Transactions of the KSNVE, 24(3) : 261~267, 2014
http://dx.doi.org/10.5050/KSNVE.2013.24.3.261

한국소음진동공학회논문집 제 24 권 제 3 호, pp. 261~267, 2014
ISSN 1598-2785(Print), ISSN 2287-5476(Online)

경사진 부분 탄성 지지부를 갖는 원통셸의 자유진동

Free Vibrations of Cylindrical Shells on Inclined Partial Elastic Foundation

박 경 조*·김 영 완†

Kyung-Jo Park and Young-Wann Kim

(Received January 16, 2014 ; Revised March 6, 2014 ; Accepted March 6, 2014)

Key Words : Vibration Characteristics(진동 특성), Pasternak Foundation(Pasternak형 탄성지지), Inclined Partial Elastic Foundation(경사진 부분 탄성지지), FSDT(1차 전단변형이론)

ABSTRACT

The free vibration characteristics of cylindrical shells on inclined partial elastic foundations are investigated by an analytical method. The cylindrical shell is partially surrounded by the elastic foundations, these are represented by the Winkler or Pasternak model. The area of elastic foundation is not uniform and varies along the axial direction of the shell. The motion of shell is represented by first-order shear deformation theory(FSDT) to account for rotary inertia and transverse shear strains. The governing equation is obtained using the Rayleigh-Ritz method and a variation approach. To validate the present method, the numerical example is presented and compared with the present FEA results. The numerical results reveal that the elastic foundation has significant effect on vibration characteristics.

1. 서 론

탄성 기초위에 놓인 원통셸은 항공우주, 원자로, 석유화학 플랜트, 해양 산업, 토목 및 기계설비 등의 많은 분야에서 중요한 구조요소로 사용되고 있다. 탄성지지부는 경우에 따라 부분적으로 셸을 지지하며 탄성지지부가 경사져 있거나 파이프 등과 같은 원통셸이 탄성지지부에 경사지게 놓일 수 있다. 한 예로 Fig. 1(a)에서처럼 지하에 매설된 파이프의 경우 지반 침하 등으로 인해 토양이 유실되어 파이프의 일부가 외부에 노출된다. 결과적으로 파이프는 불균일한 탄성지지가 되어 부분적으로 경사진 탄성지지부를 갖게 된다. 탄성 지지부가 불균일한 이들 구조물이 외부 하중에 의해 진동을 받게 되면 보다 쉽게 크랙이 발생될 수 있으며, 결과적으로 내용물의 유출 원인이 될 수 있다.

탄성지지된 구조물에 대해 많은 연구자들이 다양한 해석을 수행하였다. 그러나 탄성지지된 원통셸에 대한 대부분의 연구는 모든 영역이 탄성지지된 것을 주로 대상으로 삼았다[1~4]. 일부 연구자들이 부분 탄성지지된 사각판[5,6]이나 빔[7,8] 등에 대해 연구를 수행하였다. 원통셸의 경우 Gunawan 등은[9] 길이방향 및 원주방향으로 부분 탄성지지된 원통셸에 대해 유한요소법을 이용하여 진동해석을 수행하였으며, 이를 유체가 채워진 원통셸에

† Corresponding Author ; Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr
Tel : +82-061-659-7285, Fax : +82-061-659-7289
* Member, Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University

‡ Recommended by Editor SungSoo Na

ⓒ The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

대한 연구까지 확장하였다[10]. 또한 저자는[11] 원주방향 및 길이방향으로 부분 탄성 지지되고 유체가 채워진 원통셸에 대해 진동해석을 수행하였다. 그러나 원통셸에 대한 대부분의 연구에서 원주방향 탄성지지부의 크기가 위치에 관계없이 항상 일정한 것만을 고려하였다.

이처럼 대부분의 부분 탄성지지에 대한 연구는 탄성지지부의 영역이 일정한 것만을 고려하였다. 경사진 부분 탄성지지부를 갖는 원통셸에 대한 연구는 전무한 실정이다. 따라서 이 논문에서는 Fig. 1(b)에서처럼 탄성지지부의 크기가 축방향 위치에 따라 변하는 경사진 부분 탄성지지부를 갖는 원통셸에 대해 진동해석을 하고자 한다. 이 때 탄성지지부의 반경방향 강성 및 전단 강성을 모두 고려하는 Pasternak 형 탄성지지를 고려하였다. Rayleigh-Ritz법을 이용하여 운동방정식을 유도하였으며, 제안된 이론해의 타당성을 검증하기 위해 ANSYS를 이용한 유한요소 해석 결과와 비교/검토하였다.

