

진동하는 소수성 표면 위에 놓인 액적의 모드별 내부유동 패턴변화에 관한 연구

김 훈* · 신영섭* · 임희창**

* 부산대학교 기계공학부

Study on the Pattern of Internal Flow inside a water droplet placed on Vibrating Hydrophobic Surface

Hun Kim*, Young Sub Shin* and Hee Chang Lim**

* School of Mechanical Engineering, Pusan Nat'l Univ.

(Received November 13, 2013 ; Revised February 4, 2014 ; Accepted February 4, 2014)

Key Words: Hydrophobic Surface(소수성 표면), Deionized Water(탈이온수), Flow Visualization(유동가시화), Contact Angle(접촉각), Resonance Frequency(공진 주파수), Lobe(둥근 돌출부)

초록: 본 연구의 목표는 주기적으로 강제 진동하는 소수성 표면위에 놓인 액적의 내부유동 특성을 이해하는 것이다. 액적의 공진주파수를 예측하기 위해서 고속카메라와 매크로렌즈를 사용하여 진동하는 소수성 표면위의 액적의 내부유동 특성을 확인하였다. 그 결과 특정 모드에서의 액적은 다양한 형상을 갖고 있으며 또한, 각각의 액적 내부에서 와류가 관찰 되었다. 일반적으로 유동흐름이 대칭축을 따라 위로 이동하고 액적상단에서 표면을 따라 접촉선부근으로 이동하였다. 반면에 모드 6과 모드 8에서는 아주 큰 와류가 생성되었다. 또한 유동속도가 모드 2보다 모드 4에서 더 빠르고 반면에 모드 6와 모드 8은 거의 비슷하였다.

Abstract: This study aimed to understand the internal flow characteristics of a liquid droplet subject to periodic forced vibration. In order to predict the resonance frequency of a droplet, a high-speed camera and macro lens were used to capture internal flow characteristics of a droplet placed on a vibrating hydrophobic surface. Results showed that the droplet assumed a variety of shapes depending on the resonance mode of free droplet, particularly in modes 2, 4, 6, and 8. In addition, the induced internal vortex flow inside the droplet was also observed in each mode. Typically, the induced flow moved upwards along the axis of symmetry and downwards along the surface of the droplet, that is, from the apex to the contact line in modes 2 and 4, after which it broke into a smaller vortex. On the other hand, the large-scale vortex always remained steady in modes 6 and 8. The speed of the flow in mode 4 was always greater than that in mode 2, but those in modes 6 and 8 were similar.

- 기호설명 -

P_n : n차 정상모드

- f_n : n차 모드에서의 공진 주파수
- R : 액적의 반지름
- γ : 표면장력
- ρ : 액적의 밀도

1. 서론

액적의 거동에 대한 연구는 오래 전부터 많은 연구자들에게 흥미로운 문제로 다루어져 왔으며, 그 중 액적의 진동(Oscillation)과 증발(Evaporation)은 그 기초/응용 및 화학/기계공학적으로 많은 관심과 연구가 이루어져왔다.

† Corresponding Author, hclim@pusan.ac.kr

이중 유체(Different Fluid)에 둘러싸여 진동하는 액적의 운동에 관한 초기연구로는 Kelvin⁽¹⁾과 Rayleigh⁽²⁾의 공진에 의한 액적거동에 대한 연구로 시작되었다. 이는 점성을 무시할 수 있고 진폭이 작은 자유액적에 관한 연구로 이후 Strani와 Sabetta⁽³⁾에 의해 고체면과 접촉하고 있는 비점성 액적의 미소 진폭의 진동에 대한 해석이 이루어졌다. 그리고 최근 10년 동안 Daniel^(4,5)의 경사진 표면에서 한쪽방향으로 움직이는 액적에 관한 운동 및 수직 또는 수평 방향으로 진동하는 액적의 진동 및 운동특성에 대한 변화⁽³⁻⁸⁾와 최근 들어서는 전기적 에너지가 가해지는 전기습윤(Electro Wetting) 현상⁽⁹⁻¹¹⁾을 이용한 연구가 활발히 진행되고 있다. 특히 전기습윤현상은 빠른 응답속도와 낮은 소비전력 때문에 랩온어칩(Lab-on-a-Chip), 전자표시기(Electro Display), 액체 렌즈(Liquid Lens) 등 마이크로 시스템에 적용 및 활용되고 있다. 그리고 주기적인 강제진동에 의해 발생하는 액적 진동은 고체 표면 위에 놓여있는 액적의 접촉선 고정현상을 극복할 수 있고 실제적으로 산업현장에서도 강제진동으로 액적의 활발한 구동력을 유발 시킬 수 있다.

