

시간지연에 의한 일차홀드 방식을 포함하는 가상벽 모델의 안정성 영향 분석

이 경 노*

한국교통대학교 에너지시스템공학과

Effects of the time delay on the stability of a virtual wall model with a first-order-hold method

Kyungno Lee*

Department of Energy System Engineering, Korea National University of Transportation, 50 Daehak-ro, Chungju-si, Chungbuk 380-702, Korea

(Received 2014. 10. 30 / Accepted 2014. 11. 18)

Abstract : This paper presents the effects of the time delay on the stability of the haptic system that includes a virtual wall and a first-order-hold method. The model of a haptic system includes a haptic device model with a mass and a damper, a virtual wall model, a first-order-hold model and a time delay model. In this paper, the time delay is considered as the computational time delay that is assumed to be as much as the sampling time. As the time delay increases, the maximal available stiffness of a virtual wall model is reduced reversely. The relation among the time delay and the maximum available stiffness, the mass and the damper of the haptic device are analyzed using the MATLAB simulation.

Key words : Haptic system (햅틱시스템), stability (안정성), time delay (시간지연), virtual wall model (가상벽모델), first-order-hold method (일차홀드 방식)

1. 서론

시스템을 불안정하게 만드는 대표적인 요인 중 하나는 시간지연이다. 특히 가상현실 모델 또는 원격지 환경과의 상호작용을 다루는 햅틱 시스템에서는 가상현실 모델의 복잡도에 따라서 계산시간지연이 발생하며, 원격지와 물리적 거리에 따른 통신시간지연이 발생한다. 이에 시간지연에 의한 시스템 안정성을 분석하는 연구들이 진행 중이다.

Diolati¹⁾는 수동성 (passivity) 측면에서 영차홀드를 포함한 가상벽 모델에 대해 시간지연 피드백에 대한 영향을 분석했다. Gil²⁾은 질량과 댐핑, 쿨롱 마찰을 포함한 햅틱 장치와 영차홀드 모델에 대해서 계산시간

지연 또는 통신시간지연이 존재할 때 가상 벽 모델의 안정성 영역에 대해 해석했다. 최근에는 기존의 영차홀드 방식이 아닌 일차홀드 방식의 샘플-홀드 방식을 이용하여 보다 안정적으로, 보다 큰 임피던스를 가진 가상벽을 구현하는 방법에 관한 연구들이 진행 중이다. 일차홀드 방식을 도입함으로써 가상벽 안정성 영역을 영차홀드 방식보다 확장시킬 수 있음을 보였으며, 햅틱장치의 물성치와 인간모델에 의한 영향을 분석했다.³⁻⁶⁾ 그렇지만 기존 연구에서는 일차홀드 방식을 포함하는 가상벽 모델에 대해서 시간지연에 의한 영향을 분석하지 않았다.

본 논문에서는 일차홀드 방식을 포함하는 가상벽 모델의 안정성을 보장하는 임피던스의 영역이 시간지연에 의해서 어떻게 변하는지를 시뮬레이션을 통해

*Corresponding author, E-mail: klee@ut.ac.kr

분석한다. 그리고 시간지연이 포함된 가상벽 모델의 안정성 영역과 햅틱장치의 물성치인 질량과 댐핑상수와와의 관계를 시뮬레이션을 통해 분석한다.

2. 시간지연에 의한 가상벽 모델의 안정성 영향 분석

가상벽 모델에 대해서 샘플링주기와 시간지연 변화에 따른 안정성 영향을 분석한다. 시간지연의 다양한 종류 중에서 본 논문은 계산시간지연에 의한 영향만을 살펴본다. 계산시간지연과 일차홀드 모델이 포함된 햅틱 시스템에 대해서 블록선도를 설계하고 MATLAB 시뮬레이션을 통해 안정성 영역을 분석한다.