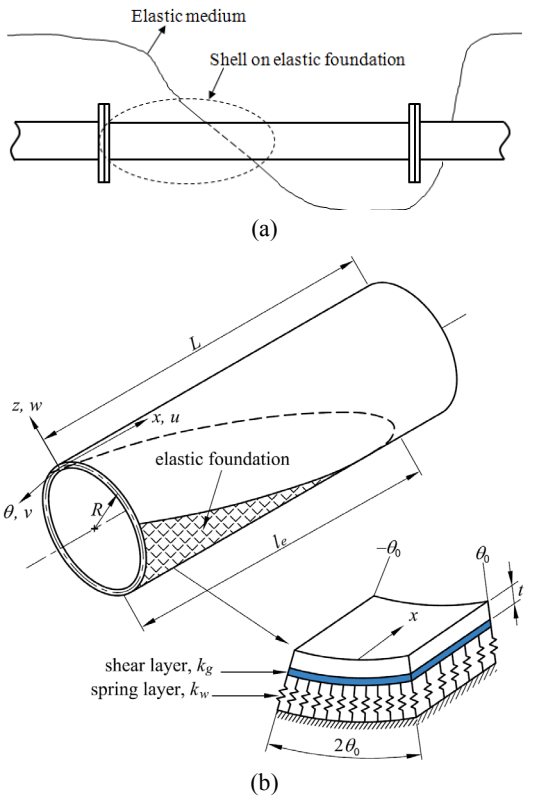


Fig. 1 Coordinate system for a cylindrical shell on a inclined partial elastic foundation

2. 수식화

Fig. 1(b)처럼 길이가 L, 평균 반지름이 R, 두께가 t인 탄성 지지된 원통셸을 고려하였다. 탄성 지지부는 셸의 외부와 접촉하고 있으며 원통셸의 왼쪽 끝단에서 가장 높고 길이방향을 따라 선형적으로 감소하는 것을 고려하였다. 탄성지지부와 접하는 축방향 길이를 l_e로, 원주방향 접촉각을 θ_0로 표현하였으며, θ=0를 기준으로 $-\theta_0 \sim \theta_0$에 걸쳐 지지된다. 탄성지지부가 경사져 있기 때문에 탄성지지부의 원주방향 접촉각 θ_0는 길이방향에 따라 달라진다.

원통셸에 대한 축방향(x), 원주방향(θ) 및 반경방향(z) 변위 u, v 및 w는 1차 전단변형이론을 적용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = u_0 + z\phi_\theta;\ v = v_0 - z\phi_x;\ w = w_0 \tag{1}$$

식에서 u_0, v_0 및 w_0는 중립면에 대한 각 방향 변위, ϕ_x와 ϕ_θ는 각각 x와 θ축에 대한 회전이다. 이들을 $\theta = 0$축에 대한 대칭 및 역대칭 진동형상이 포함될 수 있도록 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_\theta \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=0}^{N} \cos\omega_{mn} t \begin{Bmatrix} U_{mn}\cos\alpha_m x(\cos n\theta + \sin n\theta) \\ V_{mn}\sin\alpha_m x(\sin n\theta + \cos n\theta) \\ W_{mn}\sin\alpha_m x(\cos n\theta + \sin n\theta) \\ X_{mn}\cos\alpha_m x(\cos n\theta + \sin n\theta) \\ Y_{mn}\sin\alpha_m x(\sin n\theta + \cos n\theta) \end{Bmatrix} \tag{2}$$

여기서 U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}, X_{mn}, Y_{mn}는 진폭을 나타내는 상수이며, m 및 n은 축방향 및 원주방향 반파수(half wave number)이다. ω_{mn}은 (m,n)모드에서의 각진동수이다. 이 연구에서는 단순지지 경계조건을 갖는 원통셸을 고려하였으며, 이 때 축방향 진동모드를 표현하는 계수 $\alpha_m = m\pi/L$이다.

