

## 그리드형 2차 할당문제 알고리즘

이 상 운\*

# The Grid Type Quadratic Assignment Problem Algorithm

Sang-Un, Lee \*

### 요 약

본 논문은 2차 할당 문제의 최적 해를 찾을 수 있는 휴리스틱 다항시간 알고리즘을 제안하였다. 일반적으로 선형 할당 문제의 최적 해는 헝가리안 알고리즘으로 구한다. 그러나 2차 할당문제의 최적 해를 찾는 알고리즘은 제안되지 않고 있다. 제안된 알고리즘은 거리행렬의 단위거리로부터 그리드 형태의 배치를 찾아내고, 이 형태에 맞도록 흐름량 행렬의 최대 값부터 내림차순으로 최대흐름을 최소 거리에 배치하는 최대흐름/최소거리 기법을 적용하였다. 제안된 알고리즘을 다양한 그리드형 2차 할당문제에 적용한 결과 2차 할당문제의 해를 다항시간에 구할 수 있는 알고리즘이 존재할 가능성을 보였다.

▶ Keywords : 선형 할당문제, 2차 할당문제, NP-완전, 최대 흐름/최소 거리, 그리드형

### Abstract

This paper suggests an heuristic polynomial time algorithm to solve the optimal solution for QAP (quadratic assignment problem). While Hungarian algorithm is most commonly used for a linear assignment, there is no polynomial time algorithm for the QAP. The proposed algorithm derives a grid type layout among unit distances of a distance matrix. And, we apply max-flow/min-distance approach to assign this grid type layout in such a descending order way that the largest flow is matched to the smallest unit distance from flow matrix. Evidences from implementation results of the proposed algorithm on various numerical grid type QAP examples show that a solution to the QAP could be obtained by a polynomial algorithm.

▶ Keywords : LAP, QAP, NP-complete, Max-flow/Min-distance, Grid type

---

•제1저자 : 이상운

•투고일 : 2014. 02. 18. 심사일 : 2014. 03. 05. 게재확정일 : 2014. 03. 25.

\* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

### I. 서론

할당 문제 (assignment problem, AP)는 1차원과 2차원으로 분류된다. 1차원 할당문제는 선형 할당문제 (linear AP, LAP)라 하며,  $i=1,2,\dots,n$ 의 작업을  $j=1,2,\dots,n$  기계에서 수행하는  $n \times n$  비용행렬  $c_{ij}$ 가 주어졌을 때, 중복 없이  $x_{ij} = 1$ 로 할당할 경우 최소의 비용합인 최적 해  $z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$ 를 찾는 문제이다[1,2]. 반면에, 2차원 할당문제 (quadratic AP, QAP)는 컴퓨터 회로기판에 전자부품을 배치하는 경우, 또는 병원의 X-RAY실, 진료실 등을 배치하는 경우로  $n$ 개 시설 (facilities)과  $n$ 개 영역 (locations or area)이 존재하며,  $n$ 개 위치간 거리 정보인  $n \times n$  거리행렬  $d_{ij}$ 와  $n$ 개의 시설간의 유동량 정보인  $n \times n$  유동행렬  $f_{ij}$ 가 주어질 경우, 유동량을 최소화하도록 배치하는 문제이다[3].

QAP는 1957년에 Koopmans와 Beckman이 건물 배치 문제 (facility location problem)를 모형화하기 위해 처음으로 제기한 이래, 정확한 알고리즘은 분기한정법 (Branch-and-bound) 기법이 40여년 간 연구되고 있다. 또한, 휴리스틱한 근사 알고리즘으로 구성 알고리즘, 제한된 나열 방법, 유전자 알고리즘 등이 제안되고 있다[3,4]. QAP는 극도로 어려운 문제로 현재까지 다항시간으로 풀 수 있는 알고리즘이 알려져 있지 않아 NP-완전 (NP-complete) 문제로 분류되고 있다[3]. 일반적으로, QAP는  $n!$ 의 가능한 할당 경우수가 존재한다. 그러나 엄밀히 말하면 대칭행렬로  $n!/2$ 개가 존재한다.

QAP의 대표적인 사례로 병원 시설 배치문제 (Hospital layout problem)와 전자회로 배선문제 (Steinberg wiring problem)가 있다[3,5,6]. 병원 시설 배치문제는 각 시설간의 거리가 일정하지 않은 경우이고, 전자회로 배선문제는 각 위치간의 거리가 일정한 사각형 그리드 (grid, mesh, or lattice) 형태이다. 이를 줄여서 그리드형이라 한다.

본 논문은 그리드형의 QAP에 대한 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 그리드형의 QAP 사례들과 최적 해에 관한 연구를 고찰한다. 3장에서는 그리드형 QAP의 최적 해를 찾을 수 있는 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 그리드형 QAP 사례들에 적용하여 최적 해를 찾는지 평가해 본다.

### II. 관련 연구

LAP는 식 (1)의 조건을 만족하는 최적 해를 찾는다.

$$z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \text{ for } j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \text{ for } i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ for } \forall ij$$

LAP의 최적 해를 찾는 헝가리안 알고리즘은 헝가리 수학자인 Harold Kuhn이 1955년에 제안하고, 1957년에 James Munkres가 보완하였다. 따라서 할당 알고리즘 또는 Kuhn- Munkres 알고리즘이라 부르기도 한다[7].

