

새로운 샘플링법에 기초한 프랙탈 차원 추정자의 정도 개선

† 진강규 · 최동식*

† 한국해양대학교 IT공학부 교수, * 한국해양대학교 대학원 제어계측공학과

Performance Improvement of Fractal Dimension Estimator Based on a New Sampling Method

† Gang-Gyoo Jin · Dong-Sik Choi*

† Division of IT, Korea Maritime and Ocean University, Busan 606-791, Republic of Korea

* Graduate school of Korea Maritime and Ocean University, Busan 606-791, Republic of Korea

요 약 : 프랙탈 이론은 원격센서로부터 취득한 수치표고모델이나 이미지의 복잡성을 계량화하기 위하여 광범위하게 사용되어 왔다. 프랙탈은 컴퓨터 그래픽, 공학, 지질학을 포함한 다양한 분야에서 성공적으로 응용되어 왔지만, 프랙탈 추정자들의 성능은 데이터 샘플링에 따라 달라진다. 본 논문에서는 삼각프리즘법과 새로운 샘플링법을 기반으로 프랙탈 차원을 추정하는 알고리즘을 제안한다. 제안하는 샘플링 방법은 기존의 기하학적 스텝법과 제수 스텝법의 스텝크기 합집합 중 픽셀 활용률이 문턱값(threshold value) 이상인 스텝크기만을 취해 샘플링하며, 이를 통해 픽셀 활용률을 높여 성능을 개선한다. 또한 기존의 추정법들이 $N \times N$ 윈도우를 기반으로 하는데 반해 제안된 방법은 $N \times M$ 윈도우에 확대 적용할 수 있도록 하였다. 제안한 방법은 프랙탈 수치표고모델, Brodatz의 이미지 DB와 캠퍼스에서 촬영한 이미지에 적용하여 그 효용성을 살핀다.

핵심용어 : 수치표고모델, 프랙탈 차원, 데이터 샘플링, 삼각프리즘법

Abstract : Fractal theory has been widely used to quantify the complexity of remotely sensed digital elevation models and images. Despite successful applications of fractals to a variety of fields including computer graphics, engineering and geosciences, the performance of fractal estimators depends highly on data sampling. In this paper, we propose an algorithm for computing the fractal dimension based on the triangular prism method and a new sampling method. The proposed sampling method combines existing two methods, that is, the geometric step method and the divisor step method to increase pixel utilization. In addition, while the existing estimation methods are based on $N \times N$ window, the proposed method expands to $N \times M$ window. The proposed method is applied to generated fractal DEM, Brodatz's image DB and real images taken in the campus to demonstrate its feasibility.

Key words : digital elevation model(DEM), fractal dimension, data sampling, triangular prism method

1. 서론

해저자원의 개발, 해저 케이블의 매설, 해상수색과 구조, 수중운동체의 안전한 운용 등을 위하여 선진국을 중심으로 오래 전부터 3차원 해저지형 모델을 얻는 연구들이 수행되어 왔다(Anand, 1993; Saupe, 1988; Yang, 2002). 해저지형 모델을 얻기 위해서는 먼저 DGPS로 측량되는 수평위치 데이터와 음향측심기로 측량되는 수심 데이터가 필요하다. 하지만 탐사지역은 방대하고 많은 비용과 시간이 요구될 뿐만 아니라 측량도 쉽지 않아 대부분 저해상도의 모델을 얻게 된다. 따라서 고해상도의 모델은 저해상도의 데이터에서 추출한 지형정보와 합리적인 보간기법으로 보간해서 만들게 되고(Arakawa and Krotkov, 1996; Jin and Kim, 2011), 해저지형의 정보를

추출하는 대표적인 방법 중 하나가 프랙탈 이론이다.

Mandelbort(1967)에 의해 제안된 프랙탈 이론은 그동안 많은 연구자들에 의해 잘 정립되어 왔고, 복잡한 자연현상을 기술해주는 새로운 학문으로 인정받아 공학, 과학, 컴퓨터 그래픽, 지질학 등 다양한 분야에서 성공적으로 응용되어 왔다(Pokorny, 1994; Saupe, 1988; Wang and Ma, 2010). 특히 프랙탈 차원(fractal dimension)은 프랙탈 구조의 복잡성을 정량적으로 계량해주는 도구로서 불규칙적인 신호, 지형 등 많은 자연현상의 복잡성을 측정하는데 응용되어 왔고 대표적인 추정 방법으로는 삼각프리즘법, Pentland법, Box-counting법, Probability법, Variogram법 등(Ju and Lam, 2009; Saupe, 1988)이 있다.

모든 프랙탈 추정법들이 공통적으로 겪는 문제이기도 하지

† Corresponding author : 연희원, ggjin@kmou.ac.kr 051)410-4341

* 연희원, type83@nate.com 051)410-4924

만 샘플링은 추정 성능에 직접적인 영향을 주며, 현재까지 제안된 대표적인 방법으로는 기하학적 스텝(geometric step: GS)법, 제수 스텝(divisor step: DS)법, 산술적 스텝(arithmetic step: AS)법이 있다.

고정커버리지 GS법은 Clarke(1986)에 의해 처음 소개되었고 $N \times N$ 수치표고모델(digital elevation model: DEM)에서 모든 스텝크기마다 커버리지를 일정하게 유지하는 방법으로서 $(N-1)$ 이 2의 급수가 아닌 경우에는 픽셀 활용률이 낮고 또 회귀분석 데이터가 충분치 못한 것이 문제점으로 지적되어 왔다. 변형된 가변 커버리지 GS법은 고정 커버리지 GS법에 비해 더 많은 픽셀을 사용하나 앞서 단점을 완전히 제거 못하기는 마찬가지이다.

