

매입형 영구자석 동기전동기 상수의 추정 및 적응제어기법

양현석^{1*}

¹홍익대학교 전자전기공학부

Parameter estimation and adaptive control of permanent magnet synchronous motors

Hyunsuk Yang^{1*}

¹School of Electronic and Electrical Engineering, Hongik University

요 약 매입형 영구자석 동기전동기의 제어기법으로 많이 사용되는 단위전류 당 최대 토크제어기법이 제대로 적용 되려면 전동기의 고정자 저항, 인덕턴스의 값, 그리고 영구자석에 의해 형성되는 쇄교 자속과 같은 전동기 상수들의 값을 정확히 알아야 한다. 이러한 상수들의 값은 내부 온도 및 전류 등의 변화에 따라 계속 변하기 때문에 정확하게 추정하기가 매우 어렵다. 본 논문에서는 적응제어기법을 이용하여 이러한 상수들의 값을 추정하는 알고리즘을 제시한다. 제시하는 알고리즘은 MRAS(Model Reference Adaptive System)기법으로 실제 전류의 값을 이용하여 상수들을 추정하게 된다. 제시하는 알고리즘의 우수성은 시뮬레이션을 통해 입증하도록 한다.

Abstract Maximum torque per ampere vector controller is widely used to control permanent magnet synchronous motors. For the controller to work properly, it is important to know the exact values of motor parameters such as a stator resistance, inductances, and the flux linkage of the permanent magnet. In this paper, an adaptive control algorithm is proposed to estimate these parameters using MRAS(Model Reference Adaptive System). Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Key Words : Permanent magnet synchronous motor, Adaptive control, Parameter estimation.

1. 서론

1980년대에 들어서면서 매입형 영구자석 동기전동기는 고효율, 고효율의 특성으로 산업체 전반에 걸쳐 브러쉬나 정류자에 따른 단점이 있는 DC 모터를 대신하여 그 사용이 확대되어 가고 있으며 이에 대한 연구도 활발하게 진행되고 있다[1,2]. 하지만 매입형 영구자석 동기전동기의 고성능이 보장되기 위해서는 고정자 저항이나 인덕턴스의 값 등과 같은 기기의 여러 상수의 값을 정확히 알아야 한다. 왜냐하면 동기전동기의 제어기법으로 많이 사용되는 단위전류 당 최대 토크 벡터 제어기법 등과 같은 제어기법에 이러한 상수들의 값이 사용되기 때문이다. 고

정자 저항은 연속 운전 시 기기의 온도에 따라 그 값이 크게는 70%까지 변동되며 인덕턴스의 경우는 50%까지도 변동한다[3,4]. 이러한 상수의 변동은 사용하는 제어기법에 오차를 유발하여 최대 토크를 얻고자 하는 제어가 제대로 이루어지지 않아 전동기의 성능을 떨어뜨리게 된다.

이러한 상수의 변동에 대처하기 위해서는 상수의 값을 추정하면서 제어하는 기법이 제시되어야 하는데 이 상수의 일부는 비선형 관계에 있어 한 번에 모든 상수를 추정하기는 어렵다. 현재까지 제시된 기법은 색인표를 오프라인으로 만들어 사용하는 기법과 상수 중 일부만 추정하는 방식이 있다. 오프라인 방식은 전동기 상수들의 값을 정지와 포화상태에서 각각 측정하여 표를 만든 후 안정

본 논문은 2012 홍익대학교 학술진흥연구비 지원으로 수행되었음.

*Corresponding Author : Hyunsuk Yang(Hongik Univ.)

Tel: +82-2-320-1653 email: hsyang@hongik.ac.kr

Received December 13, 2013

Revised (1st January 9, 2014, 2nd January 28, 2014)

Accepted February 5, 2014

상태에서 표준좌표계나 회전좌표계에서의 상수 값들이 이 표를 이용하여 추정하여 같은 표에 저장하여 표를 완성하고 전동기를 제어할 때 해당 구간에서의 상수의 값을 이 표를 참조하여 제어기를 제공하는 방법이다[5-7].