표 1은 Kumar[2]와 Lee[10]에서 인용된 LAP이다. 행은 일을, 열은 기계를, 행렬의 값  $c_{ij}$ 은 작업 수행비용이다. 4개의 작업을 4개의 기계에 중복되지 않게 할당하여 총 작업비용을 최소화시키는 제약조건을 만족하는 최적 해를 찾아야 한다.

표 1.  $A_1$  할당 문제  
Table. 1.  $A_1$  assignment problem

$c_{ij}$		Machine			
		1	2	3	4
Job	1	1	4	6	3
	2	8	7	10	9
	3	4	5	11	7
	4	6	7	8	5

표 1에 대해 헝가리안 알고리즘을 적용하여 Kumar[2,10]가 찾은 최적 해는 그림 1과 같다. 헝가리안 알고리즘은 "0"을 모두 포함하는 최소한의 선을  $m$ 개 얻었으며, 작업을  $x_{11} = 1, x_{23} = 1, x_{32} = 1, x_{44} = 1$ 로 할당하여 최적 해  $z = 1 + 10 + 5 + 5 = 21$ 을 얻는다.

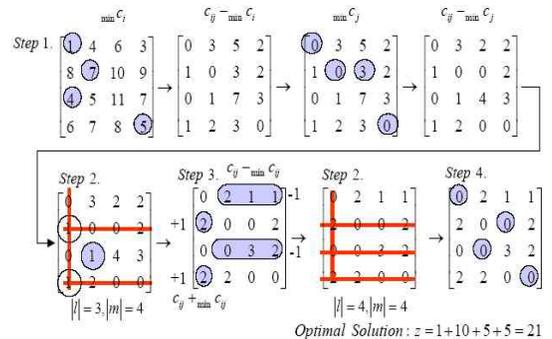


그림 1.  $A_1$ 의 헝가리안 알고리즘 적용  
Fig. 1. Hungarian algorithm for  $A_1$

QAP는 시설  $i, j = 1, 2, \dots, m$ , 영역  $k, l = 1, 2, \dots, n$ 에 대해  $i$  시설이  $k$ 영역에 위치할 때  $u_{ik} = 1$ ,  $i$ 에서  $j$ 로의 흐름량을

$b_{ij}$ , 영역간의 거리를  $a_{kl}$ 라 할 때, 식 (2)를 만족하도록 시설을 영역에 배치하는 문제이다.

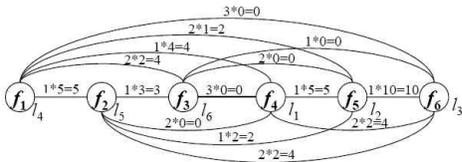
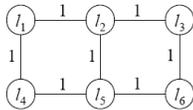
$$z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n b_{ij} a_{kl} u_{ik} u_{jl} \quad (2)$$

$$s.t. \sum_{k=1}^n u_{ik} = 1 \text{ for } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m u_{ik} = 1 \text{ for } k = 1, 2, \dots, n$$

QAP의 최적 해를 찾는 다항시간 알고리즘이 알려져 있지는 않다. 다만, 휴리스틱 방법으로 최적 해라고 알려진 다양한 사례들이 QAPLIB[8]로 제시되어 있다. QAPLIB에서 그리드형 QAP들의 사례를 살펴보면 가장 간단한 문제가 그림 2의 Nugent-6[9]이다.

Location						Facility						
$d$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
$l_1$		1	2	1	2	3	$f_1$	5	2	4	1	0
$l_2$	1		1	2	1	2	$f_2$	5	3	0	2	2
$l_3$	2	1		3	2	1	$f_3$	2	3	0	0	0
$l_4$	1	2	3		1	2	$f_4$	4	0	0	5	2
$l_5$	2	1	2	1		1	$f_5$	1	2	0	5	10
$l_6$	3	2	1	2	1		$f_6$	0	2	0	2	10



$5+4+4+2+0+3+0+2+4+0+0+0+5+4+10=43$   
Optimal solution :  $43*2=86$

그림 2. Nugent-6 QAP  
Fig. 2. Nugent-6 QAP

Nugent-6[9]에 대해 거리행렬에서 최소값들을 연결하면 그리드형이 된다. 흐름양 행렬에서 내림차순으로 선택하여 그리드형으로 배치하면 최적 배치는  $(f_1, l_4), (f_2, l_5), (f_3, l_6), (f_4, l_1), (f_5, l_2), (f_6, l_3)$ 로 최적 해는  $z = 86$ 이다. 이러한 최적배치를 찾기 위해  $6!/2 = 360$ 개의 가능한 경우수를 계산하기는 쉽지 않다. 만약, 이 문제에 대해 헝가리안 알고리즘을 적용한다면  $n^2 \times n^2 = 36 \times 36$ 행렬을 대상으로 LAP의 해를 구하여야 한다.

LAP와 관련된 최근연구로는 Lee[10,11]가 있지만 QAP

와 관련된 최근 연구 결과는 없는 실정이다.