Ju와 Lam(2009)의 DS법은 모든 스텝크기마다 100% 픽셀 활용률이 보장되지만, $(N-1)/2$ 가 소수가 되면 스텝수가 항상 3이 되어 회귀분석 데이터가 부족한 것이 단점이다. 한편 Emerson(2005)는 윈도우 크기에 따라 스텝크기가 비례해서 커지는 AS법을 제안하였다. AS법은 N 이 클수록 픽셀 활용률이 낮은 데이터가 다량 포함되어 이들로 인해 성능은 더 이상 개선되지 않고 연산부담만 늘어나는 단점이 있다.

따라서 본 논문에서는 기존의 GS법과 DS법을 결합한 새로운 기하학적 제수 스텝(geometric divisor step: GDS)법을 제안하고 삼각프리즈법(TPM)과 결합해 프랙탈 추정 성능을 높이는 문제를 다룬다. 제안하는 GDS법은 두 방법의 스텝크기 합집합 중 픽셀 활용률이 문턱값(threshold value) 이상인 스텝크기만을 취해 샘플링하며, 이를 통해 유효 커버리지를 높여 성능을 개선한다. 기존의 추정법들이 $N \times N$ DEM를 기반으로 하는데 반해 제안된 방법은 $N \times M$ DEM에 확대 적용할 수 있도록 하며, 픽셀이 남을 경우 지형정보의 대표성이 높은 가운데를 중심으로 샘플링하도록 하였다.

제안된 방법은 프랙탈 DEM과 실제의 지형 이미지를 사용해 그 유효성을 평가하였다.

2. 프랙탈과 삼각프리즈법

2.1 프랙탈과 프랙탈 구조

프랙탈은 형상의 일부분(전체)을 확대(축소), 회전하면 그 모양이 전체(일부분)와 같거나 또는 통계적으로 비슷한 구조를 말하며, 자기 유사성(self-affinity)과 순환성(recursiveness)을 그 특징으로 하고 있다. 프랙탈 구조는 형상화 방법에 따라 결정형과 비결정형으로 나뉘며, 결정형은 수학적 규칙에 따라 만들어지는 모양을 말한다. 만델브로트 집합(Mandelbrot set), 칸토르 집합(Cantor set), 시어핀스키 삼각형(Sierpinski triangle) 등이 대표적인 예이다. 한편 비결정형은 자연계에서 흔히 찾아 볼 수 있는 고사리, 해안선, 강과 지류 등과 같은 구조이고, Fig. 1은 결정형과 비결정형의 대표적인 예를 보여준다.

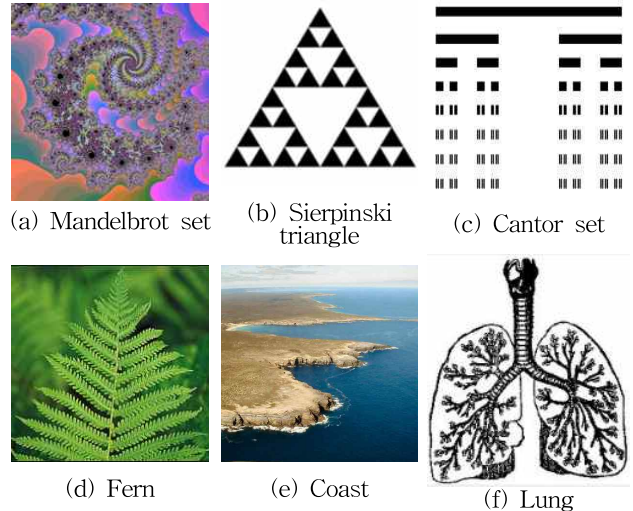


Fig. 1 Examples of fractal structures(Google)

2.2 프랙탈 차원

자연에 존재하는 물체들의 길이나 면적이나 체적은 우리가 어떤 크기의 측정자로 재느냐에 따라 그 양이 달라진다. 예를 들어 Naver에서 제공한 Fig. 2의 전자지도 상의 삼량진 낙동대교로부터 양산 낙동대교까지의 낙동강 길이를 3.2km 단위의 긴 자로 재면 약 9.6km이지만, 800m 단위의 자로 재면 약 19.2km이 되고, 측정자의 단위를 줄일수록 강의 길이는 더 길어진다.

이와 같이 강의 길이와 측정단위와의 관계는 어떤 한도 내에서는 각 물체마다 고유하면서도 일정한 매개변수로 특징지을 수 있고, 이 매개변수를 공간차원이라 한다.

끊임없이 자기 유사적이고 순환적인 패턴을 갖는 프랙탈 구조들의 복잡성을 수치화하기 위해 유클리드 기하학에서 빌려온 유용한 개념 중 하나가 프랙탈 차원이라는 공간차원이다.



Fig. 2 Length of Nakdong river measured by a 3.2km unit ruler

유클리드 기하학에서는 차원이 다른 도형을 축소 또는 확대하면 그 크기가 각각 달라진다. 1차원에서 하나의 선분을 m 등분하면 원래 길이의 $1/m$ 배인 선분이 $q (= m)$ 개가 생기고, 2차원에서 정사각형의 각 변을 m 등분하면 변이 $1/m$ 배 줄어든 사각형 $q (= m^2)$ 개가 생긴다(Fig. 3 참조).

