

직교이방성 구형 판의 좌굴 해석 (IV)

-국부좌굴-

Buckling Analysis of a Orthotropic Rectangular Plates (IV)

-Local Buckling-



이상열 (Sang-Youl Lee) 이사 | 안동대학교 토목공학과 교수
| lsy@anu.ac.kr

정우영 (Woo-Young Jung) 이사 | 강릉원주대학교 토목공학과 교수
| woojung@gwnu.ac.kr

장석윤 (Suk-Yoon Chang) 명예회장 | 서울시립대학교 명예교수
| changsy@uos.ac.kr

1. 서론

복합소재 구조의 거동에 대한 이해를 돕기 위하여 좌굴해석을 중심으로 해석해로 구하는 방법을 중심으로 전 호에 이어서 소개하고자 한다. 이번 호에서는 매우 큰 변장비를 갖는 경우에 대하여 다양한 경계조건을 갖는 직교 이방성 대칭 적층배열을 갖는 판의 좌굴에 대하여 다루기로 한다.

2. 국부좌굴

직교 이방성 대칭 적층판 요소로 구성된 개단면 형강이나 폐단면으로 구성된 BOX로 구성된 기둥이나, 빔 등은 전체적인 좌굴도 문제이나, 특히 국부적으로 발생하는 국부좌굴은 전체좌굴과 동시에 발생하는 좌굴의 형태이다. 이런 경우에는 각 판 요소는 이웃하는 다른 판 요소에 의하여 회전구속 되어있는 판 요소를 고려하여 국부좌굴을 고려하여야 한다. 그림 1에서

BOX단면의 복부판을 고려하면 그림 1(b)는 각각의 판 요소를 단순지지 상태로 분리한 상태로 고려 할 경우 각 판 요소에 압축하중이 작용하는 것으로 보고 우선 복부판의 좌굴을 고려하면 상, 하 플랜지는 복부판 상, 하단에 회전구속 상태를 유발하게 된다.

여기서 회전구속에 의한 스프링 상수 \tilde{k} 값은 다음과 같다.

$$\tilde{k} = \frac{C(D_{22})_{rs}}{L_{rs}} \times \frac{1}{r} \tag{1}$$

여기서 $(D_{22})_{rs}$ 는 회전구속 판요소 즉 상, 하 플랜지의 횡방향의 휨강성이고, L_{rs} 는 상하플랜지의 폭을 나타내고 r 은 확대계수로서 회전구속 판 요소에 작용하는 압축하중의 단순지지 좌굴상태의 좌굴하중과 복부판 좌굴하중의 변형률 비에 의하여 결정되는 확대계수로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r = \frac{1}{1 - \frac{(N_{x,cr})_{back}^{ss}(a_{11})_{back}}{(N_{x,cr})_{rs}^{ss}(a_{11})_{rs}}} \quad (2)$$

예로서, 플랜지가 먼저 좌굴 될 경우, 즉 $(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f < (N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w$ 인 경우는 다음과 같다.

$$k = \frac{c(D_{22})_w}{b_w} \left(1 - \frac{(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f}{(N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w} \right) \quad (3)$$

또한, $(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f > (N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w$ 로서 복부판이 먼저 좌굴 될 경우는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \frac{c(D_{22})_f}{b_f} \left(1 - \frac{(N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w}{(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f} \right) \quad (4)$$

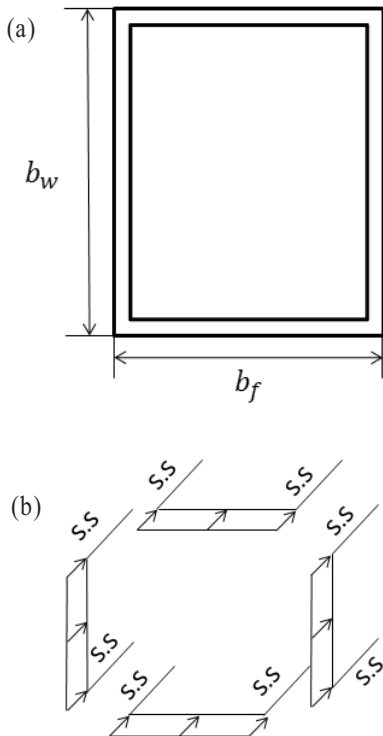


그림 1

좌굴하중은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$(N_{x,cr})_f^{ss} = \frac{\pi^2}{b_f^2} (2\sqrt{(D_{11})_f(D_{22})_f} + 2[(D_{12})_f + 2(D_{66})_f]) \quad (5)$$

$$(N_{x,cr})_w^{ss} = \frac{\pi^2}{b_w^2} (2\sqrt{(D_{11})_w(D_{22})_w} + 2[(D_{12})_w + 2(D_{66})_w]) \quad (6)$$

