韓國數學敎育學會誌 시리즈 C <初等數學敎育>
http://dx.doi.org/10.7468/jksmec.2014.17.1.1
2014. 4. 제 17권, 제 1호, 1-16

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C: Education of Primary School Mathematics
Apr. 2014, Vol. 17, No. 1, 1-16

학습 전이에 있어서 유추 거리와 지식의 영향

성 창 근 (큰별초등학교)

본 연구는 유추 거리 및 수학적 지식과 학습의 전이 사이의 관계를 규명하기 위해 수행되었다. 구체적으로 유추적 거리에 따라 구분된 세 가지 전이 문제 해결에서 차이를 보이는지, 그리고 각 전이 문제를 성공적으로 해결하는데 기여하는 수학적 지식은 무엇인지를 분석하였다. 분석 결과 세 가지 종류의 전이 문제 해결에서 통계적으로 유의한 차이를 보였으며 유추 거리가 증가할수록 성공률은 점차적으로 감소하였다. 또한 사실 지식 보다는 개념적 지식이 전이 문제를 해결하는데 긍정적으로 기여하였다. 이상의 결과를 토대로 본 연구는 학습의 전이를 위해 수학 수업은 어떠한 점에 초점을 맞추어야 하는지, 그리고 유추 거리라는 새로운 구인을 찾고 그것이 전이에 미치는 영향을 실증적으로 규명했다는 점에서 의의를 찾을 수 있었다.

Ⅰ. 서론

학습의 전이는 한 맥락에서 학습한 지식을 새로운 맥락으로 전이할 수 있는 능력이로 정의할 수 있다. 따라서 교육의 궁극적인 목적은 학습의 전이라 해도 과언이 아닐 것이다. 교육에 몸담고 있는 교사, 연구자들은 학생들이 한 맥락에서 학습한 지식을 새로운 맥락, 예를 들어 문제에서 문제로, 교과에서 교과로, 더 나아가 학교에서 일상생활로 전이할 수 있기를 열망한다.

일반적으로 전이에 대한 연구는 “X는 A에서 B로 전이되는가?”의 질문을 탐구하였다. 여기서 X는 특정한 개념 또는 원리이며, A와 B는 각각 학습맥락(바탕)과 전이맥락(목표)이다. 다시 말해 A와 B는 맥락은 다르지만 특정한 개념이나 원리 X를 공유한다. 여기서 A와 B의 맥락이 서로 다르다는 점에 주목할 필요가 있다.

Barnett & Ceci(2002)는 학습맥락과 전이맥락을 지식 영역, 물리적 맥락, 시간적 맥락, 기능적 맥락 등의 차원을 준거로 구분하고, 각 차원 사이의 거리가 어느 정도인지에 따라 근거리(near) 전이에서 원거리(far or remote)로 분류하였다. 특히 지식영역 차원에서 어떤 개념 X를 학습하는 맥락과 전이하는 맥락이 모두 동일한 교과로부터 비롯되었다면 근거리 전이이며, 그렇지 않다면 원거리 전이이다. 예를 들어, 수학 시간에 미분을 성공적으로 학습한 학생이 미분에 기반을 둔 수학 문장제를 성공적으로 해결했다면 이는 근거리 전이에 해당되며, 미분에 기반을 둔 물리 문제 또는 미분에 기반을 둔 일상생활 문제를 해결했다면 이는 원거리 전이라 할 수 있다.

전이를 맥락의 여러 차원에 따라 근거리 또는 원거리 전이로 구분하는 것은 학습자의 입장이 아니라 연구자의 입장에 지나지 않는다는 비판이 있기도 하다(예를 들어, Lobato, 2006; Rebello et al, 2005). 이에 Rebello 등(2005)은 학습자의 입장에서 전이를 수평적 전이와 수직적 전이로 구분하였다. 먼저 수평적 전이는 수학이나 과학 교과서에서 특정한 개념이나 원리를 학습한 후 연습문제를 풀 때 나타난다고 볼 수 있다. 이러한 문제들은 해결에 필요한 정보와 목표가 명확하게 기술되어 있어, 학습자는 여러 개념과 원리 중 왜 특정한 개념과 원리를 적용해야하는지 또는 적절한지에 대해 전혀 고려할 필요가 없다. 해결자는 단지 학습한 개념이나 원리를 기억으로부터 인출하고 적용함으로써 문제를 해결한다. 반면 수직적 전이는 문제해결자가 특정한 개념이나 원리를 직접 적용할 수 없어 여러 개념과 원리 중 어떤 것이 가장 적절한 것인지를 선택해야 하거나, 심지어 기존의 지식을 결합해 새로운 스키마를 구성해야할 때 나타난다. 일반적으로 특정한 교과에서 학습한 지식을 다른 교과 또는 일상생활 문제를 해결할 때 수직적 전이가 나타난다. 특히 실생활 문제를 해결할 때 학생들은 상황에 제시된 여러 변수들 중 어떤 변수가 중요한지 또는 그렇지 않은지, 어떤 표상과 스키마가 적절한지 그렇지 않은지를 비판적으로 검토해야 한다.

학습의 전이를 연구자의 입장에서 과제의 맥락 차원 특히 지식 영역의 거리에 따라 근거리와 원거리로

* 접수일(2014년 3월 23일), 게재확정일(2014년 4월 18일)
* ZDM분류 : C32
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 학습의 전이, 유추 거리, 문제 해결

구분한 Barnett & Ceci(2002)의 관점과 문제 해결자의 입장에서 수평적 전이와 수직적 전이로 구분한 Rebello 등(2005)의 관점은 본 연구에 시사하는 바가 매우 크다. 전자의 관점은 학습맥락과 전이맥락을 고정된 것으로 양분하는 대신 거리라는 연속체로 간주함으로 전이의 지평을 넓혔다고 평가할 수 있다. 다시 말해 특정한 수학 지식이 교과 내(within-discipline)뿐만 아니라 교과 간(between-discipline), 더 나아가 일상생활 상황으로 전이되는지를 조사할 수 있는 방법론적 근거를 마련해 주었다. 하지만 이러한 관점은 어디까지나 연구자의 입장에서 전이 문제를 분류하고 있어 학생의 입장에서 어디까지가 근거리이고 어디서부터 원거리 유추가 시작되는지 명확한 지점을 제시하지 못하고 있다. 이러한 문제점은 학생의 입장에서 전이를 구분한 Rebello 등(2005)의 관점을 빌어 보완할 수 있다. 즉 학습 상황과 전이 상황의 지식 영역이 서로 다른 경우에, 예를 들어 학습맥락은 수학이고, 전이맥락은 물리, Barnett & Ceci(2002)의 구분에 따르면 원거리 전이에 해당하지만, 전이 문제의 진술에 변수와 변수들 사이의 관계가 명확하게 진술되어 있어 문제해결자가 특정한 개념과 원리를 직관적으로 적용하여 문제를 해결한다면 이는 수평적 전이에 해당된다. 따라서 학습맥락과 전이맥락이 서로 다른 교과로부터 비롯되었다 할 지라다고 학습자 입장에서 근거리 전이가 될 수도 있다. 이러한 이유로 전이를 ‘거리’에 따라 근거리 전이와 원거리 전이로 구분하고, 비록 학습맥락과 전이맥락이 동일한 교과 또는 다른 교과에 기반을 둘 지라도 문제해결자가 문제 상황에 대한 비판적 검토 없이 특정한 개념과 원리를 직관적으로 적용해 해결될 수 있다면 수평적 전이로, 그렇지 않다면 수직적 전이로 간주할 필요가 있다.

한편, 그동안 수학 교육 분야에서 이루어진 전이에 관한 연구를 ‘유추 거리’ 측면에서 조망해 보면 대부분 수학 내에서 이루어지는 전이 즉, 근거리 전이에 관한 것이었다. 예를 들어, English(1997)의 연구에서 사용된 학습문제(이동문제)와 전이문제(물탱크 채우기 문제)는 둘 다 수학 특히 대수에 기반을 두었으며, Bassok & Olseth(1995)의 연구에서 사용된 학습문제(거리문제)와 전이문제(급여문제)는 함수에 기반을 두었다. 이 외에도 수학교육 분야에서 행해진 연구들(예, 이종희・이진향・김부미, 2003; 이종희・김진화・김선희, 2003; Bassok, 1997; Reed, 1999)에 사용된 학습 맥락과 전이 맥락은 모두 수학 교과에 기반들 두고 있어 근거리 전이를 조사했다고 볼 수 있다.