액적 진동을 통한 여러 가지 응용분야 중에는 가습장치(급/배기 시스템) 및 공기조화 시스템(HVAC)과 열전달 관련 최대의 효율을 증가시킬 수 있는 다양한 산업현장에 적용이 가능하다. 이러한 이유로 벽의 상부에 매달려있는 액적에 대한 연구⁽¹²⁻¹⁴⁾ 및 벽의 측면에 붙어있는 액적에 대한 연구^(8,15)뿐만 아니라 액적의 표면장력 측정⁽¹⁶⁾ 그리고 접촉각 측정⁽¹⁷⁾과 관련된 연구 등에서도 활발하게 이루어지고 있다. 그리고 단순한 공진에서의 액적의 거동뿐만 아니라 음향공진에서의 매달려 있는 액적의 증발에 관한 실험과 가열된 평판위에 놓인 액적의 거동⁽¹⁸⁾ 등에 관한 실험이 이루어져왔다. 일반적으로 액적이 가열되면서 내부에 유동이 발생하는데 이는 침전물 패턴^(19,20)에 중요한 영향을 미치고 이러한 현상은 스프레이 페인팅(Spray Painting), 코팅, 세척 등 많은 기계 산업에서의 적용에 연구가 진행되고 있다. 하지만 대부분의 내부유동에 관한 연구는 자연증발과 가열을 이용한 마랑고니 유동⁽²¹⁻²³⁾에 관한 연구로 진동하는 액적의 내부유동에 관한 연구⁽²⁴⁾는 수치 해석으로는 시도되었을 뿐 실험적으로는 현재 미미하고 자세히 이루어지지 않았다.

따라서, 본 연구에서는 액적을 이용하는 공정

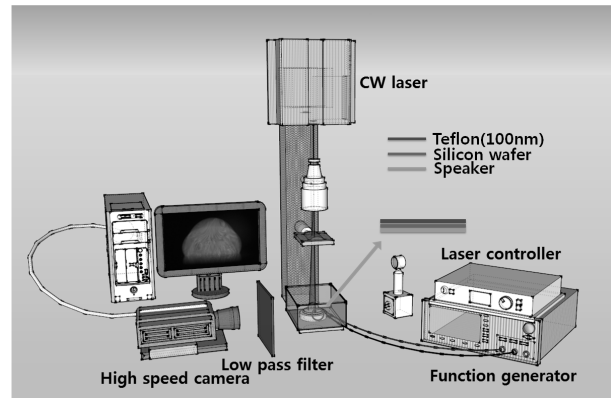


Fig. 1 Experimental set-up

및 처리, 연소 등 다양한 분야에서 응용가능성과 적용성을 파악하기 위한 기초연구로 소수성표면(Hydrophobic Surface)위에 놓인 액적에 공진을 가하여 액적 내 유동이 어떻게 발생하는지 확인하고, 각각의 모드에서의 액적 내부유동특성 및 패턴을 관찰하였다.

2. 실험장치 및 방법

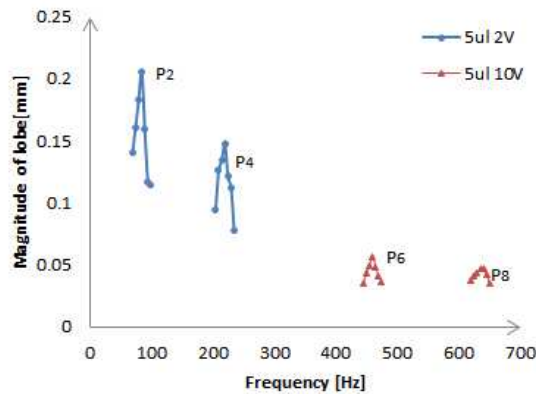
본 실험에서는 친수성 표면인 실리콘 웨이퍼(Silicon Wafer)를 소수성 표면으로 만들기 위해 Teflon AF(601S2-100-6, Dupont)을 불화탄소 용매(FC-40, 3M)에 희석하여 농도 0.6wt% 테프론 용액을 제조하였다. 이 후 실리콘 웨이퍼 표면을 2000rpm으로 30초간 스핀코팅하였고, Teflon 박막의 접착력(Adhesion)을 강화시키기 위해 165°C 핫플레이트에서 60분 간 베이킹(Baking)하였다.

