

준설토 유동해석을 위한 유한요소 수식화

Numerical Formulation for Flow Analysis of Dredged Soil

신 호 성[†]

Hosung Shin

Received: December 10th, 2013; Revised: December 20th, 2013; Accepted: January 29th, 2014

ABSTRACT : Experimental study of sedimentation and self-weight consolidation has been primary research area in dredged soil. However, good quality of the dredged soil and minimum water pollution caused by the pumping of reclaimed soil require intensive study of the flow characteristics of dredged material due to dumping. In this study, continuity and the equilibrium equations for mass flow assuming single phase was derived to simulate mass flow in dredged containment area. To optimize computation and modeling time for three dimensional geometry and boundary conditions, depth integration is applied to governing equations to consider three dimensional topography of the site. Petrov-Galerkin formulation is applied in spatial discretization of governing equations. Generalized trapezoidal rule is used for time integration, and Newton iteration process approximated the solution. DG and CDG technique were used for weighting matrix in discontinuous test function in dredged flow analysis, and numerical stability was evaluated by performed a square slump simulation. A comparative analysis for numerical methods showed that DG method applied to SU / PG formulation gives minimal pseudo oscillation and reliable numerical results.

Keywords : Dredged soil, Flow analysis, FEM, Petrov-Galerkin formulation

요 지 : 준설토에 대한 연구는 주로 준설토의 1차원 침강 및 자중압밀 특성을 파악하는 실험적 연구가 진행되었다. 하지만 양질의 준설지반 확보를 위한 효과적인 투기장의 설계와 배출수에 의한 환경오염을 최소화하기 위해서는 준설토의 투기에 의한 유동특성의 체계적인 연구가 필요하다. 본 연구에서는 준설토 투기장의 펌핑에 의한 토사의 유동 형상을 모사하기 위하여 준설토사를 단일 상으로 가정하고 연속 방정식을 유도하여 좌표축에 따른 힘 평형 방정식을 유도하였다. 준설토장의 3차원 거동 해석을 위한 컴퓨터 연산 부하와 모델링 소요시간을 최적화하기 위하여, 토체의 깊이 방향으로 적분을 수행하는 깊이 적분 방법을 지배 방정식에 적용하여, 3차원적 지형조건을 고려할 수 있도록 하였다. 지배 방정식의 보간함수를 이용한 공간분할에서 Petrov-Galerkin 수식화 기법을 적용하였다. 일반화된 사다리꼴 법칙으로 시간적분을 수행하고 Newton의 반복과정을 이용할 수 있도록 근사화시켰다. 가중행렬은 DG와 CDG 기법을 적용하였으며, 준설토 유동해석에서 가중행렬에 따른 수치적인 안정성을 평가하기 위하여 사각형 기동 슬럼프 시뮬레이션을 수행하였다. 수치기법에 대한 비교·분석 결과는 DG 기법을 적용한 SU/PG 수식화가 유사진동을 최소화시키는 가장 안정적인 수치해석결과를 보여주는 것으로 나타났다.

주요어 : 준설토, 유동해석, FEM, Petrov-Galerkin 수식화

1. 서 론

국토의 효율적인 활용과 부족한 용지의 확보를 위한 해안 준설 매립이 지속적으로 진행되고 있다. 현재까지 많은 매립공사를 수행하면서 매립기술을 축적해 왔으나, 공사의 여건이 나빠지고 환경오염 등의 기술적 문제점이 대두되고 있다. 친환경 준설매립을 위해서는 준설 토사의 이송 및 최적 거동특성을 예측할 수 있는 시뮬레이터의 개발이 절실한 상황이다. 이는 준설토 안정화, 준설매립 통합운영 관리체계, 준설 매립기술의 건설운영지침개발 등 향후 매립기술 향상을 위한 필수 요소기술이기도 하다.

준설토로 조성되는 매립지반은 토출구의 위치 및 유입된 흙의 공학적 성질에 따라 다양한 퇴적지반이 형성된다. 그리고 준설토 매립 시 발생하는 여수토는 수질 오염 및 토사 유실로 인한 시공성을 저하시키기도 한다. 또한 배사관의 위치 및 입경, 투입속도, 퇴적 거리, 매립지 면적, 매립고에 따라 입도분포가 다른 퇴적층이 조성된다. 따라서 주변 환경오염을 최소화하고 양질의 준설매립 지반을 확보하기 위해서는 준설토 유동 특성을 해석할 수 있는 수치해석 기법이 필요하다.

