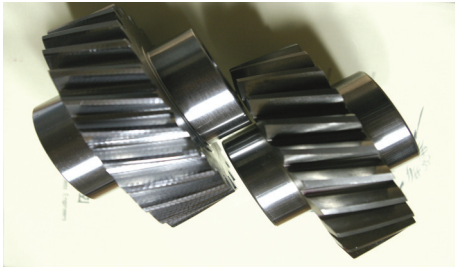


Fig. 6 Test piece of conical gear



Fig. 7 Profile & lead measurement of the test piece

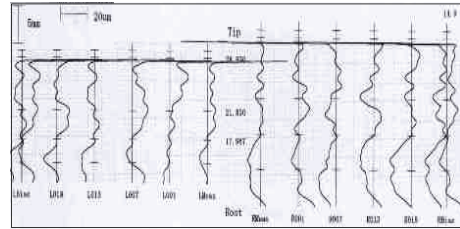
기어는 CNC호빙머신으로 가공하였고, 테스트용이기 때문에 치형수정과 연삭은 하지 않았다. 다음으로 가공된 기어가 잘 만들어졌는지를 확인하기 위해 코니칼기어 치형을 측정하였다.

코니칼 기어의 측정은 CNC 기어 테스터를 사용하였다. 하지만 측정에 사용된 기어 테스터에는 코니칼 기어 측정 기능이 없기 때문에 K. Mitome가 고안한 방법<sup>[8]</sup>으로 원래의 제원에서 원추각을 없앤 상당 헬리컬 기어의 값을 구하여 측정을 하였다.

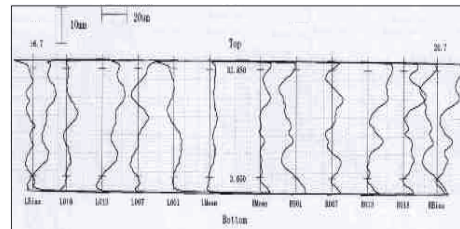
모듈, 압력각, 잇수는 기어를 창성할 때 사용한 호브에 의해 결정되는 고유의 제원으로 변하지 않는 값이다.

따라서 이 세 가지와 나머지 불변 값을 고정시키고 기본 제원의 식을 이용하여 상당 헬리컬 기어의 제원을 구할 수 있다. 그리고 이 식의 사용에 관한 검증은 K. Mitome<sup>[7]</sup>에 의해 이루어졌다.

기어의 프로파일과 리드오차측정은 Fig. 7과 같이 CNC 기어 테스터를 사용하여 프로파일(Profile)과 리드(Lead)를 측정하였다. 23개의 이빨 중에 원통을 4등분 하여 4개의 이빨을 측정하였으며 각 이빨마다 치형과 리드를 측정하였다.



(a) Profile results



(b) Lead results

Fig. 8 Profile and lead test result

Fig. 8은 가공한 코니칼 기어의 치형과 리드를 측정한 측정결과의 예이다. 코니칼 기어는 2줄 호브를 사용하여 창성하였고, 연삭이 이루어지지 않아 치형과 리드의 정도가 다소 좋지 않지만 기어 연삭을 할 경우 원하는 코니칼기어 가공이 가능하다는 것을 확인하였다.

## 5. 코니칼 인볼류트 기어의 물림실험

코니칼기어의 물림 실험은 코니칼기어 1쌍을 조립한 기어 박스를 Fig. 9의 물림실험 테스트 장비에 장착시키고 물림실험 후 코니칼 시험기어의 이빨 물림을 확인하였다. 물림 실험은 무부하에서 회전속도를 변화시켜 가면서 수행하였고, 비틀림 방향만 같은 제원의 상대기어를 사용하였다. Fig. 10에서 알 수 있듯이 구동축 기어(Drive gear)의 경우 좌치면은 대체로 물림 흔적이 중심에 있으면서 아래쪽으로 물림이 약하게 나왔다.

물림 면적은 전체 치면의 1/3 정도이고, 우치면은 전체 치면의 1/4 정도로 물림 흔적이 중심에 집중되어 있다. 피동축 기어(Driven gear)의 좌·우치면은 비슷한 형상으로 나타났으며, 좌치면은 구동축 기어의 좌치면과 마찬가지로 물림 흔적이 아래쪽