액체는 탈이온수(Deionized Water)를 사용하였으며 액적의 크기는 5 μl 이고, 액적의 평형 접촉각(Equilibrium Contact Angle)은 $115^{\circ} \pm 5^{\circ}$ 이었다. 실험의 오차를 줄이기 위해 챔버를 사용하여 온도와 습도를 가능한 일정하게 유지시켰으며, 이때 실험조건은 각각 $25^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$, $45\% \pm 5\%$ 이다.

액적내부의 유동가시화 및 속도분포를 측정하기 위하여 Fig. 1과 같이 PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용한 가시화 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 레이저는 CW laser(Excel 532-2000)이며 파장은 532nm이다. Laser Beam Expander로 레이저에서 발생된 빛을 확장시킨 뒤 원통형 렌즈(Cylindrical Lens)를 이용하여 얇은 레이저시트(Laser Sheet)를 만들어 액적의 중앙을 관통시켜 내부 유동을 관찰하였다. 레이저시트의 두께는 약

Table 1 Comparison of analytical and experimental resonance frequencies of a 5 μl droplet

n	f_n (Hz)		
	Analytical	Experiment	
		2 V	10 V
2	96	85	-
4	288	226	-
6	526	-	469
8	804	-	635

**Fig. 2** Frequency-dependent oscillation magnitude of the lobe displacement

0.2 mm이며, 가시화를 위하여 약 2 μm 크기의 폴리스티렌(Polystyrene) 형광입자(Nile Red Fluorescent)를 사용하였다. 그리고 2대의 초고속카메라(FASTCAM SA3, Photron)를 사용하여 1번 카메라는 액적로브의 진동주기를 2번 카메라는 플레이트 진동주기를 초당 2,000 ~ 4,000 프레임의 속도로 동시에 촬영한 후 MATLAB®과 Insight4G를 이용하여 속도장을 측정하였다. 카메라 렌즈로는 줌렌즈(Canon Macro 100mm)와 초접사 렌즈(Canon MP-E 65mm f/2.8)를 사용하였다.

수직방향으로 주기적으로 진동하는 액적의 내부유동형태를 관찰하기 위해 강제가진을 주는 스피커(HIAX32C20-8, HiWave)표면위에 앞서 Spin Coating 처리한 실리콘 웨이퍼를 접착제로 붙인 후 강제 가진 할 수 있도록 설치하였다. 그리고 액적의 접촉각 측정을 위해 접촉각 분석기(CAM 100, KSV)를 이용하여 총 5회 측정 후 평균값을 얻었다.

본 연구에서는 액적의 4가지 모드(즉, 2, 4, 6, 8)에 따른 액적 내부유동 패턴 및 속도분포를 파

악하고, 이로 인해 유발되는 액적의 열 및 물질 전달에 응용하기 위하여 다음과 같은 실험 과정을 수행하였다.

(1) 마이크로 피펫을 이용하여 실리콘 웨이퍼표면 위에 5 μl 의 액적을 생성시킨다.

(2) 외부온도 및 습도차에 의해 액적의 증발이 일어나므로, 챔버를 이용하여 온도 및 습도를 유지한다.

(3) 함수 발생기(Function Generator, 33522A, Agilent)를 사용하여 전압을 2V(Mode2, 4) 및 10V(mode6, 8)로 고정하고, 이론식을 통해 구한 각 모드의 공진주파수 값에 맞춘다.

(4) 주파수를 조절하면서 액적의 진동형상을 초고속 카메라의 Live모드를 이용하여 실제 액적의 공진주파수를 분석한다.

(5) 초고속카메라 2 대를 이용하여 액적진동주기와 플레이트의 진동주기를 동시에 2000~4000 프레임으로 촬영하여 진동주기를 비교한다.

(6) 반복실험을 통해 얻은 이미지를 MATLAB®과 Insight 4G를 이용하여 액적로브의 크기와 내부 속도장을 구한다.