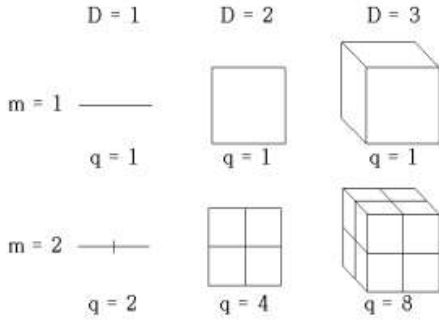


Fig. 3 Schematics of dimension

이로부터 축소율 $r(= 1/m)$ 과 유사도형의 수 q 과 차원 D 와의 관계는 식 (1)로 쓸 수 있다.

$$q = 1/r^D \quad \text{또는} \quad D = \log(q)/\log\left(\frac{1}{r}\right) \quad (1)$$

예로 유클리드 기하학에서는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 각 변을 2등분하면 $r = 1/2$ 이고 유사도형 수 $q = 4$ 이므로 $D = \log(4)/\log(2) = 2$ 가 되어 2차원 도형임을 알 수 있다.

식 (1)은 프랙탈 구조에도 적용되지만 항상 정수차원이 보장되지 않는다. 일례로 Fig. 1(b)의 시어핀스키 삼각형은 $r = 1/2$ 일 때에는 $q = 3$, $r = 1/4$ 일 때에는 $q = 9$, $r = 1/8$ 일 때에는 $q = 27$ 이 되어 $D = \log(3)/\log(2) = \log(9)/\log(4) = \log(27)/\log(8) = 1.585$ 가 된다. 1.585의 소수차원은 이 삼각형이 1차원보다는 더 복잡하지만 2차원보다는 덜 복잡한 구조임을 암시해주고 있다.

2.3 삼각프리즘법

프랙탈 차원을 계산하는 방법으로는 몇 가지가 있으나 수치표고모델(DEM)의 프랙탈 차원 추정에는 삼각프리즘법(TPM)(Clarke, 1986)이 널리 사용되고 있어 본 연구에서도 이를 채용한다.

DEM은 지표면의 고도(elevation) 또는 이미지의 강도(intensity)를 추출하고 이를 일정한 구조로 조직화하여 수치적으로 표현한 모델을 의미한다. 다루는 DEM은 X-Y 평면상에 규칙격자로 분할된 $N \times N$ 픽셀(pixel)로 구성되며, 각 픽셀은 Fig. 4와 같이 위치 정보 (x,y) 와 고도(강도) $z = f(x,y)$ 를 가지는 것으로 간주된다.

$N \times N$ DEM의 프랙탈 표면을 생각하면 그 표면은 $\delta \times \delta$ 크기의 기저면을 갖는 사각기둥, 즉 2차원 표면 측정자(surface ruler)로 측정될 수 있으므로 TPM은 다음과 같이 동작한다. 이때 δ 는 스텝크기(step size)로서 한 변위에 존재하는 픽셀수를 의미한다.

첫 째 샘플링 방법에 따라 한 세트의 스텝크기 $\delta = \delta_i (1 \leq i \leq n)$ 를 정하고, 각 δ 에 대해 $\delta \times \delta$ 사각기둥으로부터 Fig. 5(a)의 네 모서리 고도(z_a, z_b, z_c, z_d)의 평균값을 구해 중점의 고도(z_e)로 취한 다음 사각기둥을 중점의 기둥과 연결하여 4개의

삼각프리즘으로 나누어 상단의 전체 표면적 S 를 구한다. 모든 δ 에 대해 $S = S_i (1 \leq i \leq n)$ 가 계산되면 $\log(\delta) - \log(S)$ 상의 식 (2)와 회귀분석법 또는 그래프적으로 H 를 구하게 된다.

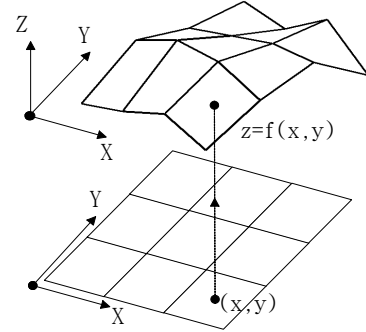


Fig. 4 Digital elevation model

$$\log(S) = a + H \cdot \log(\delta) \quad (2)$$

여기서 H 는 상수로서 $\log - \log$ 그래프 상의 직선 기울기, a 는 상수로서 절편을 의미한다.

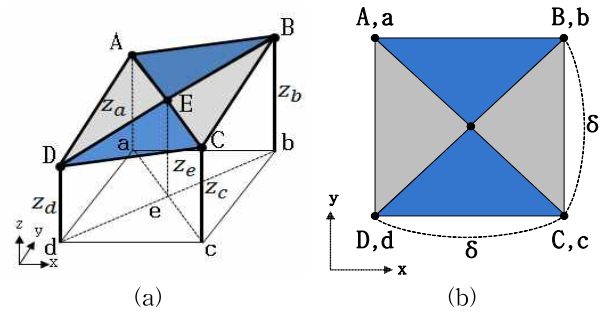


Fig. 5 Clarke's triangular prism method

마지막으로 프랙탈 차원 D 는 아래의 식 (3)과 같이 구한다.

$$D = 2 - H \quad (3)$$

3. 샘플링 방법의 개선과 프랙탈 차원 추정

3.1 기존의 샘플링 방법

프랙탈 차원 추정 시 수행되는 데이터 샘플링은 정밀도에 영향을 주게 되므로, $N \times N$ 윈도우를 기반으로 하는 기존의 샘플링 방법에 대해 살펴보면 N 은 홀수인 것으로 간주된다.