시뮬레이션을 통해 안정성 영역을 분석하기 전에 햅틱 시스템의 구성요소에 대한 물성치를 정의할 필요가 있다. 햅틱 시스템 모델은 사용자인 인간모델, 햅틱 장치 모델, 가상벽 모델, 시간지연모델, 그리고 샘플-홀드 모델로 구성된다. 일반적으로 인간모델은 수동적인 구성요소로 간주하며, 따라서 인간모델을 고려했을 때 가상벽 임피던스의 안정성 영역이 보다 커지는 경향을 보여준다.⁵⁾ 따라서 본 논문에서는 보다 보수적으로 가상벽 임피던스의 안정성 영역을 계산하기 위해 인간모델을 고려하지 않는다.

시뮬레이션에서 시스템이 안정하다고 판단하는 기준은 계단 입력에 대한 출력이 시간이 흐름에 따라 점차 감소하거나 증가하지 않는 경우이다. 반면에 시간이 흐름에 따라 출력이 커지는 경우는 시스템이 불안정하다고 판단한다.³⁾

2.1 계산시간지연을 포함한 가상벽 모델의 제어 블록선도

계산시간지연은 가상 환경에서 주어진 변위 입력에 대한 반력을 계산하는 과정에서 발생하는 시간지연을 의미한다. 반력을 계산하기 위해서는 주어진 변위입력과 가상환경과의 접촉 여부판단, 접촉 위치, 삽입 또는 눌림 정도 등을 계산해야하며, 이 계산과정의 복잡도에 따라 계산시간지연의 크기가 결정된다. 따라서 계산시간지연은 보통 샘플링주기만큼 지연되며, 이를 반영한 블록선도 모델은 Fig. 1과 같다. 여기서 일차홀드 모델에 대한 전달함수모델은 (1)과 같다.

$$G_{h1}(s) = \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)^2 \frac{Ts + 1}{T} \quad (1)^4$$

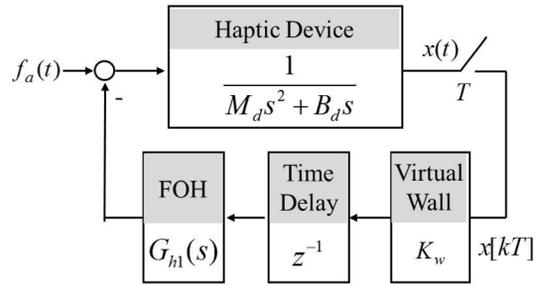


Fig. 1 Block diagram of haptic system with computational time delay

2.2 계산시간지연에 의한 가상벽 모델 임피던스의 안정성 영역 분석

햅틱장치의 물성치는 가상벽 임피던스의 영역을 결정짓는 매우 중요한 요소이다. 특히 햅틱 장치의 댐핑 상수는, 기존 연구 결과³⁾에서 보듯이 가상벽 임피던스의 안정성 영역을 결정짓는 중요한 요소이다. 따라서 햅틱 장치의 물성치를 작게 선정할 경우에는 안정성을 보장하는 가상벽 임피던스 (Kw)의 범위가 포화(saturation)되어 시간지연에 의한 시스템 안정성 영향을 살펴볼 수 없게 될 수 있다. 따라서 시간지연에 의한 영향을 분석하기 위해서 햅틱 장치의 질량과 댐

Table 1 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) according to sampling time when the computational time delay is not considered.

Sampling time (sec)	Max. Kw (N/m)
0.001	12078
0.002	4249
0.003	2305
0.004	1493
0.005	1066
0.006	809
0.007	641
0.008	524
0.009	439
0.010	374
0.020	131
0.030	71
0.040	46
0.050	33
0.060	25
0.070	20
0.080	17
0.090	14
0.100	12

평상수를 상용 햅틱 장치의 물성치보다는 비교적 크게 설정했으며, 질량과 댐핑상수는 각각 0.1 kg과 0.5 Ns/m로 정하였다.

계산시간지연에 의한 안정성 영역 변화를 비교하기 위해서 계산시간지연이 없는 경우에 대해 안정성을 보장하는 가상벽 임피던스 (K_w)의 최대값을 시뮬레이션을 통해 분석한 결과가 Table 1이다. 샘플링 주기가 증가함에 따라 가상벽의 안정성영역은 줄어든다.