### III. 그리드형 QAP 알고리즘 제안

본 장에서는 그리드형 QAP에 대해 최적 해를 찾을 수 있는 알고리즘을 제안하여 QAP에 대한 다항시간 알고리즘이 존재할 가능성을 제시한다. 즉, QAP는 다항시간 알고리즘이 존재하는지 여부를 알 수 없는 NP-완전이 아닌 다항시간 알고리즘이 존재하는 P-문제임을 보인다.

제안 알고리즘은 최대흐름량  $\{f_i, f_j\}$ 을 최소 거리  $\{l_k, l_l\}$ 에 배치하는 최대흐름/최소거리 (Maximum-Flow/Minimum-Distance, MFMD) 개념을 적용한다. 제안된 MFMD 방법은 그림 3에 제시되어 있다.

Step 1. 주어진 QAP 거리행렬의 각 행에서 최소값 (단위거리, 거리=1)로 연결된  $m \times n$  사각형 그리드를 얻는다.

Step 2. 거리행렬의 그리드형에 일치하도록 흐름양 행렬의 최대값부터 선택하면서 거리행렬의 그리드형과 일치하도록 배치.

- ① 모든 노드들이 연결될 때까지 흐름양 행렬의 값을 내림차순으로 최대값 연결
- ② 사각형 그리드를 찾음.
  - $d_G(v_i) > 2$  점점에 대해 사이클 거리  $\geq 5$ 이면 삭제
  - 사이클 거리=4 그리드 중첩시 최대 그리드 선택
  - 사이클 거리=3이 존재하면 최소값 삭제
- ③ 거리행렬의 그리드와 일치하도록 흐름양 행렬의 다음 최대값 연결 배치

그림 3. MFMD 그리드형 QAP 알고리즘

Fig. 3. MFMD algorithm for grid type QAP

첫 번째로, 주어진 QAP에 대해 거리행렬의 각 행에서 단위거리 (거리=1)로 연결된  $m \times n$  그리드를 찾는다. 만약, 그리드형이 되지 않으면 랜덤한 경우이므로 본 논문의 범위를 벗어난 경우이다. 두 번째로, 모든 노드들이 연결될 때까지 흐름양 행렬의 최대값부터 선택하면서 사각형의 그리드를 찾는다. 최종적으로 거리행렬의  $m \times n$  그리드형에 일치하도록 배치한다. 우리가 궁극적으로 얻고자 하는 배치는 그리드형 (4각형의 4개 정점 사이클 존재)으로 거리=3인 삼각형 3개 정점간의 사이클 최소값 간선 또는 거리=5의 사이클의 최소값은 삭제된다.

그림 2의 Nugent-6 QAP에 대해 제안된 MFMD 알고리즘을 적용하면 그림 4와 같다. 흐름량이 10,5,4,3 순서로 선택하면 모든 노드들이 연결된다. 흐름량 2인  $\{2,5\} = 2$ 가 연결되면 1-2-5-4-1의 그리드가 형성된다. 이러한 그리드형은

거리행렬에서 얻은 2×3 그리드형과 동일하며, 최적 해인  $z = 86$ 을 얻는다.

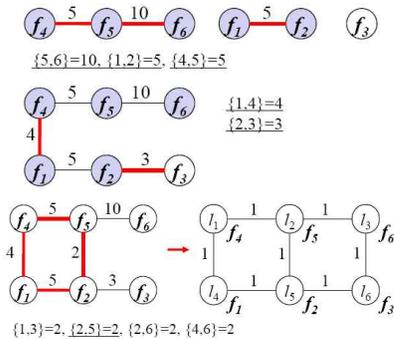


그림 4. Nugent-6의 MFMD 그리드 QAP 알고리즘  
Fig. 4. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-6

### IV. 제안된 알고리즘 평가

본 장에서 실험에 적용된 데이터의 실제 값은 QAPLIB(8)에서 인용되었다. 그림 5는 Nugent-12 데이터로 거리행렬에서 최소값인 “1”을 선택하면 3×4 그리드형태로 최적 해는 12-7-9-3-4-8-11-1-5-6-10-2 배열로  $z = 578$ 이다.

Location Distance												
$d$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$	$l_8$	$l_9$	$l_{10}$	$l_{11}$	$l_{12}$
$l_1$		1	2	3	1	2	3	4	2	3	4	5
$l_2$			1	2	2	1	2	3	3	2	3	4
$l_3$				1	3	2	1	2	4	3	2	3
$l_4$					4	3	2	1	5	4	3	2
$l_5$						1	2	3	1	2	3	4
$l_6$							1	2	2	1	2	3
$l_7$								1	3	2	1	2
$l_8$									4	3	2	1
$l_9$										1	2	3
$l_{10}$											1	2
$l_{11}$												1
$l_{12}$												

Facility Flows												
$f$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		5	2	4	1	0	0	6	2	1	1	1
2			5	3	0	2	2	0	0	4	5	0
3				2	3	0	0	0	5	5	2	2
4					4	0	0	5	2	10	0	5
5						5	2	2	10	0	0	5
6							10	0	0	0	5	1
7								5	1	1	5	4
8									10	0	0	5
9										0	0	3
10											10	10
11												5
12												

그림 5. Nugent-12  
Fig. 5. Nugent-12

Nugent-12의 흐름량 행렬에서 최대값은 “10”으로 5개가 존재한다. 이들을 연결하고, 다음으로 최대값인 “6”을 연결

하고 알고리즘을 수행한 결과는 그림 6에 제시되어 있다.