기하학적 스텝(GS)법은 Clarke(1986)에 의해 처음 사용되었던 방법으로서, $(N-1)/2$ 를 초과하지 않는 범위 내에서 2의 급수로 커지는 기하학적 수를 스텝크기 δ 로 취한다. 이들로 구성되는 스텝크기 집합 Δ 는 다음과 같다.

$$\Delta = \{ \delta \mid 2^0, 2^1, 2^2, \dots \text{ and } \delta \leq (N-1)/2 \} \quad (4)$$

따라서 스텝수 $n = \dim(\Delta)$ 가 된다. 예컨대 15×15 의 윈도우에서 $\Delta = \{1, 2, 4\}$ 이고, n 은 3이 된다.

만약 δ 가 가장 큰 값을 기준으로 나머지 모든 δ 에 대해 고정 커버리지(fixed coverage)를 적용하면 이를 고정 커버리지 GS법이라 하며, 이 방법은 $(N-1)/2$ 이 기하학적 스텝이 아닌 경우에는 픽셀 활용률이 낮은 것이 단점이다.

Fig. 6은 15×15 윈도우상에 고정 커버리지 GS법을 적용한 예이다. $\delta = 4$ (최대값)일 때 픽셀 활용률 36%이므로 나머지 δ 도 같게 된다.

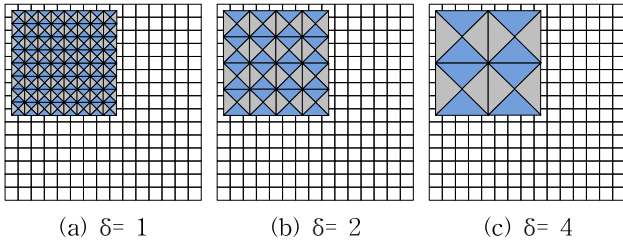


Fig. 6 Fixed coverage GS method on 15×15 window

가변 커버리지(varying coverage)는 각 스텝마다 가능한 한 많은 픽셀이 내포되도록 커버리지를 가변해주는 방법으로서 이를 GS법에 적용하면 픽셀 활용률은 높아지지만, 모든 스텝마다 100% 픽셀 활용률을 기대할 수 없다. Fig. 7은 가변 커버리지 GS법의 적용 예를 보여준다.

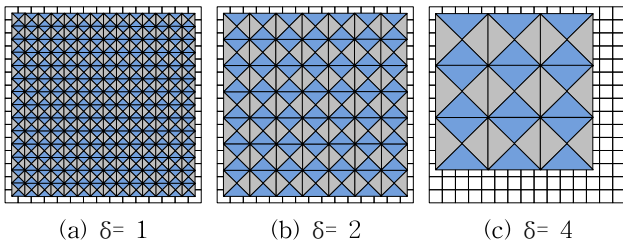


Fig. 7 Varying coverage GS method on 15×15 window

제수 스텝(DS)법은 Ju와 Lam(2009)에 의해 처음 사용되었고 항상 100% 픽셀 활용이 보장되도록 설계된 방법이다. DS법은 $N-1$ 을 제외한 $N-1$ 의 자연수 제수를 δ 로 취하며, Δ 는 다음 식으로 주어진다.

$$\Delta = \{\delta \mid \delta \text{는 } N-1 \text{의 자연수 제수 and } \delta \neq N-1\} \quad (5)$$

15×15 윈도우에 DS법을 적용하면 $\Delta = \{1, 2, 7\}$, $n = 3$ 이 되고 Fig. 8은 샘플링 결과이다.

DS법은 특히 $(N-1)/2$ 가 소수(prime number)가 되는 N (예로 11, 15, 23, ... 등)에서는 항상 $n = 3$ 이 되어 DEM에 잡음이 내포되면 회귀분석 시 추정 정보가 왜곡될 가능성이 높다.

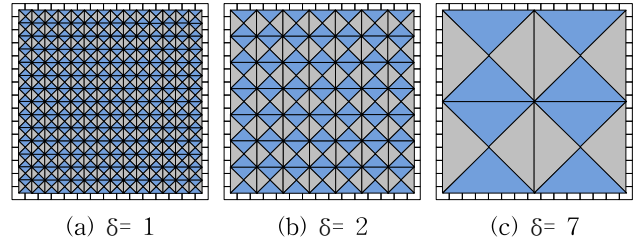


Fig. 8 DS method on 15×15 window

산술적 스텝(AS)법(Emerson, 2005)은 1과 $(N-1)/2$ 사이의 정수를 δ 로 취하는 방법으로서, Δ 는 다음 식과 같고 $n = (N-1)/2$ 이 된다.

$$\Delta = \{\delta \mid 1, 2, \dots, (N-1)/2\} \quad (6)$$

앞서 사용한 15×15 윈도우에 AS법을 적용하면 $\Delta = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 와 $n = 7$ 이 되고, Fig. 9는 편의상 $\delta = 1, 3, 5$ 일 때의 샘플링 예이다.

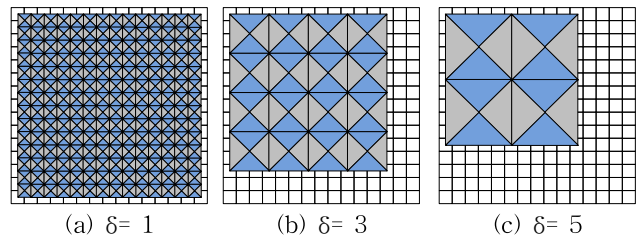


Fig. 9 AS method on 15×15 window

AS법은 일반적으로 GS법과 DS법보다 n 이 커서 충분한 크기의 회귀분석 데이터를 얻을 수 있지만, δ 가 클 때 작은 크기의 샘플링 블록(sampling block)수가 여러 번 반복되어 이로 인해 N 이 클 때에는 정밀도 개선에는 보탬이 되지 못하고 연산부담으로 작용한다. 또 픽셀 활용률이 낮은 스텝크기가 많은 것이 단점이다.