수학 교육 분야에서 원거리 전이에 대한 연구 또한 미비하나마 이루어지고 있다. 예를 들어 Bassok & Holyoak(1989)은 고등학생과 대학생을 대상으로 대수(수열)와 물리(등가속도 문제) 사이의 전이와 전이의 비대칭성을 조사하였으며, Rebello 등(2005)은 미분에서 물리로의 전이와 삼각함수에서 물리로의 전이를 조사하였다. 하지만 이들 연구는 대부분 고등학생과 대학생을 대상으로 하였으며, 수학에서 물리로의 전이에 초점을 맞추고 있다. 하지만 수학에서 학습한 지식을 수학 뿐 아니라 다른 교과 및 일상생활에 전이하는 능력은 수학교육의 궁극적인 지향점이라는 사실을 주지할 때, 선행 연구에서 주로 다루었던 수학 영역 내에서 이루어지는 근거리 전이와 더불어, 다른 교과 또는 일상생활 문제를 해결하는 데 수학적 지식을 전이할 수 있는지 즉 원거리 전이에 대한 연구가 시급하다 할 것이다. 따라서 본 연구에서는 초등학생을 대상으로 유추 거리 측면에서 초등 수학에서 과학으로 더 나아가 일생생활로의 전이를 연속선상에 놓고 특정한 수학적 지식이 다른 교과로 더 나아가 일상생활에 전이되는지 탐구하고자 한다.

초등학교 중학년과 고학년 학생들은 수학과 과학을 독립된 교과로 학습하며, 두 교과에서 다양한 문제 상황을 접하게 된다. 그러나 어떤 특정한 수학 지식은 과학적 개념을 이해하거나 과학 문제를 해결하는데 적용될 수 있다. 비율 개념이 대표적인 예이다. 비율 개념은 초등학교 5학년과 6학년 수학 교과에서 학습하며, 이는 과학 교육과정에 포함되어 있는 용액의 진하기(농도), 물체의 빠르기(속력), 태양계 행성의 상대적인 거리의 개념을 이해하고 관련 문제를 해결하는데 핵심이 된다(교육과학기술부, 2012c). 하지만 현장에서는 이러한 상호관련성을 인식하지 못한 채, 두 교과에서 각각 다른 맥락, 다른 문제를 사용해 취급하고 있다. 따라서 수학 시간에 학습한 비율 개념을 수학 교과 내의 문제뿐만 아니라 비율 개념에 기반을 둔 과학 문제와 일상생활 문제를 해결하는데 적용할 수 있는지 조사할 필요가 있다. 이에 본 연구는 초등학교 학생들이 수학 수업시간에 배운 비율 개념을 수학 문제, 비율에 기반을 둔 과학 문제, 비율에 기반을 둔 일상생활 문

제를 해결하는데 어느 정도 전이할 수 있는지, 그리고 성공적인 전이에 기여하는 수학적 지식은 어떠해야 하는지를 밝히고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 유추 거리: 근거리 전이와 원거리 전이

전이 연구는 매우 다양하기 때문에 이 연구가 전이 연구에서 차지하는 위치가 어디인지를 정확하게 따져 보는 일은 매우 중요하다. 또한 이 연구는 유추 거리에 따라 학생들의 전이 능력을 분석하는 것이 일차적인 목표이므로 유추 거리에 대한 이해가 반드시 선행될 필요가 있다.

일반적으로 전이에 대한 연구는 “X는 A에서 B로 전이되는가?”의 질문을 탐구하였으며, X는 특정한 개념 또는 원리이며, A와 B는 각각 학습맥락(바탕)과 전이맥락(목표)이다. Barnett & Ceci(2002)는 X 즉 무엇을 전이할 것인지와 어디에서 어디로 전이할 것인지를 기준으로 전이 연구를 분류하였다. 먼저 그들은 무엇을 전이할 것인지 즉 전이의 대상을 학습된 기능, 수행 변화, 기억 요구량으로 분류하였다. [표 1]에서 오른쪽에 위치할수록 보다 고등의 기능, 수행, 기억을 요구한다고 볼 수 있다.

이 연구는 Barnett & Ceci(2002)가 제안한 여러 맥락 차원 중 지식 영역만을 고려하여 전이를 근거리와 원거리 전이로 구분하였으며 물리적 맥락, 시간적 맥락, 기능적 맥락, 사회적 맥락, 양식 차원에서 볼 때 근거리 전이에 속한다고 볼 수 있다.

[표 1] 전이의 내용 분류(출처: Barnett & Ceci, 2002)
[Table 1] Content taxonomy for transfer (adapted from Barnett & Ceci, 2002)

내용: 무엇을 전이하는가?			
학습된 기능(skill)	절차	표상	원리 또는 발견술
수행 변화	속도	정확성	접근 방법
기억 요구량	실행	인식과 실행	회상, 인식, 행

Barnett & Ceci(2002)는 또한 어디에서 어디로 전이할 것인지에 대해 ‘유추 거리’의 관점에서 유추 연구를 분류하였다. 그들은 학습문제(바탕)과 전이문제(목표)의 맥락을 여러 가지 차원으로 분류하고, 각 차원을 거리에 따라 근거리에서부터 원거리까지로 분류하였다.([표 2] 참고). 그들은 학습맥락과 전이맥락을 고정된 것으로 양분하는 대신 거리라는 연속체로 간주함으로 전이의 지평을 넓혔다고 평가할 수 있다. 다시 말해 특정한 수학 지식이 교과 내뿐만 아니라 교과 간, 더 나아가 일상생활 상황으로 전이되는지를 조사할 수 있는 방법론적 근거를 마련해 주었다.

[표 2] 근거리 전이와 원거리 전이(출처: Barnett & Ceci, 2002)
[Table 2] Near and far transfer (adapted from Barnett & Ceci, 2002)

맥락: 어디에서 어디로 전이하는가?					
	근거리(Near)	←		→	원거리(Far)
지식영역	쥐 Vs. 생쥐	생물학Vs식물학	생물학Vs.경제학	과학Vs.역사	과학Vs.예술
물리적 맥락	학교, 같은교실	학교, 다른교실	학교Vs.실험실	학교Vs.집	학교Vs.해변
시간적 맥락	같은 시간	다음 날	일주일 후	한달 후	일년 후
기능적 맥락	모두 평가	평가Vs.비평가	평가Vs.설문	평가Vs.설문	평가Vs.놀이
사회적 맥락	모두 개별	개별Vs.짝	개별Vs.소그룹	개별Vs.전체	개별Vs.사회
양식	같은 형식	선다 Vs. 에세이	교재학습Vs.구술	강의Vs.와인시음	강의Vs.공예

2. 수평적 전이와 수직적 전이

전이를 맥락의 여러 차원에 따라 근거리 또는 원거리 전이로 구분하는 것은 학습자의 입장이 아니라 연구자의 입장에 지나지 않는다는 비판이 있기도 하다(예를 들어, Lobato, 2006). 이에 Rebello 등(2005)은 학

습자 입장에서 전이를 수평적 전이와 수직적 전이로 구분하였다.

수평적 전이에서 학습자는 문제 진술로부터 필요한 정보를 추출한 후, 이것을 자신의 사전 지식(스키마 또는 내적 표상)에 할당한다. 문제해결자는 문제에 표면적으로 제공되어 있는 정보와 문제해결자의 내적 스키마를 연결지음으로써 문제를 해결한다. 이러한 과정은 문제해결에서 핵심이 된다. 만일 이러한 연결이 자연스럽게 일어나지 않는다면 다시 말해 문제의 외적 표상이 해결자의 내적 표상과 연결이 이루어지지 않는다면, 문제해결자는 활성화된 현재의 스키마를 사용해 주어진 문제를 해결할 수 없다.