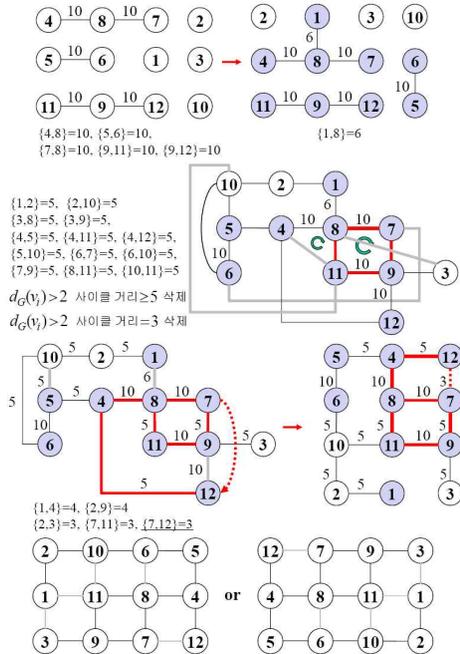


그림 6. Nugent-12의 MFMD 그리드 QAP 알고리즘  
Fig. 6. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-12

다음으로 최대값 “5”인 13개에 대해 연결된 경로상의 노드들 사이를 먼저 연결하고, 다음으로 독립 노드들을 가능한 인접된 경로상 노드들에 배치하고, 사각형을 형성하였다. 여기서 차수  $d_G(v_i) > 2$  정점에 대해 사이클 거리가 5 이상이면 삭제된다. 또한, 사이클 거리 2에서 최소값이 삭제된다. 왜냐하면 그리드형은  $2 \leq d_G(v_i) \leq 4$ 이고, 사이클 거리는 4이기 때문이다. 8-7-9-11-8의 사각형이 형성되어 4-8-11-4의 삼각형 사이클에서 최소값 {4,11}=5이 삭제된다. 또한, 사이클 거리가 5인 {6,7}=5가 삭제된다. {3,8}=5에서  $d_G(8) = 5$ 로 삭제되어 ③은 ⑨에만 연결된다. 다음으로 {7,12}=3이 존재하여 4-12-7-8-4의 사각형이 형성되어 {9,12}=10이 삭제된다. 나머지는 4-5-6-10-2-1의 경로를 형성할 수 있어 {1,8}=6이 삭제된다. 거리행렬로부터 얻은 3×4 그리드형을 생성하면 2-10-6-5-1-11-8-4-3-9-7-12 또는 12-7-9-3-4-8-11-1-5-6-10-2가 된다.

그림 7은 Nugent-14 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다. Nugent-14의 최적 해는 9-8-13-2-1-11-7-14-3-4-12-5-6-10 배열로  $z = 1,014$ 이다. {10,3}=5, {6,14}=5는 사각형을 형성하여 삭제가 되지 않는다. 이로 인해 {13,9}=10이 삭제되고 8-9-11-7-8의 사각형이 형성되며,

{11,12}=5, {7,5}=5가 연결되고 이후에 {5,6}=3, {5,12}=3이 연결된 사각형이 형성된다.

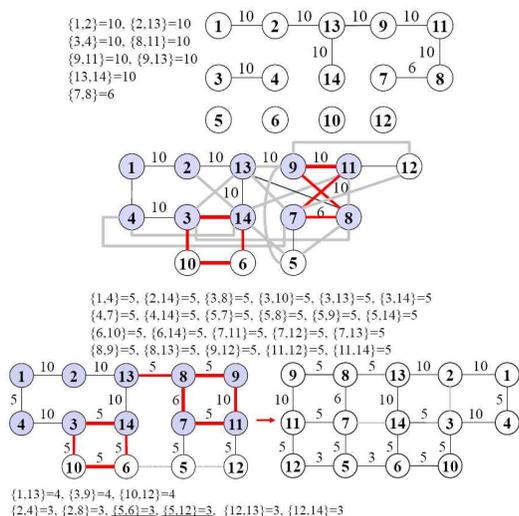


그림 7. Nugent-14의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 7. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-14

그림 8은 Nugent-15 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다.

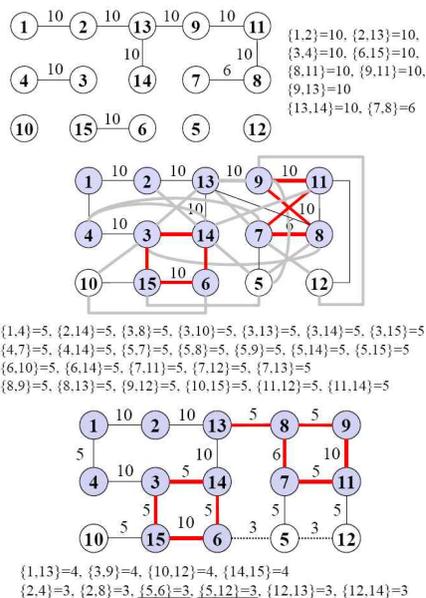


그림 8. Nugent-15의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 8. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-15

Nugent-15의 최적 해는 1-2-13-8-9-4-3-14-7-11-10-15-6-5-12 배열로  $z = 1,150$ 이다. {10,3}=5는 삼각형으

로 연결이 되지 않고 {10,15}=5가 연결된다. 또한, 3-14-6-15-3의 사각형이 형성된다. 이로 인해 8-9-11-7-8의 사각형이 형성되며, {5,7}=5, {11,12}=5가 연결된다.