원통셸의 변형률은 식 (3), 응력성분은 식 (4)와 같다.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \{\epsilon_x \quad \epsilon_\theta \quad \gamma_{\theta z} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{x\theta}\}^T \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\,\boldsymbol{\epsilon} = \{\sigma_x \quad \sigma_\theta \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{x\theta}\}^T \tag{4}$$

식 (4)에서 $\mathbf{D}$는 응력과 변형률의 관계를 나타내는 구성행렬이다. 식 (3)에서의 내평면 변형률(ϵ)은 식

(5), 횡전단변형률(γ)은 식 (6)과 같이 표현된다.

$$\epsilon_x = u_{,x};\ \epsilon_\theta = \frac{1}{R}(v_{,\theta}+w);\ \gamma_{x\theta} = \frac{u_{,\theta}}{R}+v_{,x} \quad (5)$$

$$\gamma_{\theta z} = v_{,z}+\frac{1}{R}(w_{,\theta}-v);\ \gamma_{xz} = u_{,z}+w_{,x} \quad (6)$$

식에서 (,)는 공간미분($\partial/\partial X$)을 나타낸다.

고려된 셸에 대한 변형에너지 및 운동에너지는 다음과 같다.

$$U_S = \frac{1}{2}\int_{\Omega_S}\{\boldsymbol{\sigma}\}^T\{\boldsymbol{\epsilon}\}d\Omega_S \quad (7)$$

$$T_S = \frac{1}{2}\int_{\Omega_S}\rho\left[u_{,t}^2+v_{,t}^2+w_{,t}^2\right]d\Omega_S \quad (8)$$

여기서 $d\Omega_S = dxRd\theta dz$이다.

반경방향 강성 k_w과 전단강성 k_g를 갖는 Pasternak 형 탄성지지부에 원통셸 외부의 일부가 접촉하고 있을 때 탄성지지에 의한 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_{EF} = \frac{1}{2}\int_{A_{EF}}\left[k_w w^2+k_g\left(w_{,x}^2+\frac{w_{,\theta}^2}{R_o^2}\right)\right]dA_{EF} \quad (9)$$

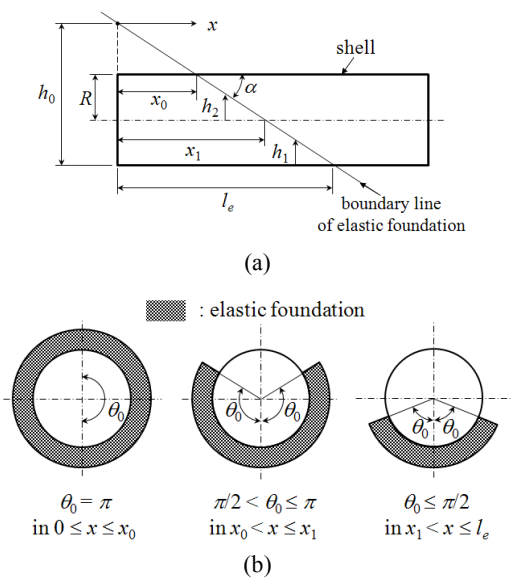


Fig. 2 Geometry of an inclined partial elastic foundation

여기서 A_{EF} 및 R_o는 각각 탄성지지부의 면적 및 셸의 바깥 반지름이다. 이 때 전단강성 k_g가 0인 경우에는 Winkler형 탄성지지가 된다.

탄성지지부의 원주방향 접촉각 θ_0는 원통셸의 길이 방향에 따라 달라진다. Fig. 2에서처럼 $x=0$에서 탄성지지부의 높이를 h_0라 할 때 탄성지지부는 길이 방향으로 α만큼 경사져 선형적으로 감소하는 것을 고려하였다. 그림에서 탄성지지 경계선을 따라 왼쪽 부분이 탄성지지된다. 원주방향으로 셸의 전체가 탄성지지되어 있는 $0 \sim x_0$ 사이는 접촉각 $\theta_0(x) = \pi$이다. 그리고 셸의 중심축까지의 영역 $x_0 \sim x_1$사이는 $\pi \sim \pi/2$이며, $x_1 \sim l_e$사이는 $\pi/2 \sim 0$이다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\theta_0(x) = \begin{cases} \pi & (0 \le x \le x_0) \\ \frac{\pi}{2}+\sin^{-1}\frac{h_2(x)}{R} & (x_0 < x \le x_1) \\ \cos^{-1}\frac{R-h_1(x)}{R} & (x_1 < x < l_e) \end{cases} \quad (10)$$