실시간으로 추정 가능한 상수를 제외한 나머지 상수는 오프라인 기법으로 작성한 표를 사용하는 제어기법도 제시되었다[8,9]. [10]에서는 고정자 저항과 인덕턴스의 상호 간섭에 의한 부정확성을 보완하기 위해서 직접적으로 인덕턴스 값만 추정하여 보상하는 기법을 제시하였다. 여기에서는 고정자 저항과 쇄교 자속의 상수는 알고 있다고 가정하였다. 전동기 상수를 실시간으로 모두 추정하는 제어기법이 [11,12]에서 제시되었다. [11]에서는 온도의 영향을 받아 상대적으로 천천히 값이 변하는 고정자 저항과 쇄교 자속, 그리고 전류의 영향으로 빠르게 변하는 인덕턴스들을 구분하여 인덕턴스의 추정은 빠른 알고리즘으로, 저항과 쇄교 자속은 느린 알고리즘으로 분리한 후 RLS(recursive least square) 알고리즘을 이용한 적응제어 기법을 제시하였다. 일반적으로 적응제어기법에서는 수렴하는 것이 이론적으로 입증되어야 하는데, RSL 기법의 경우 이론적으로 입증이 안 되어도 오차가 크지 않은 장점으로 이 기법이 많이 사용되고 있다. [11]의 경우 시뮬레이션의 결과에서 수렴하는데 4초 이상 걸리거나 일부의 예제에서 수렴하지 않는 경우가 발생하였다. [12]에서는 빠르게 변하는 인덕턴스를 먼저 추정하고 그 다음 고정자 저항을 추정하는 기법을 제시하였다. 이 논문에서는 인덕턴스의 추정 기법에 대한 이론적인 타당성이 제시되지 않았고 고정자 저항을 추정할 때 인덕턴스의 추정치를 사용하지 않고 실제 값을 사용했다는 문제점이 있다. 이에 따라 시뮬레이션에서 고정자 저항과 인덕턴스의 추정치에 오차가 발생하였다.

본 논문에서는 Lyapunov 함수를 이용하는 새로운 방식의 적응제어 기법을 제시한다. 전동기 상수들이 비선형 관계에 있어 일반적인 적응제어 방식을 적용할 수 없으므로 선형의 관계를 만족하도록 새로운 변수를 도입한 후 이 변수를 이용하여 추정하고 자 하는 전동기의 상수 값을 구하는 수식을 제시한다. 2장에서는 매입형 영구자석 동기 전동기의 모델을 소개하고 3장에서 적응제어 알고리즘과 수렴성에 대한 이론적인 증명을 제시한다. 4장에서는 이 알고리즘의 시뮬레이션 결과를 제시하여 알고리즘의 타당성을 보이고 5장에서 결론을 맺기로 한다.

2. 시스템 모델

매입형 영구자석 동기 전동기는 Park's 변환을 이용하여 $d-q$ 변환하면 다음과 같이 표현된다[13].

$$\begin{aligned} v_q &= R_s i_q + L_q \dot{i}_q + w_r L_d i_d + w_r \lambda_m \\ v_d &= R_s i_d + L_d \dot{i}_d - w_r L_q i_q \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 v_d, v_q 는 d 와 q 축 전압, i_d, i_q 는 d 와 q 축 전류, w_r 은 회전자의 각속도, R_s 는 고정자 저항, L_d 와 L_q 는 각각 고정자의 d 와 q 축 인덕턴스, 그리고 λ_m 은 영구자석의 쇄교 자속 상수이다. 이 식을 상태방정식으로 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_q &= -\frac{R_s}{L_q} i_q - w_r \frac{L_d}{L_q} i_d + \frac{1}{L_q} v_q - \frac{\lambda_m}{L_q} w_r \\ \dot{i}_d &= w_r \frac{L_q}{L_d} i_q - \frac{R_s}{L_d} i_d + \frac{1}{L_d} v_d \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 추정하고 자 하는 상수는 R_s, L_d, L_q , 그리고 λ_m 이다. 매입형 영구자석 동기전동기의 제어는 일반적으로 단위전류 당 최대 토크 제어방식이 적용되는데 이 방법에서는 L_d 와 L_q , 그리고 λ_m 의 값에 대한 정보가 필요하다[4]. 또한 전류 i_d, i_q 들을 추정하기 위해서는 R_s 의 값도 필요하다.

상태방정식은 이 변수들이 곱해지거나 나누어진 값들로 구성된 행렬의 식이 되어 기존의 모든 적응제어 방식을 적용할 수 없는 비선형 형태로 되어 있다. 따라서 단순한 변수의 수식으로 변경하기 위해 다음과 같은 변수를 사용하기로 한다.

$$\begin{aligned} \alpha &= [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_7] \\ &= [1/L_q \quad 1/L_d \quad R_s/L_q \quad R_s/L_d \quad L_d/L_q \quad L_q/L_d \quad \lambda_m/L_q] \\ &= [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad R_s \alpha_1 \quad R_s \alpha_2 \quad \alpha_1/\alpha_2 \quad \alpha_2/\alpha_1 \quad \lambda_m \alpha_1] \end{aligned} \quad (3)$$

그러면 상태방정식 (2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{i}_s = \begin{bmatrix} \dot{i}_q \\ \dot{i}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_3 - \alpha_5 w_r \\ \alpha_6 w_r - \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r \quad (4)$$

다음과 같이 α 의 추정치 $\hat{\alpha}$ 을 정의한다.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \dots \quad \hat{\alpha}_7]^T \\ &= [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \hat{R}_s \hat{\alpha}_1 \quad \hat{R}_s \hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_1/\hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_2/\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\lambda}_m \hat{\alpha}_1] \end{aligned} \quad (5)$$

3장에서는 $\alpha_i, i=1, \dots, 7$ 을 추정한 $\hat{\alpha}_i, i=1, \dots, 7$ 로부터 원하는 전동기의 상수를 구하는 방법이 제시된다.