그림 9는 Nugent-16a 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다. Nugent-16a의 최적 해는 9-14-2-15-16-3-10-12-8-11-6-5-7-1-4-13 배열로  $z = 1,610$ 이다.

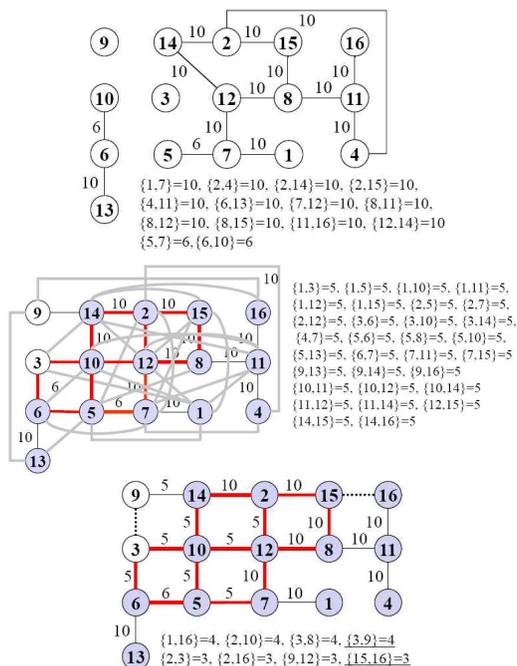


그림 9. Nugent-16a의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 9. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-16a

그림 10은 Nugent-17 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다. 최적 해는 16-15-2-14-9-11-8-12-10-3-4-1-7-6-13-17-5 배열로  $z = 1,732$ 이다.

그림 11은 Nugent-18 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다. 최적 해는 10-3-14-2-18-6-7-12-15-4-5-1-11-8-17-13-9-16 배열로  $z = 1,930$ 이다.

그림 12는 Nugent-20 데이터에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과이다. 최적 해는 18-14-10-3-9-4-2-12-11-16-19-15-20-8-13-17-5-7-1-6 배열로  $z = 2,570$ 이다.

그림 13은 Krarup-30a 데이터의 거리행렬 그리드형 배치이다. 이 데이터는 특이하게 14개와 16개로 구성된 2개의 그물이 독립적으로 존재한다. Krarup-30a의 최적 해는 23-10-28-29-21-7-13-24-20-8-9-19-25-27-15-4-22-12-6-5-16-11-3-2-17-1-30-26-18-14 배열로  $z = 88,900$ 이다.

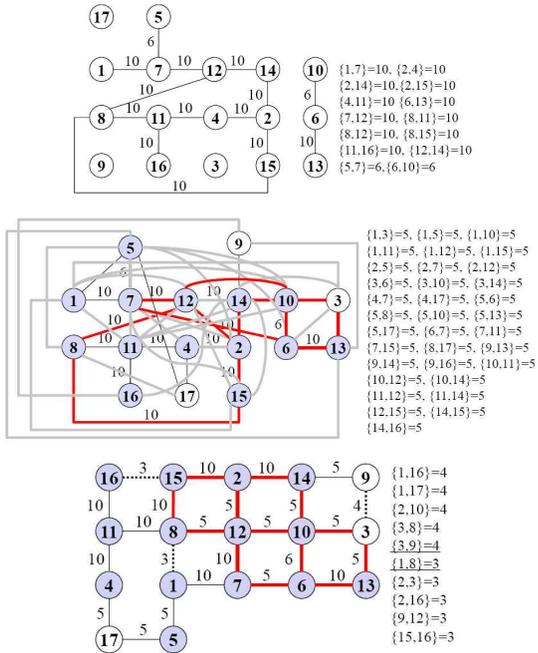


그림 10. Nugent-17의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 10. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-17

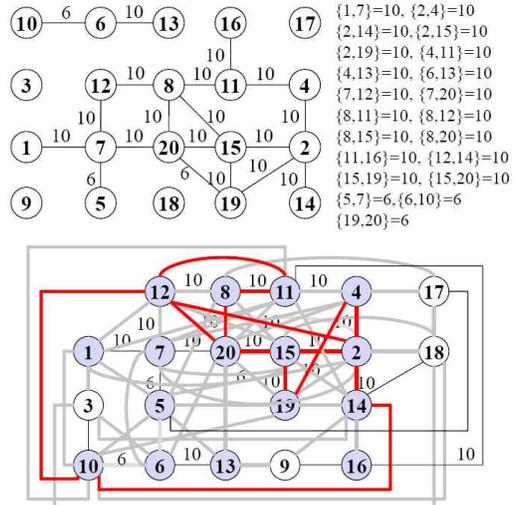


그림 11. Nugent-20의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 11. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-20