3. I 형강의 경우 (축방향 압축하중)

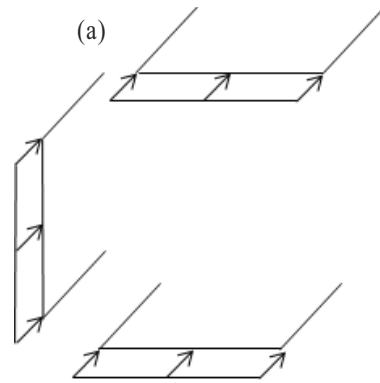


그림 2

$$(N_{x,cr})_f^{ss} = \frac{12(D_{66})_f}{(b_f/2)^2} \quad (7)$$

$$(N_{x,cr})_w^{ss} = \frac{\pi^2}{b_w^2} (2\sqrt{(D_{11})_w(D_{22})_w} + 2[(D_{12})_w + 2(D_{66})_w]) \quad (8)$$

그림 2에서 플랜지가 먼저 좌굴될 경우, $(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f < (N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w$ 이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \frac{1}{2} \frac{c(D_{22})_w}{b_w} \left(1 - \frac{(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f}{(N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w} \right) \quad (9)$$

복부판이 먼저좌굴 될 경우, $(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f > (N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w$ 에 대하여 다음과 같다.

$$GI_t = 4(D_{66})_f b_f \left(1 - \frac{(N_{x,cr})_w^{ss}(a_{11})_w}{(N_{x,cr})_f^{ss}(a_{11})_f} \right) \quad (10)$$

I형강의 근사좌굴 공식은 Mottram(2004)에 의하여 “structural plastics design manual”(ASCE 1984)에 제시되었던 I형강에서 한 변은 회전 구속되고 다른 한 변은 자유인 직교이방성 I형강의 플랜지의 좌굴응력에 관한 다음과 같은 식을 제시하였다.

$$\sigma^{local-flange} = \frac{\pi^2 t_f^2}{\left(\frac{b_f}{2}\right)^2} \left[\left(0.45 + \frac{b_f^2}{4a^2} \right) \frac{\sqrt{E_L E_T}}{12(1-\nu_L \nu_T)} \right] \quad (11)$$

여기서 E_L, ν_L 은 종방향 탄성계수, 포아송비 이고, E_T, ν_T 는 횡방향 탄성계수, 포아송비이며, a 는 좌굴 반파 길이로서 이 식에서는 넓은 플랜지의 경우는 $2b_f$ 이고 좁은 플랜지의 경우는 $3b_f$ 로 고려할 수 있다.

4. 국부좌굴과 전체좌굴 형상 사이의 중간길이의 압축 부재의 상호작용

인발 제조된 압축형강부재는 전체적인 휨좌굴, 국부좌굴, 혹은 압축파괴 등은 총상, $\frac{KL_c}{\gamma}$ 로 표시되는 세장비에 의하여 영향을 받는다. 재료에 의한 파손은 종종 인발 I형 단면이 BOX형 단면 ($b, h > 4in$)에 발생한다.

$\frac{KL_c}{\gamma}$ 을 국부좌굴과 전체좌굴이 동시에 발생할 경우

의 세장비라 할 때, $\frac{KL}{\gamma} < \frac{KL_c}{\gamma}$ 일 경우 플랜지나 복부판의 국부좌굴에 의한 불안정성이 유발된다. 또한 세장비가 $\frac{KL}{\gamma} > \frac{KL_c}{\gamma}$ 일 때는 전체적인 휨좌굴에 의하여 파손된다. 국부좌굴과 전체좌굴의 두 영역을 아우르는 전체적인 기둥의 극한 좌굴하중 P_{cr} 의 방적식을 1994년도에 다음과 같이 Barbero 와 Tomblin이 제안하였다.

$$P_{cr}^{i.nt} = K_i P_L \quad (12)$$

$$\sigma_{cr}^{i.nt} = \frac{P_{cr}^{i.nt}}{A_z} \quad (13)$$

여기서 P_L 은 국부좌굴형상(단주) 일 때의 좌굴하중이고, K_i 는 국부좌굴이나 전체좌굴의 불확실성을 고려한 계수로서 다음과 같이 표시 할 수 있다.