3. 실험결과 및 토의

3.1 이론 및 실험적 공진주파수

본 연구에서 사용된 이론적 공진주파수식은 Rayleigh의 연구를 더욱 전개시켜 Lamb⁽²⁵⁾에 의해 수립되어진 낮은 진폭 영역과 점성을 무시할 경우에서의 이론적 공진주파수식을 이용하였다.

$$f_n = \frac{\sqrt{n(n-1)(n+2)\gamma/R^3\rho}}{2\pi} \quad (1)$$

식 (1)에서 f_n 은 n차 모드(Mode)에서의 형상진동(Shape Oscillation)에 해당하는 공진주파수, γ 은 표면장력, R은 액적의 반지름, ρ 은 액적의 밀도를 의미한다.

Table 1 은 모드별 공진주파수의 이론값과 실험값 비교로 이는 액적과 고체면 그리고 기체의 3상(Three Phase)이 동시에 만나는 접촉선의 운동여부로 인한 액적의 동적특성 영향, 액적 주위 환경 그리고 표면과 액적 사이의 접촉선 마찰 등으로 인해 차이를 보인다고 판단된다. 여기서 n 차 모드의 실험 공진주파수 값은 이론 공진주파수의 주변부 주파수영역대에서 로브의 진폭이 가장 큰 지점을 측정한 값으로 Fig. 2에서 확인할

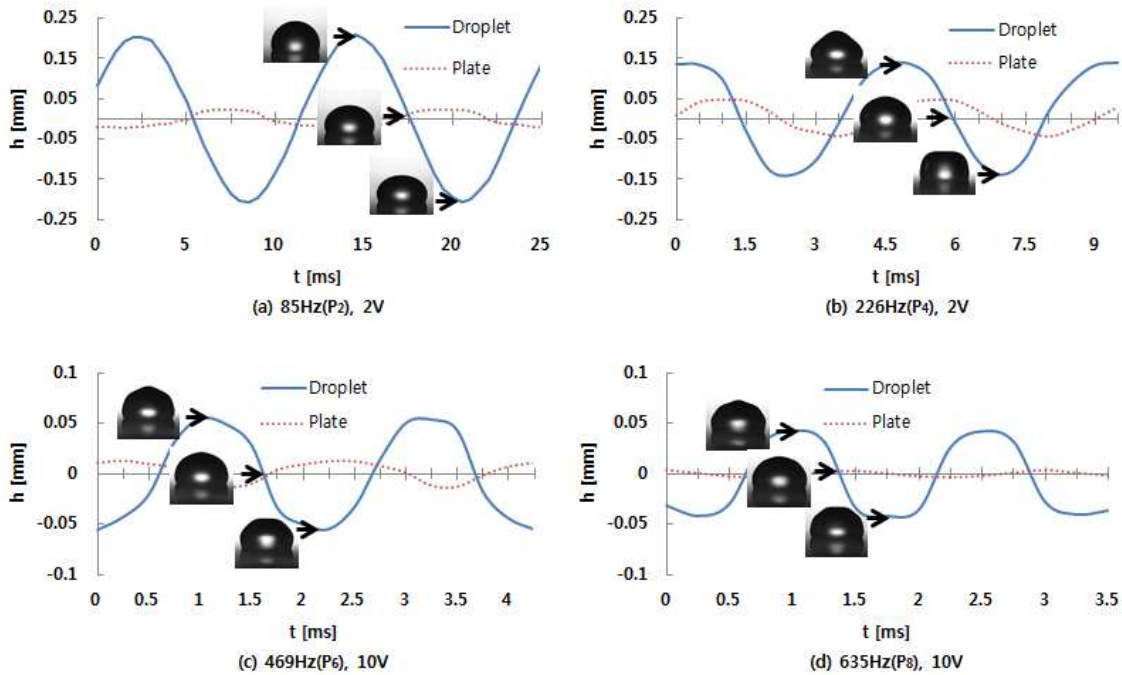


Fig. 3 Oscillations of the droplet and plate height (h) for 5 μ l droplets at the resonance modes P2(a), P4(b), P6(c) and P8(d) respectively

수 있다. 이러한 결과를 통해 액적의 로브 크기는 주파수에 영향을 받음을 알 수 있다.