계산시간지연은 샘플링주기만큼씩 발생하며, 샘플링 주기별 안정적인 가상벽 임피던스의 최대값을 시뮬레이션을 통해 분석한 것이 Table 2이다.

계산시간지연이 없는 경우와 비교하면, 샘플링주기가 작을수록 계산시간지연에 의한 가상벽 임피던스 (K_w)의 최대값이 현저히 작아지는 것을 볼 수 있다. 샘플링 주기에 따라서 약 1/3배에서 1/25배까지 가상벽 임피던스의 안정성 영역이 줄어든다. 예를 들어 가상 환경에서의 그래픽 및 반력 계산 과정의 복잡성때문에 샘플링주기가 1000 Hz에서 25 Hz까지 줄어들게 되면, 가상벽 임피던스의 최대값은 12078 N/m에서 46 N/m로 약 1/260 배정도 줄어들고, 만약 계산시간지연이 존재한다면 다시 11 N/m로 약 1/4 배정도 감소하게 된다. 따

Table 2 Max. stiffness of a virtual wall (K_w) according to sampling time and computational time delay

Sampling time (sec)	Computational time delay (sec)	Max. K_w (N/m)	$\frac{K_w(w/o\ delay)}{K_w(w\ delay)}$
0.001	0.001	498	24.25
0.002	0.002	248	17.13
0.003	0.003	165	13.97
0.004	0.004	123	12.14
0.005	0.005	98	10.88
0.006	0.006	81	9.99
0.007	0.007	70	9.16
0.008	0.008	61	8.59
0.009	0.009	54	8.13
0.010	0.010	48	7.79
0.020	0.020	23	5.70
0.030	0.030	15	4.73
0.040	0.040	11	4.18
0.050	0.050	9	3.67
0.060	0.060	7	3.57
0.070	0.070	6	3.33
0.080	0.080	5	3.40
0.090	0.090	4	3.50
0.100	0.100	4	3.00

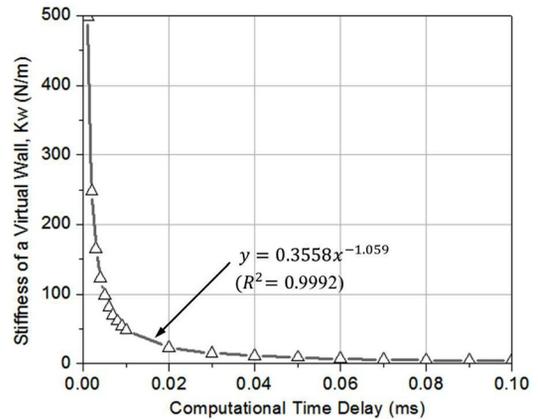


Fig. 2 Relation between computational time delay and the impedance of a virtual wall (K_w) where $M_d=0.1$ kg, $B_d=0.5$ Ns/m, data hold type=FOH.

라서 계산시간지연만 극복해도 약 4배정도 더 큰 가상벽 임피던스 (K_w)를 안정적으로 구현할 수 있다.

Table 2에서 제시된 결과를 그래프로 표현한 것이 Fig. 2이며, 추세선 분석을 통해 그 관계를 계산하면 (2)와 같다. 여기서 $delay_T$ 는 계산시간지연의 크기 이면서 동시에 샘플링주기를 의미한다. 식 (2)를 살펴 보면, 가상벽 임피던스의 안정성 영역의 최대값은 계산시간지연에 대해 반비례관계를 갖는다.

$$K_w < 0.3558 \text{ delay_} T^{-1.059} \quad (R^2 = 0.9992) \quad (2)$$

2.3 햅틱장치 물성치와 계산시간지연 변화에 따른 가상벽 모델 임피던스의 안정성 영역 분석

햅틱장치의 물성치는 햅틱시스템의 안정성을 향상시키고, 가상벽 임피던스를 안정적으로 크게 해준다. 특히 햅틱장치의 댐핑상수는 영차홀드 방식이든 일차홀드 방식이든 상관없이 댐핑상수가 커질수록 가상벽 임피던스를 안정적으로 더 크게 해준다. 본 논문에서는 계산시간지연이 존재하는 경우에도 그 영향이 유효한지 분석했으며, 햅틱장치의 물성치에 의한 영향을 살펴보기 위해 햅틱장치의 질량과 댐핑상수를 변화시키면서 시뮬레이션을 수행하였다.