수평적 전이의 전형적인 예는 수학 교과서의 각 장의 마지막에 있는 문장제를 해결하는 경우이다. 문장제는 특정한 연산이나 공식을 맥락화시킨 문제로서 문제해결자는 문제를 읽고 문제 진술에 포함된 수치 자료를 적절한 연산 또는 공식에 대입시켜 문제를 해결하게 된다. 문제해결자는 주어진 문제 상황의 밑바탕에 깔린 가정을 비판적으로 고찰할 필요가 없다. 즉 특정한 공식을 또는 방정식을 적용하는 것이 적절한지, 또는 여러 방정식 중 어떤 것을 적용하는 것이 적절한지에 대해 생각할 필요가 없다.

반면 수직적 전이에서 학습자는 문제 진술로부터 필요한 정보를 추출하지만 이것을 자신이 지니고 있는 어떤 지식 또는 스키마와 관련이 있는지 알 수 없다. 그래서 문제해결자는 문제를 해결하기 위해 어떤 개념이나 규칙, 원리를 적용해야하는지 확신할 수 없다. 오히려 학습자는 여러 가지 사전 지식을 활성화해야 하며 심지어는 기존의 사전 지식을 결합하여 새로운 스키마를 구성하기도 해야 한다. 수직적 전이의 핵심이 바로 여기에 있다.

학생들이 수학교과서나 과학교과서 각 차시 또는 단원의 마지막에 있는 문제를 해결할 때, 학생들은 특정한 수치 값을 찾는데 초점을 맞추며, 특정한 방정식이 어떤 상황에 적용하는 것이 적절한지를 고려하지 않은 채 방정식에 수치 값을 대입시켜 해결한다. 따라서 이러한 문제들은 학생들의 관점에서 수직적 전이를 필요로 하지 않는다. 왜냐하면 학생들은 적절한 스키마를 선택하거나 새로운 스키마를 구성할 필요가 없기 때문이다. 반면 대부분의 일상생활 문제는 수직적 전이와 관련이 있다.

학습 전이를 연구자의 입장에서 맥락의 차원 특히 지식 영역의 거리에 따라 근거리 유추와 원거리 유추로 구분한 Barnett & Ceci(2002)의 관점과 문제 해결자의 입장에서 수평적 전이와 수직적 전이로 구분한 Rebello 등(2005)의 관점은 본 연구에 시사하는 바가 매우 크다. 본 연구에서는 전이를 일차적으로 ‘거리’에 따라 근거리 전이와 원거리 전이로 구분하였다. 즉 전이 문제를 일차적으로 유추 거리에 따라 비율에 기반을 둔 수학문제(Mathematical Problem Based Rates: MPBR), 비율에 기반을 둔 과학문제(Science Problem Based Rates: SPBR), 비율에 기반을 둔 실생활 문제(Real-life Problem Based Rates: RPBR)로 구분하였다. 유추 거리 측면에서 MPBR은 근거리 유추 과제이며, SPBR과 RPBR은 원거리 유추이다. 하지만 MPBR과 SPBR은 각각 수학교과서와 5학년 2학기 과학 교과서와 실험관찰에 포함된 잘-정의된 문제이므로 학생의 입장에서 문제를 읽은 후 직관적으로 비율 지식을 적용하여 해결 될 수 있다. 따라서 수평적 전이가 일어난다고 예측할 수 있다. 하지만 RPBR는 실생활 상황을 읽고 해결자 스스로 유추 문제를 구성해야 하므로 비율 지식을 직접 적용할 수 없고 주어진 상황을 비판적으로 검토할 필요가 있다. 따라서 학생들이 RPBR을 해결할 때 수직적 전이가 일어난다고 예측할 수 있다. 이에 본 연구에서는 SPBR과 RPBR는 수평적 전이로, RPBR은 수직적 전이로 범주화하였다([표 3] 참고).

[표 3] 유추거리와 수평적·수직적 전이의 관계

[Table 3] Relationship between analogy distance and horizontal, vertical transfer

근거리 ⟷		원거리
수평적 전이		수직적 전이
비율기반수학문제 (MPBR)	비율기반과학 문제(SPBR)	비율기반일상생활문제(RPBR)

3. 학습의 전이와 사전 지식의 관계

학습의 전이는 전이 문제가 제시되었을 때 도움이 될 수 있는 바탕지식에 접근하고 인출할 수 있을 때와 인출된 바탕 문제를 목표문제를 해결하는데 적합하도록 변형하여 적용할 수 있을 때 가능할 수 있다. 그렇다면 이러한 두 가지는 어떻게 가능하며, 이를 위해 문제해결자에게 필요한 것은 무엇인가? 많은 연구자들

은 이러한 문제의 해답을 문제해결자가 지닌 지식의 질에 주목하고, 해당 분야에서 깊이 있는 지식을 의미하는 전문성의 역할을 조사하였다.

Ericsson(2006)은 전문성과 관련된 문헌 분석을 통해 초보자는 주어진 문제를 표면적 수준에서 문제를 분석하는 반면, 전문가는 해당 분야의 기본 원리를 기초로 분석하는 특징이 있다고 보고하였다. 즉 전문가들은 장기간동안 지식을 쌓아온 덕분에 개념적 수준에서 문제를 분석하고, 그럼으로써 문제의 밑바탕에 깔린 구조 또는 원리를 파악할 수 있다. Chi 외(1981)의 연구에서는 피험자들에게 문제를 분류해보도록 하였는데, 초보자는 바탕문제와 목표문제에 제시된 스프링, 경사면, 진자와 같은 표면적인 대상에 주목하는 반면 전문가들은 뉴턴의 제 2법칙과 같은 원리를 사용해서 해결될 수 있는 문제들을 함께 범주화하였다. 즉 전문가들은 문제에 제시된 표면적 특징(줄거리나 그림)을 넘어 기본 개념과 원리를 파악할 수 있었다.

또한 English(1997)는 수학적 개념과 규칙에서 낮은 이해수준을 보이는 학생들과 높은 이해수준을 보이는 두 그룹 학생들이 표면적 내용은 다르지만 구조적 관계를 공유하는 문제를 이해하는 방법에서 서로 다르다고 제안했다. 이 연구에서 이해수준이 낮은 학생들은 주로 문제를 표상할 때 표면적 특징에 초점을 두고, 후자의 경우 개념적 이해를 바탕으로 문제의 밑바탕에 깔린 구조적 관계를 표상하였다. Mayer & Hegarty(1996) 또한 학생들의 문제해결 행동 수행은 지식의 질에 의해 강력하게 영향을 받으며, 개념적 이해가 낮은 학생들은 문제에 제시된 특정 구문(예, 더 많은, 모두, 더 적은 등)에 초점을 맞추어 문제를 표상하지만 개념적 이해가 높은 수준의 학생은 문제의 밑바탕에 깔린 구조적 측면에 초점을 맞추어 문제를 표상하는 특성이 있다고 보고하였다.

문제해결과 전이에 대한 전문가의 초보자 연구에서 밝혔듯이, 성공적인 전이를 위한 필수적인 요인은 지식의 양 보다는 지식의 질이라는 점을 알 수 있다. 본 연구에서는 유추 전이를 좀 더 실증적으로 규명하기 위해서 지식을 사실 지식과 개념 지식으로 분류하고 어떤 지식이 전이 문제를 성공적으로 해결하는데 기여하는지를 조사하였다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

G시에 위치하고 있는 초등학교 6학년 학생들을 모집단으로 설정하였다. 이 학교는 전형적인 공립초등학교이며, 학급 단위로 선정된 5개 학급 136명이 표집되었다. 이 학교는 신설학교이며, 대단위 아파트 단지 내에 위치해 있다. G시의 사회경제적 수준을 기준으로 할 때 하·중·상류층이 혼재해 있으며, 중류층 가정의 학생들이 많은 편이다.

연구 대상 학생들은 2007 개정 수학과 교육과정에 기반을 둔 교과서로 수학을 학습하였다. 본 연구를 위해 검사를 실시할 당시 5학년 2학기에 비와 비율 단원, 6학년 1학기에 비례식, 연비와 비례 배분에 대한 학습을 마친 상태였다. 따라서 수학과 교육과정 운영을 기준으로 볼 때 연구 대상학생들은 비와 비율, 비례 관련 학습을 모두 이수하였다고 볼 수 있다.

