

가중표준편차를 이용한 가변표본채취간격 \bar{x} 관리도

장 영 순[†]

명지대학교 경영학과

Variable Sampling Interval \bar{x} Control Chart Using Weighted Standard Deviation Method

Youngsoon Chang

Department of Business Administration, Myongji University

■ Abstract ■

This article proposes a variable sampling interval (VSI) \bar{x} control chart using weighted standard deviation (WSD) method for skewed populations. The WSD method decomposes the standard deviation of a quality characteristic into upper and lower deviations and adjusts control limits and warning limits of a control chart in accordance with the direction and degree of skewness. A control chart constant is derived for estimating the standard deviation of skewed distributions with the mean of sample standard deviations. The proposed chart is compared with the conventional VSI \bar{x} control chart under some skewed distributions. Simulation study shows that the proposed WSD VSI chart can control the in-control average time to signal (ATS) as an adequate level better than the conventional VSI chart, and the proposed chart can detect a decrease in the process mean of a quality characteristic following a positively skewed distribution more quickly than the standard VSI chart.

Keyword : Variable Sampling Interval, \bar{x} Control Chart, Skewed Distribution, Weighted Standard Deviation

1. 서 론

관리도(control chart)란 관리한계선(control limit)이 있는 그래프에 시간의 흐름에 따른 품질의 변동 상황을 나타낸 것으로, 표본으로부터 계산한 타점통계량(charting statistic)의 값을 순차적으로 타점하여 공정의 이상유무를 판단하기 위해 사용된다. 만일 모든 점들이 관리한계선 안에 놓이고 점들의 형태로부터 별다른 이상 징후가 발견되지 않으면 공정이 관리상태에 있다고 보고, 만약 한 점이라도 관리한계선을 벗어나거나 점들이 특정한 추세를 보이면 공정이 이상상태에 있다고 판단하여 공정을 면밀히 조사하게 된다.

관리도는 일반적으로 고정된 표본채취간격 이후 매 표본채취시점에서 표본을 채취하여 운영되며, 이러한 관리도를 고정표본채취간격(FSI; fixed sampling interval) 관리도라 한다. FSI 관리도의 효율을 높이기 위하여 얻어진 타점통계량의 값에 따라 다음 표본채취시점까지의 간격을 달리하는 가변표본채취간격(VSI; variable sampling interval) 관리도가 Reynolds et al.[15]에 의해 제안된 이래 많은 연구들이 진행되어 왔다. VSI 관리도는 표본으로부터 계산된 타점통계량의 값이 관리한계선 근처에 놓이게 되면 공정에 이상이 발생했을 가능성이 높다고 보고 다음 표본채취시점까지의 간격을 짧게 하고 그렇지 않으면 표본채취 간격을 길게 하여 관리도의 운영 효율을 높이는 방법을 사용한다. VSI 관리도는 기존의 FSI 관리도에 비해 운영의 복잡성이 증가하나 이상상태를 탐지하는 데 까지 걸리는 시간을 감소시킬 수 있는 장점이 있다[2, 7, 9, 14, 17].

VSI 관리도에 관한 대부분의 연구는 공정이 정규분포를 따른다는 가정하에 이루어졌다. 그러나 실제 공정에서 얻어지는 품질특성치는 정규분포를 따르지 않는 경우가 있으며 특히, 화학공정, 반도체 공정, 절삭공정 등에서 얻은 품질특성치들은 비대칭 분포를 따르는 경우가 다수 존재한다. 비대칭 분포를 따르는 품질특성치를 관리하기 위해 정규분포 하에서 개발된 관리도를 그대로 사용하는 경우,

공정이 관리상태인데도 불구하고 이상상태라고 판단하는 거짓경보(false alarm)가 빈번하게 발생하여 관리도에 대한 신뢰가 떨어지고 관리도를 사용하는 소기의 목적을 달성하기가 어렵게 된다. Lin and Chou[10]는 이러한 현상이 VSI \bar{X} 관리도에 서도 동일하게 발생하는 것을 밝혔으며, 만일 공정의 분포를 정확히 알고 있어 사전에 설정된 거짓경보비율(false alarm rate)을 달성할 수 있는 관리한계선의 사용이 가능한 경우에는 VSI \bar{X} 관리도가 FSI \bar{X} 관리도에 비해 공정평균의 변화를 빠르게 탐지할 수 있다는 것을 보였다.

품질특성치가 정규분포를 따르지 않는 경우에는 표본의 크기를 증가시켜 표본 평균이 근사적으로 정규분포를 따르게 된다는 점을 활용하여 정규분포 하에서 개발된 기존의 관리도를 사용할 수 있으나 표본추출 비용 및 시간의 한계로 인해 현실적으로 적용하는 데 한계가 존재한다. 또한, 품질특성치의 분포를 가정한 후 사전에 설정한 거짓경보비율을 달성할 수 있는 관리한계선을 구하여 공정을 관리하는 방법을 적용하거나, 분포를 가정하지 않고 거짓경보비율을 적절한 수준으로 유지시킬 수 있는 휴리스틱 방법(heuristic method)을 개발하여 사용할 수 있다[1, 4]. 분포를 가정한 이후 관리도를 설계하는 방법은 분포에 대한 사전 지식이 없는 공정 초기와 가정한 분포와 실제 분포가 일치하지 않는 경우에는 현장에서 적용하기가 어렵다는 문제가 발생한다. 정규분포 이외에 특정 분포를 가정하고 VSI 관리도를 설계하는 방법은 Lin and Chou[11]에 의해 제안되었으나, 휴리스틱 방법을 활용한 VSI 관리도에 관한 연구는 찾아볼 수 없다. 이러한 점들을 고려하여 이 연구에서는 분포의 가정 없이 비대칭 분포를 따르는 품질특성치를 관리하기 위해 사용할 수 있는 가중표준편차(WSD; weighted standard deviation) 방법을 이용한 VSI \bar{X} 관리도를 제안하고 성능을 분석한다. WSD 방법은 다양한 단변량 및 다변량 관리도에 적용되어 기존의 방법에 비해 성능이 우수함이 입증되었으나 대부분의 연구는 FSI 관리도만을 대상으로 진행되었다[3, 4, 8, 16].