햅틱장치의 질량 (M_d)은 0.1 kg으로 고정하고, 햅틱장치의 댐핑상수 (B_d)를 0.5 Ns/m에서 1.0 Ns/m, 1.5 Ns/m로 각각 2배, 3배 크게 했을 때, 계산시간지연에 따른 안정적인 가상벽 임피던스 (K_w)의 최대값을 시

Table 3 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) according to sampling time, computational time delay, and the damping of a haptic device

Sampling time (sec)	Computational time delay (sec)	B _d = 1.0 (Ns/m)	B _d = 1.5 (Ns/m)
		Max. K _w (N/m)	Max. K _w (N/m)
0.001	0.001	994	1487
0.002	0.002	494	737
0.003	0.003	327	487
0.004	0.004	244	363
0.005	0.005	194	288
0.006	0.006	161	238
0.007	0.007	137	203
0.008	0.008	119	176
0.009	0.009	106	156
0.010	0.010	95	139
0.020	0.020	45	66
0.030	0.030	29	43
0.040	0.040	21	31
0.050	0.050	17	25
0.060	0.060	14	20
0.070	0.070	12	17
0.080	0.080	10	15
0.090	0.090	9	13
0.100	0.100	8	12

물레이션을 통해 구한 결과가 Table 3이다.

Table 3에서 제시된 댐핑상수 및 계산시간지연과 시스템 안정성을 보장하는 가상벽 임피던스의 최대값과의 관계를 그래프로 표현한 것이 Fig. 3이다. 그래프의 추세선 분석을 통해 계산시간지연과 가상벽 임피던스와의 관계를 살펴보면 (3), (4)와 같다.

햅틱 장치의 댐핑상수가 1.0 Ns/m 일 때,

$$K_w < 0.7194 \text{ delay}_T^{-1.054} \quad (R^2 = 0.9998) \quad (3)$$

햅틱 장치의 댐핑상수가 1.5 Ns/m 일 때,

$$K_w < 1.0379 \text{ delay}_T^{-1.059} \quad (R^2 = 0.9998) \quad (4)$$

햅틱 장치의 댐핑상수별로 분석된 관계식 (3)과 (4)를 살펴보면, 안정성이 보장되는 가상벽 임피던스의 최대값은 샘플링주기와 계산시간지연이 같을 때, 계산시간지연의 역수에 비례한다. 또한 댐핑상수가 2배, 3배 커짐에 따라 가상벽 임피던스도 2배, 3배 더 커지

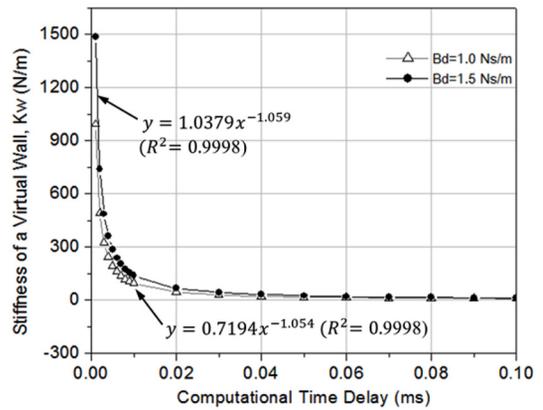


Fig. 3 Relation between computational time delay and the impedance of a virtual wall where M_d=0.1 kg, data hold type=FOH, according to the damping of a haptic device.