국내의 준설토에 대한 연구는 주로 준설 점토의 1차원적인 침강 및 압밀 특성에 관한 실험적 연구가 수행되었다

[†] Department of Civil & Environmental Engineering, University of Ulsan (Corresponding Author : shingeo@ulsan.ac.kr)



(a) Reclamation site for Kansai International Airport



(b) Outlet from pipe in Pusan port

Fig. 1. Construction site by pumping reclaimed soil

(Lee et al., 2008; Lee & Jeon, 2002). 특히 준설토 펌프 시 토출구의 위치 및 입력된 흙의 공학적 성질에 따라 상이한 퇴적특성을 보이는 것으로 나타났다(Park et al., 2011). 그리고 모형토조 실험 결과는 단계투기가 유실률을 감소시키는 것으로 나타났다(Kim et al., 2002).

준설토 유동해석에 대한 수치해석은 Discrete Element Method(DEM)나 Computational Fluid Dynamics(CFD)에 기반한 해석을 수행할 수도 있다. 하지만 DEM 기법은 입자의 거동 해석을 수행하는 미시적 관점의 수치기법으로 대규모 준설토 해석이 불가능할 뿐만 아니라, 단순한 입자 간 역학적 모델을 사용하고 유체와의 정교한 상호작용 연동해석이 어렵다. 그리고 CFD 기법은 일반적으로 유체에 관한 동역학적 해석으로 대규모 3차원 해석의 어려움과 준설토의 역학적 구성모델을 적용할 수 없다.

본 연구에서는 준설토사의 투기에 의한 유동 형상을 묘사하기 위한 준설토사의 유동에 관한 지배 방정식을 유도하고, SU/PG(Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) 수식화를 기반으로 수치해석 결과의 안정성을 확보하는 수치해석 기법을 제안하고자 한다.

2. 토사 유동에 관한 지배 방정식

2.1 연속 방정식

준설토의 유동에 대한 거시적인 평형 방정식은 Eq. (1)과 같은 일반화된 편미분 방정식으로 정리할 수 있다(Bear, 1990).

$$\frac{\partial \rho^w}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{j}^w = f^w \quad (1)$$

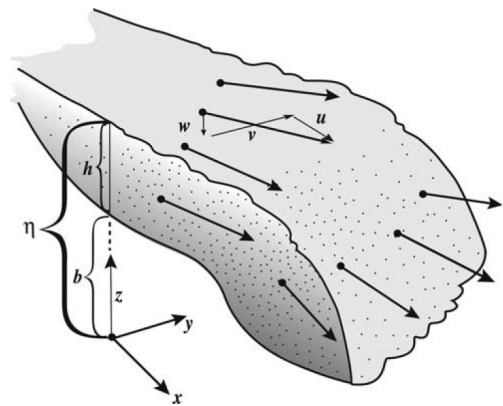


Fig. 2. Variables and coordinate system used in deriving governing equations

여기서 ρ^w 는 토사의 단위 체적당 질량을 나타낸다. \tilde{j}^w 는 토사의 질량 흐름(mass flux)이며, f^w 는 토사의 단위 체적당 생성 혹은 소멸 질량이다.

준설토사가 단일상(single phase)으로 구성되어 있다고 가정하고, 단위질량 ρ 이 일정하다고 보면 Eq. (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = f \quad (2)$$

여기서 $u_i (=u, v, w)$ 는 rectangular cartesian 좌표계에서 각 방향으로 토사의 유속이며(Fig. 2), f 는 임의 위치에서 토사의 유입 혹은 유출량이다.

2.2 힘 평형 방정식

모멘트 보존의 법칙으로부터 Eq. (3)과 같은 전응력에 대한 힘 평형 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \underline{\sigma} + \underline{b} = \underline{m} a \quad (3)$$

이는 Eulerian 좌표계에서 Eq. (4)와 같이 정리할 수 있다 (Malvern, 1977).

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho g_i = \rho \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right] \quad (4)$$

여기서 $g_i (= 0, 0, -g)$ 는 중력 가속도이다.

2.3 연속 방정식의 깊이 적분

앞 절의 연속 방정식(Eq. (2))과 힘 평형 방정식(Eq. (4))은 토사 유동의 3차원적인 거동을 표현하고 있다. 하지만 실제 대상 문제에 대한 정교한 해석을 수행하기 위해서는 컴퓨터 연산 부하 및 경계조건과 모델링 소요시간을 최적화하여야 한다. 지배 방정식에 대하여 깊이 방향(z 방향)으로 적분을 수행하는 깊이 적분(depth integration) 방법을 사용하였다(Medina et al., 2008).

토체의 체적은 깊이 적분을 이용하여 Eq. (5)와 같이 표현할 수 있다(Delinger & Iverson, 2004).

$$\int_V dV = \int_A \int_b^\eta dz dA \quad (5)$$

여기서 b 는 토사흐름 바닥(base)의 고도이며, η 는 토사흐름 표면(surface)의 고도이다(Fig. 2).