이 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 전통적인 VSI \bar{X} 관리도의 설계방법에 대해 설명하고, 제 3장에서는 WSD 방법을 적용한 VSI \bar{X} 관리도를 제안하며, 제 4장에서는 정규분포 및 대표적인 비대칭 분포인 대수정규, 와이블 및 감마분포 하에서 제안된 관리도의 성능을 분석하여 기존의 관리도와 비교한다. 마지막으로 제 5장에서는 연구결과로부터 얻을 수 있는 시사점에 대해 논의하고 향후 연구방향을 제시한다.

2. VSI \bar{X} 관리도

VSI \bar{X} 관리도는 매 고정된 시간 h 마다 표본을 추출하여 타점통계량을 계산하게 되나, VSI \bar{X} 관리도에서는 i 번째 표본으로부터 얻은 타점통계량 \bar{X}_i 의 크기에 따라 다음 표본채취시점까지의 간격이 다양하게 변화하게 된다. 단, 관리도 운영기간 동안 매 표본채취시점에서 얻어지는 부분군(subgroup)의 크기 n 은 일정하게 고정된다고 가정한다[15]. 이 연구에서는 두 종류의 표본채취간격 h_1 과 h_2 ($h_1 > h_2$)를 사용하여, 공정이 관리상태일 가능성이 높다고 판단되는 경우에는 긴 표본채취간격 h_1 을, 공정이 이상상태일 가능성이 높다고 판단되는 경우에는 짧은 표본채취간격 h_2 를 사용하는 VSI \bar{X} 관리도의 설계에 대해 다룬다.

VSI \bar{X} 관리도를 사용하기 위해서는 공정의 이상 여부를 판단하기 위해 사용하는 관리한계선(control limits)과 다음 표본채취시점까지의 간격을 결정하기 위해 사용하는 경고한계선(warning limits)을 설정해야 한다. 관리상태에서 품질특성치 X 의 평균이 μ_0 이고 표준편차가 σ 라고 할 때, 매 표본채취시점에서 크기 n 의 부분군을 얻는 경우 VSI \bar{X} 관리도의 관리한계선 UCL 과 LCL , 경고한계선 UWL 과 LWL 은 각각 다음의 식 (1) 및 식 (2)와 같이 설정된다.

$$UCL = \mu_0 + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

$$LCL = \mu_0 - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$UWL = \mu_0 + w \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (2)$$

$$LWL = \mu_0 - w \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

여기서 k 와 w 는 각각 관리한계선계수와 경고한계선계수로 관리도 운영 환경을 고려하여 결정해야 하는 값이다. 이 때, $LWL < \bar{X}_i < UWL$ 이면 h_1 이후 $i+1$ 번째 표본채취시점으로 이동하고 $LCL \leq \bar{X}_i \leq LWL$ 혹은 $UWL \leq \bar{X}_i \leq UCL$ 인 경우에는 h_2 이후 $i+1$ 번째 표본을 채취한다. 또한, $\bar{X}_i < LCL$ 혹은 $\bar{X}_i > UCL$ 인 경우에는 관리도에서 이상신호를 발생하고 공정을 면밀하게 조사하게 된다.

사전에 설정된 거짓경보비율을 α 라고 하면 관리한계선계수 k 는 표준정규분포의 $100(1-\alpha/2)$ 번째 백분위 수인 $z_{\alpha/2}$ 로 설정하는 것이 일반적이며[13], 경고한계선 계수 w 는 관리상태에서의 평균적인 표본채취간격이 사전에 설정한 h_0 가 되도록 정하게 된다[5, 11]. p_0 를 타점통계량 \bar{X}_i 가 관리한계선 안쪽에 위치하는 경우에 그 값이 경고한계선을 넘어가지 않을 조건부 확률

$$p_0 = \Pr\{LWL < \bar{X}_i < UWL \mid LCL \leq \bar{X}_i \leq UCL\} \quad (3)$$

로 정의하면, 관리상태에서의 평균 표본채취간격은 $h_1 p_0 + h_2 (1-p_0)$ 가 되므로 다음의 식 (4)를 만족하는 경고한계선계수 w 를 구할 수 있다.

$$h_1 p_0 + h_2 (1-p_0) = h_0 \quad (4)$$

품질특성치가 정규분포를 따르는 경우, 식 (4)로부터

$$w = \Phi^{-1} \left(\frac{h_0 - h_2}{h_1 - h_2} \Phi(k) + \frac{1}{2} \frac{h_1 - h_0}{h_1 - h_2} \right) \quad (5)$$

와 같이 된다. 여기서 $\Phi(\cdot)$ 은 누적 표준정규분포를

의미하고 $\Phi^{-1}(\cdot)$ 은 누적 표준정규분포의 역함수를 의미한다.

3. 가중표준편차방법을 이용한 VSI \bar{X} 관리도

Chang and Bai[4]는 비대칭 분포의 경우 평균을 중심으로 분포의 위쪽(오른쪽)과 아래쪽(왼쪽) 산포의 정도가 다르다는 점에 착안하여 품질특성치의 표준편차를 평균 위쪽 산포와 아래쪽 산포의 두 부분으로 분리한 후 각각의 산포를 이용하여 \bar{X} 관리도의 UCL 과 LCL 을 설계하는 WSD 방법을 제안하고, WSD 방법이 정규분포 가정 하에서 설계된 기존의 방법에 비해 거짓경보비율을 감소시킬 수 있음을 보였다. Tsai and Wu[16]는 WSD 방법을 적용한 R 관리도를 설계하였고, Chang and Bai[3]는 WSD T^2 관리도를 제안하였으며, Khoo et al.[8]은 WSD 방법을 적용한 다변량 합성관리도(synthetic control chart)를 설계하였다. 이러한 연구들은 WSD를 이용한 방법이 정규분포 가정 하에서 설계된 기존의 방법에 비해 성능이 우수함을 보였다.

$P = \Pr\{X \leq \mu\}$ 라 하면, WSD \bar{X} 관리도는 공정 평균 μ_0 위쪽의 산포 σ_U 와 μ_0 아래쪽의 산포 σ_L 을 각각 $\sigma_U = P\sigma$ 와 $\sigma_L = (1-P)\sigma$ 로 구한 후, UCL 을 계산할 때는 σ 대신 $2\sigma_U$, LCL 을 계산할 때는 σ 대신 $2\sigma_L$ 을 사용하여

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2P, \\ LCL &= \mu_0 - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2(1-P) \end{aligned} \quad (6)$$

와 같이 관리한계선을 설정한다.