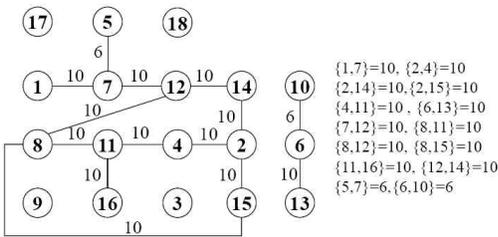


그림 12. Nugent-20의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 12. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-20

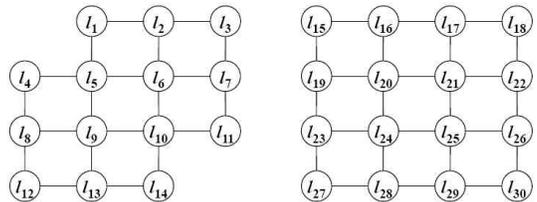
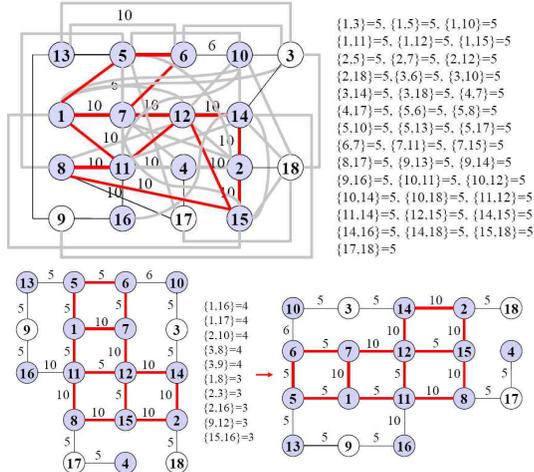


그림 13. Krarup-30a 그리드형 QAP  
Fig. 13. Nugent-30a Grid QAP

그림 11. Nugent-18의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 11. MFMD grid QAP algorithm for Nugent-17

Krarup-30a의 흐름양 행렬에 대해 내림차순으로 선택하면서 제안된 알고리즘을 적용한 결과는 그림 14에 제시되어 있다. 첫 번째로 최대값인 "4"를 선택하여 그물을 구성한다. 다음으로 "3"인 값을 선택하여 그리드를 구성하고 규칙에 의해 불필요한 선을 삭제한다. 다음으로 "2" 값을 선택하여 연결하고,  $\{28,15\}=2$ 에 의해 2개 그리드가 연결된다.

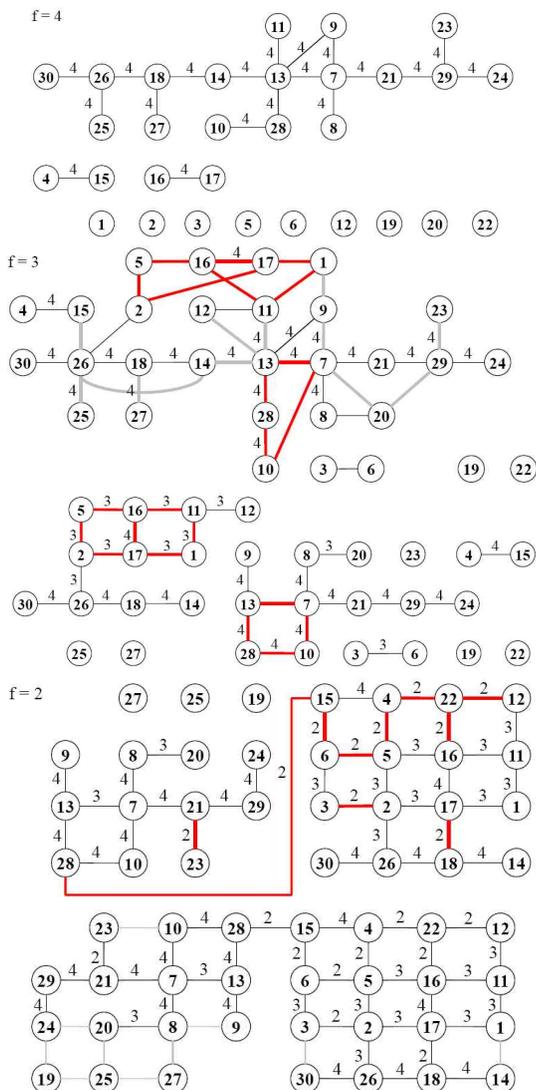


그림 14. Krarup-30a의 MFMFD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 14. MFMFD grid QAP algorithm for Nugent-30a

그림 15는 36개의 전자부품을 배치해야 하는 Steinberg 배선 문제의 그리드 형태이다. Assad와 Xu(12)는 분기 한정법으로 풀기 위해 약  $7.75 \times 10^8$  탐색트리 노드들에 대해 800 Mhz 팬터엄 III PC로 186시간이 소요되었다.

Steinberg 배선 문제는 데이터가 많이 존재하여 행의 최대 값 4개, 열의 최대 값 4개 중에서 행과 열이 중복 선택된 것을 선정하는 방법을 적용하였다. 이들 값에 대해 제안된 알고리즘을 적용한 결과는 그림 16에 제시되어 있다. 이들 값들로 연결된 망을 형성하고 불필요한 선을 삭제하였다. 다음으로 거리 합이 최소가 되도록 ①을 13, 12, 20에 가장 인접하도록

록 13 옆에 배치하였다. 다음으로 ③과 ②의 위치를 상호 교환하였으며, ④의 위치를 재조정하였다.