$$K_i = K_A - \sqrt{K_A^2 - \frac{1}{c\lambda^2}} \quad (14)$$

여기서,

$$K_A = \frac{1 + \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)}{2c} \quad (15)$$

여기서 c 는 전체적 곡선을 맞추기에 관련된 상수 (curve fitting constant)이고 λ 는 무차원 세장비로서 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{KL}{\pi} \sqrt{\frac{P_L}{(EI)_{mm}}} = \sqrt{\frac{P_L}{P_E}} \quad (16)$$

여기서 $(EI)_{mm}$ 는 종축에 대한 휨강성이다. 국부좌굴과 전체좌굴 곡선 사이의 유효좌굴 길이 KL 은 다음과 같다.

$$KL = \sqrt{\frac{\pi^2(EI)_{mm}}{P_L}} \quad (17)$$

이 식은 휨좌굴에 관한 식으로서 오일러 하중으로서 전단변형 효과가 포함되어 있지 않다. 따라서, 전단변형 효과를 고려한 값보다 약간 큰 값을 얻게 된다. 1994년 Barbero와 Tomblin은 I형 단면에서 C=0.84였고 1999년 Barbero와 Devivo는 후에 C=0.65 값을 제안하였다. 최근에는 Lane와 Mottram(2002)는 덜 정확하지만 C=0.65를 암시하였다.

5. 결론

복합 신소재 구조물은 여러방향으로 배열된 층의 시스템의 내용에 따라 매우 복잡한 구조특성을 갖게 된다. 이러한 층들이 적층되면서 비등방성 적층구조체가 되어 적층 내용에 따라 구조체의 거동(Behavior)이 다양하게 발생하므로 이런 문제들을 구조적 목적에 합리적이여야 한다. 따라서 이러한 문제를 거시적으로 단순화하여 이론을 정립하여 해결 할 수밖에 없게된다. 이러한 문제를 예측 가능한 구조 시스템으로 이상화하고 제조 과정도 단순화함으로써 문제 해결을 역학적으로 합리적으로 규명하도록 하여 정립할 필요가 있다. 가장 대표적인 예가 대칭적층된 직교이방성 적층 판구조일 것이다. 대칭적층 직교 이방성판으로 구성된 FRP 구조형식은 재료의 특성상, 수직 및 전단 강성이 높은 강도에 비하면 비교적 약한 편이어서 특히 구조물의 안정성이 문제가 되어 면밀한 구조 해석이 요구된다. 따라서 본 기술기사에서는 4회에 걸쳐서 비교적 최근에 제시된 연구 논문을 정리하여 복합구조 설계에 필히 필요한 부분만을 이론의 배경과 해석결과를 소개하고 요약 정리하였다. 본 기술기사를 통하여 직교하는 방향으로 화이바를 배치하고 적층상태도 대칭으로 배열하여 구조체의 거동을 단순화하여 예측 가능토록 함으로서 향후

이러한 구조형식이 도입될 경우 합리적인 구조물을 설계하는 데 도움이 될 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

1. Whitney, J.M. (1987) *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technic Lancaster, pennsylvania.
2. Veres I. and Kollas, p. (2002) *Approximate Analysis of mid-plane Symmetric Rectangular Composite Plates*, Journal of Composite Materials, Vol.36, 673~684.
3. Ashton, J.E. (1969) *Approximate Solutions for Unsymmetrically Laminated Plates*. Journal of Composite Materials. Vol.3, 189~191.
4. Tung T.K and Surdenas, J. (1987) *Buckling of Rectangular Orthotropic Plates Under Biaxial Loading*, Journal of Composite Materials. Vol.21, 124~128.
5. Bank L.C. and Yin, J. (1996) *Buckling of Orthotropic Plates with Free and Rotationally Restrained Unloaded Edges*, Thin Walled Structures, Vol.24, 83~96.
6. Iao, P.Q., Davalos, J.F. and Wang, J. (2001) *Local Buckling of Composite FRP Shapes by Discrete Plate Analysis*, Journal of Structural Engineering, Vol.127.
7. Kollar, L.P. (2002) *Buckling of Unidirectionally Loaded Composite Plates with and Free and One Rotationally Restrained Unloaded Edge*, Journal of Structural Engineering, Vol.128, 1202~1211.
8. Lekhnitskii, S.G. (1968) *Anisotropic Plates*, Gordon and Breach Science Publishers, New York.
9. Bleich, F. (1952) *Buckling of Metal Structures*, McGraw-Will, New York.
10. Kollar, L.P. (2003) *Local Buckling of Composite (FRP) Beam*, Journal of Structural Engineering,