VSI \bar{X} 관리도에 WSD 방법을 적용하기 위해서는 경고한계선을 결정해야 한다. 식 (6)에서와 같이 WSD \bar{X} 관리도의 관리한계선은 정규분포 하에서 설계된 관리한계선을 변형하여 사용하게 된다. 이와 유사하게 WSD 방법을 이용한 VSI \bar{X} 관리도의 경고한계선은 정규분포 하에서 설계된 식 (5)의

경고한계선 w 를 변형하여

$$\begin{aligned} UWL &= \mu_0 + w \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2P, \\ LWL &= \mu_0 - w \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2(1-P) \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 설정할 수 있다. 만일 품질특성치가 정규분포와 같은 대칭 분포를 따르는 경우 $P=1/2$ 이 되어 $\sigma = 2\sigma_U = 2\sigma_L$ 이 되므로 WSD 방법으로 설계된 관리도는 전통적인 관리도와 동일하게 된다.

제안된 관리도를 실제 공정에 적용하기 위해서는 공정으로부터 얻어진 표본을 이용하여 μ_0 , σ 및 P 를 추정해야 한다. 일반적으로 공정평균 μ_0 는 g 개의 부분군으로부터 얻은 측정치들의 전체평균(grand mean)을 이용하여 $\hat{\mu}_0 = \bar{\bar{X}} = \sum_{i=1}^g \bar{X}_i/g$ 로 추정할 수 있으며, P 는 $\hat{\mu}_0$ 보다 작거나 같은 추정치의 개수를 이용하여

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n I(\hat{\mu}_0 - X_{ij})}{g \cdot n} \quad (8)$$

으로 추정할 수 있다. 여기서 X_{ij} 는 i 번째 부분군의 j 번째 측정치를 의미하고 \bar{X}_i 는 i 번째 부분군의 평균을 의미하며, $I(x)$ 는 $x \geq 0$ 이면 $I(x) = 1$ 이고 $x < 0$ 이면 $I(x) = 0$ 이 되는 지시함수(indicator function)이다. σ 는 부분군의 범위(range)를 이용하여 $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2(n)$ 로 혹은 부분군의 표준편차를 이용하여 $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4(n)$ 으로 추정하거나 각 부분군의 표준편차에 대한 합동 추정량 $S_p = [\sum_{i=1}^g S_i^2/g]^{1/2}$ 를 이용하여 $\hat{\sigma} = S_p/c_4$ ($ng-g$)로 추정하는 것이 일반적이다[12]. 여기서 \bar{R} 와 \bar{S} 는 각각 부분군 범위와 부분군 표준편차의 평균으로 i 번째 부분군의 범위와 표본표준편차가 각각 R_i 와 S_i 인 경우 $\bar{R} = \sum_{i=1}^g R_i/g$, $\bar{S} = \sum_{i=1}^g S_i/g$ 이고, $d_2(n)$ 과 $c_4(n)$ 은 부분군의 크기에 따라 달라지는 관리도상수(control chart constant)이다. 그러나 품질특성치가 정규분포를 따르지 않는 경우, 정규분포 하에서

개발된 관리도상수 $d_2(n)$ 과 $c_4(n)$ 을 사용하게 되면 공정의 표준편차를 정확히 추정할 수 없는 문제가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Bai and Choi[1]는 $d_2(n)$ 에 상응하는 관리도상수를 다양한 비대칭 분포로부터 계산한 후 이들을 평균하여 사용하는 방법을 제안하였고 Chang and Bai[4]는 정규 분포에서 개발된 $d_2(n)$ 과 P 를 이용하여 비대칭 정도에 따라 $d_2(n)$ 을 변형한

$$d_2^W(n, P) = P \cdot d_2(2n(1-P)) + (1-P) \cdot d_2(2nP) \quad (9)$$

를 사용할 것을 제안하였으며 제안된 관리도상수의 성능이 크게 떨어지지 않음을 보였다. $d_2^W(n, P)$ 에 관한 상세한 유도과정은 Chang and Bai[4]에 정리되어 있다. 이 연구에서는 부분군의 범위를 이용하여 $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2^W(n, \hat{P})$ 로 σ 를 추정하는 방법을 사용하며, 추가적으로 부분군으로부터 계산된 표본표준편차를 이용하여 σ 를 추정하는 방법을 제안한다.

WSD 방법은 $\sigma = \sigma_U + \sigma_L$ 이 되도록 공정의 표준편차를 평균 위쪽과 아래쪽의 두 부분으로 분해하여 각각의 2배인 $2\sigma_U$ 와 $2\sigma_L$ 을 표준편차로 하는 정규분포를 이용해 비대칭 분포를 근사화하는 방법이다. 표본표준편차를 S , 평균 위쪽 분포의 표본표준편차를 $2S_U$, 평균 아래쪽 분포의 표본표준편차를 $2S_L$ 이라 하고, WSD 방법에서와 같이 $S = S_U + S_L$ 을 가정하면 다음의 식 (10)이 성립한다.

$$\begin{aligned} E(S) &= E(S_U + S_L) = E(S_U) + E(S_L) \\ &= \frac{1}{2} \{E(2S_U) + E(2S_L)\} \end{aligned} \quad (10)$$

$\sigma_U = P\sigma$, $\sigma_L = (1-P)\sigma$ 이고 평균 위쪽 분포로부터 얻어진 관측치는 평균적으로 $n(1-P)$ 개, 평균 아래쪽 분포로부터 얻어진 관측치는 평균적으로 nP 개가 되므로, 비대칭 모집단의 표준편차를 추정하기 위한 관리도 상수는 다음의 식 (11)과 같이 근사적으로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} c_4^W(n, P) &= \frac{E(S)}{\sigma} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{E(2S_U)}{\sigma} + \frac{E(2S_L)}{\sigma} \right\} \\ &= P \frac{E(2S_U)}{2P\sigma} + (1-P) \frac{E(2S_L)}{2(1-P)\sigma} \\ &= P \frac{E(2S_U)}{2\sigma_U} + (1-P) \frac{E(2S_L)}{2\sigma_L} \\ &\approx P \cdot c_4(2n(1-P)) + (1-P) \cdot c_4(2nP) \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 비대칭분포를 따르는 공정의 표준편차는 부분군의 표본표준편차를 이용하여 $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4^W(n, \hat{P})$ 로 추정할 수 있다.