Table 4 Max. stiffness of a virtual wall (Kw) according to sampling time, computational time delay and the mass of a haptic device

Sampling time (sec)	Computational time delay (sec)	M _d = 0.5 (kg)	M _d = 1.0 (kg)
		Max. K _w (N/m)	Max. K _w (N/m)
0.001	0.001	499	499
0.002	0.002	249	249
0.003	0.003	166	166
0.004	0.004	124	124
0.005	0.005	99	99
0.006	0.006	83	83
0.007	0.007	71	71
0.008	0.008	62	62
0.009	0.009	55	55
0.010	0.010	49	49
0.020	0.020	24	24
0.030	0.030	16	16
0.040	0.040	12	12
0.050	0.050	9	9
0.060	0.060	8	8
0.070	0.070	6	6
0.080	0.080	5	6
0.090	0.090	5	5
0.100	0.100	4	4

는 경향을 보이므로, 댐핑상수에 대해서는 정비례 관계임을 알 수 있다.

햅틱장치 질량 변화에 따른 계산시간지연과 가상벽 임피던스와의 관계에 대한 시뮬레이션 결과가 Table 4이고, 이 때 햅틱 장치의 댐핑상수는 0.5 Ns/m이다. 햅틱장치의 질량을 0.1 kg에서 각각 0.5 kg, 1.0 kg으로 5배, 10배

크게 변경하여 시뮬레이션을 수행하였으나, 가상벽 임피던스의 안정성 영역에는 변화가 거의 없었다.

3. 결론

일차홀드 방식을 포함하는 가상벽 모델에 대해서 시간지연, 특히 계산시간지연에 의한 안정성을 시뮬레이션을 통해 분석했고, 계산시간지연과 가상벽의 안정성 영역에 대한 상관관계를 분석했다.

계산시간지연만큼 샘플링주기도 연동되어 변한다는 전제조건에서 시뮬레이션을 통해 계산시간지연에 의한 가상벽 모델의 안정성영역 변화에 대한 관계식을 분석한 결과가 (5)이다. 가상벽모델의 안정성이 보장되는 임피던스의 범위가 계산시간지연에 반비례하여 변함을 알 수 있었다.

$$K_w < C \cdot \text{delay} \cdot T^{-1.05} \quad (C \text{는 상수}) \quad (5)$$

그리고 상수 C는 햅틱장치의 물성치 중 댐핑상수가 증가하면 그만큼 비례하여 증가했다. 즉, 햅틱 장치의 댐핑상수가 2배로 커지면 상수 C값도 2배로 커지고, 댐핑상수가 3배로 커지면 상수 C값도 3배로 커져서 안정성이 보장되는 가상벽 모델의 임피던스가 그만큼 더 커졌다. 그렇지만 햅틱 장치의 질량은 가상벽 모델의 안정성 영역 변화에는 영향을 주지 않았다.

Acknowledgement

이 논문은 2014년도 한국교통대학교 교내학술연구비의 지원을 받아 수행한 연구임.

References

- 1) N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbagli, and J. K. Salisbury, "Stability of haptic rendering: discretization, quantization, time delay, and coulomb effects," IEEE Trans. on Robotics, vol. 22, no. 2, pp. 256-268, Apr. 2006.
- 2) J. J. Gil, E. Sanchez, T. Hulin, C. Preusche, and G. Hirzinger, "Stability boundary for haptic rendering: influence of damping and delay," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Roma, Italy, 10-14 April, 2007, pp.124-129.
- 3) K. Lee, "Effect on data-hold methods on stability of haptic system," Journal of Institute of Convergence Technology, vol. 2, no. 2, pp. 35-39, 2012.
- 4) K. Lee, "Stability of haptic system with consideration for sample-and-hold methods and properties of haptic device," Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society, vol. 14, no. 11, pp. 5338-5343, 2013.
- 5) K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a first-order-hold method," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 20, no. 4, pp. 389-394, 2014.
- 6) K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a human impedance model using the Routh-Hurwitz criterion," Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society, vol. 15, no. 4, pp. 1813-1818, 2014.