따라서 연속 방정식에 대한 깊이 적분은 Eq. (6)과 같이 표현할 수 있다(Vreugdenhil, 1994).

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \right] dV = \int_A \int_b^\eta \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \right] dz dA \quad (6)$$

토사의 질량흐름(ρu_i)에 chain rule을 적용하고 깊이 적분을 정리하면, Eq. (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_b^\eta \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \right] dz &= \frac{\partial}{\partial t} \int_b^\eta \rho dz - \rho \frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho \frac{\partial b}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \int_b^\eta \rho u dz - \rho u \frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho u \frac{\partial b}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \int_b^\eta \rho v dz - \rho v \frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho v \frac{\partial b}{\partial t} + \rho w \Big|_b^\eta \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 2의 h 는 토사흐름 두께($=\eta-b$)이다.

정리된 식은 깊이에 대한 평균 토사속도($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$)로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_b^\eta \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \right] dz &= \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{u} h) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \bar{v} h) \\ &+ \rho \left[w \Big|_b^\eta - \frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] - \rho \left[w \Big|_b - u \frac{\partial b}{\partial x} - v \frac{\partial b}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

주어진 Eq. (5)는 토사의 밀도가 일정하다는 가정과 토사 흐름의 바닥($w \Big|_b$)과 표면의 연직방향($w \Big|_\eta$)의 속도로부터 단위 면적에 대하여 Eq. (9)와 같이 간략화된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho h \bar{v}) = 0 \quad (9)$$

2.4 힘 평형 방정식의 깊이 적분

힘 평형 방정식에 대한 깊이 적분은 Eq. (4)에 대하여 Eq. (5)를 적용하면 Eq. (10)과 같다.

$$\int_A \int_b^\eta \left[\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \right] dz dA = \int_A \int_b^\eta \left[\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho g_i \right] dz dA \quad (10)$$

Eq. (10)에서 x 방향에 대한 방정식은 단위 면적에 대하여 Eq. (11)과 같다.

$$\int_b^\eta \left[\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u_k \frac{\partial u}{\partial x_k} \right) \right] dz = \int_b^\eta \left[\frac{\partial \sigma_{xk}}{\partial x_k} \right] dz \quad (11)$$

Eq. (11)의 왼쪽 항에 두 번째 항목에 부분 적분을 적용하고 토체의 비압축성을 가정하였다. 그리고 Eq. (8)에서의 토사 흐름의 바닥과 표면의 흐름 속도($w \Big|_\eta, w \Big|_b$)를 삽입하면 Eq. (12)와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho \int_b^\eta \left[\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u u) + \frac{\partial}{\partial x_k} (u v) + \frac{\partial}{\partial x_k} (u w) \right) \right] dz \\ = \rho \frac{\partial}{\partial t} (\rho h \bar{u}) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (\rho h \bar{u}^2) + \rho \frac{\partial}{\partial y} (\rho h \bar{u} \bar{v}) \end{aligned} \quad (12)$$

Eq. (11)의 오른쪽 항을 정리하기 위하여 유동 토체 내의 전응력은 $\sigma_{zz} = -\rho(\eta-z)g$, $\sigma_{xx} = k_x \sigma_{zz}$ 과 $\sigma_{yy} = k_y \sigma_{zz}$ 로 가정

하였다(Denlinger & Iverson, 2004). 그리고 Leibnize integration rule를 이용하여 정리하면 Eq. (13)과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_b^\eta \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right] dz \\ &= -k_x \rho g h \left(\frac{db}{dx} + \frac{dh}{dx} \right) - \frac{1}{2} \rho h^2 \left(g \frac{dk_x}{dx} + k_x \frac{dg}{dx} \right) \\ & \quad - \sigma_{xz}(b) + \int_b^\eta \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} dz \end{aligned} \quad (13)$$

Eq. (10)의 x방향에 대한 힘 평형 방정식을 단위 면적에 대하여 정리하면 Eq. (14)와 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h\bar{u}^2 + \frac{1}{2} k_x g h^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} (h\bar{u}\bar{v}) \\ &= -k_x g h \frac{db}{dx} - \frac{1}{\rho} \sigma_{xz}(b) + \frac{1}{\rho} \int_b^\eta \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} dz \end{aligned} \quad (14)$$

y방향에 대한 힘 평형 방정식도 x방향과 마찬가지로 정리하면 Eq. (15)와 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(h\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h\bar{v}^2 + \frac{1}{2} k_y g h^2 \right) \\ &= -k_y g h \frac{db}{dy} - \frac{1}{\rho} \sigma_{yz}(b) + \frac{1}{\rho} \int_b^\eta \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} dz \end{aligned} \quad (15)$$

z방향에 대한 힘 평형 방정식에 깊이 적분을 수행하고 단위 면적에 대하여 정리하면 Eq. (16)과 같다.