2. 검사 도구

본 연구를 수행하기 위해 전이 검사와 수학적 지식 검사 도구를 개발하였다. 첫째 전이 검사는 수학 시간에 학습한 비율 지식을 수학 및 과학과 실생활 문제를 해결하는데 적용할 수 있는지를 조사하기 위해 개발되었다. 일차적으로 유추 거리에 따라 비율에 기반을 둔 수학 문제(MPBR), 비율에 기반을 둔 과학 문제(SPBR), 비율에 기반을 둔 실생활 문제(RPBR) 분류하였다. 이차적으로 MPBR과 SPBR은 수평적 전이 문제로, RPBR은 수직적 전이 문제로 분류하였다. 둘째, 수학적 지식 검사는 사실 지식 검사와 개념지식 검사 두 가지 이며, 전이 문제를 해결하는데 바람직한 학습 조건은 무엇인지를 밝히기 위해 개발되었다.

가. 전이 검사 도구

본 연구를 수행하기 위해 개발된 전이 검사 도구는 다양한 맥락을 갖는 수학 문장제와 실생활 문제로 구성되었다. 모든 도구는 비율 개념을 적용하여 해결될 수 문제 상황으로써 초등 수학 교과서와 익힘책과 과학 교과서와 실험관찰을 기초자료로 하여 개발되었다. 검사 도구는 처음에 초등 수학교육과정과 과학 교육과정을 분석하여 비율 개념이 적용될 수 있는 내용과 맥락이 무엇인지를 추출한 후 이에 기초해 검사 도구를 개발하였다. 개발된 검사 도구는 수학 교육 전문가 1

인과 과학 교육 전문가 1인이 각 교과목에 해당하는 문제를 1차로 검토하고, 이어서 교차 검토를 거친 후 최종 확정하였다.

유추 거리에 따라 개발된 세 가지 유형의 전이 문제는 모두 비율 개념을 적용하여 해결 될 수 있으며, 각 문제는 빠르기(빠르기 비교, 미지값 구하기), 상대적 관계(크기비교), 비율 비교하기로 구성되며, 세 가지 유형의 전이 문제가 모두 서로 대응을 이루도록 구성하였다([표 4] 참고). 예를 들어 '빠르기'와 관련

RPBR는 '유추 문제 구성(analogicla problem

하여 수학 문제는 일의 빠르기, 과학 문제는 물체의 빠르기, 일상생활 문제는 일의 빠르기와 물체의 빠르기가 융합된 실생활 상황으로 서로 대응을 이룬다. 각 문제의 스토리라인은 각각 수학, 과학, 일상생활(소치 동계올림픽)에서 비롯되었지만 모두 일 또는 물체의 빠르기와 관련이 있으며 비율 개념을 적용해 해결 될 수 있다.

[표 4] 전이 검사 도구

[Table 4] Instrument to measure participants' transfer problem solving ability

	근거리 ←		원거리
	수평적 전이		수직적 전이
내 용	MPBR	SPBR	RPBR
빠르기	일의 빠르기 비교 일의 빠르기 구하기	물체의 빠르기 비교 물체의 빠르기 구하기	일과 물체의 빠르기와 관련된 실생활 상황
상대적관계	넓이의 상대적 크기 비교	행성사이의 상대적 거리 비교	상대적 비교와 관련된 일상생활 상황
비율 비교	성공률 비교	용액의 진하기 비교	성공률 및 진하기 비교와 관련된 일상생활 상황

1) MPBR과 SPBR

MPBR과 SPBR는 수평적 전이 문제에 해당된다. 전술했듯이 비율에 기반을 둔 과학 문제는 '유추 거리' 측면에서 볼 때 원거리 전이에 해당하지만, 과학 교과서 각 단원의 마지막에 있는 '단원 마무리' 문제에 해당되므로 수평적 전이로 간주할 수 있다. 두 검사 도구는 수학 교과서와 익힘책 그리고 과학교과서와 실험관찰(교육과학기술부, 2012a,b)에 제시된 맥락을 사용하였으며, 계산의 편리를 위해 수치 값을 조정하였다([부록 1, 2] 참고). 두 검사 도구는 각각 빠르기 4문항, 상대적 관계 2문항, 비율비교 2문항으로 총 8문항으로 구성하였다. 채점은 각 문항 당 1점을 부여하여 총 8점 만점이며, 부분점수는 부여하지 않았다.

2) RPBR

RPBR는 수학시간에 학습한 비율 지식이 일상생활에 전이되는지를 조사하기 위해 개발되었다. [표 4]에서 보였듯이, RPBR 역시 빠르기, 상대적인 관계, 비율비교하기와 관련된 맥락을 포함하고 있으면서, 동시에 실생활 상황으로 구성되었다([부록 3] 참고).

construction)' 과제이다. 유추 문제 구성 기법은 최근에 수직적 전이를 조사하기 위해 사용되고 있다(예를 들어, Bernardo, 2001; Lebello et al, 2005). 이 기법의 핵심은 문제해결자로 하여금 유추 문제를 해결하도록 하는 것이 아니라 비율과 관련된 실생활 상황을 읽고 자신이 지닌 지식과 기능을 사용해 유추 문제를 스스로 만들어 보도록 하는 것이다.

RPBR는 2014년 1월에 열렸던 '소치 동계 올림픽' 동안 있었던 이슈들에 관한 내용으로 구성되었다. 학생들은 일의 빠르기와 물체의 빠르기(모태범 선수와 동료 선수들의 스피드스케이팅 500m 기록), 상대적 크기 비교(우리나라, 러시아 등의 국토 면적 비교), 성공률(선수단 규모와 메달 획득 수)과 진하기 비교(보드카의 진하기) 맥락이 포함된 실생활 문제를 읽은 후, 수학과 과학 문제를 만들어야 한다.

채점은 학생이 구성한 문항당 2점을 부여하였으며, 수평적 전이과제 점수 부여방식과 일관되도록 하기 위해 8점을 만점으로 하였다. 3명의 채점자가 각각 채점하였으며, 채점자간 일치도는 약 93%에 달했다. 채점자간에 부여된 점수 차가 지나치게 큰 경우 의견조율

을 통해 최종 점수를 확정하였다. 학생들이 구성한 문제에 대한 채점 기준은 다음과 같다.

・2점: 주어진 상황에서 적절한 변수를 추출하여 비율 관계에 기초해 수학적인 기호나 용어를 사용하여 문제를 구성한 경우

・1점: 주어진 상황에서 적절한 변수를 추출하였으나, 비율 개념에 기초해 문제를 구성하지 못한 경우

・0점: 무응답 또는 적절한 변수를 추출하지 못하거나 주어진 상황과 관련이 없는 문제를 구성한 경우

나. 수학적 지식 검사

사실적 지식 검사는 연구대상이 학교 수업을 통해 습득한 비와 비율, 비례식과 관련된 지식을 얼마나 습득하고 있는지를 조사하기 위해 개발되었다. 각 문항에 대해 1점을 부여하여 총 8점 만점으로 구성되며, 검사 문항에 대한 신뢰도는 $Cronbach\,\alpha$ 계수로 측정하였으며, 신뢰도 계수는 0. 869로 나타났다. 개념적 지식 검사는 성창근·이광호(2012)의 연구에서 사용된 문제 유형 분류 검사 도구를 사용하여 측정하였다.

3. 자료 수집 및 분석

연구 대상이 속한 학교의 정상적인 교육과정 운영을 저해하지 않는 범위 내에서 자료 수집이 이루어졌다. 검사 도구 사이의 간섭을 최소화하기 위해 수직적 전이문제, 수평적 전이 문제, 지식 검사의 순으로 2일의 시간적 간격을 두고 제시하였다. 검사에 소요된 시간은 총 100분이었다. 학생들의 응답지를 회수한 다음 무응답율이 높거나 불성설한 응답지는 배제하였고 동일한 학생이 작성한 5개의 검사지가 있는 132명의 사례에 대해서만 통계처리 하였다.