4. WSD VSI \bar{X} 관리도의 성능 분석

이 절에서는 제안된 관리도의 성능을 모의실험을 통해 정규분포 기반 하에 설계된 VSI \bar{X} 관리도와 비교·분석한다. 제안된 관리도는 품질특성치의 분포에 상관없이 사용될 수 있으나 관리도의 성능은 품질특성치의 분포에 따라 변화하므로, 이 연구에서는 성능 분석을 위해 정규분포를 비롯하여 와이블분포, 대수정규분포, 감마분포의 다양한 비대칭 분포를 사용하였다. 와이블분포 및 대수정규분포의 척도모수(scale parameter)는 왜도에 영향을 미치지 않으므로 분석의 편의를 위해 관리상태에서 와이블분포와 감마분포의 척도모수(scale parameter)는 모두 1로 하였으며, 대수정규분포의 위치모수(location parameter)도 왜도에 영향을 미치지 않으므로 0으로 하였다. 성능을 평가하기 위한 지표의 값은 100,000회의 모의실험을 통해 계산하였으며 확률변수들은 IMSL Library[6]를 이용하여 생성하였다.

VSI 관리도의 성능을 평가하기 위해서는 일반적으로 공정에 이상이 발생한 경우 이를 탐지하기까지 걸리는 시간인 ATS(average time to signal)를 사용한다. ATS를 이용하여 관리도의 성능을 평가하기 위해서는 관리상태에서 관리도의 성능(거짓경보 발생까지의 평균 시간인 ATS_0)을 원하는 수준으로 설정한 이후 각 관리도의 성능을 분석하는 것

이 일반적이다. 즉, 관리도를 사용하기 위해서는 관리상태에서의 관리도의 성능을 원하는 수준으로 설정할 수 있어야 한다. 그러나 품질 특성치가 정규분포를 따르지 않고 분포를 정확히 알 수 없는 경우에는 ATS_0 를 원하는 수준으로 설정하는 것이 용이하지 않다. 따라서 우선적으로 ATS_0 를 원하는 수준으로 유지할 수 있는 관리도를 설계하여 사용하여야 한다. 이러한 관점에서 비정규분포를 따르는 공정을 관리하기 위한 관리도의 성능은 관리상태에서 관리도의 성능평가 척도가 사전에 설정된 수준으로 유지되는 가를 분석하여 평가하는 것이 일반적이다. 이 연구에서도 ATS_0 가 품질특성치 분포의 왜도에 따라 어떻게 변화하는 가를 분석하였다.

<표 1>은 관리도를 설계할 때 필요로 하는 공정의 분포에 관한 정보(μ_0, σ, p)를 알고 있다고 가정하고, 제안된 관리도와 기존 관리도의 ATS_0 를 구한 것이다. 모든 관리도들의 ATS_0 는 370.4가 되도록 3σ 관리한계선 $k=3$ 을 이용하였으며, FSI와 VSI 관리도를 비교하기 위해 식 (5)를 만족하는 w 를 구하여 경고한계선을 설정하였다. 기존관리도는 식 (1)과 식 (2)의 관리한계선과 경고한계선을 이용하였으며, 제안된 WSD 관리도는 식 (6)과 식 (7)의 관리한계선과 경고한계선을 이용하였다. 분석의 타당성을 높이기 위해 FSI 관리도를 비롯하여 h_1 이 크고 h_2 가 작은 경우, h_1 이 상대적으로 작고 h_2 가 상대적으로 커서 둘 간의 차이가 상대적으로 작은 경우 등 다양한 상황을 가정하였다. <표 1>로부터 다음의 결과를 얻을 수 있다.

- i) 표에서 대부분의 경우 왜도가 증가할수록 전통적인 관리도(STD)와 제안된 관리도(WSD)의 ATS_0 는 감소하는 경향이 존재하며, 이러한 현상은 FSI 관리도와 VSI 관리도에서 공통적으로 발생한다. 단, <표 1b>에서 표본 크기가 $n=7$ 로 비교적 큰 경우 와이불분포와 감마분포에서 WSD 관리도는 ATS_0 가 증가하다가 감소하는 현상이 발생한다.
- ii) 사전에 설정된 값과 ATS_0 와의 차이는 FSI 관리도 뿐만 아니라 VSI 관리도에서 모두

WSD 관리도가 더 적은 것으로 나타난다. 즉, 기존의 관리도는 왜도의 변화를 반영하지 못해 왜도의 증가에 따라 ATS_0 가 급격하게 변화하나 제안된 관리도는 분포의 비대칭 정도가 반영되어 기존의 관리도에 비해 변화의 폭이 상대적으로 적게 된다. 따라서 분포의 비대칭 형태를 알 수 없는 경우 제안된 관리도의 신뢰성은 기존 관리도보다 높게 된다.

- iii) FSI와 VSI 관리도 간의 ATS_0 차이는 크지 않다. 즉, VSI 관리도를 사용하더라도 동일한 왜도 하에서는 FSI를 사용할 때와 유사한 수준의 ATS_0 를 얻을 수 있다. 이는 전통적인 방법과 WSD 방법에서 모두 나타나는 현상이다.
- iv) 기존의 VSI 및 WSD VSI 관리도 모두 와이불분포와 감마분포 하에서 긴 표본채취간격 h_1 과 짧은 표본채취간격 h_2 의 차이가 큰 경우에는 그렇지 않은 경우보다 ATS_0 가 다소 큰 경향이 있으나 그 차이가 미미하고, 대수정규분포 하에서는 반대의 현상이 발생하나 역시 그 차이가 미미한 수준이다.
- v) 기존의 VSI 및 WSD VSI 관리도 모두 표본 크기가 큰 경우에는 상대적으로 작은 경우보다 ATS_0 가 사전에 설정한 값에 보다 가까워지는 경향이 있다. 단, WSD VSI 관리도에서는 와이불분포의 왜도가 1.0~1.5 정도인 경우 ATS_0 가 사전에 설정된 값보다 크게 되어 표본 크기가 커지더라도 ATS_0 가 사전에 설정된 값에 보다 더 가까워지지 않는 경우가 존재한다.