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial t}(h\bar{w}) + \rho \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}\bar{w}) + \rho \frac{\partial}{\partial y} (h\bar{v}\bar{w}) \\ &= \int_b^\eta \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dz - \int_b^\eta (\rho g) dz \end{aligned} \quad (16)$$

Eq. (16)의 아래 항의 첫번째 항목에서 $\partial \sigma_{zz} / \partial z = \rho g$ 인 반면, $\partial \sigma_{xx} / \partial x$ 과 $\partial \sigma_{yy} / \partial y$ 는 상대적으로 작은 값을 가지므로 무시한다. Eq. (9)의 토사 유동에 대한 연속 방정식 결과를 대입하고, 표면에서의 연직방향 응력 $\sigma_{zz}(\eta) = 0$ 을 이용하면 Eq. (17)과 같다.

$$\sigma_{zz}(b) = -\rho h \left(g + \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} \right) = -\rho h g' \quad (17)$$

이는 지형에 의하여 토사 유동이 연직으로 가속 혹은 감소함에 따라 연직가속도에 의한 연직응력의 영향을 보여준다(Gray et al., 1999; Iverson & Denlinger, 2001). 기존의 종력가속도 g 를 새로 정의된 연직가속도 g' 으로 수치해석을 수행하였다.

3. 지배 방정식의 수식화

3.1 지배 방정식의 유한요소 수식화

앞 절의 토사 유동에 대한 연속 방정식(Eq. (9))과 힘 평형 방정식(Eq. (14), (15))에 대한 지배 방정식을 정리하여 행렬의 형태로 정리하였다. 지배 방정식의 주 변수는 $U = [h, p, q]$ 이다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + C \cdot U + D \cdot S = 0 \quad (18)$$

여기서

$$F = \begin{bmatrix} p \\ p^2/h + k_x g h^2/2 \\ pq/h \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} q \\ pq/h \\ q^2/h + k_y g h^2/2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ k_x g db/dx & 0 & 0 \\ k_y g db/dy & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/\rho & 0 & 0 \\ 0 & 1/\rho & 0 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}(b) \\ \sigma_{yy}(b) \\ \sigma_{zz}(b) \end{bmatrix}$$

이다.

그리고 이를 Eq. (19)와 같은 행렬형태로 표현할 수도 있다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + B \cdot \frac{\partial U}{\partial y} + C \cdot U + D \cdot S = 0 \quad (19)$$

여기서

$$A = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -p^2/h^2 + k_x g h & 2p/h & 0 \\ -pq/h^2 & q/h & p/h \end{bmatrix},$$

$$B = \frac{\partial G}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -pq/h^2 & q/h & p/h \\ -q^2/h^2 + k_y g h & 0 & 2q/h \end{bmatrix} \text{이다.}$$

제시된 두 가지 형태의 지배 방정식에 대하여 보간함수를 이용한 공간분할(spatial discretization)을 위한 Petrov-Galerkin 수식화를 수행하였다(Atallah & Hazzab, 2013).

$$\int_A \left[N \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + C \cdot U + D \cdot S \right) + V \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial t} + A \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + B \cdot \frac{\partial U}{\partial y} + C \cdot U + D \cdot S \right) \right] dA = 0 \quad (20)$$

여기서 N 는 일반적인 유한요소법의 형상함수(shape function)에 대한 행렬형태(matrix form)이고, V 는 유동방향을 기초로 한 상향 가중인자를 고려한 불연속 시험함수(test function)에 대한 행렬형태이다.

Eq. (20)을 경계조건에서의 부분 적분을 통하여 Eq. (21)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_A \left[N \cdot \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial N}{\partial x} \cdot P \cdot U - \frac{\partial N}{\partial y} \cdot Q \cdot U + N \cdot C \cdot U + N \cdot D \cdot S \right] dA \\ & + \int_A \left[V \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + V \cdot A \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + V \cdot B \cdot \frac{\partial U}{\partial y} + V \cdot C \cdot U + V \cdot D \cdot S \right] dA \\ & = - \int_{\Omega} [N \cdot (n_x F + n_y G)] d\Omega \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 F 와 G 는 주 변수 U 를 이용하여 P 와 Q 의 행렬형태로 분할하였다.