수집된 검사지는 SPSS(18.0) 통계 패키지를 이용해 다음과 같은 통계방법을 사용해 분석하였다. 첫째, 일원분산분석(one-way ANOVA) 사용해 전이 거리에 따라 전이 문제 해결에서 차이가 있는지를 분석하였으며, 이어서 Sheffe 방법을 사용해 사후 검증을 실시하였다. 둘째 중다회귀분석을 사용해 사실지식과 개념지식 중 어느 지식이 학습의 전이에 긍정적으로 기여하는지를 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 유추 거리에 따른 전이 문제 해결 능력

유추 거리에 따른 세 가지 유형의 전이 문제 해결 점수의 평균, 표준편차는 [표 5]와 같다.

[표 5] 기술 통계(n=132)
[Table 5] Descriptive statistics(n=132)

	근거리 ⟷ 원거리			합계
	수평적 전이		수직적 전이	
	MPBR	SPBR	RPBR	
평균	6.32	5.67	4.79	5.76
표준편차	1.12	1.49	2.22	1.86
사례 수	132	132	132	198

비율에 기반을 둔 수학 문제(MPBR)의 평균은 6.32, 표준편차는 1.12이고, 비율에 기반을 둔 과학 문제(SPBR)의 평균은 5.67, 표준편차는 1.49이며, 비율에 기반을 둔 실생활 문제(RPBR)의 평균은 4.79, 표준편차는 2.22이다. [표 5]에서 알 수 있듯이 유추 거리가 증가할수록 평균점수가 점차로 감소하고 표준편차는 증가하고 있다. 유추 거리에 따른 전이 문제 해결에 통계적으로 유의한 차이가 있는지 알아보기 위해 일원분산분석(one-way ANOVA)을 실시하였다([표 6] 참고).

[표 6] 일원분산분석(n=132)
[Table 6] ANOVA(n=132)

	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
유추거리	136.848	2	68.424	24.459	0.001
오 차	545.515	132	2.798		
합 계	682.364	134			

유추 거리에 따른 세 가지 유형의 전이 문제 해결 점수의 평균 차이에 대한 F 통계값은 24.459, 유의확률은 0.001로서, 유의수준 .05에서 유추 거리에 따라 전이 문제 해결에 유의한 차이가 있다.

유추 거리에 따른 세 가지 유형의 전이 문제 해결의 평균이 차이가 있다는 것을 알았지만 구체적으로 어느 문제 사이에 차이가 있는지는 자세히 알아보기 위해 사후검증(post-hoc)을 실시하였다. 유추 거리에

따른 세 가지 유형의 전이 문제 해결에 대한 사후비교 분석을 실시한 결과는 아래 [표 7]과 같다.

[표 7] 사후 비교(n=132)
[Table 7] Post-hoc on transfer problem solving(n=132)

전이 문제	평균차	표준오차	유의확률
MPBR vs SPBR	1.15	0.29	0.001
MPBR vs RPBR	2.03	0.29	0.00
SPBR vs RPBR	0.88	0.29	0.012

유추 거리에 따른 전이 문제 해결 점수의 사후비교 분석 결과, 비율 기반 수학 문제 vs 비율 기반 과학 문제의 평균 차는 1.15, 유의확률은 0.001이고, 비율 기반 수학 문제 vs 원거리 전이 문제의 평균 차는 2.03, 유의확률은 0.00이며, 비율 기반 과학 문제 vs 원거리 전이 문제의 평균 차는 0.88, 유의확률은 0.012로, 유의수준 .05에서 비율 기반 수학 문제 vs 비율 기반 과학 문제, 비율 기반 수학 문제 vs 원거리 유추, 비율 기반 과학 문제 vs 원거리 전이 문제 해결에서 모두 유의한 차이가 있었다.

2. 전이 문제 해결 능력과 수학적 지식의 관계

중다회귀분석을 사용해 유추 거리에 따라 구분된 세 가지 유형의 전이 문제를 해결하는데 통계적으로 유의한 영향을 주는 지식이 무엇인지를 분석하였다. 독립변수는 사실지식과 개념지식이며, 종속변수는 세 가지 유형의 전이 문제 해결 점수이다.

중다회귀식을 추정하는 방식에는 여러 가지가 있는데 이 연구에서는 동시입력방식(enter)을 사용하였다. 동시입력방식은 연구자가 고려하는 모든 독립변수들을 한꺼번에 투입하여 분석하는 방법이다. 이 방식을 이용하면 다른 독립변수들이 통제된 상태에서 특정 독립변수의 영향력을 알 수 있으며, 또한 연구자가 고려하는 모든 독립변수들이 동시에 종속변수를 설명하는 정도를 알 수 있다(성태제, 2007). 검사 도구에 대한 학생들의 반응 결과에 의해 수집된 자료들은 SPSS를 사용해 분석되었다. 수정된 $R^2(adjusted\,R^2)$과 표준화된 β 값을 사용해 인지적 변인의 영향력에 대한 통계적 유의성을 검증하였다.

가. MPBR의 해결에 영향을 주는 지식

근거리 전이 문제 중 비율에 기반을 둔 수학 문제의 해결 능력을 종속변수로 그리고 사실 지식과 개념적 지식을 독립변수로 설정하였고, enter 입력 방식을 사용해 중다회귀분석을 실시하였다. [표 8]는 비율에 기반을 수학 문제 해결에 대한 분산분석과 모형요약을 보여준다.

[표 8] 분산분석과 모형요약:MPBR(n=132)
[Table 8] ANOVA and Model Summary:MPBR(n=132)

	제곱합	자유도	평균 제곱	F	유의 확률
회귀모형	14.682	2	7.431	6.992	.002
잔차	66.957	132	1.603		
합계	81.818	134			
$R=.426,\ R^2(adj.\ R^2)\ =\ .200(.18)$					

비율에 기반을 둔 수학 문제 해결 능력을 측정하는 모형에 대한 통계적 유의성 검정 결과, 회귀 모형의 F 통계값은 6.992, 유의 확률은 .002으로 모형에 포함된 독립변수는 유의수준 .05에서 근거리 전이 문제 능력을 유의하게 설명하고 있으며, 총 변화량의 20%가 모형에 포함된 독립변수에 의해 설명되고 있다.

[표 9] 중다회귀분석:MPBR(n=132)
[Table 9] Multiple Regression Analysis:MPBR(n=132)

독립 변수	비표준화 계수 B	비표준화 계수 표준오차	표준화계수 (β)	t	유의 확률
사실 지식	.174	.164	.121	1.063	.292
개념 지식	.228	.063	.411	3.609	.001

개별 독립변수의 종속변수에 대한 기여도와 통계적 유의성을 검정한 결과, 유의수준 .05에서 비율 기반 수학 문제의 해결에 유의하게 영향을 미치는 독립변수는 개념적 지식($t=3.609,\ p=.001$)이었으며, 독립변수의 상대적 기여도를 나타내는 표준화 계수(β)에 의하면 개념적 지식(.411)으로 비율 기반 수학 문제의 해결 능력에 영향을 미치고 있다([표 9] 참고).

이러한 결과에 기초해 사실 지식 보다는 개념 지식 검사에서 높은 점수를 받은 학생들이 비율 기반 수학 문제를 해결하는데 높은 점수를 받은 것으로 해석할

수 있다. 따라서 개념 지식은 비율 기반 수학 문제를 성공적으로 해결하는데 필수적인 변인임을 알 수 있다.

2) SPBR의 해결에 영향을 주는 지식

비율에 기반을 둔 과학 문제(SPBR)의 해결 능력을 종속변수로, 사실 지식과 개념 지식을 독립변수로 설정하였고, enter 입력 방식을 사용해 중다회귀분석을 실시하였다. 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결에 대한 분산분석과 모형 요약은 [표 10]과 같다.

[표 10] 분산분석과 모형요약:SPBR(n=132)
[Table 10] ANOVA and Model Summary:SPBR(n=132)

	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
회귀 모형	47.269	2	23.635	15.608	.000
잔차	95.937	132	1.514		
합계	142.667	134			
$R=.576,\ R^2(adj.\ R^2)\ =\ .331(.33)$					

비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결 능력을 측정하는 모형에 대한 통계적 유의성 검정 결과, 회귀 모형의 F 통계값은 15.608, 유의 확률은 .000으로 모형에 포함된 독립변수는 유의수준 .05에서 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결 능력을 유의하게 설명하고 있으며, 총 변화량의 33%가 모형에 포함된 독립변수에 의해 설명되고 있다.