Fig. 10은 앞서 다룬 3 가지 방법으로 N 을 11에서 59까지 2씩 증분해가며 n 을 계산하여 그린 것이다. AS법의 n 은 N 에 비례해서 커지고, GS법의 n 도 단조 증가하지만 증가폭이 미미하고, DS법은 커졌다 작아졌다 반복하면서 n 이 3인 것이 빈번히 나타난다.

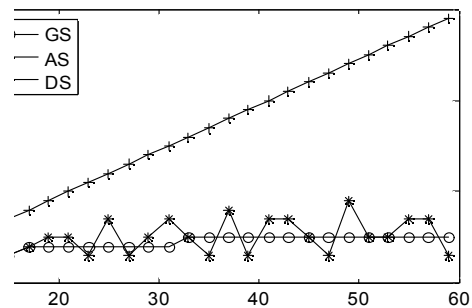


Fig. 10 N vs n for three sampling methods

3.2 개선된 샘플링법

앞서 설명하였듯이 GS법은 스텝수 n 이 크지 않고 또 $(N-1)/2$ 이 기하학적 스텝이 아닌 경우에는 픽셀 활용률이 낮고, DS법은 100% 픽셀 활용이 보장되지만 특정 N 에서 n 이 작은 것이 단점으로 지적되었다.

따라서 이 두 방법의 단점을 개선한 새로운 샘플링법을 제안하며, 이때 픽셀 활용률을 계량화하기 위해 $N \times M$ 윈도우에서 δ 가 주어질 때 전체 픽셀 수 대비 사용된 픽셀 수의 비율, 즉 커버리지 비율(coverage ratio: CR)을 식 (7)로 정의한다.

$$CR = \frac{[\text{int}(\frac{N-1}{\delta})\delta+1][\text{int}(\frac{M-1}{\delta})\delta+1]}{N \times M} \times 100\% \quad (7)$$

여기서 $\text{int}(\cdot)$ 는 정수를 취하는 연산자이다.

제안하는 샘플링법은 GS법과 DS법의 결합형이기 때문에 기하학적-제수 스텝(geometric-divisor step: GDS)법이라 하며 $N \times M$ 윈도우에도 적용이 가능하도록 확장하며 이때 N, M 은 홀수로 간주된다. 또한 가변 커버리지를 적용하며, 남은 픽셀이 있을 때는 윈도우의 중앙을 기점으로 샘플링한다.

$L = \min(N, M)$ 이라 하면 GS법은 스텝크기로 식 (4)의 δ 를, DS법은 식 (5)의 δ 를 취하게 되며 각각의 스텝크기 집합을 Δ_{GS}, Δ_{DS} 라 하면 이들의 합집합 Δ_{GSUDS} 은 $\Delta_{GS} \cup \Delta_{DS}$ 가 된다.

따라서 GDS법은 $\delta \in \Delta_{GSUDS}$ 중 CR 값이 문턱값(TH) 이상인 것만을 취하게 되며 Δ 는 다음 식으로 표시된다.

$$\Delta = \{ \delta \mid \delta \in \Delta_{GSUDS} \text{ and } CR \geq TH \} \quad (8)$$

11×15 윈도우에 GDS법을 적용해보면 $L = 11$ 이므로 $\Delta_{GSUDS} = \{1, 2, 4\} \cup \{1, 2, 5\} = \{1, 2, 4, 5\}$ 가 된다. 이때의 CR= 100, 100, 70.9, 73.3%이다. 70%의 TH를 적용하면 $\Delta = \{1, 2, 4, 5\}$, 80%를 적용하면 $\Delta = \{1, 2\}$ 가 된다. Fig. 11은 TH= 70%일 때의 예이고, δ 가 4, 5의 경우 각각 48, 44개의 픽셀을 남긴다.

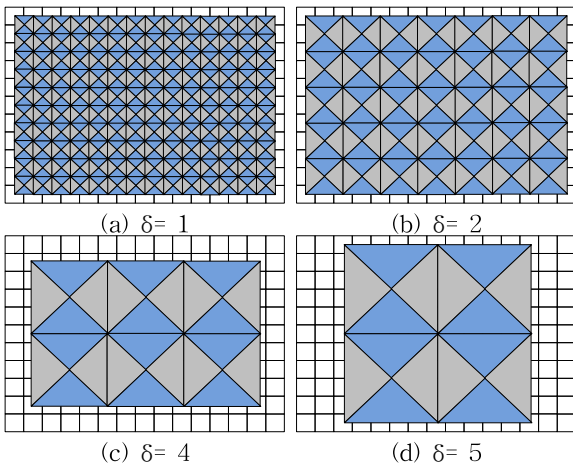


Fig. 11 GDS method on 11×15 window (TH= 70%)

3.3 프랙탈 차원 추정

$N \times M$ DEM이 주어질 때 제안한 GDS법으로 Δ 를 얻고, 각 δ 마다 S 를 계산하게 되므로 D 는 최소자승법으로 구한다. δ 와 S 간의 관계는 식 (9)와 같이 쓸 수 있고

$$\log(S) = a + H \cdot \log(\delta) + \epsilon \quad (9)$$

여기서 ϵ 는 오차를 의미한다.