지배 방정식은 임의의 시간 $t^{(n)}$ 과 $t^{(n+1)}$ 사이에서 일반화된 사다리꼴 법칙으로 시간 적분을 수행하고 Newton의 반복과정을 이용할 수 있도록 근사화시켰다.

$$\int_{t^{(n)}}^{t^{(n+1)}} U dt \approx \Delta t (U^{(n)} + \theta \Delta U + \theta dU) \quad (22)$$

마지막으로 미지의 변수 dU 에 관하여 정리하면 Eq. (23)과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_A \left[N \cdot dU - \theta \Delta t \frac{\partial N}{\partial x} \cdot P \cdot dU - \theta \Delta t \frac{\partial N}{\partial y} \cdot Q \cdot dU \right. \\ & \left. + \theta \Delta t N \cdot C \cdot dU + \Delta t N \cdot D \cdot dS \right] dA \\ & + \int_A \left[V \cdot dU + \theta \Delta t V \cdot A \cdot \frac{\partial dU}{\partial x} + \theta \Delta t V \cdot B \cdot \frac{\partial dU}{\partial y} \right. \\ & \left. + \theta \Delta t V \cdot C \cdot dU + \Delta t V \cdot D \cdot dS \right] dA = - \Delta t \int_{\Omega} [N \cdot (n_x F + n_y G)] d\Omega \\ & \int_A \left[N \cdot \Delta U - \Delta t \frac{\partial N}{\partial x} \cdot P \cdot (U^{(n)} + \theta \Delta U) - \Delta t \frac{\partial N}{\partial y} \cdot Q \cdot (U^{(n)} \right. \\ & \left. + \theta \Delta U) + \Delta t N \cdot C \cdot (U^{(n)} + \theta \Delta U) + \Delta t N \cdot D \cdot S^{(n,i)} \right] dA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \int_A \left[V \cdot \Delta U + \Delta t V \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U^{(n)} + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot B \cdot \frac{\partial}{\partial y} (U^{(n)} \right. \\ & \left. + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot C \cdot (U^{(n)} + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot D \cdot S^{(n,i)} \right] dA \\ & + \int_A \left[V \cdot \Delta U + \Delta t V \cdot A \cdot \frac{\partial}{\partial x} (U^{(n)} + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot B \cdot \frac{\partial}{\partial y} (U^{(n)} \right. \\ & \left. + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot C \cdot (U^{(n)} + \theta \Delta U) + \Delta t V \cdot D \cdot S^{(n,i)} \right] dA \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 준설토의 유동에 의한 토체와 바닥면과의 점탄소성 역학적 구성관계는 $dS = D^{epv} \cdot dU$ 로 정의할 수 있다.

본 연구의 유동특성을 위한 역학 모델은 Eq. (24)와 같은 Coulomb-viscous 모델을 사용하였다.

$$\tau_f = c + \sigma_n \tan \phi + \mu \frac{dv}{dz} \quad (24)$$

여기서 c 와 μ 는 유동계(rheometer) 실험을 통하여 평가할 수 있고, 토체 높이에 의한 전단응력의 증가는 $\tan \phi$ 를 이용하여 반영할 수 있도록 하였다.

3.2 가중행렬에 의한 불연속 시험함수

일반적인 유동 흐름에 관한 수치해석에서 흐름방향을 기초로 한 상향가중행렬은 도입하는 SU/PG(Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) 기법을 사용하였다(Brooks & Hughes, 1982).

$$V = \alpha \left[\Delta x W^x \frac{\partial N}{\partial x} + \Delta y W^y \frac{\partial N}{\partial y} \right] \quad (25)$$

여기서 무차원 계수 $\alpha = 0 \sim 0.5$, $\Delta x = 2\sqrt{(\partial x / \partial \xi)^2 + (\partial x / \partial \eta)^2}$, $\Delta y = 2\sqrt{(\partial y / \partial \xi)^2 + (\partial y / \partial \eta)^2}$ (Berger & Stockstill, 1995)이며, W^x 와 W^y 는 x 와 y 흐름방향으로의 가중행렬이다.

가중행렬 W^x 와 W^y 는 일반적으로 DG(Dissipative Galerkin)과 CDG(Characteristic Dissipative Galerkin) 기법이 주로 사용되고 있다(Hicks & Steffler, 1992). A 와 B 행렬의 eigen-value와 eigen-vector를 각각 산정하고 eigen-value를 정규화한 후, 이를 제 곱합한 정규화 행렬을 W^x 와 W^y 로 정의한다. x 방향으로의 가중행렬 W^x 는 각 기법에서 Eq. (26)과 같이 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned} DG: W^x &= \frac{A}{\max(p/h + \sqrt{k_x gh}, p/h - \sqrt{k_x gh}, p/h)} \\ CDG: W^x &= \frac{A}{|A|} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $\sqrt{k_x g h}$ 는 중력파속도(gravity wave speed)로 정보 전파(information propagation)의 최대 전달률을 나타낸다 (Denlinger & Iverson, 2004).