3.2 액적의 모드별 내부유동특성

본 연구에서 2V(모드2, 4)와 10V(모드6, 8)에서 실험을 진행하였고, 유동가시화를 통해 진동하는 소수성표면에 놓인 액적내부의 유동패턴변화를 확인하였다. 그리고 모드2, 4와 모드6, 8에서 사용한 V값이 상이한 이유는 상대적으로 낮은 진압인 2V에서 모드6, 8에 해당하는 액적의 로브(lobe) 크기가 미소하여 모드에 해당하는 형상을 초고속카메라로 구분 할 수 없었고, 또한 10V에서 모드2, 4는 가진 에너지가 강하여 액적이 분리(Detachment) 및 실리콘 웨이퍼 표면 밖으로 이동하는 현상이 발생하였다. 따라서 연구목표인 n 차 모드에서의 액적 내부유동 특성을 파악하기 위해 위와 같이 실험을 진행하였다.

Fig. 3은 소수성 표면에 강제 가진 하였을 때, 액적의 로브변위 및 플레이트의 수직변위를 측정 한 것이다. x축은 시간, y축은 액적과 플레이트 진동변위를 나타내는데 모든 모드에서 일정한 주기성을 띄는 것을 알 수 있다. 특히 액적과 플레이트의 진동주기가 일정하다는 것은 액적내부의 속도장을 계산의 정당성을 부여할 수 있고, 이

부분에 대한 자세한 설명은 Table 2와 함께 뒤에 서 기술할 예정이다.

Fig. 3에서 플레이트 변위를 나타낸 사인곡선을 보면 플레이트 진동변위는 로브의 크기와 비례하지 않지만, Table 2에 확인할 때 플레이트의 진동 크기가 액적 내부유동 속도에 비례하는 것을 확인할 수 있다.

액적 내부 유동 이미지인 Fig. 4를 보면 각각의 모드에서는 공통적으로 액적 중심축을 기준으로 와류(Vortex)와 함께 좌우 대칭인 유동흐름이 나타나지만, 모드가 증가할수록 특징적인 유동패턴을 갖는 것을 알 수 있다. 모드2와 4에서는 액적 하단에서 대각 양측 상단으로 흐르는 Y자 유동패턴, 모드6와 8에서는 큰 타원형 와류가 발생했다. 여기서 좌우 대칭으로 나타나는 유동패턴은 액적의 형상을 결정짓는 로브의 크기 및 개수가 액적 중심축을 기준으로 좌우에 동일하게 발생하기 때문인 것으로 짐작할 수 있다.

Fig. 4(a)는 모드2 이미지로 액적중심축을 기준으로 하단에서 상단으로 약 1/3 지점까지 상향한 후 양측 로브가 접치는 지점으로 흐르는 유동패턴을 관찰할 수 있다. 이와 함께 액적 하단과 최상단 로브 내에 크고 작은 와류가 좌우대칭으로 나타난다.

Table 2 Averaged vertical velocity at the center of the droplet in mode2, 4, 6 and 8

Number of mode (N)	Velocity(mm/s)	Error(%)
2	0.36	1.35
4	0.79	2.5
6	3.87	1.37
8	3.61	1.29



(a) Mode2 (2V)



(b) Mode4 (2V)



(c) Mode6 (10V)



(d) Mode8 (10V)

Fig. 4 Visualized flow pattern inside a droplet on the vibrating hydrophobic surface. The exposure time is 2 sec

Fig. 4(b)는 모드4 이미지로 2개의 추가된 로브 중심을 축으로 와류가 생성되고 모드2 보다 조금 길어진 흐름과 각각의 로브로 흘러가는 Y자 유동패턴을 띤다. 그리고 모드2와 4의 로브 내에 발생하는 와류를 살펴보면 크기와 생성위치만 다를 뿐 유동방향은 같다는 것을 알 수 있다.