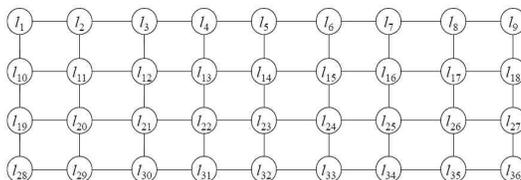
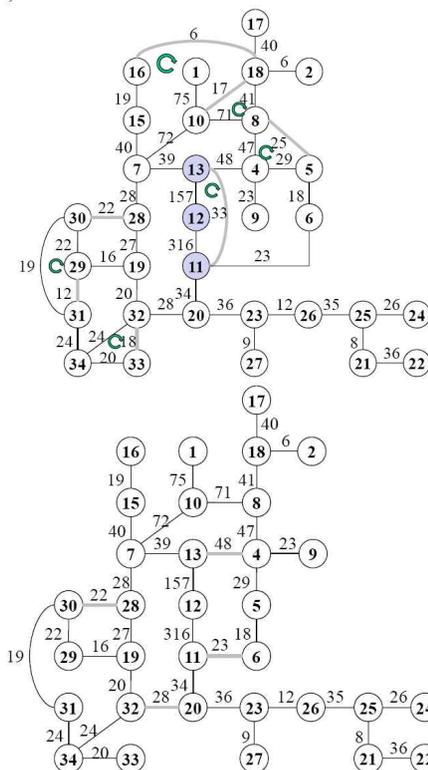


그림 15. Steinberg-36 배선 그리드형 QAP  
Fig. 15. Steinberg-36 wiring grid QAP

- {1,10}=75
- {2,18}=6
- {4,5}=29, {4,8}=47, {4,9}=23, {4,13}=48
- {5,6}=18, {5,8}=25
- {6,11}=23
- {7,10}=72, {7,13}=39, {7,15}=40, {7,28}=28
- {8,10}=71, {8,18}=41
- {10,18}=17
- {11,12}=316, {11,13}=33, {11,20}=34
- {12,13}=157
- {15,16}=19
- {16,18}=6
- {17,18}=40
- {19,28}=27, {19,29}=16, {19,32}=20
- {20,23}=36, {20,32}=28
- {21,22}=36, {21,25}=8
- {23,26}=12, {23,27}=9
- {24,25}=26
- {25,26}=35
- {28, 30}=22
- {29,30}=19, {29,31}=12
- {30, 31}=19
- {31,34}=24
- {32, 33}=18, {32,34}=24
- {33,34}=20



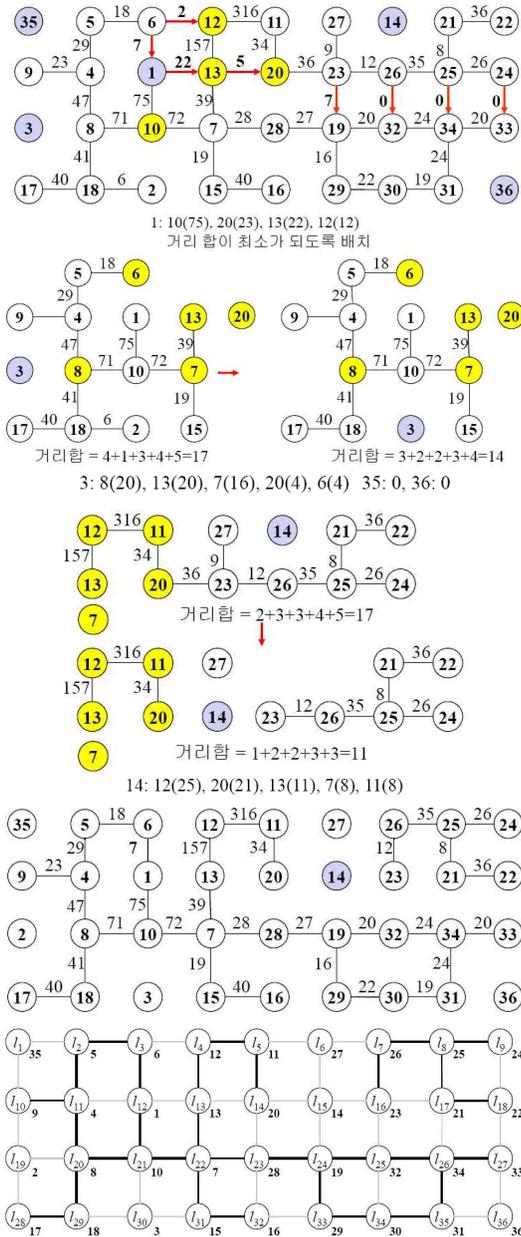


그림 16. Steinberg-36의 MFMD 그리드형 QAP 알고리즘  
Fig. 16. MFMD grid QAP algorithm for Steinberg-36

본 논문에서 거론된 실험데이터들에 대해 식 (2)의 거리 합  $z$ 에 대한 알고리즘들의 성능은 표 2에 비교하여 제시하였다. 병렬 알고리즘(9)은 10개 데이터 중에서 3개에 대해서만 최적 해를 구할 수 있는 반면에, 제안된 알고리즘은 다항시간 알고리즘임에도 불구하고, 10개 데이터 모두에 대해 QAPLIB[8]에서 알려진 최적 해를 구할 수 있음을 알 수 있다.