$$h_1(x) = h_0 - x\tan\alpha \quad (11)$$

$$h_2(x) = h_0 - R - x\tan\alpha \quad (12)$$

식에서 $h_0 < R$인 경우에는 식 (10)의 마지막 조건식이 적용되며, h_0가 $R \sim 2R$사이에 있으면 식 (10)의 두 번째 및 세 번째 조건식이 적용된다.

식 (9)는 원주방향 탄성지지부의 크기(접촉각)가 x에 따라 달라지기 때문에 직접 적분하는 것은 매우 복잡하다. 이를 해결하기 위해 탄성 지지부를 길이 방향으로 작은 영역으로 분할하여 각 영역이 탄성지지된 것으로 가정하여 적분을 수행한다. 따라서 식 (9)는 다음과 같이 변형시켜 적용할 수 있다.

$$U_{EF} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_e} b_e \int \delta(x-x_i) \left[k_w w^2+k_g\left(w_{,x}^2+\frac{w_{,\theta}^2}{R_o^2}\right)\right]dxR_o d\theta \quad (13)$$

여기서 N_e는 길이방향 탄성지지부를 $b_e = l_e/N_e$의 크기로 균일하게 나눈 등분수이며, x_i는 i-번째 미소 탄성지지부의 축방향 중심위치로 $(i-1/2)\,b_e$로 계산된다. 이 때 등분수에 따른 고유진동수의 수렴성을 사전에 검토하여 해석에 적용하였다.

이상으로부터 원통셸에 저장된 총 에너지는 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\Pi = U_S + U_{EF} - T_S \tag{14}$$

식 (14)에 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 식 (15)와 같은 탄성지지를 고려한 원통셸의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[\mathbf{M}\eta_{,tt} + \mathbf{K}\eta]\{\mathbf{d}\} = 0, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_{EF} \tag{15}$$

여기서 $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$는 각각 질량 및 강성행렬이며, $\mathbf{K} = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_{EF}$이다. 강성행렬에서 $\mathbf{K}_S$ 및 $\mathbf{K}_{EF}$는 셸 구조물 및 탄성지지부에 대한 강성행렬이다.

식 (15)에 Rayleigh-Ritz법을 적용하면 다음과 같은 고유치 문제가 된다.

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}]\,\mathbf{d} = 0 \tag{16}$$

식 (16)으로부터 계의 고유진동수 ω와 고유벡터 $\mathbf{d}$를 얻을 수 있으며, 고유벡터로부터 진동형상을 표현할 수 있다.

3. 수치결과

앞으로 제시될 수치예에서 고려된 셸의 재료는 다음과 같은 물성을 갖는다.

$$E = 210\text{GPa}, \quad \nu = 0.3, \quad \rho = 7850\,\text{kg/m}^3$$

해의 타당성을 검증하기 위해 추가적으로 수행한 유한요소 해석 결과를 Table 1에 이론해와 함께 제시하였다. 유한요소 해석에서는 범용 유한요소프로그램인 ANSYS를 이용하였으며, SHELL63 요소가 사용되었다. 여기서 탄성지지부의 끝단 높이 h_0는 1.2R, 경사각 α는 10°이며, k_w=10^{10} N/m^{3}이고 k_g =0 N/m인 탄성지지가 고려되었다. 식 (13)에서 사용될 탄성지지부의 등분수는 수렴성 검토를 한 후 N_e =60으로 하였다. 셸은 $R/t = 100$ 및 $L/R = 5$의 기하형상을 갖는다. 이 기하형상은 다른 수치예에서도 특별한 언급이 없는 한 그대로 사용하였다. 표에 나타난 것처럼 고려된 모든 모드에 대해 두 해석 결과가 매우 잘 일치한다. 전반적으로 이론해가 유한요소해보다 약간 큰 값을 제시하고 있으며, 그 최대 차이는 약 2 %정도이다.