[표 11] 중다회귀분석:SPBR(n=132)
[Table 11] Multiple Regression Analysis:SPBR(n=132)

독립변수	비표준화 계수 B	비표준화 계수 표준오차	표준화계수 (β)	t	유의확률
사실 지식	.051	.195	.027	.259	.796
개념 지식	.420	.075	.576	5.586	.000

개별 독립변수의 종속변수에 대한 기여도와 통계적 유의성을 검정한 결과, 유의수준 .05에서 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결에 유의하게 영향을 미치는 독립변수는 개념적 지식($t=5.589$, $p=.000$)이었으며, 독립변수의 상대적 기여도를 나타내는 표준화 계수(β)에 의하면 개념적 지식(.420)으로 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결 능력에 영향을 미치고 있다([표 11] 참고).

이러한 결과에 기초해 사실 지식 보다는 개념 지식 검사에서 높은 점수를 받은 학생들이 비율에 기반을 둔 과학 문제를 해결에서 높은 점수를 받은 것으로 해석할 수 있다. 따라서 개념 지식은 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결을 성공적으로 해결하는데 필수적인 변인임을 알 수 있다.

나. RPBR 해결에 영향을 주는 지식

비율에 기반을 둔 실생활 문제를 종속변수로 그리고 사실 지식과 개념적 지식을 독립변수로 설정하였고, enter 입력 방식을 사용해 중다회귀분석을 실시하였다. 비율에 기반을 둔 실생활 문제의 해결에 대한 분산분석과 모형요약은 [표 12]과 같다.

[표 12] 분산분석과 모형요약:RPBR(n=132)
[Table 12] ANOVA and Model Summary:RPBR(n=132)

	제곱합	자유도	평균제곱	F	유의확률
회귀 모형	130.366	2	65.183	21.538	.000
잔차	190.664	132	3.026		
합계	321.030	134			
$R=.637,\ R^2(adj.\ R^2)\ =\ .406(.41)$					

비율에 기반을 둔 실생활 문제의 해결 능력을 측정하는 모형에 대한 통계적 유의성 검정 결과, 회귀 모형의 F 통계값은 21.538, 유의 확률은 .000으로 모형에 포함된 독립변수는 유의수준 .05에서 비율에 원거리 전이 문제의 해결 능력을 유의하게 설명하고 있으며, 총 변화량의 41%가 모형에 포함된 독립변수에 의해 설명되고 있다.

[표 13] 중다회귀분석:RPBR(n=132)
[Table 13] Multiple Regression Analysis:RPBR(n=132)

독립변수	비표준화 계수 B	비표준화 계수 표준오차	표준화계수 (β)	t	유의확률
사실 지식	.245	.276	.086	.890	.377
개념 지식	.694	.106	.633	6.522	.000

개별 독립변수의 종속변수에 대한 기여도와 통계적 유의성을 검정한 결과, 유의수준 .05에서 비율에 기반을 둔 실생활 문제의 해결에 유의하게 영향을 미치

는 독립변수는 개념적 지식($t=6.522$, $p=.000$)이었으며, 독립변수의 상대적 기여도를 나타내는 표준화 계수(β)에 의하면 개념적 지식(.633)으로 비율에 기반을 둔 과학 문제의 해결 능력에 영향을 미치고 있다([표 13] 참고).

이러한 결과에 기초해 사실 지식 보다는 개념 지식 검사에서 높은 점수를 받은 학생들이 비율에 기반을 둔 실생활 문제에서 높은 점수를 받은 것으로 해석할 수 있다. 따라서 개념 지식은 비율에 기반을 둔 실생활 문제의 해결을 성공적으로 해결하는데 필수적인 변인임을 알 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구의 목적은 유추 거리와 수학적 지식이 전이 문제를 해결하는데 어떠한 영향을 미치는지 분석하는 것이다. 이러한 목적을 달성하기 위해서 전이 문제를 유추 거리에 따라 비율에 기반을 둔 수학 문제, 비율에 기반을 둔 과학 문제, 비율에 기반을 둔 실생활 문제로 분류한 후 전이 결과에 어떠한 차이가 있는지 그리고 각 전이 문제를 성공적으로 해결하는데 기여하는 수학적 지식은 무엇인지를 분석하였다. 분석 결과 세 가지 종류의 전이 문제 해결 능력에서 통계적으로 유의한 차이를 보였으며 유추 거리가 증가할수록 전이 문제 성공률은 점차적으로 감소하였다. 또한 사실 지식 보다는 개념적 지식이 세 가지 종류의 전이 문제를 해결하는데 긍정적으로 기여한다는 결과를 도출할 수 있었다. 이러한 연구 결과를 토대로 수학 학습과 학습의 전이 연구에 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 학생들의 학습의 전이 능력을 향상시키기 위해 수학 수업은 개념적 이해를 신장시키는데 초점을 맞출 필요가 있다. 본 연구에서 밝혔듯이 개념 지식은 세 가지 유형의 전이 문제를 성공적으로 해결하는데 긍정적으로 기여하였다. 따라서 수학 수업은 사실적 지식과 공식을 기계적으로 학습하는 대신 이해를 수반한 학습이 이루어져야 한다.

둘째, 본 연구에 참여한 많은 학생들이 비율에 기반을 둔 과학 문제를 해결하지 못했다. 이러한 결과를 초래한 원인은 다양하겠지만 초등학교 교사의 수학 교수 관행일 수 있으며, 따라서 해결 열쇠 또한 초등학교 교사들이 쥐고 있다고 볼 수 있다.

초등 수학에서 비율 개념과 기능은 초등 수학 교육과정에서 매우 중요한 내용이며, 동시에 초등 과학 교육과정에서 다루는 여러 가지 과학적 개념, 예를 들어 농도, 지렛대에서 거리와 무게 사이의 관계, 속력(물체의 빠르기), 태양의 고도와 그림자의 길이, 행성과 행성 사이의 상대적인 거리 비교, 여러 행성들 사이의 상대적인 크기(반지름) 비교 등을 이해하고 관련된 문제를 해결하는 데 중추적인 개념이다. 이러한 내용들은 수학 시간에 학습한 비율 개념을 적용할 수 있는 훌륭한 맥락이 될 수 있으며, 학생들은 수학 개념이 다른 과목의 학습을 이해하는데 필수적이라는 점을 이해함으로써 수학의 유용성을 인식할 수 있다. 따라서 초등 수학과 과학 사이에 관련된 내용을 통합하여 지도할 필요가 있다. 2009 개정 교육과정에서는 교과 활동 외에 창의적 체험활동을 강조하여 별도의 시수를 배정하고 있으므로, 이 시간에 비율 개념을 중심으로 수학과 과학 수업을 통합 또는 융합함으로써 프로젝트 학습, 문제 중심 학습(PBL) 프로그램을 구안하고 적용하는 것도 한 가지 대안이 될 수 있을 것이다.

셋째, 본 연구에서 '학생들이 수학 수업에서 학습한 비율 개념을 실생활 문제를 해결하는데 적용할 수 있는가?'라는 질문을 탐구하기 위한 방법으로 '유추 문제 구성'기법을 활용하였다. 일상적인 상황에서 문제를 발견하고 구성하는 능력은 수학 학습에서 매우 중요한 능력 중의 하나이다. 중다회귀분석 결과 개념 지식 검사에서 높은 성취를 보인 학생은 다양한 범주의 수학, 과학 문제를 구성한 반면 개념 지식 검사에서 낮은 성취를 보인 학생은 그렇지 못하였다. 이러한 결과는 학생들이 비율 개념에 대한 사전 지식과 경험을 적용함으로써 유추 문제를 구성했다는 점을 반증하며, 결과적으로 유추 구성 기법이 '학생들은 수학 지식을 일상생활에 적용할 수 있는가?'라는 질문을 실증적으로 조사하기 위한 방법론적인 대안이 될 수 있다는 점을 시사한다.