데이터 $(\delta_i, S_i) (1 \leq i \leq n)$ 를 식 (9)에 대입하면 식 (10)과 같이 간단히 표시할 수 있다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{Ax} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (10a)$$

$$\text{단, } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \log(S_1) \\ \log(S_2) \\ \vdots \\ \log(S_n) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a \\ H \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n, \quad (10b)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \log(\delta_1) \\ 1 & \log(\delta_2) \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \log(\delta_n) \end{bmatrix}$$

이때 평가함수로 오차제곱의 합을 J 라 하면

$$J(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon} = (\mathbf{z} - \mathbf{Ax})^T (\mathbf{z} - \mathbf{Ax}) \quad (11)$$

이 값이 최소가 되기 위한 필요조건 $\partial J(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} = 0$ 으로부터 추정치 $\hat{\mathbf{x}}$ 는 식 (12)로 주어진다.

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{z} \quad (12)$$

이로부터 $H = \hat{x}_2$ 이므로 D 는 식 (3)으로부터 구해진다.

Fig. 12는 GDS법을 채용한 TPM 전체 알고리즘의 흐름도를 보여준다.

4. 실험 및 결과 검토

4.1 프랙탈 DEM을 이용한 실험

첫 번째 시뮬레이션은 D 가 주어지면 프랙탈 DEM을 만들고, 각 샘플링 전략을 적용한 TPM으로 D 를 추정하는 절차로 진행된다. 이때 프랙탈 DEM은 Random midpoint displacement법(Saupe, 1988)으로 만들었다. 각 방법 간에 비교의 공정성이 유지되도록 윈도우 크기를 $N \times N$ 으로 하였고, 모두 가변 커버리지를 적용하였다. GDS의 경우 TH= 80%로 하였다. 또 추정 값은 랜덤씨드(random seed) 값에 영향을 받기 때문에 독립된 씨드로 프로그램을 30번 돌려 그 값들을 평

균하였다.

Fig. 13은 D가 각각 2.1, 2.3, 2.5, 2.7, 2.9에서 만든 256×256 프랙탈 DEM으로부터 임의로 N×N 윈도우를 취하고 추정치 \hat{D} 를 구해 그린 것이다.

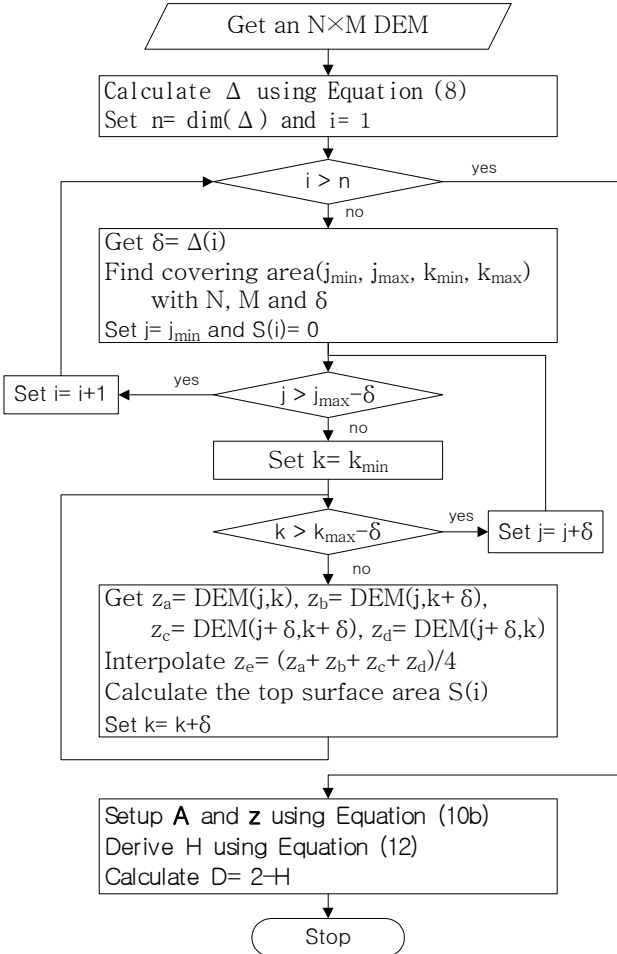
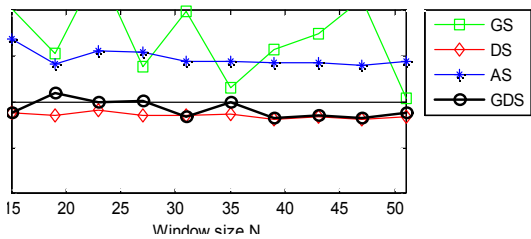
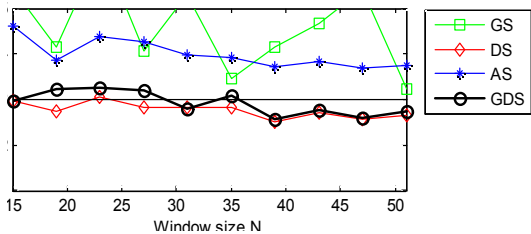


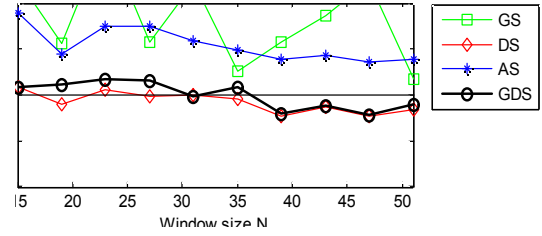
Fig. 12 Flow chart of the TPM using the GDS method