<표 2>는 관리도를 설계할 때 필요한 분포의 모수를 모르는 경우 30개의 부분군을 이용하여 모수를 추정한 후 관리도를 사용할 때의 ATS_0 를 모의실험을 통해 구한 것이다. <표 2a>는 공정의 표준편차를 추정할 때 식 (9)의 관리도상수와 표본의 범위를 이용하여 얻은 ATS_0 를 나타낸 것이고, <표 2b>는 식 (11)의 관리도상수와 표본의 표준편차를 활용한 경우에 얻은 ATS_0 를 나타낸 것이다. <표 2>로부터 다음의 결과를 얻을 수 있다.

〈표 1〉 전통적인 관리도 및 WSD 관리도의 ATS_0 (분포의 모수를 아는 경우)

(a) $n = 3$

분포	왜도	FSI						VSI					
		$h_1 = 1.0, h_2 = 1.0$		$h_1 = 4.0, h_2 = 0.1$		$h_1 = 2.0, h_2 = 0.1$		$h_1 = 4.0, h_2 = 0.5$		$h_1 = 2.0, h_2 = 0.5$			
		STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD		
Normal	0.0	369.6	369.6	369.7	369.7	369.7	369.7	369.5	369.5	369.6	369.6		
	0.5	318.6	483.6	314.2	484.9	315.6	486.1	316.1	489.0	316.5	489.0		
	1.0	169.8	405.7	167.4	393.5	168.9	393.8	168.3	399.9	168.7	399.1		
	1.5	112.6	315.5	111.3	302.7	113.0	300.7	111.6	309.4	112.1	307.6		
	2.0	84.6	252.8	83.9	239.2	86.1	236.0	84.6	246.5	84.6	244.1		
Weibull	2.5	70.1	214.7	70.1	200.7	72.8	196.6	70.6	208.6	70.6	205.5		
	3.0	61.8	188.9	62.3	174.4	65.6	169.7	61.8	182.8	62.7	179.2		
	0.5	263.5	350.2	264.1	349.9	264.5	349.5	263.7	350.1	263.9	349.9		
Log-normal	1.0	159.9	292.3	157.4	291.5	158.0	290.3	156.7	292.5	156.9	291.6		
	1.5	108.4	226.0	110.5	225.0	111.5	223.1	109.5	226.1	109.8	224.8		
	2.0	86.2	185.3	89.1	194.7	90.2	192.0	87.6	195.8	88.0	194.1		
	2.5	74.7	172.2	78.3	171.7	79.8	168.5	76.5	173.1	77.0	170.9		
	3.0	68.1	158.0	72.3	157.6	74.2	154.1	70.2	159.1	70.8	157.7		
Gamma	0.5	268.2	362.3	268.3	361.2	268.7	360.9	268.2	361.9	268.3	361.6		
	1.0	160.7	339.1	160.5	334.2	161.5	333.2	160.4	336.8	160.7	336.0		
	1.5	111.4	280.4	111.0	281.5	112.6	279.3	111.0	286.2	111.5	284.6		
	2.0	84.8	254.7	84.1	241.0	86.3	237.9	84.2	248.4	84.8	246.0		
	2.5	69.4	230.0	68.5	211.2	71.4	206.8	68.6	221.5	69.4	218.0		
3.0	60.5	213.6	59.1	189.2	63.0	183.6	59.3	202.3	60.4	198.2			

(b) $n = 7$

분포	왜도	FSI						VSI					
		$h_1 = 1.0, h_2 = 1.0$		$h_1 = 4.0, h_2 = 0.1$		$h_1 = 2.0, h_2 = 0.1$		$h_1 = 4.0, h_2 = 0.5$		$h_1 = 2.0, h_2 = 0.5$			
		STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD		
Normal	0.0	370.9	370.9	370.6	370.6	370.8	370.8	370.8	370.9	370.8	370.8		
	0.5	350.4	422.9	348.6	419.9	349.0	419.6	349.4	421.4	349.5	421.2		
	1.0	239.2	441.8	237.6	435.0	238.6	438.4	238.2	435.5	238.6	437.6		
	1.5	166.4	456.6	165.6	445.6	166.7	441.5	165.9	451.7	166.2	449.3		
	2.0	125.9	447.6	125.6	432.1	127.0	425.2	125.5	441.0	126.0	437.1		
Weibull	2.5	101.5	412.8	101.7	394.9	103.2	385.3	101.4	405.6	101.9	400.1		
	3.0	86.3	359.1	86.9	340.6	88.7	330.0	86.4	352.0	87.0	345.8		
	0.5	317.3	368.8	317.4	368.1	317.8	368.0	317.2	368.4	317.5	368.4		
Log-normal	1.0	222.2	352.6	223.0	351.0	223.5	349.8	222.5	352.1	222.7	351.4		
	1.5	158.5	328.8	160.2	327.0	160.7	324.0	159.4	328.7	159.5	327.0		
	2.0	121.8	299.4	124.0	297.3	124.8	293.2	122.9	299.4	123.2	297.1		
	2.5	101.6	272.8	104.5	270.6	105.3	265.5	103.1	273.0	103.4	270.2		
	3.0	89.5	246.8	92.9	245.2	93.9	239.0	91.2	247.6	91.6	244.2		
Gamma	0.5	318.2	375.3	318.1	374.3	318.5	374.2	318.0	374.8	318.3	374.8		
	1.0	231.1	383.5	231.1	390.1	231.7	388.6	231.0	392.1	231.2	391.2		
	1.5	165.7	425.1	165.5	417.0	166.5	413.1	165.2	421.8	165.8	419.4		
	2.0	125.5	448.3	125.2	432.8	126.5	425.9	124.6	441.6	125.6	437.8		
	2.5	101.8	462.1	101.4	438.2	103.1	427.2	101.4	452.0	101.9	445.7		
3.0	86.1	441.2	85.4	409.3	87.6	395.3	85.5	427.5	86.1	419.6			

<표 2> 전통적인 관리도 및 WSD 관리도의 ATS₀(분포의 모수를 모르는 경우)