Table 1 Comparison of the dimensionless frequency parameters of the cylindrical shell on an inclined partial elastic foundation

Mode	Symmetric mode			Antisymmetric mode		
	Analysis	FEM	R.E.*	Analysis	FEM	R.E.*
1	2.0172	2.0063	0.54	1.8922	1.8891	0.14
2	3.1325	3.1050	0.86	3.0109	2.9945	0.48
3	3.5482	3.5313	0.49	3.6281	3.6179	0.30
4	4.2316	4.1895	1.06	4.3706	4.3333	0.84
5	4.8810	4.8453	0.79	4.9482	4.9355	0.27
6	5.2478	5.2156	0.68	5.1583	5.1497	0.18
7	5.5346	5.4808	0.91	5.7679	5.7636	0.07
8	6.3218	6.2457	1.29	6.0372	5.9971	0.66
9	6.7900	6.7602	0.40	6.6864	6.6275	0.88
10	7.0789	6.9449	1.99	6.8085	6.7636	0.66

* $\text{Relative Error} = \dfrac{\text{Analysis} - \text{FEM}}{\text{FEM}} \times 100$

앞으로의 해석에서는 탄성지지부의 강성과 고유진동수를 다음과 같이 무차원화하여 사용하였다.

$$k_w^* = \frac{k_w R^4}{D}, \; k_g^* = \frac{k_g R^2}{D}, \; \Omega = \frac{\omega R^2}{\pi^2\sqrt{D/\rho t}} \tag{17}$$

여기서 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$로 셸의 굽힘강성계수 이다. 수치예에서 사용된 기본진동수(최저차 고유진동수) 비는 탄성 지지된 셸의 고유진동수 (Ω_W, Ω_P)를 탄성 지지되지 않은 셸의 고유진동수 Ω_N으로 나눈 값으로 Ω_W는 Winkler형 탄성지지($k_w \neq 0$, $k_g = 0$)된 경우의 고유진동수, Ω_P는 Pasternak형 탄성지지 ($k_g \neq 0$)된 경우의 고유진동수이다.

Fig. 3에서는 탄성지지된 원통셸에 대해 탄성지지부의 반경방향 강성 k_w에 따른 기본진동수의 변화를 나타냈다. 이 때 전단강성 k_g는 고려하지 않았다. 고려된 탄성지지 조건은 탄성지지부의 높이 $h_0 = 0.5R$, R 및 $1.5R$이며 탄성지지부의 경사각 α=10° 이다. 탄성지지가 없는 경우 대칭 및 역대칭 모드에서의 고유진동수는 서로 같으며 고려된 셸의 기본진동수 매개변수 Ω_N=1.5547이며 기본진동수는 (m,n) = (1,3)에서 나타난다. 그림에서 S-mode는 대칭 모드, A-mode는 역대칭 모드를 나타낸다. 그림에서처럼 반경방향 강성이 증가함에 따라 기본진동수가 초기에는 크게 증가하지만 어느 이상이 되면 증분은 감소하여 일정한 값으로 접근을 할 것으로 판단된다. 탄성지지

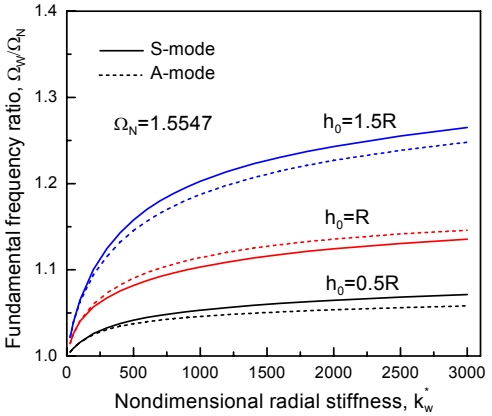


Fig. 3 Effect of radial stiffness of Winkler elastic foundation ($k_g^* = 0$)