$\hat{i}_s = \begin{bmatrix} \hat{i}_q \\ \hat{i}_d \end{bmatrix}$ 을 i_s 의 추정치로, $e_s = \begin{bmatrix} e_q \\ e_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_q - \hat{i}_q \\ i_d - \hat{i}_d \end{bmatrix}$ 을 전류의 오차로 정의한다. \hat{i}_s 의 상태방정식을 다음과 같이 정의한다. 여기에서 k_1 과 k_2 는 임의의 양의 실수이다.

$$\dot{\hat{i}}_s = \begin{bmatrix} -\hat{\alpha}_3 & -\hat{\alpha}_5 w_r \\ \hat{\alpha}_6 w_r & -\hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_q \\ \hat{i}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 & 0 \\ 0 & \hat{\alpha}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r + \begin{bmatrix} k_1 \hat{\alpha}_3 & -\hat{\alpha}_5 w_r \\ \hat{\alpha}_6 w_r & k_2 \hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} e_s \quad (6)$$

변수의 오차를 $\Delta\alpha_i = \alpha_i - \hat{\alpha}_i, i=1, \dots, 7$ 로 정의한다. 식 (2)에서 (6)를 빼면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_s &= \begin{bmatrix} -\alpha_3 & -\alpha_5 w_r \\ \alpha_6 w_r & -\alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\hat{\alpha}_3 & -\hat{\alpha}_5 w_r \\ \hat{\alpha}_6 w_r & -\hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_q \\ \hat{i}_d \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 & 0 \\ 0 & \Delta\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\alpha_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r \\ &- \begin{bmatrix} k_1 \hat{\alpha}_3 & -\hat{\alpha}_5 w_r \\ \hat{\alpha}_6 w_r & k_2 \hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} e_s \\ &= \begin{bmatrix} -(1+k_1)\hat{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & -(1+k_2)\hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} e_s - \begin{bmatrix} \Delta\alpha_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r \\ &+ \begin{bmatrix} -\Delta\alpha_3 & -\Delta\alpha_5 w_r \\ \Delta\alpha_6 w_r & -\Delta\alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 & 0 \\ 0 & \Delta\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

3장에서 전류 오차 e_s 가 0으로 수렴하고 각 변수의 오차 $\Delta\alpha_i, i=1, \dots, 7$ 이 0으로 수렴하게 하는 $\hat{\alpha}_i, i=1, \dots, 7$ 의 업데이트 룰을 제시한다.

3. 적응제어 알고리즘

전류의 오차를 나타내는 수식(7)의 상태방정식에서 행렬 $\hat{A} = \begin{bmatrix} -(1+k_1)\hat{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & -(1+k_2)\hat{\alpha}_4 \end{bmatrix}$ 의 특성방정식을 구하면 $(s+(1+k_1)\hat{\alpha}_3)(s+(1+k_2)\hat{\alpha}_4) = 0$ 이 된다. $\hat{R}_s, \hat{L}_q, \hat{L}_d$ 는 모두 양의 실수이므로 $\hat{\alpha}_3, \hat{\alpha}_4 > 0$ 이 성립하여 행렬 \hat{A} 의 고유치는 모두 음의 실수 값이 된다. P 를 임의의 대각선 행렬 $\begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, a_{11}, a_{22} > 0$ 이라 하면

$$\hat{A}^T P + P \hat{A} = \begin{bmatrix} -2a_{11}(1+k_1)\hat{\alpha}_3 & 0 \\ 0 & -2a_{22}(1+k_2)\hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} = -Q$$

가 되어 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} e_s^T (A^T P + P A) e_s &= -e_s^T Q e_s \\ &= -2a_{11}(1+k_1)\hat{\alpha}_3 \|e_q\|^2 - 2a_{22}(1+k_2)\hat{\alpha}_4 \|e_d\|^2 \end{aligned}$$

k_1, k_2 이나 a_{11}, a_{22} 의 값이 클수록 오른쪽 항은 더 큰 음수 값이 되며 이는 아래 Lyapunov 함수가 얼마나 빨리 감소하는 지를 결정하게 된다. Lyapunov 함수를 다음과 같이 고려한다.

$$V = \frac{1}{2} (e_s^T P e_s + \Delta\alpha^T R \Delta\alpha) = \frac{1}{2} (e_s^T P e_s + \sum_{i=1}^7 r_i |\Delta\alpha_i|^2) \quad (8)$$