마지막으로 수학 교육 연구 커뮤니티 수행되었던 학습의 전이 또는 유추적 전이에 대한 많은 연구는 수학 영역 안에서 전이를 주로 취급하였다. 수학 교육의 궁극적인 목적이 학습한 지식과 기능을 다른 교과 및 일상생활에 전이할 수 있는 능력을 키우는 것이라는 점을 주지할 때 학습 전이 연구는 수학에서 다른 교과로의 전이 더 나아가 일상생활로의 전이에 연구의 역

량을 집중할 필요가 있다. 또한 수학 교과 밖으로의 전이에 대한 실증적인 연구 결과가 축적될 때 전술한 학교육의 목적이 단지 슬로건에 머무르지 않고 실천 가능한 목표로 자리매김 할 수 있을 것이다. 본 연구는 이러한 비전을 현실화하는데 미천하지만 일조했다는 점에서 그 의의를 찾을 수 있다.

이어서 본 연구의 제한점을 밝히고 후속 연구를 위한 제언을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 본 연구에서는 학습맥락과 전이맥락의 여러 차원 중 지식영역만을 고려하여 유추 거리에 따라 전이를 근거리에서 원거리로 구분하였다. 하지만 사회적 맥락, 물리적 맥락, 시간적 맥락, 기능적 맥락 등 여러 차원을 근거로 유추 거리를 보다 세밀하게 구분할 필요가 있다. 따라서 후속 연구에서는 지식영역 외에 다른 맥락을 준거로 전이를 구분한다면 학습의 전이에 대한 보다 풍부한 논의가 이루어질 수 있을 것이다.

둘째, 본 연구에서는 학생들의 전이 능력에 영향을 주는 인지적 변인으로 사실 지식과 개념 지식을 포함시켰다. 하지만 학생들의 전이 능력에 영향을 주는 인지적 변인은 이 외에 메타인지, 인지 양식 등이 될 수 있으며, 더 나아가 학습 동기 및 태도 등 정의적 변인도 영향을 줄 수 있다. 따라서 후속 연구는 보다 다양한 인지적 변인과 정의적 변인을 포함시킬 필요가 있다.

셋째, 본 연구는 우리나라 전국의 초등학교 6학년 학생들을 모집단으로 설정하지 않고 G시 6학년 학생들을 모집단으로 하였기 때문에 본 연구의 결과를 우리나라 전체 초등학교 6학년 학생으로 일반화하기 어렵다. 후속 연구는 전국적인 표본을 대상으로 본 연구와 동일한 결과가 나타나는지 검토할 필요가 있다.

넷째, 본 연구에서 수학 지식이 실생활로 전이를 조사하기 '유추 문제 구성' 기법을 활용하였다. 후속 연구에서는 이 기법을 활용해 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과로의 전이를 조사함으로써 그것의 활용 가능성을 확대할 필요가 있다.

참 고 문 헌

교육과학기술부 (2012a). 초등학교 과학 5-2 교과서. 서울:(주)금성출판사.

Ministry of Education, Science and Technology (2012a). S*cience textbook 5-2.* Seoul: KumSung Publishing Co.

교육과학기술부 (2012b). 초등학교 과학 5-2 실험관찰. 서울:(주)금성출판사.

Ministry of Education, Science and Technology (2012b). S*cience workbook 5-2.* Seoul: KumSung Publishing Co.

교육과학기술부 (2012c). 초등학교 과학 5-2 교사용 지도서. 서울:(주)금성출판사.

Ministry of Education, Science and Technology (2012c). S*cience teachers' guide 5-2.* Seoul: KumSung Publishing Co.

성태제 (2007). SPSS/AMOS를 이용한 알기 쉬운 통계분석. 서울: 학지사.

Seong T. J. (2007). *Easy statistics analysis using SPSS/AMOS.* Seoul: Hakjisa.

성창근 · 이광호 (2012). 비례문제해결에 영향을 주는 인지적 변인 분석. 수학교육학연구, 22(3), 331-352.

Sung C. K., & Lee K. H. (2012). Analysis on cognitive variables affecting proportion problem solving ability with different level of structuredness. *Journal of Educational Research in Mathematics, 22*(3), 331-352.

이종희 · 김진화 · 김선희 (2003). 중학생을 대상으로 한 대수 문장제 해결에서의 유추적 전이. 수학교육, 42(3), 353-368.

Lee, J. H., Kim J. W., Kim S. H. (2003), Middle school students' analogical transfer in algebra word problem solving. *The Mathematical Education, 42*(3), 353-368.

이종희 · 이진향 · 김부미(2003). 중학생들의 유추에 의한 수학적 문제 해결 과정: 사상의 명료화를 중심으로. 수학교육 논문집, 16, 245-267.

Lee, J. H., Lee, J. H., & Kim, B. M. (2003). Middle school students' mathematical problem solving process through analogy. *Communications of Mathematical Education, 16,* 245-267.

Barnett, S. M., & Ceci, S. J. (2002). When and where do we apply what we learn? A taxonomy for far transfer. *Psychological Bulletin, 128*(4), 612-637.

Bassok, M., & Holyoak, K. J. (1989). Inter-domain transfer between isomorphic topic in algebra and physics. *Journal Experimental Psychology: Learning, Memory, Cognition, 15*(1), 153-166.

Bassok, M. (1997). Two types of reliance on correlation between content and structure in reasoning about word problem. In L. D. English(Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*(pp. 221-246). Mahwah, NY: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Bassok, M., & Olseth, K. L. (1995). Object-based representations: Transfer between cases of continuous and discrete models of change. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 26,* 354-367.

Bernardo, A. B. I.(2001). Analogical problem construction and transfer in mathematical problem solving. *Educational Psychology, 21*(2), 137-150.

Chi, M. T. H., Feltovich, P., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problem by experts and novices. *Cognitive Science, 3,* 121-151.

English, L. D. (1997). Children's reasoning process in classifying and solving computational word problem. In L. D. English(Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*(pp. 191-220). Mahwah, NY: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Erricson, K. A. (2006). Protocol analysis and expert thought: Concurrent verbalizations of thinking during experts' performance on representative tasks. In K. A. Erricson, N. Charness, P. J. Feltovich, & R. R. Hoffmann(Eds.), *The cambridge handbook of expertise and expert Performance*(pp .223-242). NY: Cambridge University Press.

Lobato, J. (2006). Alternative perspective on the transfer of learning: History, issue, and challenge for future research. *The Journal of Learning Science, 15*(4), 431-449.

Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg, & T. Ben-Zeev(Eds.), *The nature of mathematical thinking*(pp. 29-5). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Rebello, N. S., Zollman, D. A., Allbaugh, A. R., Engelhardt, P. V., Gray, K. E., Hrepic, Z., et al. (2005). Dynamic transfer: A perspective from physics education research. In J. P. Mestre (Ed.), *Transfer of learning from modern multidisciplinary perspective.* Greenwich, CT: Information Age Publication Inc.

Reed, S. K. (1999). *Word problems: Research and curriculum reform.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Influence of Analogy Distance and Mathematical Knowledge in Transfer of Learning

Sung, Chang-Geun
Keunbyul Elementary School, Gwangju 506-307, Korea.
E-mail : doway7668@hanmail.net

The purpose of this study is to analyze whether analogy distance and mathematical knowledge affect on transfer problems solving with different analogy distance. To conduct the study, transfer problems were classified into multiple categories: mathematical word problem based on rates, science word problem based on rates, and real-life problem based on rates with different analogy distance. Then analysed there are differences in participants' transfer ability and which mathematical knowledge contributes to the solution on over the three transfer problem.

The study demonstrated a statistical significant difference(.05) in participants' three transfer problem solving and a gradual decrease of the participants' success rates of on transfer problems solving. Moreover, conceptual knowledge influenced transfer problem solving more than factual knowledge about rates. The study has an important implications in that it provided new direction for study about transfer of learning, and also show a good mathematics instruction on where teachers will put the focus in mathematical lesson to foster elementary students' transfer ability.

* ZDM classification : C32
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30
* Key Words : transfer of learning, analogical distance, problem solving.

[부록 1] 비율에 기반을 둔 수학 문제

■ 일의 빠르기 비교 문제

1. 예솔이는 50페이지의 책을 읽는데 10분이 걸리고, 예준이는 40페이지의 책을 읽는데 5분이 걸립니다. 누가 더 빨리 읽었습니까?