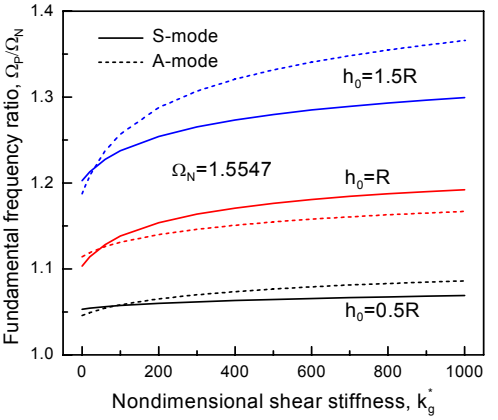


Fig. 5 Effect of shear stiffness of Pasternak elastic foundation ($k_w^* = 1000$)

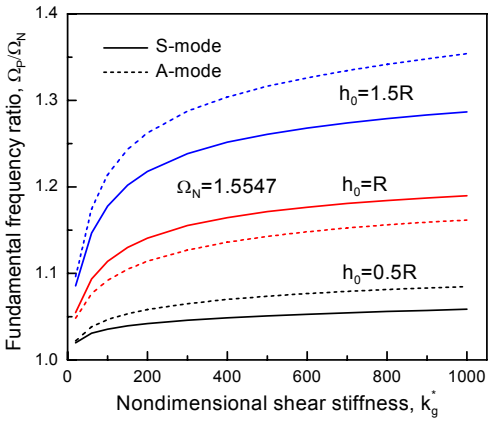


Fig. 4 Effect of shear stiffness of Pasternak elastic foundation ($k_w^* = 0$)

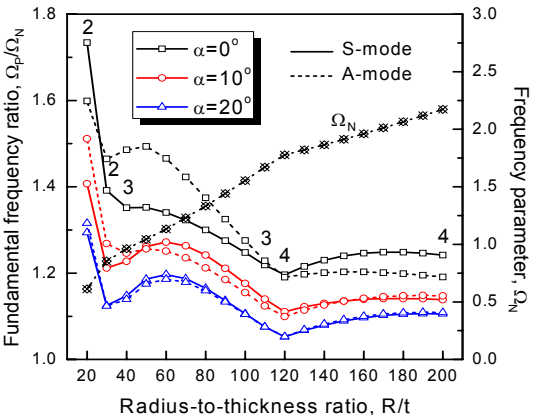


Fig. 6 Effect of radius-to-thickness ratio($k_w^* = 1000$, $k_g^* = 500$)

부의 크기가 커질수록(h_0가 클수록 지지부의 크기가 큼) 기본진동수가 커지는 것을 볼 수 있다. 또한 대칭모드와 역대칭 모드에 대한 기본진동수는 강성이 커짐에 따라 전반적으로 그 차이도 커지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 4에서는 전단강성 k_g에 따른 영향을 나타낸 것으로 반경방향 강성은 고려하지 않았다. 반경방향 강성에 따른 거동에서와 같이 전단강성이 증가함에 따라 초기에는 기본진동수가 크게 증가하다가 거의 일정한 값으로 접근을 한다. 또한 탄성지지부가 클수록 기본진동수가 증가한다. 그리고 대칭 모드와 역대칭 모드간의 차이는 강성 증가와 함께 증가를 한다. 진동수에 미치는 영향이 반경방향 강성보다 크게 작용하여 대칭 모드와 역대칭 모드의 기본진동수간의 차이가 크게 나타난다. 이와 같은 현상은 Fig. 5에서도 확인할 수 있다. Fig. 3과 Fig. 4로부터 탄성지지강성이 대칭 및 역대칭 모드에 미치는 상대적인 영향은 탄성지지부의 크기에 따라 달라진다. 그림에서처럼 탄성지지부 높이에 따라 강성이 대칭모드에 크게 영향을 주어 역대칭 모드보다 기본진동수 증가가 크지만 어느 경우에는 반대 경향이 나타난다.

Fig. 5는 k_w^*=1000일 때 전단강성 k_g에 따른 영향을 나타낸 것으로 k_g가 고려되지 않았을 때의 대칭모드 및 역대칭 모드에서의 기본진동수 대소관계가 k_g를 고려함으로써 역전되는 현상을 볼 수 있다. 탄성지지부가 클수록 작은 전단강성에서 일찍

역전 현상이 나타난다. 즉, $h_0=1.5R$인 경우 k_g^* =30, $h_0=0.5R$인 경우 k_g^*=90에서 역전 현상이 나타난다. 이는 전단강성의 영향이 탄성지지부가 클수록 크다는 것을 의미한다. 이상에서처럼 탄성지지부의 전단강성이 반경방향강성보다 탄성 지지된 셸의 기본진동수에 미치는 영향이 크다는 것을 알 수 있다.