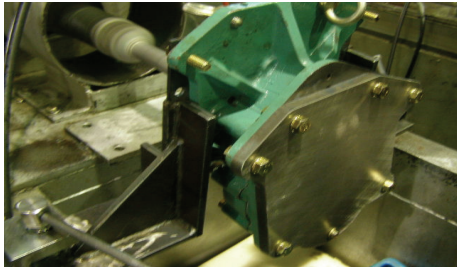
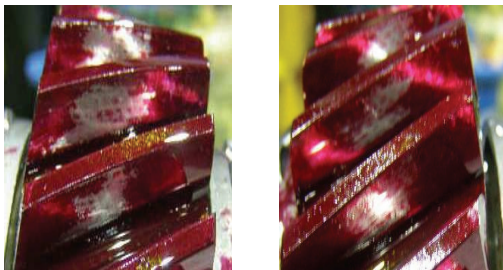
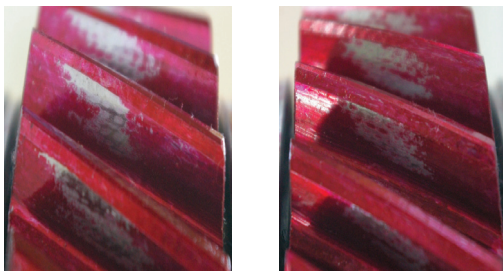


Fig. 9 Experiment of tooth bearing



(a) Left and right flank of drive gear



(b) Left and right flank of driven gear

Fig. 10 Tooth bearing between conical gears

까지 퍼져 있었다. 이는 치형 측정에서 나왔던 것처럼 구동측 기어의 좌치면 리드 형상이 아래쪽으로 치우쳐져 있는 영향에 의한 것으로 생각된다. 대부분의 엔진 회전 방향이 엔진의 플라이 휠 방향에서 보았을 때 반시계 방향이라는 것을 고려한다면 좌치면이 동력 전달 측(Drive side)이 된다.

## 5. 결론

본 논문에서는 코니칼 인볼류트 기어의 기하학 고찰, 기초이론으로 코니칼 인볼류트 기어 설계,

제작, 코니칼 기어의 치형과 리드 측정기술까지 코니칼 인볼류트 기어의 Total 설계기술을 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 원통형 인볼류트 기어와도 맞물릴 수 있고 평행축, 교차축, 엇갈린축에도 대응이 가능한 코니칼 인볼류트 기어의 기하학 고찰과 기초 이론에 대해 연구하였다.
- 2) 본 연구를 통해 코니칼 인볼류트 기어의 기본 제원을 구할 수 있게 되었다.
- 3) 코니칼 기어 설계 제원을 통해 CNC 호빙머신을 이용하여 코니칼 기어 제작이 가능하고, 코니칼 기어의 치형과 리드 측정이 CNC 기어 테스터를 이용하여 가능하다는 것을 확인하였다.
- 4) 한 쌍의 헬리컬 코니칼 기어의 물림을 실험하여 코니칼기어 설계 및 제작의 가능성을 확인하였다. 본 연구를 통해 선박 감속기용 Down angle adapter를 위한 교차축 용 헬리컬 코니칼 인볼류트 기어의 실현 가능성을 확인하였다.
- 5) 코니칼기어의 기하학 및 기초이론, 설계, 제작, 검사기술까지 코니칼기어의 Total설계 기술연구로 작은 축각을 요구하는 선박용 감속기와 자동차의 트랜스미션에 많이 활용될 것으로 기대된다.

## 후 기

이 논문은 지식경제부 산업기술혁신사업(우수기술 연구센터(ATC)) 지원에 의해 연구되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) Jangpyo Hong, "Theory & Application of Machine Design"(in Korean), Bookhill Inc., pp. 607-726, 2005.
- 2) Mitome K., Ohmachi T., Komatsubara H., "Development and Applications of Conical Involute Gear", JSME International Conference on Motion and Transmissions, Vol. 1, Fukuoka, p. 679, 2002.

- 3) Kenichi Mitome, "A Study on Conical Involute Gear(No. 1 Design and Manufacturing)", Journal of JSME, C, Vol. 48, No. 430, pp. 852-859, 1982.
- 4) Goangtae Kim, Jaesu Jeong, "Basic Application Technology of Gear"(in Korean), Yeemoonsa, 2008.
- 5) J. S. Kim, "A Study on the Tooth Bearing of Helical Conical Involute Gear Pairs", Gyeongsang National Univ., 2009.
- 6) Kenichi Mitome, "Table Sliding Taper Hobbing of Conical Gear Using Cylindrical Hob, Part 2 ", Transations of the ASME, Vol. 103, pp. 452-455, 1981.
- 7) Kenichi Mitome, "Tooth Surface Measurement Method of Conical Involute Gear by CNC Gear Tester", Journal of JSME(in Japanese), C, Vol. 62, No. 595, pp. 277-282, 1996.