4. 가중행렬과 수치적 안정성

준설토 유동해석에 사용된 가중행렬에 따른 수치적인 안정성을 평가하기 위하여 사각형 기동 슬럼프 시뮬레이션을 수행하였다. 기존의 Galerkin 수식화, 그리고 DG 및 CDG 기법을 적용한 SU/PG 수식화에 대한 결과를 비교·분석하였다.

Fig. 3(a)는 사각기동의 초기 형상을 나타내고 있다. 이때 역학적 구성모델은 점성이나 점착력이 없는 바닥면 마찰각 $\phi=30^\circ$ 로 가정하였다. Fig. 3(b)~(d)는 각 수치기법에 따른 2초 후의 토체의 표면형상을 보여주고 있다. 유한요소법에서 일반적으로 사용되는 Galerkin 수식화는 해석결과의 유사진동(pseudo oscillation)을 보였으며, SU/PG 기법에 의한 결과는 이러한 진동을 억제한 표면 형상을 보여주고 있다. Fig. 4는 각 수치기법에 따른 해석영역의 중앙점에서의 높이 변화와 x 와 y 방향으로의 흐름 속도를 보여주고 있다. Galerkin 수식화는 불규칙한 표면 형상과 더불어 흐름 속도

가 계속 유사진동하는 것으로 나타났다. Fig. 4(b)의 SU/PG 수식화(CDG 기법)는 중앙점의 높이 변화는 자연스럽지만, 흐름 속도가 수렴하지 못하고 유사진동이 지속되는 것을 알 수 있다. 마지막으로 SU/PG 수식화(DG 기법)가 가장 안정적인 수치해석결과를 보여주는 것으로 나타났다.

5. 결 론

기존의 준설토에 대한 연구는 주로 준설토의 1차원 침강 및 압밀 특성을 파악하는 실험적 연구가 수행되었다. 하지만 준설토 투기장의 지형적 조건 및 투기방법에 따라 상이한 퇴적층이 형성된다. 따라서 양질의 준설토 확보를 위한 효과적인 투기장의 설계와 배출수에 의한 환경오염을 최소화하기 위해서는 준설토의 투기에 의한 유동에 대해 체계적인 연구가 필요하다.

본 연구에서는 준설토의 투기장에 펌핑에 의한 토사의 유동 형상을 모사하기 위한 연속 방정식과 힘 평형 방정식을 유도하였다. 준설토장의 3차원 거동 해석을 위한 컴퓨터 연산 부하와 모델링 소요시간을 최적화하기 위하여, 토체의 깊이 방향으로 적분을 수행하는 깊이 적분 방법을 지배 방