Fig. 6에서는 k_w^*=1000, k_g^*=500의 강성을 갖는 Pasternak형 탄성지지 원통셸에 대해 반경 대 두께비 (R/t)에 따른 기본진동수 거동을 보이고 있다. 이 때 고려된 탄성지지 높이 $h_0=R$이며, 경사각은 0˚, 10˚ 및 20˚로 3가지가 고려되었다. 곡선 위의 숫자는 기본진동수가 나타나는 원주방향 반파수 n을 나타나며, R/t의 변화에 따라 n이 변하는 시작 및 마지막 부분을 나타냈다. 그림에서처럼 R/t가 커질수록 전반적으로 기본진동수비는 감소하는 거동을 한다. 기본진동수비의 감소의미는 R/t가 클수록 즉, 두께가 얇을수록 탄성지지의 영향이 작다는 의미이다. 또한 기본진동수비의 증감 구간이 반복되는 것을 볼 수 있다. 이는 기본진동수가 나타나는 진동형상에서 원주방향 반파수가 R/t의 변화에 따라 달라지기 때문에 나타나는 현상이다. 그림에서 R/t에 따라 기본진동수가 나타나는 n이 달라지는 것을 볼 수 있다. R/t에 따른 원주방향 진동형상을 Table 2에서 확인할 수 있다. 한편 대칭 모드 및 역대칭 모드의 기본진동수 크기가 R/t에 따라 서로 역전되는 것을 볼 수 있다. 한 예로 α=10˚인 경우 초기($R/t \leq 40$)에는 역대칭 모드 진동수가 대칭 모드 진동수보다 크지만, 50~140의 R/t에서는 반대로 대칭 진동수가 역대칭 진동수보다 큰 값을 갖는다. 이는 원주방향 모드 변화에 따라 이와 같은 현상이 나타나는 것으로 판단된다.

Table 2 Circumferential mode-shapes at $x=0.5L$ and fundamental frequency parameters

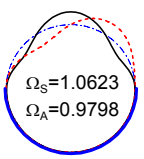
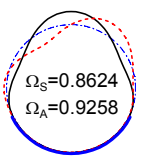
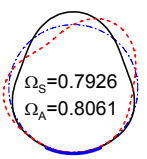
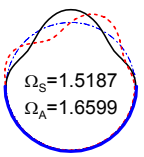
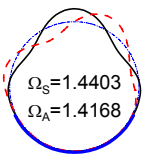
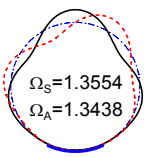
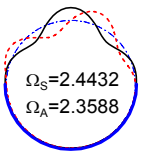
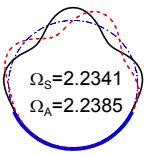
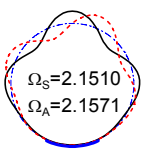
R/t	α=0˚	α=10˚	α=20˚
20			
60			
160			

Table 2는 Fig. 6에서 고려된 R/t=20, 60, 160인 원통셸에 대해 $x=0.5L$에서의 원주방향 진동형상을 기본진동수 매개변수와 함께 제시하였다. 그림에서 굵은 실선은 탄성 지지부를 나타내며, 일점쇄선은 변형 전의 형상, 실선은 대칭, 점선은 역대칭 진동형상을 나타낸다. 제시된 진동형상에서처럼 부분 탄성지지부의 영향으로 탄성지지부에서의 변위는 거의 나타나지 않는 것을 볼 수 있다. 실질적으로 제시된 진동형상으로부터 원주방향 진동형상의 반파수 n을 정확히 파악할 수는 없지만 탄성지지가 없는 셸의 진동형상이나 탄성지지부가 많지 않은 다른 지점에서의 형상으로부터 확인할 수 있었다.

4. 결 론

경사진 Pasternak형 부분 탄성지지된 원통셸에 대한 진동해석을 수행하여 그 결과를 유한요소해와 비교하여 적용 이론의 타당성을 입증하였으며, 몇 가지 수치 예를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 탄성지지부의 크기 및 탄성지지 강성이 클수록 진동수가 커지며, 대칭 및 역대칭 모드간의 기본진동수 차이도 커진다.