(a) 표본범위를 이용하는 경우

분포	해도	n = 3						n = 5						n = 10							
		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5	
		STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD
Normal	0.0	271.1	272.3	271.9	272.1	272.3	272.1	294.8	287.1	286.0	287.9	311.5	304.2	312.8	305.3						
	0.5	235.0	363.5	237.5	365.1	237.5	365.1	256.7	340.2	239.2	342.7	258.3	288.1	261.6	291.6						
	1.0	112.5	283.5	115.0	295.8	112.5	283.5	142.6	303.5	145.7	308.4	173.5	252.4	177.0	256.7						
Weibull	1.5	63.4	215.1	65.9	218.8	63.4	215.1	81.7	248.1	84.5	254.3	113.3	208.1	116.6	212.9						
	2.0	42.1	164.1	44.6	168.6	42.1	164.1	52.3	192.7	55.0	199.7	81.2	178.0	84.2	183.1						
	2.5	30.0	120.4	32.4	125.1	30.0	120.4	38.9	158.1	41.5	166.3	60.6	147.6	63.5	152.9						
3.0	24.8	104.9	27.2	109.8	24.8	104.9	30.1	126.1	32.6	133.2	45.3	120.0	48.0	125.1							
Log-normal	0.5	192.1	254.9	193.3	254.9	193.3	254.9	221.4	265.9	223.1	267.3	258.4	287.2	260.0	288.8						
	1.0	107.5	207.0	108.9	207.3	107.5	207.0	132.7	225.1	134.4	227.2	192.4	264.3	194.1	266.2						
	1.5	68.5	164.4	71.0	165.1	68.5	164.4	84.1	176.9	86.0	179.7	124.2	215.9	126.2	218.6						
Gamma	2.0	49.7	131.3	51.4	132.8	49.7	131.3	61.1	147.4	62.9	150.6	94.3	189.9	96.2	192.8						
	2.5	39.8	112.6	41.3	113.8	39.8	112.6	47.9	126.3	49.7	129.6	72.5	156.8	74.4	159.9						
	3.0	33.3	93.7	35.0	95.5	33.3	93.7	39.7	110.9	41.5	114.1	60.2	137.3	62.1	140.7						
Gamma	0.5	196.4	265.8	197.9	266.1	197.9	265.8	236.5	288.5	238.1	290.8	263.3	290.9	282.7	292.7						
	1.0	110.6	236.7	112.7	238.3	110.6	236.7	137.0	252.9	139.3	255.9	178.0	255.7	180.6	258.8						
	1.5	63.8	198.4	66.0	201.3	63.8	198.4	88.4	233.4	88.4	238.6	121.6	217.7	124.7	222.2						
Gamma	2.0	41.6	160.0	44.1	164.4	41.6	160.0	53.3	200.8	56.0	207.8	78.4	172.0	81.5	177.2						
	2.5	29.3	135.6	31.9	141.6	29.3	135.6	39.1	166.6	39.1	175.0	55.1	138.6	58.0	144.2						
	3.0	21.2	112.6	23.8	119.8	21.2	112.6	26.3	142.2	29.0	151.5	42.8	109.5	45.8	114.7						

(b) 표본표준편차를 이용하는 경우

분포	해도	n = 3						n = 5						n = 10							
		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5		h ₁ = 4.0, h ₂ = 0.1		h ₁ = 2.0, h ₂ = 0.5	
		STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD	STD	WSD
Normal	0.0	272.0	280.7	272.8	261.1	272.0	280.7	272.8	261.1	296.4	282.9	287.6	283.9	312.0	302.7	313.3	303.9				
	0.5	238.3	335.9	240.7	338.6	238.3	335.9	272.2	343.6	274.3	346.2	305.6	336.0	307.4	338.2						
	1.0	115.9	254.3	118.2	258.6	115.9	254.3	155.8	295.1	158.3	300.1	211.3	296.5	213.5	299.9						
Weibull	1.5	66.4	173.5	68.7	179.2	66.4	173.5	91.1	227.1	93.5	233.8	138.7	231.4	141.1	236.0						
	2.0	44.8	123.9	47.1	130.2	44.8	123.9	59.7	167.0	62.1	174.6	97.7	176.4	100.1	181.7						
	2.5	32.2	87.5	34.4	93.6	32.2	87.5	44.9	130.2	47.2	138.1	72.4	129.3	74.9	134.6						
3.0	26.8	74.0	29.1	80.2	26.8	74.0	34.9	99.1	37.3	106.8	53.4	92.1	55.8	97.0							
Log-normal	0.5	193.6	255.7	194.8	236.6	193.6	255.7	224.4	257.0	226.0	238.8	261.5	283.6	263.1	285.4						
	1.0	109.5	182.3	110.8	184.0	109.5	182.3	136.6	210.3	138.2	213.0	197.0	251.5	198.6	253.9						
	1.5	71.3	139.7	72.7	142.0	71.3	139.7	88.2	161.0	88.2	164.3	128.2	197.1	130.1	167.4						
Gamma	2.0	51.6	108.2	53.1	111.2	51.6	108.2	65.0	134.2	66.6	134.2	97.5	163.6	98.3	160.3						
	2.5	41.5	90.2	42.9	93.1	41.5	90.2	51.3	107.6	52.9	111.6	75.7	130.1	77.4	133.9						
	3.0	34.9	74.3	36.4	77.6	34.9	74.3	42.9	91.3	44.4	96.4	62.8	108.6	64.6	112.6						
Gamma	0.5	198.6	245.9	200.0	247.1	198.6	245.9	241.0	279.3	242.4	280.9	275.0	293.0	276.7	294.9						
	1.0	113.1	206.9	115.1	210.0	113.1	206.9	143.4	237.2	145.4	240.8	194.4	263.0	196.5	266.0						
	1.5	66.4	161.8	68.6	166.6	66.4	161.8	93.8	212.8	96.0	218.6	140.3	224.0	142.8	228.5						
Gamma	2.0	44.1	121.0	46.4	127.2	44.1	121.0	61.0	173.7	63.4	181.4	94.6	172.3	97.0	177.6						
	2.5	31.7	94.8	34.2	102.1	31.7	94.8	42.9	135.5	45.5	144.6	67.9	124.0	70.5	129.5						
	3.0	23.2	74.7	25.8	82.6	23.2	74.7	31.7	105.8	34.3	115.4	53.3	78.1	56.0	82.8						