표 2. 알고리즘들의 최적 해 비교  
Table 2. Compare with optimal solution of algorithms

문제	알려진 최적 해 QAPLIB(8)	알고리즘	
		Parallel algorithm(9)	MFMD algorithm
Nugent-6	86	86	86
Nugent-12	578	578	578
Nugent-14	1,014	-	1,014
Nugent-15	1,150	-	1,150
Nugent-16a	1,610	1,610	1,610
Nugent-17	1,732	-	1,732
Nugent-18	1,930	-	1,930
Nugent-20	2,570	-	2,570
Nugent-30a	88,900	-	88,900
Steinberg-36a	9,526	-	9,526

### V. 결론 및 추후 연구과제

본 논문은 지금까지 다항시간으로 해를 구하는 알고리즘이 알려져 있지 않은 QAP에 대해 그리드형에 한정된 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 거리행렬의 최소값들로 구성된 그리드형에 적합하도록 흐름양 행렬의 최대값부터 내림차순으로 선택하면서 그리드형을 형성하는 최대흐름/최소거리 배정 법칙을 적용하였다.

제안된 알고리즘은 다양한 그리드형 QAP에 적용한 결과 최적 해를 다항시간 내에 구할 수 있는 알고리즘이 존재할 수 있음을 보였다.

추후, 그리드형에 비해 보다 해를 구하기 어려운 거리 행렬 값이 랜덤한 병원이나 공장 배치문제인 랜덤형 QAP에 대한 알고리즘을 연구할 계획이다.

### 참고문헌

- [1] B. Rainer, M. Dell'Amico, and S. Martello, "Assignment Problems," SIAM, 2009.
- [2] D. N. Kumar, "Optimization Methods," [http://www.nptel.iitm.ac.in/Courses/Webcourse-contents/IISc-BANG/OPTIMIZATIONMETHODS/pdf/Module\\_4/M4L3\\_LN.pdf](http://www.nptel.iitm.ac.in/Courses/Webcourse-contents/IISc-BANG/OPTIMIZATIONMETHODS/pdf/Module_4/M4L3_LN.pdf), IISc, Bangalore, 2008.
- [3] E. M. Loiola, N. M. M. Abreu, P. O. Boaventura-Netto, P. Hahn, and T. Querido, "A Survey of the Quadratic Assignment Problem," European Journal of Operational Research, Vol. 176, No. 2, pp. 657-690, Jan. 2007.

- [4] P. Ji, Y. Wu, and H. Liu, "A Solution Method for the Quadratic Assignment Problem (QAP)," The 6th International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA'06), Xinjiang, China, pp. 106-117, Aug. 2006.
- [5] L. Steinberg, "The Backboard Wiring Problem: A Placement Algorithm," SIAM Review, Vol. 3, No. 1, pp. 37-50, Jan. 1961.
- [6] A. N. Elshafei, "Hospital Layout as a Quadratic Assignment Problem," Journal of the Operational Research Society, Vol. 28, pp. 167-179, Apr. 1977.
- [7] H. W. Kuhn, "The Hungarian Method for the Assignment Problem," Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 2, No. 1-2, pp. 83-97, Mar. 1955.
- [8] R. E. Burkard, S. E. Karisch, and F. Rendl, "QAPLIB-A Quadratic Assignment Problem Library," <http://www.seas.upenn.edu/qaplib/>, Journal of Global Optimization, Vol. 10, No. 4, pp. 391-403, Jun. 1997.
- [9] P. M. Pardolas and J. V. Crouse, "A Parallel Algorithm for the Quadratic Assignment Problem," Proceedings of the ACM/IEEE Conference on Supercomputing, pp. 351-360, Nov. 1989.
- [10] S. U. Lee, "A Reverse-delete Algorithm for Assignment Problem," Journal of Korean Institute of Information Technology, Vol. 10, No. 8, pp. 117-126, Aug. 2012.
- [11] S. U. Lee, "The Optimal Algorithm for Assignment Problem," Journal of The Korea Society of Computer and Information, Vol. 17, No. 9, pp. 139-147, Sep. 2012.
- [12] A. A. Assad and W. Xu, "On Lower Bounds for a Class of Quadratic  $\{0,1\}$  Programs," Operations Research Letters, Vol. 4, No. 4, pp. 175-180, Dec. 1985.

## 저 자 소 개



이 상 운(Sang-Un, Lee)  
 1983년 ~ 1987년 :  
 한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)  
 1995년 ~ 1997년 :  
 경상대학교 컴퓨터과학과 (석사)  
 1998년 ~ 2001년 :  
 경상대학교 컴퓨터과학과 (박사)  
 2003.3 ~ 현 재 :  
 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수  
 관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리,  
 소프트웨어 개발 방법론,  
 소프트웨어 신뢰성,  
 그래프 알고리즘

e-mail : [sulee@gwnu.ac.kr](mailto:sulee@gwnu.ac.kr)