(2) 탄성지지부의 강성이 대칭모드 및 역대칭 모드 기본진동수에 미치는 상대적 영향은 탄성지지부의 크기에 따라 달라진다.

(3) 탄성지지부의 전단강성이 반경방향 강성보다 기본진동수에 미치는 영향이 크다.

(4) 원통셸의 반경 대 두께비가 커질수록 탄성지지에 따른 기본진동수 증가 효과는 감소한다.

(5) 제안된 방법을 이용하여 탄성지지부 효과가 포함된 진동형상을 쉽게 표현할 수 있다.

References

(1) Paliwal, D. N., Pandey, R. K. and Nath, T., 1996, Free Vibrations of Circular Cylindrical Shell on Winkler and Pasternak Foundation, Int. J. of Pressure Vessels and Piping, Vol. 69, No. 1, pp. 79~89.

(2) Sheng, G. G. and Wang, X., 2008, Thermal Vibration, Buckling and Dynamic Stability of Functionally Graded Cylindrical Shells Embedded in an Elastic Medium, J. of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 27, No. 1, pp. 17~34.

(3) Malekzadeh, P., Farid, M., Zahedinejad, P. and Karami, G., 2008, Three-dimensional Free Vibration Analysis of Thick Cylindrical Shells Resting on Two-parameter Elastic Supports, J. of Sound and Vibration, Vol. 313, No. 3~5, pp. 655~675.

(4) Shen, H.-S., 2012, Nonlinear Vibration of Shear Deformable FGM Cylindrical Shells Surrounded by an Elastic Medium, Composite Structures, Vol. 94, No. 3, pp. 1144~1154.

(5) Motaghian, S. E., Mofid, M. and Akin, J. E., 2012, On the Free Vibration Response of Rectangular Plates, Partially Supported on Elastic Foundation, Applied Mathematical Modelling, Vol. 36, No. 9, pp. 4473~ 4482.

(6) Jahromi, H. N., Aghdam, M. M. and Fallah, A., 2013, Free Vibration Analysis of Mindlin Plates Partially Resting on Pasternak Foundation, Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 75, No. 1, pp. 1~7.

(7) Motaghian, S. E., Mofid, M. and Alanjari, P., 2011, Exact Solution to Free Vibration of Beams Partially Supported by an Elastic Foundation, Scientia Iranica A, Vol. 18, No. 4, pp. 861~866.

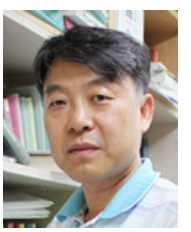
(8) Lofrano, E., Paolone, A. and Ruta, G., 2012, Stability of Non-trivial Equilibrium Paths of Beams on a Partially Visco-elastic Foundation, Acta Mechanica, Vol. 223, No. 10, pp. 2183~2195.

(9) Gunawan, H., Mikami, T., Kanie, S. and Sato M., 2006, Free Vibration Characteristics of Cylindrical Shells Partially Buried in Elastic Foundations, J. of Sound and Vibration, Vol. 290, No. 3~5, pp. 785~793.

(10) Gunawan, H., Mikami, T., Kanie S. and Sato M., 2005, Free Vibrations of Fluid-filled Cylindrical Shells on Elastic Foundations, Thin-walled Structures, Vol. 43, No. 11, pp. 1746~1762.

(11) Jung, K. and Kim, Y.-W., 2012, Free Vibrations of Fluid-filled Cylindrical Shells on Partial Elastic Foundations, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 22, No. 8, pp. 763~770.

Kyung-Jo Park received the B.S. degree in Dept. of Mechanical Engineering from Seoul National University in 1986, and the M.S. and the Ph.D. degrees from KAIST in 1988 and 1993, respectively. He is currently working in Chonnam National University as a professor of the mechanical design engineering. His research interests include the NDE using the guided waves, acoustic emissions, signal processing and backup bearing design for high-speed energy storage systems.



Young-Wann Kim received his Ph.D. degree from Chungnam National University in 1997. He is a professor of department of mechanical design engineering, Chonnam National University. His research interest includes the structural dynamics & vibration, FSI problems.