여기에서 행렬 R 은 i 번째 대각선 원소 r_i 가 양수인 diagonal 행렬로 r_i 들은 $\Delta\alpha_i$ 의 가중치로 사용된다. r_i 는 상수로 미분치가 0이다. α_i 들은 온도 변화 등의 이유로 변하므로 실제로는 미분이 0이 아니지만 알고리즘의 시간에 비해서는 매우 천천히 변하는 값이므로 미분 값을 0으로 가정할 수 있다. 그러면 $\dot{\Delta\alpha} = \dot{\alpha} - \dot{\hat{\alpha}} = -\dot{\hat{\alpha}}$ 이 성립한다. 수식(8)을 시간에 대해 미분하면 다음을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} e_s^T (\hat{A}^T P + P \hat{A}) e_s + e_s^T P \begin{bmatrix} -\Delta\alpha_3 & -\Delta\alpha_5 w_r \\ \Delta\alpha_6 w_r & -\Delta\alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} \\ &+ e_s^T P \left(\begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 & 0 \\ 0 & \Delta\alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\alpha_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r \right) - \dot{\alpha}^T R \Delta\alpha \\ e_s^T P &= [e_{1p} \quad e_{2p}] \text{라 하면 이 식은 다음과 같게 된다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e_s^T Q e_s - e_{1p} \Delta\alpha_3 i_q + e_{2p} \Delta\alpha_6 w_r i_q \\ &- e_{1p} \Delta\alpha_5 w_r i_d - e_{2p} \Delta\alpha_4 i_d + e_{1p} \Delta\alpha_1 v_q \\ &+ e_{2p} \Delta\alpha_2 v_d - e_{1p} \Delta\alpha_7 w_r - \dot{\hat{\alpha}}_1 r_1 \Delta\alpha_1 \\ &- \dot{\hat{\alpha}}_2 r_2 \Delta\alpha_2 - \dot{\hat{\alpha}}_3 r_3 \Delta\alpha_3 - \dot{\hat{\alpha}}_4 r_4 \Delta\alpha_4 \\ &- \dot{\hat{\alpha}}_5 r_5 \Delta\alpha_5 - \dot{\hat{\alpha}}_6 r_6 \Delta\alpha_6 - \dot{\hat{\alpha}}_7 r_7 \Delta\alpha_7 \end{aligned} \quad (9)$$

각 변수의 업데이트 방법을 아래와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\alpha}}_1 &= \frac{1}{r_1} e_{1p} v_q \\ \dot{\hat{\alpha}}_2 &= \frac{1}{r_2} e_{2p} v_d \\ \dot{\hat{\alpha}}_3 &= \frac{d}{dt} (\hat{R}_s \hat{\alpha}_1) = \dot{\hat{R}}_s \hat{\alpha}_1 + \hat{R}_s \dot{\hat{\alpha}}_1 = -\frac{1}{r_3} e_{1p} i_q \\ \dot{\hat{\alpha}}_4 &= \frac{d}{dt} (\hat{R}_s \hat{\alpha}_2) = \dot{\hat{R}}_s \hat{\alpha}_2 + \hat{R}_s \dot{\hat{\alpha}}_2 = -\frac{1}{r_4} e_{2p} i_d \\ \dot{\hat{\alpha}}_5 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2} \right) = \frac{1}{\hat{\alpha}_2} \dot{\hat{\alpha}}_1 - \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2^2} \dot{\hat{\alpha}}_2 = -\frac{1}{r_5} w_r e_{1p} i_d \\ \dot{\hat{\alpha}}_6 &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_1} \right) = -\frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_1^2} \dot{\hat{\alpha}}_1 + \frac{1}{\hat{\alpha}_1} \dot{\hat{\alpha}}_2 = \frac{1}{r_6} w_r e_{2p} i_q \\ \dot{\hat{\alpha}}_7 &= \frac{d}{dt} (\hat{\lambda}_m \hat{\alpha}_1) = \dot{\hat{\lambda}}_m \hat{\alpha}_1 + \hat{\lambda}_m \dot{\hat{\alpha}}_1 = -\frac{1}{r_7} e_{1p} w_r \end{aligned} \quad (10)$$

(10)의 업데이트 룰을 수식 (9)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e_s^T Q e_s \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|e_s\|^2 < 0 \text{이 되어 } t \rightarrow \infty \\ \text{일 때 } \|e_s\| &\rightarrow 0 \text{이 성립한다. 여기에서 } \lambda_{\min}(Q) \text{는 행렬 } Q \text{의 최소 고유치를 의미한다. } e_s \text{의 상태방정식 (7)로부터 } \|e_s\| \rightarrow 0 \text{이 성립하기 위해서는 입력부분이 0으로 수렴해야 한다. 즉,} \end{aligned}$$

$$\left\| \begin{bmatrix} -\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_2 w_r \\ \Delta\alpha_3 w_r - \Delta\alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\alpha_5 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q \\ v_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\alpha_7 \\ 0 \end{bmatrix} w_r \right\| \rightarrow 0$$