〈표 3〉 공정평균의 변화에 따른 전통적인 관리도 및 WSD 관리도의 ATS

분포	왜도	δ	FSI						VSI											
			$h_1 = 1.0, h_2 = 1.0$			$h_1 = 4.0, h_2 = 0.1$			$h_1 = 2.0, h_2 = 0.5$			$h_1 = 1.0, h_2 = 1.0$			$h_1 = 4.0, h_2 = 0.1$			$h_1 = 2.0, h_2 = 0.5$		
			STD	WSD		STD	WSD		STD	WSD		STD	WSD		STD	WSD		STD	WSD	
Normal	0.0		365.6	345.7	369.8	351.0	366.9	350.8		365.6	345.7	369.8	351.0	366.9	350.8		365.6	345.7	369.8	351.0
	1.0	0.00	336.7	362.4	340.4	365.6	378.8	369.7	0.00	336.7	362.4	340.4	365.6	378.8	369.7		336.7	362.4	340.4	365.6
	2.0		386.8	338.7	390.3	342.7	381.0	360.3		386.8	338.7	390.3	342.7	381.0	360.3		386.8	338.7	390.3	342.7
Weibull	3.0		376.2	372.8	380.6	374.3	406.9	367.5		376.2	372.8	380.6	374.3	406.9	367.5		376.2	372.8	380.6	374.3
Normal	0.0		135.6	129.2	120.7	115.4	127.1	122.1		130.5	124.5	115.7	110.8	122.3	117.6		130.5	124.5	115.7	110.8
	1.0	0.25	104.5	136.6	103.3	137.3	113.9	138.1	-0.25	992.8	84.4	802.5	67.8	1042.4	76.6		992.8	84.4	802.5	67.8
	2.0		158.1	145.4	173.5	166.7	163.7	167.6		970.1	65.9	719.3	48.7	810.7	63.4		970.1	65.9	719.3	48.7
Weibull	3.0		189.5	190.8	232.4	245.5	226.7	218.8		744.0	178.5	511.4	119.8	662.7	137.4		744.0	178.5	511.4	119.8
Normal	0.0		33.9	32.6	21.2	20.5	27.0	26.2		32.9	31.7	20.4	19.8	26.1	25.3		32.9	31.7	20.4	19.8
	1.0	0.50	35.7	45.3	25.5	33.6	32.9	39.8	-0.50	160.5	14.8	87.2	8.5	151.9	11.3		160.5	14.8	87.2	8.5
	2.0		66.7	61.6	53.5	55.6	58.0	62.3		2399.4	7.8	1162.3	4.5	1726.8	6.3		2399.4	7.8	1162.3	4.5
Weibull	3.0		94.8	95.5	82.2	101.3	92.5	99.3		1500.9	6.8	658.0	3.8	1119.5	5.0		1500.9	6.8	658.0	3.8
Normal	0.0		4.5	4.4	1.7	1.7	3.0	2.9		4.5	4.4	1.7	1.7	2.9	2.9		4.5	4.4	1.7	1.7
	1.0	1.00	6.1	7.3	1.8	2.0	4.0	4.5	-1.00	6.0	2.4	2.1	1.4	4.2	1.8		6.0	2.4	2.1	1.4
	2.0		13.5	12.6	2.3	2.3	7.2	7.3		51.8	1.7	11.3	1.2	27.8	1.5		51.8	1.7	11.3	1.2
Weibull	3.0		24.3	24.5	3.3	3.4	13.6	12.6		4465.6	1.5	877.7	1.2	2809.9	1.3		4465.6	1.5	877.7	1.2
Normal	0.0		1.1	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0		1.1	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0		1.1	1.1	1.0	1.0
	1.0	2.00	1.1	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	-2.00	1.1	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0		1.1	1.0	1.0	1.0
	2.0		1.4	1.3	1.0	1.0	1.2	1.2		1.3	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0		1.3	1.0	1.0	1.0
Weibull	3.0		2.1	2.1	1.1	1.1	1.6	1.5		1.6	1.0	1.1	1.0	1.3	1.0		1.6	1.0	1.0	1.0

- i) 표본으로부터 분포의 모수를 추정하여 사용하는 경우에도 WSD VSI 관리도가 기존의 VSI 관리도에 비해 성능이 우수하다.
- ii) 기존의 VSI 관리도는 표본 크기가 증가할수록 <표 2a>와 <표 2b>에서 모두 ATS_0 가 증가하는 경향이 있으나, WSD VSI 관리도의 경우에는 일관된 경향이 나타나지 않고 분포에 따라 다소 다른 양상을 보인다.
- iii) 분석에 사용된 표본크기의 범위($n=3, 5, 10$) 내에서는 기존의 방법은 표본표준편차를 활용한 방법의 성능이 다소 우수하나 WSD 방법은 표본크기가 크고 왜도가 작은 경우를 제외하고는 표본범위를 활용한 방법이 다소 우수하다.

<표 3>은 $n=5$ 인 경우에 ATS_0 가 370.4가 되도록 관리한계선과 경고한계선을 조정 한 후, 공정평균이 $\mu = \mu_0 + \delta\sigma$ 로 증가한 경우의 ATS를 구한 것이다. ATS_0 를 370.4로 설정하기 위해 관리상태에서의 ARL (average run length)을 370.4가 되도록 하는 관리한계선을 구하고 관리상태에서 표본채취 간격의 평균이 1.0이 되도록 하는 경고한계선을 구하였다. 관리한계선과 경고한계선의 값은 IMSL[6]의 비선형 방정식의 해를 찾는 함수를 활용하였으며, ATS와 ARL 값은 <표 1>과 <표 2>의 ATS 값을 구하는 방법과 동일하게 모의실험을 이용하였다. 모의실험을 통한 결과로 인해 <표 3>의 ATS_0 값이 정확하게 370.4와 일치하지는 않는다. <표 3>으로부터 다음의 결과를 얻을 수 있다.

- i) 공정평균이 증가(분포의 꼬리가 긴 쪽으로 평균이 이동)하는 경우, 왜도가 작으면 VSI 관리도의 성능이 FSI 관리도의 성능보다 우수하다고 할 수 없으나, 왜도가 큰 경우에는 VSI 관리도의 성능이 우수하게 된다. 이러한 현상은 기존의 방법과 제안된 WSD 방법에 동일하게 나타난다.
- ii) 공정평균이 감소(분포의 꼬리가 짧은 쪽으로 평균이 이동)하는 경우, FSI 관리도에 비해 VSI 관리도의 성능이 매우 우수하다. 특히,

전통적인 방법을 이용하는 경우에는 ATS가 1,000 이상이 되는 등 공정평균의 변화를 탐지하기 어려운 경우가 있으나 제안된 WSD VSI 관리도는 ATS를 매우 효과적으로 감소시키는 것으로 나타난다.