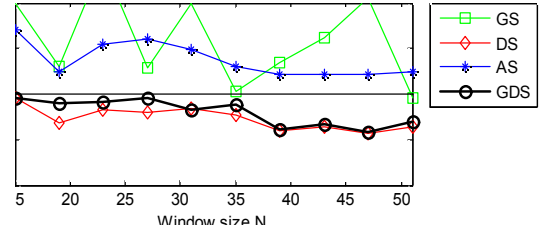
(a) D= 2.1



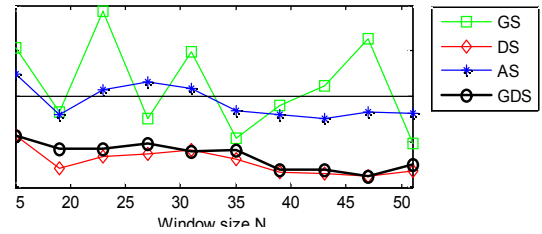
(b) D= 2.3



(c) D= 2.5



(d) D= 2.7

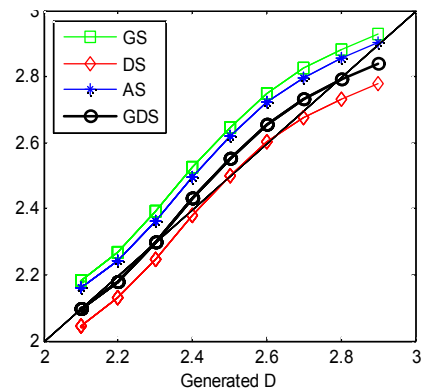


(e) D= 2.9

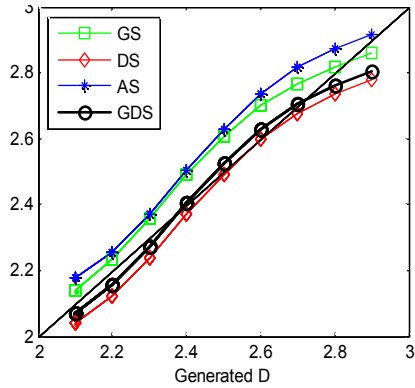
Fig. 13 Estimated D derived from different sampling methods to changes of N

Fig. 13에서 보면 D가 2.9일 때를 제외하고는 제안한 GDS 법의 성능이 다른 방법보다 나은 것을 확인할 수 있다. 특히 GS법을 채용한 TPM의 추정치는 윈도우 크기 N에 민감했으며, AS법은 D가 2.9일 때를 제외하고는 전반적으로 높게 나왔다. 특히 D= 2.9일 때의 결과는 DEM이 의사 프랙탈 (pseudo-fractal) 이기 때문인 것으로 생각된다.

다음은 N을 고정하고 서로 다른 샘플링법으로 시뮬레이션을 실시하였다. 앞의 경우와 마찬가지로 서로 다른 랜덤씨드로 30번의 실험을 행하고 평균을 취하였다. Fig. 14는 4가지 방법으로 프랙탈 차원을 추정하고 그 결과를 그린 것이다.



(a) N= 19



(b) N= 27

Fig. 14 Estimated D for the sampling methods at a fixed window size

D값이 큰 2.9에서는 AS법이 성능이 좋지만 나머지 영역에서는 제한한 GDS법의 성능이 다른 방법보다 전반적으로 우수한 것을 보여주고 있다.

4.2 실제 맵을 이용한 실험

영상처리 분야의 테스트베드로 자주 이용되는 Brodatz의 이미지 DB와 캠퍼스 주변에서 촬영한 이미지를 이용하여 비교하는 실험을 실시하였다.

이미지의 복잡성과 추정된 프랙탈 차원과의 관계를 직관적으로 파악해보기 위해 Fig. 15는 Brodatz의 DB(Brodatz Images, 2013) 중에서 6개를 취한 것으로서 서로 다른 성질의 이미지를 보여주고 있다. 제공되는 이미지 크기는 512×512 픽셀이고 각 픽셀은 0과 255 사이의 강도를 갖는다.

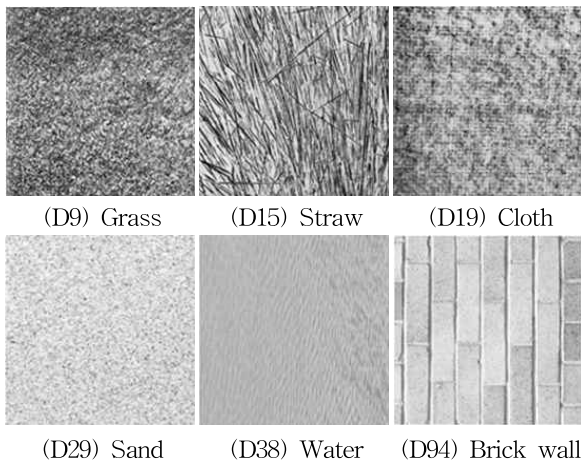


Fig. 15 Brodatz's images

135×135 윈도우에서 D를 추정하는 실험을 수행하였고, Table 1은 이때의 결과를 보여준다. GS법, DS법, GDS법의 Δ는 각각 {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64}, {1, 2, 67}, {1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 67}이 되고 GDS법의 \hat{D} 값이 GS법과 DS법의 중간 정도인 것을 확인할 수 있다. D9의 잔디와 D15의 짚 이미지의 \hat{D} 가 다른 것에 비해 크고, D29의 모래와 D38의 물의 \hat{D} 가 작게 나

은 것은 직관적으로 느끼는 결과와 일치한다고 볼 수 있다.

Table 1 Estimated D on 135×135 Brodatz's image

Images	Estimated fractal dimension \hat{D}			
	GS	DS	AS	GDS
(D9)	2.91	2.85	2.98	2.89
(D15)	2.85	2.77	2.92	2.82
(D19)	2.76	2.69	2.80	2.73
(D29)	2.61	2.54	2.71	2.58
(D38)	2.58	2.51	2.53	2.53
(D94)	2.65	2.61	2.73	2.64

다음은 캠퍼스 주변의 도로와 길에서 촬영한 이미지를 사용하여 실험을 실시하였다. Fig. 16(a)-(b)는 보도블록, Fig. 16(c)-(f)는 차레로 흙길, 자갈길, 시멘트길, 노후 아스팔트길의 그레이 이미지를 보여준다. 각 이미지의 크기는 257×257 픽셀이고 각 픽셀은 0에서 255 사이의 강도를 갖는다.