이 성립해야 한다. 일반적으로 $\hat{i}_d, \hat{i}_q, v_q, v_d, w_r$ 들은 0

으로 수렴하는 신호가 아니므로 $\|e_s\| \rightarrow 0$ 이 성립하려면 $|\Delta\alpha_i|$, $i = 1, \dots, 7$ 들도 0으로 수렴하여야 한다. 이 결과는 $\hat{\alpha}_i$, $i = 1, \dots, 7$ 의 업데이트 법칙인 수식 (10)을 적용하는 경우에 성립하게 되는데 실질적으로 추정하고 자 하는 전동기 상수들은 $(\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m)$ 이므로 수식 (10)을 이용하여 $(\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m)$ 의 업데이트 방법이 제시되어야 한다.

수식 (10)을 정리하면 다음과 같다. 여기에서 $\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m$ 은 모두 양의 실수이다.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hat{\alpha}_1 & \hat{R}_s & 0 & 0 \\ \hat{\alpha}_2 & 0 & \hat{R}_s & 0 \\ 0 & \frac{1}{\hat{\alpha}_2} - \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_1^2} & \frac{1}{\hat{\alpha}_1} & 0 \\ 0 & \hat{\lambda}_m & 0 & \hat{\alpha}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{R}}_s \\ \dot{\hat{\alpha}}_1 \\ \dot{\hat{\alpha}}_2 \\ \dot{\hat{\lambda}}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{1p}v_q/r_1 \\ e_{2p}v_d/r_2 \\ -e_{1p}i_q/r_3 \\ -e_{2p}i_d/r_4 \\ -w_r e_{1p}i_d/r_5 \\ w_r e_{2p}i_q/r_6 \\ -e_{1p}w_r/r_7 \end{bmatrix} \quad (11)$$

이 식을 간편한 모양인 $M \begin{bmatrix} \dot{\hat{R}}_s \\ \dot{\hat{\alpha}}_1 \\ \dot{\hat{\alpha}}_2 \\ \dot{\hat{\lambda}}_m \end{bmatrix} = N$ 으로 표현하고 업데이트 룰을

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{R}}_s \\ \dot{\hat{\alpha}}_1 \\ \dot{\hat{\alpha}}_2 \\ \dot{\hat{\lambda}}_m \end{bmatrix} = (M^T M)^{-1} M^T N$$
로 정의하자. $\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1,$

$\hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m$ 들이 모두 양의 실수이므로 행렬 M 의 열들은 서로 독립이 되어 $(M^T M)$ 의 역행렬이 존재한다. 따라서 제시하는 업데이트 룰은 타당하게 된다. 그러나 업데이트 법칙은 벡터 N 을 행렬 M 의 행들이 생성하는 벡터공간에 투영시킨 벡터가 되어 이 업데이트 룰을 수식 (11)에 대입하면 등호가 성립되지 않아 오차가 발생할 수 있다. 이 경우 전류 오차 $\|e_s\|$ 는 0으로 수렴하지 않고 약간의 오차가 생기게 된다. 이를 좀 더 자세히 살펴보기 위해 업데이트 룰을 수식 (9)에 대입해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e_s^T Q e_s - \Delta\alpha^T R (M(M^T M)^{-1} M^T - 1) N \\ &= -a_{11}(1+k_1)\hat{\alpha}_3 \|e_q\|^2 - a_{22}(1+k_2)\hat{\alpha}_4 \|e_d\|^2 \\ &\quad - \Delta\alpha^T R (M(M^T M)^{-1} M^T - 1) N \end{aligned} \quad (12)$$

수식 (12)의 마지막 항은 양의 실수 값이 될 수 있어 \dot{V}

이 항상 음의 실수 값이 된다고 할 수 없다. 이 경우에 k_1, k_2 이나 a_{11}, a_{22} 의 값이 클수록 $\|e_d\|, \|e_q\|$ 의 크기가 작아도 \dot{V} 이 음의 값이 되게 된다. 즉 변수의 추정치 $(\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m)$ 이 실제 값과 차이가 많이 나는 경우에 k_1, k_2 이나 a_{11}, a_{22} 의 값이 적당히 크게 선택되면 전류의 오차가 작아지고 이 오차가 작아지면 e_s 의 상태방정식 (7)로부터 $|\Delta\alpha_i|$ 의 크기도 작아지게 된다. 다만, k_1, k_2 이나 a_{11}, a_{22} 의 값이 너무 큰 경우에는 알고리즘의 초기에 전류의 오차가 매우 커져 시스템을 포화시킬 수 있다.