Fig. 4(c)와 4(d)는 모드6와 8 이미지로 이전 모드2와 4와 다른 큰 타원형 와류가 액적중심 좌우로 한 개씩 발생한다. 액적 내 가시화 실험에서 획득한 PIV 속도장은 앞서 언급한 Fig. 3에서 각 모드에서의 액적의 로브 진동주기와 플레이트의 진동주기가 일정함을 확인한 후 구할 수 있었다. 예를 들어 진동으로 인해 최대한 왜곡되지 않은 이미지와 그 다음 주기에 해당되는 이미지는 플레이트의 위상이 같으므로 액적 내 형광입자의 이동변위와 초고속 카메라로 이미지 간 시간을 계산하여 속도를 측정하였다. 그러나 탈이온수의 자체 굴절률과 로브의 진동으로 인해 액적의 중심부를 제외한 유동장이 많은 왜곡을 가지고 있다. 이러한 형상 왜곡을 보정은 보다 정확한 속도측정에 중요한 요소이지만, 기존의 Kang⁽²⁶⁾ 등이 개발한 렌즈효과보정 방법은 액적의 형상이 고정된 상태에서만 적용가능하고 모드가 증가할수록 액적의 형상변화가 크게 나타났다. 그래서 이번 연구에서는 액적의 형상이 지속적으로 변화하는 내부유동에 관한 것으로 왜곡보정을 제외한 속도 측정시 왜곡이 최대한 줄일 수 있는 액적 중앙 하단의 특정 영역에 국한하여 필요한 속도성분들을 얻어내었다.

Table 2는 모드 2, 4, 6, 그리고 8의 속도장을 측정된 값으로 위에서 언급한 것과 같이 액적의 형상이 구 형태에 가깝고 최대한 왜곡이 없는 이미지 그리고 액적의 정중앙에서 Y축 방향으로 일직선으로 상승하는 특정 영역에 대한 측정결과이다.

4. 결론

본 연구에서는 소수성 표면에 진동을 가할 때 탈이온수 액적의 모드(2, 4, 6, 8)별 내부유동특성을 파악하였다. 강제가진 진동수가 변함에 따라 액적내부의 유동패턴이 달라지고, 속도장 또한 다름을 확인하였다. 모드 2와 4에서는 Y자 형태의 액적밀면에서 상단부로 상승하는 유동패턴과 모드6와 8에서는 미소한 크기차이만 있을 뿐

동일한 타원형의 와류가 나타났다. 또한 액적의 로브에서도 로브의 중심축을 기준으로 작은 크기의 와류가 나타나는 것을 확인하였다. 본 연구결과를 정리하면 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 소수성 표면에 강제가진을 주어 탈이온수 액적의 내부유동특성을 파악하였으며, 실험을 통하여 유동가시화 및 액적내부 속도장을 획득하였다.

(2) 모드별 액적 하단 중앙부의 속도장은 모드 4가 모드 2보다 빠르고, 모드 6과 모드 8은 거의 비슷하지만 모드 6의 경우 약 7.2% 가량 빠른 유동흐름을 가진다.

(3) 액적의 중심축을 기준으로 좌우 대칭적인 유동패턴이 발생하고, 모드 2와 4는 로브가 생성되는 위치로 흐르는 Y자 형태의 유동흐름과 모드 6과 8에서는 큰 타원형의 와류를 확인할 수 있었다. 또한 각각의 모드에서 발생하는 로브 내부에서도 작은 와류가 생성됐다.

(4) 강제가진, 온도변화 등 액적의 내부 유동특성에 영향을 미치는 다양한 변수에 따른 특성 확인을 위한 추가적인 연구가 필요하다.

후 기

이 논문은 2011년도 정부재원(지역혁신인력양성사업)으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었다. 또한, 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다. (No.20114010203080)

참고문헌

(References)