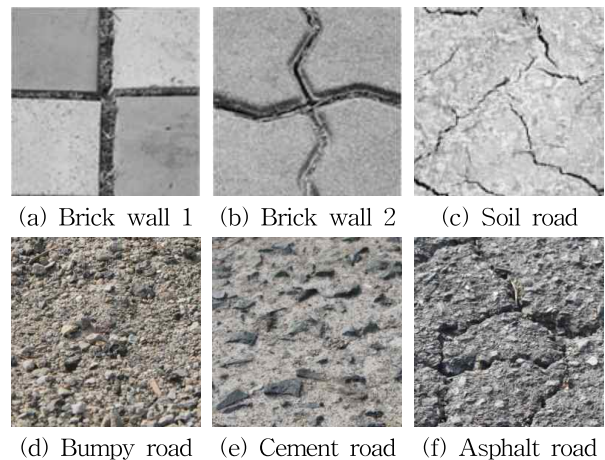


Fig. 16 Images taken in the campus

135×135 윈도우에서 프랙탈 추정 실험을 실시한 결과는 Table 2에 보여주고 있다.

Table 2 Estimated D on 135×135 photo images

Images	Estimated fractal dimension \hat{D}			
	GS	DS	AS	GDS
(a)	2.60	2.49	2.60	2.55
(b)	2.66	2.60	2.71	2.63
(c)	2.60	2.55	2.69	2.59
(d)	2.81	2.80	2.96	2.81
(e)	2.72	2.70	2.89	2.73
(f)	2.77	2.75	2.92	2.77

마찬가지로 GDS법의 \hat{D} 가 GS법과 DS법의 중간 정도이고, AS법의 결과가 다소 높게 나왔다. 계산된 \hat{D} 는 보도블록1, 흙길, 보도블록2, 시멘트길, 노후 아스팔트길, 자갈길 순서로 높

게 나왔고, 이 결과는 직관과 비교적 잘 일치됨을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 기존의 데이터 샘플링 방법인 GS법과 DS법을 결합한 새로운 샘플링 방법을 제안하였다. 제안한 두 방법의 스텝크기 합집합 중 픽셀 활용률 CR값이 문턱값 이상인 것을 취함으로써 픽셀 활용률을 높이면서 회귀분석 데이터를 더 많이 확보하도록 하였고 이를 삼각프리즘법과 결합하여 프랙탈 차원 추정치의 정밀도를 높였다. 프랙탈 DEM, Brodatz의 이미지 DB와 실제 촬영 이미지를 사용해 기존의 방법과 제안된 방법의 성능을 비교 분석한 결과 정밀도가 개선된 것을 확인할 수 있었다.

추후 다른 프랙탈 차원 추정법과 결합하는 연구가 필요할 것으로 판단된다.

References

- [1] Anand, V. B.(1993), Computer Graphics and Geometric Modeling for Engineers, John Wiley & Sons.
- [2] Arakawa, K. and Krotkov, E.(1996), "Fractal Modeling of Natural Terrain: Analysis and Surface Reconstruction with Range Data", Graphical Models and Image Processing, Vol. 58, No. 5, pp. 413-436.
- [3] "Brodatz Images(2013), University of Southern California, Signal and Image Processing Institute, <http://www.ux.uis.no/~tranden/brodatz.html>".
- [4] Clarke, C.(1986), "Computation of the Fractal Dimension of Topographic Surfaces Using The Triangular Prism Surface Area Method," Computers & Geosciences, Vol. 12, No. 5, pp. 713-722.
- [5] Emerson, C. W., Lam, N. S.-N. and Quattrochi, D. A.(2005), "A comparison of local variance, fractal dimension, and Moran's I as aids to multispectral image classification", Int. J. of Remote Sensing, Vol. 26, No. 8, pp. 1575-1588.
- [6] Jin, G. and Kim, H.(2011), "Elevation Restoration of Natural Terrains Using the Fractal Technique", Journal of Navigation and Port Research, Vol. 35, No. 1, pp. 51-56.
- [7] Ju, W. and Lam, N. S.-N.(2009), "An improved algorithm for computing local fractal dimension using the triangular prism method", Computers & Geosciences, Vol. 35, No. 6, pp. 1224 - 1233.
- [8] Mandelbrot, B. B.(1967), "How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension", Science, Vol. 156, No. 3775, pp. 636-638.
- [9] Pokorny, C.(1994), Computer Graphics an Objected-Oriented Approach to the Art and Science, Franklin, Beedle & Associates Inc., Wilsonville, Oregon.
- [10] Saupe, D.(1988), Algorithms for Random Fractals, The Science of Fractal Images, In H. -O. Peitgen and D. Saupe, Editors, Springer-Verlag.
- [11] Wang, Gang and Ma, Ji(2010), "Fractal Analysis to the Robot during the Application of Defect Detection", Proc. of 2010 3rd IEEE Int. Conf. on Computer Science and Information Technology(ICCSIT), Chengdu, China, pp. 656-658.
- [12] Yang, S. et al.(2002), "A Study on the 3-D Digital Modelling of the Sea Bottom Topography", J. of the Korea Institute of Military Science and Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 50-61.

원고접수일 : 2013년 12월 20일
 심사완료일 : 2013년 12월 31일
 원고채택일 : 2014년 1월 3일