만약 $(M(M^T M)^{-1} M^T - 1)$ 의 최대 고유치 값이 큰 경우에는 상대적으로 큰 오차가 발생할 가능성이 있다. 그러면 전류의 오차도 어느 정도 값에서 더 이상 줄어들지 않을 가능성이 있게 된다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 $\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$, 그리고 $\hat{\lambda}_m$ 을 업데이트하는 수식 (11) 대신 직접 계산하는 방법을 제시한다. 각 $\hat{\alpha}_i$ 들을 수식(10)의 업데이트 방법을 이용하여 계산하면 이미 언급한 이유로 $t \rightarrow \infty$ 일 때 $\|e_s\| \rightarrow 0$ 이 성립하게 된다. 수식(10)의 알고리즘으로 업데이트된 $\hat{\alpha}_i, i = 1, \dots, 7$ 와 수식(5)로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\hat{R}_s = \frac{\hat{\alpha}_3 + \hat{\alpha}_4}{\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2} \quad (13)$$

$$\hat{\alpha}_5 + \hat{\alpha}_6 = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_2} + \frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_1} = \frac{\hat{\alpha}_1^2 + \hat{\alpha}_2^2}{\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2} = \frac{(\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2)^2}{\hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2} - 2$$

$$\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 = A, \quad \hat{\alpha}_1 \hat{\alpha}_2 = B = \frac{(\hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2)^2}{\hat{\alpha}_5 + \hat{\alpha}_6 + 2}$$
라 하고 이 두식을

연립하여 풀면 $\hat{\alpha}_1^2 - A\hat{\alpha}_1 + B = 0$ 이 된다. 이 2차식의 두 개의 해는 $(A \pm \sqrt{A^2 - 4B})/2$ 이 된다. 여기에서 $A^2 - 4B = (\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2)^2 \geq 0$ 이 성립하므로 두 개의 해는 양의 실수로 두 실근 중 하나를 $\hat{\alpha}_1$ 으로 선택하면 다른 하나는 $\hat{\alpha}_2$ 가 된다. 일반적으로 $L_q > L_d$ 이므로 $\alpha_1 < \alpha_2$ 이 성립하므로 $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$, 그리고 $\hat{\lambda}_m$ 을 다음과 같이 정할 수 있다.

$$\hat{\alpha}_1 = (A - \sqrt{A^2 - 4B})/2 = 1/\hat{L}_q \quad (14)$$

$$\hat{\alpha}_2 = (A + \sqrt{A^2 - 4B})/2 = 1/\hat{L}_d$$

$$\hat{\lambda}_m = \frac{\hat{\alpha}_7}{\hat{\alpha}_1}$$

수식 (13)과 (14)에 의해 구해진 $(\hat{R}_s, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\lambda}_m)$ 이 실제 값으로 수렴한다고 보장할 수는 없지만 $|\Delta\alpha_i| \rightarrow 0$ 이 성립되기 때문에 그 오차는 매우 작아지리라 예상할 수 있다.

4. 시뮬레이션

본 논문에서 제안하는 적응제어 알고리즘의 타당성을 보이기 위해 아래와 같은 시뮬레이션을 수행하였다. 본 시뮬레이션에 사용된 전동기의 사양 및 상수의 정보는 Table 1과 같이 [10]의 사양이 사용되었다. 다만, 실제 고정자 저항은 20%의 변화가 있는 2.88Ω 로, d축과 q축 인덕턴스는 각각 80%와 50%의 변동이 있는 $0.027H$, $0.045H$ 로 가정하였다. 또한 λ_m 은 0.225로 가정하였다. 알고리즘에서 사용되는 상수 값들은 $k_1 = 1.5$, $k_2 = 2$, $a_{11} = a_{22} = 2$ 이다.

Fig. 1은 제시하는 적응제어 알고리즘에 따른 d축과 q축 전류의 실제 값과 추정치를 보여주는 그래프이다.

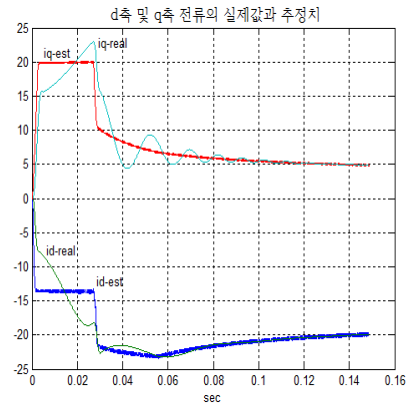
두 전류는 모두 0.1초 이내에 실제 값으로 빠르게 수렴하고 있다. 이는 수식 (10)의 업데이트 룰이 타당하다는 것을 말해준다. Fig. 2-4는 수식(13)과 (14)를 이용하여 전동기 상수들을 추정할 결과이다. Fig. 2에서 보듯이 q축 인덕턴스 L_q 는 0.2초 정도 지나 수렴하는 것을 알 수 있다.