- (1) Kelvin, 1890, *Mathematical and Physical Papers*, Vol. 3, Clay, p. 384.
- (2) Rayleigh, L., 1894, *The Theory of Sound*, Macmillan, New York.
- (3) Strani, M. and Sabetta, F., 1984, "Free Vibrations of a Drop in Partial Contact with a Solid Support," *J. Fluid. Mech.*, Vol. 141, pp. 233~247.
- (4) Daniel, S., Sircar, S., Gliem, J. and Chaudhury, M. K., 2004, "Ratcheting Motion of Liquid Drops on Gradient Surfaces," *Langmuir*, Vol. 20, pp. 4085~4098.
- (5) Daniel, S., Chaudhury, M. K. and De Gennes, P. G., 2005, "Vibration-actuated Drop Motion on Surfaces for Batch Microfluidic Processes," *Langmuir*, Vol. 21, pp. 4240~4248.
- (6) Dong, L., Chaudhury, A. and Chaudhury, M. K., 2006, "Lateral Vibration of a Water Drop and its Motion on a Vibrating Surface," *Eur. Phys. J. E*, Vol. 21, pp. 231~242.
- (7) Noblin, X., Buguin, A. and Brochard-Wyart, F., 2009, "Vibration of Sessile Drops," *Eur. Phys. J. Special Topics*, Vol. 166, pp. 7~10.
- (8) Brunet, P., Eggers, J. and Deegan, R. D., 2009, "Motion of a Drop Driven by Substrate Vibrations," *Eur. Phys. J. Special Topics*, Vol. 166, pp. 11~14.
- (9) Hong, F. J., Jiang, D. D. and Cheng, P., 2012, "Frequency-dependent Resonance and Asymmetric Droplet Oscillation Under ac Electrowetting on Coplanar Electrodes," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 22, pp. 1~9.
- (10) Oh, J. M., Ko, S. H. and Kang, K. H., 2008, "Shape Oscillation of a drop in ac Electrowetting," *Langmuir*, Vol. 24, pp. 8379~8386.
- (11) McHale, G., Elliott, S. J., Newton, M. I., Herbertson, D. L. and Esmer, K., 2009, "Levitation-Free Vibrated Droplets: Resonant Oscillations of Liquid Marbles," *Langmuir*, Vol. 25, pp. 529~533.
- (12) Depaoli, D. W., Feng, J. Q., Basaran, O. A. and Scott, T. C., 1995, "Hysteresis in Forced Oscillations of Pendant Drops," *Phys. Fluids*, Vol. 7, pp. 1181~1183.
- (13) Wilkes, E. D. and Basaran, O. A., 1997, "Forced Oscillations of Pendant (Sessile) Drops," *Phys. Fluids*, Vol. 9, pp. 1512~1528.
- (14) Kim, H. Y., 2004, "Drop Fall-off from the Vibrating Ceiling," *Phys. Fluids*, Vol. 14, pp. 474.
- (15) Brunet, P., Eggers, J. and Deegan, R. D., 2007, "Vibration-Induced Climbing of Drops," *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 99, pp. 144501-1~4.
- (16) Matsumoto, T., Fujii, H., Ueda, T., Kamai, M. and Nogi, K., 2005, "Measurement of Surface Tension of Molten Copper Using the Free-fall Oscillating Drop Method," *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 16, pp. 432~437.

- (17) Yamakita, S., Matsui, Y. and Shiokawa, S., 1999, "New Method for Measurement of Contact Angle (Droplet Free Vibration Frequency Method)," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 38, pp. 3127~3130.
- (18) Makino, K. and Michiyosi, I., "The Behavior of a Water Droplet on Heated Surfaces," *Int. J. Heat Transfer*, Vol. 27, pp. 781~791.
- (19) Wang, H. T., Wang, Zh. B., Huang, L. M., Mitra, A. and Yan Y. S., 2001, "Surface Patterned Porous Films by Convection-Assisted Dynamic Self-Assembly of Zeolite Nanoparticles," *Langmuir*, Vol. 17, pp. 2572~2574.
- (20) Truskett, V. and Stebe, K. j., 2003, "Influence of Surfactants on an Evaporating Drop: Fluorescence Images and Particle Deposition Patterns," *Langmuir*, Vol. 19, pp. 8271~8279.
- (21) Scriven, L. E. and Sternling, C. V., 1960, "The Marangoni Effects" *Nature*, Vol. 187, pp. 186~188.
- (22) Hu, H. and Larson, R. G., 2006, "Marangoni Effect Reverses Coffee-Ring Depositions," *J. Phys. Chem. B*, Vol. 110, pp. 7090~7094.
- (23) Xu, X. F. and Luo, J. B., 2007, "Marangoni Flow in an Evaporating Water Droplet," *Appl. Phys. Letter*, Vol. 91, p. 124102.
- (24) Oh, J. M., Legendre, D. and Mugele, F., 2012, "Shaken not Stirred - On Internal Flow Patterns in Oscillating Sessile Drops," *Europhysics Letters*, Vol. 98, p. 34003.
- (25) Lamb, H., 1932, *Hydrodynamics*, Cambridge Univ. Press, New York, p. 475.
- (26) Kang, K. H., Lee, S. J., Lee, C. M. and Kang, I. S., 2004, "Quantitative Visualization of Flow Inside an Evaporating Droplet using the Ray Tracing Method," *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 15, pp. 1104~1112.