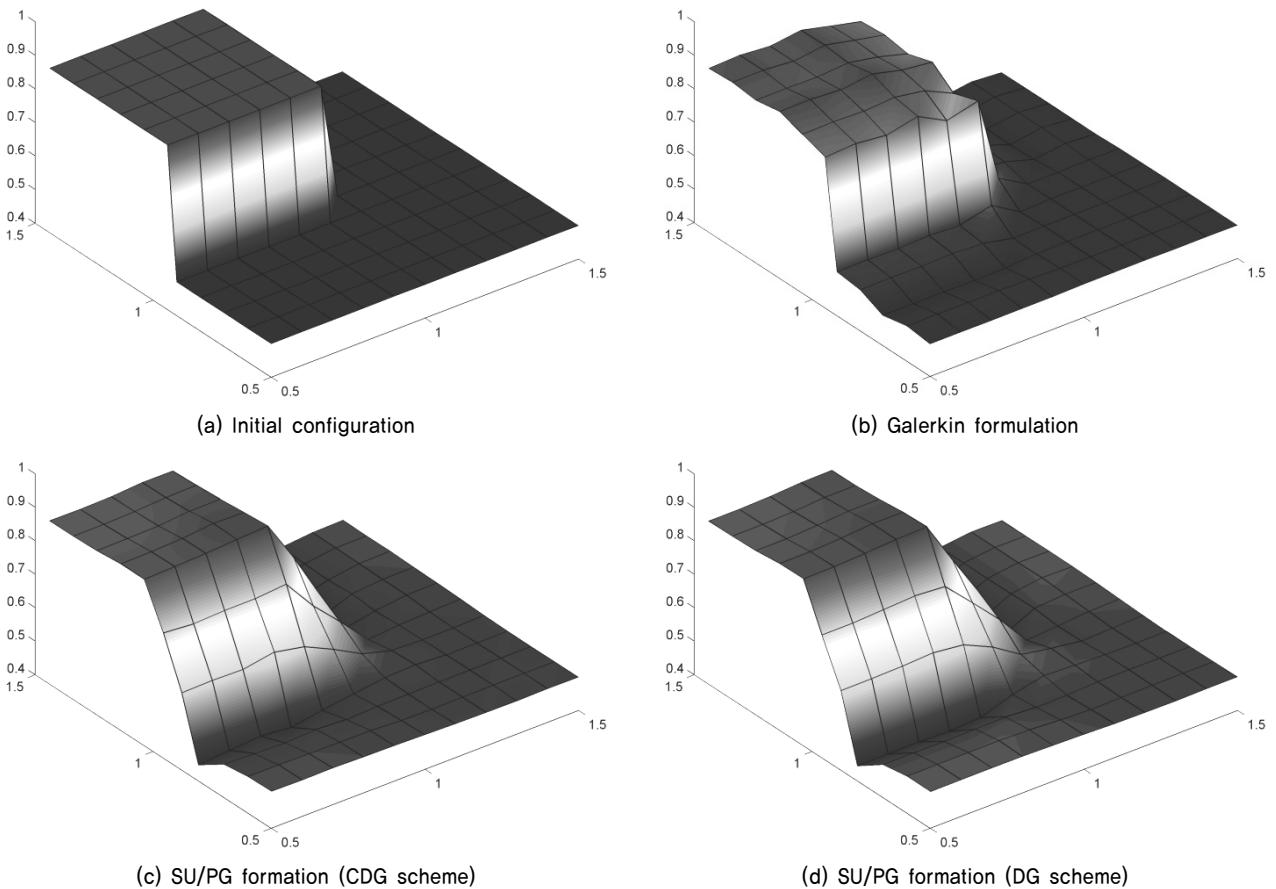
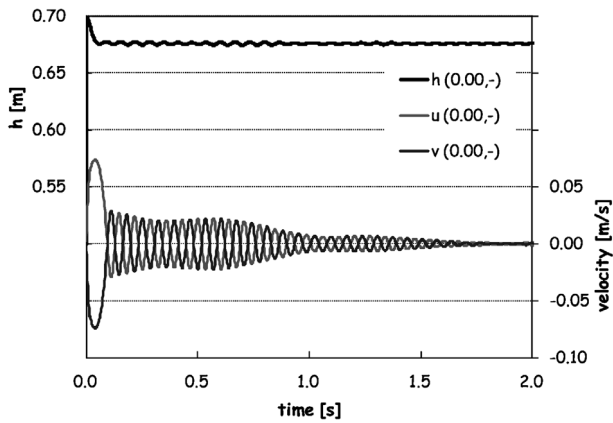
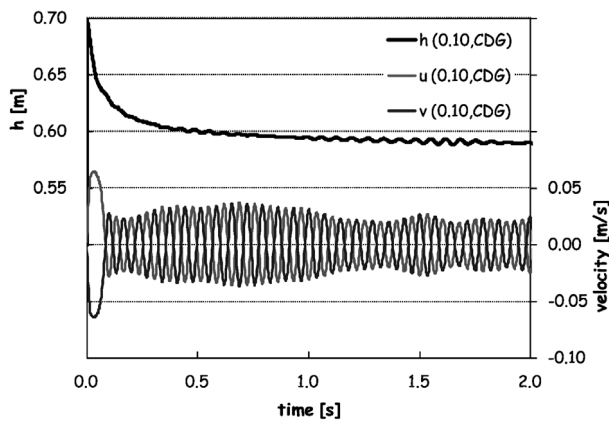


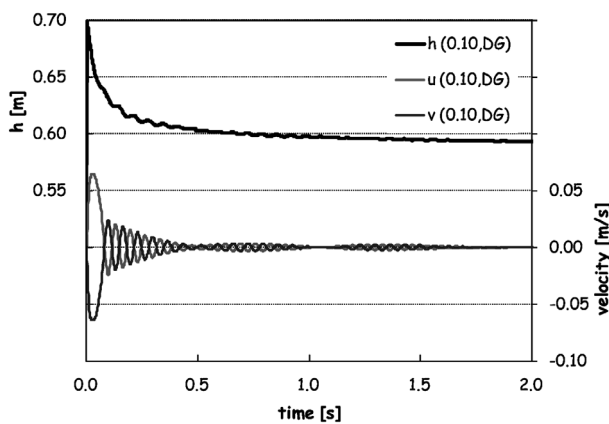
Fig. 3. Flow analysis for square slump using various numerical schemes



(a) Galerkin formulation



(b) SU/PG formation (CDG scheme)



(c) SU/PG formation (DG scheme)