그러나 d축 인덕턴스 L_d 는 $0.0277H$ 로 수렴하여 실제 값과 오차가 약 2.6% 발생했음을 알 수 있다. Fig. 3은 stator의 저항 R_s 의 추정치가 2.8752Ω 으로 수렴함을 보인 것이다. 이 경우의 오차는 0.2%로 매우 작다. 그러나 쇠교 자속 λ_m 은 Fig. 4에서 보듯이 추정치가 0.2496으로 수렴하여 실제 값인 0.225와는 약 10%의 오차를 보인다. 이는 수식(13)과 (14)에서 보듯이 실제 업데이트 룰이 4개의 미지수를 적용하여 얻은 7개의 식을 이용하여 실제 값을 추정하여 발생한 오차이다. 하지만 시간이 지나면서 오차가 커지는 [11-12]의 결과나 수렴하는데 까지 4초 이상 걸리는 [12]의 결과에 비해서 좋은 결과를 얻었다고 할 수 있다.

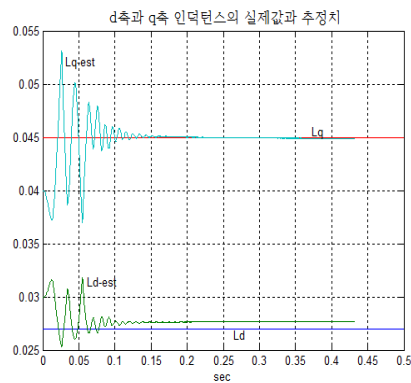
수식(11)의 업데이트 룰은 행렬 $(M(M^T M)^{-1} M^T - 1)$ 의 고유치에 따라 달라질 수 있는데 이 문제의 경우 최대 고유치가 1이 되어 오차가 많이 발생한다. 각 전동기 상수들을 매 반복마다 수식(11)을 이용하여 근사치로 업데이트하는 경우에는 오차가 누적되어 최종 오차는 예상보다 커지게 될 가능성이 많다. 이 경우에도 R_s 의 추정치는 3.4Ω , L_d 의 추정치는 $0.0347H$, L_q 의 추정치는 $0.05H$ 로 수렴하게 되어 오차가 적게는 10%에서 많게는 30%정도까지 발생한다. 따라서 업데이트 룰은 수식 (10)을 이용하고 각 전동기 상수들의 추정은 수식(13)과 (14)를 이용하는 것이 오차를 줄일 수 있는 방법이다.

[Table 1] Specification of IPMSM for simulation

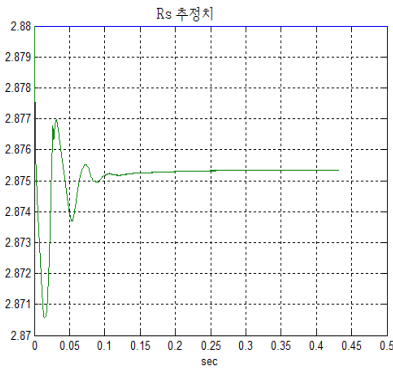
Specification of IPMSM	
Rated Output	390 [W]
Rated Torque	1.49 [Nm]
Rated Current	1.3 [A]
Stator Resistor	2.4 [Ω]
D axis inductance	0.015 [H]
Q axis inductance	0.03 [H]
PM flux linkage	0.193 [V-s]
number of poles	4 [poles]
Inertia	0.00015 [$kg - m^2$]



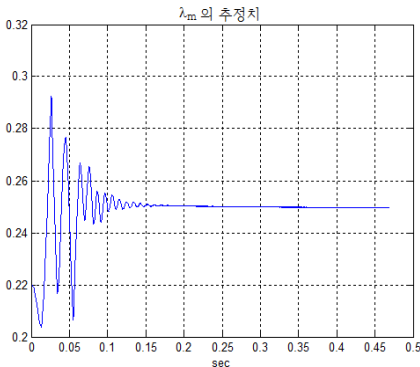
[Fig. 1] Real and estimated d- and q-axis currents



[Fig. 2] Real and estimated d- and q-axis inductance



[Fig. 3] Estimated value of the stator resistance



[Fig. 4] Estimated value of flux linkage λ_m

5. 결론

본 논문에서는 매입형 영구자석 동기전동기의 상수들의 값을 정확히 모르는 경우 또는 온도의 변화 등의 요인으로 상수 값이 조금씩 변하는 경우의 적응제어 알고리즘을 제시하였다. 전동기의 상수들이 서로 곱해지거나 나누어진 값들이 상태방정식의 행렬을 구성하게 되어 일반적인 적응제어 방법을 적용할 수 없다. 본 논문에서는 상태방정식 행렬의 각 항을 별개의 변수로 가정한 시스템에 대해 적응제어 기법을 통한 업데이트 룰을 제시하고 이론적으로 업데이트 룰의 타당성을 입증하였다. 또한 이 업데이트 룰의 결과를 이용하여 전동기 상수를 추론하는 방법을 제시하였다. 시뮬레이션의 결과 추정치의 전류는 실제 전류로 0.1초 이내에 빠르게 수렴하였으며 각 전동기 상수들의 추정치는 실제 값에 작은 오차 범위내로 수렴하였다. 이 결과는 수렴하는데 4초 이상 걸리거나 상수