5. 결 론

이 논문에서는 평균을 중심으로 분포를 분할하여 평균 위쪽과 아래쪽 산포를 각각 추정 한 후 추정된 산포를 기반으로 관리도를 설계하는 가중표준편차방법을 활용한 가변표본채취간격 관리도를 제안하고 이의 성능을 분석하였다.

WSD VSI 관리도의 성능을 분석한 결과 제안된 방법은 기존의 전통적인 방법보다 관리상태에서 거짓경보가 발생할 때까지의 평균 시간인 ATS_0 가 분포의 왜도에 민감하게 반응하지 않는 것으로 나타났다. 또한, 공정의 모수를 추정하여 사용하는 경우에도 제안된 관리도는 기존의 관리도보다 ATS_0 측면에서 우수한 성능을 보여주었다. 전통적인 관리도와 달리 부분군의 크기가 작은 경우에는 표본표준편차를 이용하는 방법보다 표본범위를 이용하는 방법의 성능이 다소 우수하였으며 부분군의 크기가 크고 왜도가 작은 경우에 표본표준편차를 이용하는 방법의 성능이 우수하였다. ATS_0 가 일정 수준으로 유지된다는 가정하에서 공정평균이 분포의 꼬리가 긴 쪽으로 이동하고 평균 변화량이 크지 않은 경우, WSD VSI 관리도는 이를 탐지하는 능력이 WSD FSI 관리도 및 기존의 FSI, VSI 관리도와 유사하였고 평균변화량이 큰 경우에는 기존 및 WSD FSI 관리도보다 우수하였다. 이와 반대로 공정평균이 분포의 꼬리가 짧은 방향으로 이동하는 경우, WSD VSI 관리도는 전통적인 FSI 및 VSI 관리도에 비해 매우 우수한 성능을 나타냈으며 WSD FSI 관리도에 비해서도 우수한 성능을 보여주었다. 이러한 점들을 고려할 때, 제안된 WSD VSI 관리도는 품질특성치가 비대칭분포를 따르고 꼬리가 짧은 쪽으로 공정평균이 이동하거나 꼬리가

긴 쪽으로 공정평균이 크게 증가하는 경우에 사용하면 좋은 성과를 나타낼 수 있을 것으로 판단된다.

WSD 방법은 단변량 뿐 아니라 다변량 관리도에도 적용할 수 있으므로 다변량 비대칭분포 하에서 사용할 수 있는 WSD VSI 관리도를 설계하여 성능을 분석하는 연구가 추가적으로 진행되어야 할 것이다. 또한, 왜도 뿐만 아니라 분포의 첨도를 고려한 다양한 방식의 VSI 관리도를 개발하고 이의 성능을 비교하는 연구 또한 지속적으로 진행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Bai, D.S. and I.S. Choi., " \bar{X} and R Charts for Skewed Populations," *Journal of Quality Technology*, Vol.25, No.2(1995), pp.120-131.
- [2] Baxley, V.R., "An Application of Variable Sampling Interval Control Charts," *Journal of Quality Technology*, Vol.27, No.4(1995), pp.275-282.
- [3] Chang, Y.S. and D.S. Bai, "A Multivariate T^2 Control Chart for Skewed Populations Using Weighted Standard Deviations," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol.20, No.1(2004), pp.31-46.
- [4] Chang, Y.S. and D.S. Bai, "Control Charts for Positively-skewed Populations with Weighted Standard Deviations," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol.17, No.5(2001), pp.397-406.
- [5] Costa, A.F.B., " \bar{X} Charts with Variable Parameters," *Journal of Quality Technology*, Vol.31, No.4(1999), pp.408-416.
- [6] IMSL Library, Reference Manual, Visual Numerics, Inc, USA, 1990.
- [7] Kazemzadeh, R.B., M. Karbasian, and M.A. Babakhani, "An EWMA t Chart with Variable Sampling Intervals for Monitoring the Process Mean," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol.66, No.1(2013), pp.125-139.
- [8] Khoo, M.B.C., M.A. Abdu, M.A. Atta, and Z. Wu, "A Multivariate Synthetic Control Chart for Monitoring the Process Mean Vector of Skewed Populations Using Weighted Standard Deviations," *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, Vol.38, No.7(2009), pp.1493-1518.
- [9] Lee, J.-W. and T.-J. Lim, "A VSSI-CRL Synthetic Control Chart," *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, Vol.30, No.4(2005), pp.1-14.
- [10] Lin, Y.-C. and C.-Y. Chou, "Non-normality and the Variable Parameters \bar{X} Control Charts," *European Journal of Operations Research*, Vol.176, No.1(2007), pp.361-373.
- [11] Lin, Y.-C. and C.-Y. Chou, "On the Design of Variable Sample Size and Sampling Intervals \bar{X} Charts under Non-normality," *International Journal of Production Economics*, Vol.96, No.2(2005), pp.249-261.
- [12] Mitra, A., Control Charts for the Standard Deviation, *Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability*, Ruggeri, F., R.S. Kenett, and F.W. Faltin Ed., England, John Wiley & Sons Ltd., England, 2007.
- [13] Montgomery, D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 5th Ed., John Wiley & Sons, Inc., USA, 2005.
- [14] Reynolds, M.R. and Z.G. Stombos, "Monitoring the Process Mean and Variance Using Individual Observations and Variable Sampling Intervals," *Journal of Quality Technology*, Vol.33, No.2(2001), pp.181-205.
- [15] Reynolds, M.R., R.W. Amin, J.C. Arnold,

- and J.A. Nachlas, " \bar{X} Charts with Variable Sampling Intervals," *Technometrics*, Vol.30, No.2(1988), pp.181-192.
- [16] Tsai, T.-R. and S.-J. Wu, "Adjusted Weighted Standard Deviation R Chart for Skewed Distributions," *Brazilian Journal of Probability and Statistics*, Vol.22, No.1(2008), pp.9-22.
- [17] Zhang, Y., P. Castagliola, Z. Wu, and M.B.C. Khoo, "The Variable Sampling Interval \bar{X} Chart with Estimated Parameters," *Quality and Reliability Engineering International*, Vol.28, No.1(2012), pp.19-34.