2. A 회사의 프린터는 4분에 100페이지를 인쇄할 수 있고, B 회사의 프린터는 5분에 120페이지를 인쇄할 수 있습니다. 어느 회사의 프린터가 인쇄를 더 빨리 할 수 있습니까?

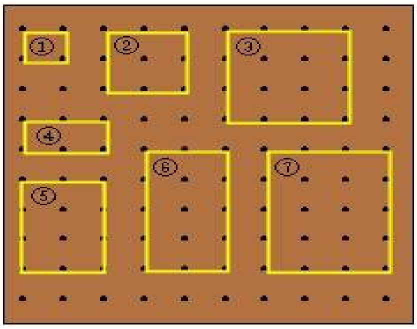
■ 일의 빠르기 미지값 문제

1. 준호는 줄넘기를 6초에 72개를 할 수 있습니다. 같은 빠르기로 줄넘기를 할 때 30초 동안 몇 개를 할 수 있습니까?

2. 성진이는 종이학을 5분에 15개를 접을 수 있습니다. 같은 빠르기로 접을 때, 20분 동안 접을 수 있는 종이학은 모두 몇 개 입니까?

■ 도형의 상대적인 크기 문제

※혜련이는 기하판에 다음과 같이 7개의 도형을 만들었습니다. 도형을 보고 물음에 답하시오.



1. 도형 ②의 넓이를 1로 보았을 때 도형 ⑥의 넓이는 몇 이라고 할 수 있습니까?

2. 도형 ⑦의 넓이를 1로 보았을 때 도형 ②의 넓이는 몇 이라고 할 수 있습니까?

■ 성공률 문제

1. 우성이는 수행평가에서 국어 시험은 20문제 중 15문제를 맞혔고, 수학 시험은 10문제 중 문제 중 8문제를 맞혔습니다. 어느 과목을 더 잘 보았습니까?

2. 성진이와 준오는 자유투 시합을 하고 있습니다. 성진이는 8번 던져서 5번 성공시켰고, 준오는 12번 던져 7번 성공 성공시켰습니다. 자유투 시합에서 누가 이겼다고 할 수 있습니까?

[부록 2] 비율에 기반을 둔 과학 문제

■ 물체 빠르기 비교 문제

1. 동렬이네 반 학생들이 50m를 달리는 데 걸린 시간을 측정하여 다음과 같이 기록하였습니다. 가장 빠른 학생은 누구입니까? .... (　　)

① 용규-8초　② 석민-9초　③ 현종-10초　④ 범호-12초　⑤ 선빈-13초

2. 다음은 예준이의 간이 육상 경기 기록을 나타낸 표입니다. 예준이의 기록 중에서 가장 빠른 종목은 무엇입니까?

종목	거리(m)	걸린 시간(초)
앞발 이어걷기	10	10
뒤로 걷기	24	10
한 발로 뛰기	30	10

■ 물체 빠르기 미지값 구하기 문제

1. 일정한 빠르기로 2시간 동안에 140km를 가는 자동차가 있습니다. 이 자동차의 빠르기를 속력으로 나타내어 보시오(속력은 한 시간 동안 이동한 거리를 의미한다)

2. 어떤 고무동력 수레가 10초 동안 20m를 이동하였습니다. 똑같은 속력으로 이동할 때, 50초 동안 몇 m를 이동할 수 있습니까?

■ 행성에서 행성까지의 상대적인 거리

※ 다음 표는 태양과 행성사이의 거리를 나타낸 표입니다(계산이 편리하도록 실제 거리를 수정하였음). 표를 보고 물음에 답하시오.

행성	태양에서에 행성까지의 거리	행성	태양에서에 행성까지의 거리
수성	5천만(km)	목성	7억(km)
금성	1억(km)	토성	14억(km)
지구	1억 5천만(km)	천왕성	28억(km)
화성	2억(km)	해왕성	45억(km)

1. 태양에서 수성까지의 거리를 1로 보았을 때 태양에서 지구까지의 거리는 몇입니까?

2. 태양에서 목성까지의 거리를 1로 보았을 때 태양에서 천왕성까지의 거리는 몇입니까?

■ 용액의 진하기 비교

1. 경준이는 50mL의 물에 소금 3스푼을 넣어 소금물을 만들었습니다. 승필이는 120mL의 물에 소금 8스푼을 넣어 소금물을 만들었습니다. 누가 만든 소금물이 더 진합니까?

2. 예준이와 예솔이는 오렌지 가루와 물을 섞어 오렌지 주스를 만들려고 합니다. 예준이는 50mL 물에 오렌지 가루를 3스푼 넣었습니다. 예솔이는 100mL 물에 오렌지 가루를 5스푼 넣었습니다. 누가 만든 오렌지 주스가 더 진합니까?

[부록 3] 비율에 기반을 둔 실생활 문제

※ 다음 신문기사를 읽고 수학 문제 또는 과학 문제를 가능한 많이 만들어 보시오.

■ 물체의 빠르기 : 과학

- 모태범 선수 500m 스피드스케이팅에서 4위에 머물러(2014년 1월 10일) -

러시아 소치의 아들레르 아레나에서 열린 2014 소치 동계올림픽 스피드스케이팅 남자 500m에서 모태범은 레이스에서 35초를 기록하며 4위에 올랐다. 한편 1000m에 출전한 또 다른 한국 선수 이규혁은 70초, 김준호는 65초, 이강석은 72초를 기록했다.

■ 일의 빠르기: 수학

- 메달 한 개를 만드는데 무려 18시간 소요 (2014년 1월 12일) -

이번 소치 올림픽에서 최고의 기량으로 메달을 획득하게 될 선수들에게 선사할 메달은 무려 금속공예 장인이 한 개당 18시간의 시간을 투자해서 제작이 된다고 하는데요. 500여개에 달하는 메달을 만들려면 어마어마한 시간이 걸리겠네요. 하지만 너무 걱정하지 않아도 될 듯... 메달을 만드는데 참여한 금속 공예 장인의 수가 50명이라네요. 그래도 필요한 메달을 제작하는데 상당한 시간이 걸리겠네요.

■ 용액의 진하기 비교: 과학

- 러시아의 전통 술 보드카 불티나게 팔려.. (2014년 1월 14일)-

동계올림픽 기간 동안 러시아의 전통 술인 보드카가 불티나게 팔렸습니다. 보드카는 매우 독한 술로 알려졌는데요, 물 700mL에 알콜이 무려 200mL를 혼합하여 만든다고 합니다. 우리나라 술인 소주가 물 250mL에 알콜 50mL를 혼합하여 만들고, 맥주는 물 300mL와 알콜 25mL를 혼합하여 만든다고 하니 보드카가 얼마나 독한 술인지 간접적으로 알 수 있습니다.

■ 성공률: 수학

- 국가별 선수단 규모와 메달 획득의 수 비교 화제(2014년 1월 22일) -

서울에 사는 김○○씨는 국가별 전체 참가 선수와 획득한 메달의 수를 비교해서 화제가 되고 있다. 김○○씨는 다음과 같은 표를 제시하며 우리나라가 동계올림픽에서 실제적으로 금메달을 가장 많이 획득한 나라라고 주장하였다. 누리꾼들은 김○○씨의 주장이 설득력이 있다는 반응을 보였다.

국가	참가 선수(명)	메달 수(금은동)
미국	300	20
네덜란드	200	15
러시아	400	30
독일	240	20
한국	70	7

■ 상대적 크기 비교: 수학 또는 과학

- 러시아 국토 면적 세계 1위(2014년 1월 25일) -

이번 소치 동계올림픽의 개최국인 러시아의 국토 면적에 대해 누리꾼들의 관심이 폭발하고 있습니다. 미국 CIA에 공개된 자료를 바탕으로 세계 주요 국가별 국토 면적을 알아보도록 하겠습니다. 우리나라 면적이 약 10만 제곱킬로미터인 점을 감안하시고 보면 좋을 것 같습니다.

국가	국토면적(km^2)	국가	국토면적(km^2)	국가	국토면적(km^2)
러시아	약 1700만	인도	약 330만	콜롬비아	약 110만
캐나다	약 1000만	멕시코	약 190만	스페인	약 50만