의 추정치가 수렴하다가 시간이 지나면서 오차가 발생하는 기존의 논문의 결과에 비해 안정적이고 오차의 범위도 작아 더 효율적이라 할 수 있다. 더구나 본 논문에서 제시하는 업데이트 룰은 전류 오차가 0으로 수렴하게 한다는 것을 이론적으로 증명한 점이 기존의 다른 논문과 다른 점이라 할 수 있다. 추후 전동기 상수의 모든 추정치가 실제 값으로 빠르게 수렴하게 하기 위한 적응제어 알고리즘의 개발 및 이론적인 증명에 대한 연구가 필요하다. 이는 일부 적응제어 기법에서 사용되는 새로운 상태변수를 도입하는 방법이나 d축과 q축 인덕턴스의 값은 전류 변화에 민감하게 반응하지만 고정자 저항이나 영구자석의 쇄교자속은 온도 등에 따라 천천히 변화한다는 사실에 따른 이원화된 새로운 적응제어 방식의 개발 등이 고려될 수 있다.

References

- [1] T. H. Lie, C. M. Young, and C. H. Lie, "Microprocessor-based controller design and simulation for a permanent magnet synchronous motor driver," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. IA-21, no. 4, pp.516-523, May/June 1985.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/41.9173>
- [2] B. K. Bose, *Power Electronics and AC Drives*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall 1996.
- [3] M. E. Haque and M. F. Rahman, "Influence of stator resistance variation on direct torque controlled interior permanent magnet synchronous motor drive performance and its compensation," *IEEE Trans. on Industry Application*, vol. 4, pp.2563-2569, Oct. 2001.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IAS.2001.955981>
- [4] S.J. Underwood and I. Husain, "Online Parameter Estimation and Adaptive Control of Permanent-Magnet Synchronous Machines," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 7, pp.2435-2443, July 2010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2009.2036029>
- [5] U. Schaible and B. Szabados, "Dynamic motor parameter identification for high speed flux weakening of brushless permanent magnet synchronous machines," *IEEE Trans. on Energy Convers.*, vol. 14, no. 3, pp.486-492, Sep. 1999.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/60.790901>
- [6] K. M. Rahman and S. Hiti, "Identification of machine parameters of synchronous motor," *IEEE Trans. Ind.*

Application vol. 41, no. 2, pp.557-565, March/April 2005.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2005.844379>

- [7] A. Kiltbau and J. M. Pacas, "Parameter measurement and control of synchronous reluctance machine including cross saturation," in Conf. Rec. IEEE-IAS Annual Meeting, Sep.-Oct. 2001, vol. 4, pp.2302-2309
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IAS.2001.955945>
- [8] K. Hyunbae and R. D. Lorentz, "Improved current regulators for IPM machine drives using on-line parameter estimation," in Conf. Rec. IEEE-IAS Annual Meeting, 2002, vol. 1, pp.86-91
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IAS.2002.1044071>
- [9] K. W. Lee, D. H. Jung, and I. J. Ha, "An online parameter identification method for both stator resistance and back-EMF coefficients without rotational transducers," IEEE Trans. on Ind. Electron., vol. 51, no. 2, pp.507-510, Apr. 2004.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2004.825280>
- [10] R. L. Shresthand and J. K. Seok, "Online compensation of parameter variation effects for robust interior PM synchronous motor drives," Trans. of KIPE, vol. 11, no. 5, pp.713-718, 2011.
DOI: <http://dx.doi.org/10.6113/JPE.2011.11.5.713>
- [11] S. J. Underwood and I. Husain, "Online Parameter Estimation and Adaptive Control of Permanent-Magnet Synchronous Machines," IEEE Trans. on Ind. Elect. vol. 57, no. 7, pp.2435-2443, July 2010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2009.2036029>
- [12] D. C. Lim and D. M. Lee, "A Noble Parameter Estimation Algorithm for Interior Permanent Magnet Synchronous Motors," The Trans. of KIPE vol. 18, no. 3, pp.289-295, June 2013
- [13] J. Lewis Blackburn, *Symmetrical Components for Power Systems Engineering*, Marcel Dekker, New York (1993).

양 현 석(Hyunsuk Yang)

[정회원]



- 1984년 5월 : Purdue Univ. 전자공학과 졸업
- 1991년 12월 : Univ. of California, Berkeley 전자공학 박사
- 1992년 3월 ~ 현재 : 홍익대학교 전자전기공학부 교수

<관심분야>
적응제어, 최적제어