Fig. 4. Numerical results at the center of the analysis domain (h=height, u & v = mean velocities in x & y directions)

정식에 적용하였다. 따라서 유도된 지배 방정식은 토체의 두께 h , x 와 y 흐름방향으로의 mass flux, $p = h\bar{u}$, $q = h\bar{v}$ 를 주변수로 하며, 3차원적 지형조건을 고려할 수 있도록 하였다. 지배 방정식의 보간함수를 이용한 공간분할에서 Petrov-Galerkin 수식화 기법을 적용하였다. 이때 불연속 시험함수는 유동방향을 기초로 한 상향 가중인자를 고려하였다. 일반화된 사다리꼴 법칙으로 시간 적분을 수행하고 Newton의 반복과정을 이용할 수 있도록 근사화시켰다. 가중행렬은

DG(Dissipative Galerkin)과 CDG(Characteristic Dissipative Galerkin) 기법을 적용하였으며, 준설토 유동해석에서 가중행렬에 따른 수치적인 안정성을 평가하기 위하여 사각형 기둥 슬럼프 시뮬레이션을 수행하였다. 수치기법에 대한 비교·분석 결과는 DG 기법을 적용한 SU/PG 수식화가 유사진동을 최소화시키는 가장 안정적인 수치해석결과를 보여주는 것으로 나타났다.

개발된 토사유동 해석프로그램을 이용하여 준설토사의 성상, 토출량 및 토출구의 배치에 대한 퇴적의 양상과 토립자 유실을 예측하고, 또한 양질의 매립층을 확보할 수 있는 설계·시공법이나 관리체계를 제안할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부와 국토교통과학기술진흥원 과제인 “환경친화적 준설토 확보, 매립 및 운송거리 30 km 이상 급 이송 기술 개발(12기술혁신E12)”의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

References

1. Atallah, M. and Hazzab, A. (2013), A Petrov-Galerkin scheme for modeling 1D channel flow with varying width and topography, *Acta Mechanica*, Vol. 224, No. 4, pp. 707~725.
2. Bear, J. (1990), *Introduction to modeling of transport phenomena in porous media*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 556 p.
3. Berger, R. C. and Stockstill, R. L. (1995), Finite-element model for high-velocity channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 121, No. 10, pp. 710~716.
4. Brooks, A. N. and Hughes, T. J. R. (1982), Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 32, Issues 1-3, pp. 199~259.
5. Denlinger, R. P. and Iverson, R. M. (2004), Granular avalanches across irregular three dimensional terrain. 1. theory and computation, *J. Geophys. Res.* Vol. 109, DOI: 10.1029/2003JF000085.
6. Gray, J. M. N., Wieland, T. M. and Hutter, K. (1999), Gravity driven free surface flow of granular avalanches over complex basal topography, *Proc. R. Soc. London, Ser. A, The Royal Society*, Vol. 455, pp. 1841~1874.
7. Hicks, F. E. and Steffler, P. M. (1992), Characteristic Dissipative Galerkin scheme for open-channel flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 118, No. 2, pp. 337~352.
8. Iverson, R. M. and Denlinger, R. P. (2001), Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain, 1, Coulomb mixture theory, *J. Geophys. Res.*, Vol. 106, No. B1, pp. 537~552.

9. Kim, S. Y., Choi, H. P., Park, J. E. and Kim, S. W. (2002), A study on the estimation method of loss ratio in dredged fills, *Journal of Korean Geo-Environmental Society*, Vol. 3, No. 1, pp. 67~77 (in Korean).
10. Lee, M. H., Kim, D. H. and Kim, S. S. (2008), Settling and consolidation behaviour of cohesive soil slurry, *Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 28, No. 3C, pp. 143~148 (in Korean)
11. Lee, S. and Jeon, J. K. (2002), Sedimentation and consolidation characteristics of dredged soils mixed with sand materials, *Journal of the Korean Geotechnical Society*, Vol. 18, No. 2, pp. 75~86 (in Korean).
12. Malvern, L. E. (1977), *Introduction to the mechanics of a continuous medium*, Prentice Hall, New Jersey, 711 p.
13. Medina, V., Hurlimann, M. and Bateman, A. (2008), Application of FLATModel, a 2-D finite volume code, to debris flows in the northeastern part of the Iberian Peninsula, *Landslides*, Vol. 5, pp. 127~142.
14. Park, M., Lee, J., Shin, H. and Lee, S. (2011), Characteristics of the segregation sedimentation for dredged soil depending on fines content, *Journal of Korean Geo-Environmental Society*, Vol. 12, No. 6, pp. 25~34 (in Korean).
15. Vreugdenhil, C. B. (1994), *Numerical methods for shallow water flow*, Kluwer Acad., 261 p.