

## 서술형 평가 문항에서 나타나는 초등학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계<sup>1)</sup>

김민경<sup>2)</sup>·김서영<sup>3)</sup>

본 연구의 목적은 초등학교 5학년 학생들이 가장 어려워하는 연산 중 하나인 분수 연산 관련 서술형 평가 문항에서 나타내는 연산 능력과 오류 유형을 살펴봄으로써 초등학교 현장에서 분수 연산에 대한 시사점을 제공하고자 한다. 연구 결과, 연구참여자들은 분수의 덧셈과 뺄셈 연산 보다 분수의 곱셈 연산 능력이 낮게 나타났다. 또한 서술형 평가 문항에 다양한 오류 유형이 나타났는데, 연산 능력별 차이에서는 상 집단 학생들은 ‘풀이 과정의 비약’, 중 집단과 하 집단에서는 모두 ‘문항 이해의 오류’로 나타났다. 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 연산 능력은 분수의 곱셈 연산 능력에 영향을 주는 것으로 나타났는데, ‘문항에 대한 이해’와 ‘풀이 과정에 대한 이해’에서 나타난 오류가 곱셈 연산 능력에 가장 큰 영향을 주는 것으로 나타났다.

주요용어 : 분수, 연산 능력, 오류 유형, 서술형 평가 문항

### I. 서론

인간은 매일 마주치게 되는 여러 가지 문제 상황에서 최선의 해결책을 내기 위해 다양한 해결방법을 찾아내고, 이러한 과정에서 자신의 사고를 논리적으로 발달시키며 최선의 결과에 도달하기 위해 본인 스스로 의사결정을 한다. 수학교과는 교과의 특성상 인간 스스로 사고하는 이러한 과정을 때로는 구체적인 상황에서, 때로는 매우 복잡한 상황에서 해결하도록 하는 경험을 제공한다.

이러한 특성을 지니고 있는 수학교과의 학습 과정에서는 여러 가지 형태의 평가가 이루어지고 있는데 주로 단답형 위주의 결과 중심 평가가 이루어지는 것에 대한 대안적인 평가 방법으로 1999년부터 수행평가가 정책적으로 권장되어 실시되고 있다. 그러나 정책적 권고에도 불구하고 한국의 초등학교 교사들은 학급당 학생 수가 과다하고 수학과 서술형 평가 문

1) 이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 연구되었음 (NRF-2011-32A-B00216)

2) 이화여자대학교 (mkkim@ewha.ac.kr) 교신저자

3) 이화여자대학교 대학원 (dawn0211@hanmail.net)

항 개발이 어려운 여건으로 인해 채점의 편의성과 객관성 확보를 위하여 여전히 단답형의 수행평가 유형을 가장 많이 사용하고 있는 것으로 나타났으며(김민경, 권점례, 노선숙 외, 2008; 김민경, 조미경, 주유리, 2012), 이러한 단답형 위주의 수행평가는 학습자가 어떻게 문제를 해결하였는지, 어떠한 오개념을 가지고 있기에 문제해결에 도달하지 못하였는지에 대한 정보를 충분히 제공해주지 못하기 때문에 교사가 평가의 결과를 교육적으로 판단하고 활용하기 어렵게 만든다는 약점이 있다.

이에 2005년부터 서술형·논술형 평가를 연차적으로 확대하여 실시하고 있는 서울시교육청(2010, 2011)은 물론 경기도교육청(2012)에서도 미래형 학력 신장을 중점정책 중 하나로 서술형·논술형 평가를 확대하는 평가방법 혁신을 제시하며 서술형 평가의 중요성을 강조하고 있다. 최근 여기서 더 나아가 2013년, 서울특별시교육청(2013)은 서술형·논술형 평가 문항을 30% 이상 출제하도록 하는 지침을 각 학교에 공문으로 전달한 바 있고, 경기도교육청은 2013년 ‘창의지성교육 계획안’을 발표하면서 서술형·논술형 평가를 35~40% 비중을 두고 전 교과로 확대, 2014년에는 40~45%의 비중으로 서술형·논술형 평가를 확대하는 등 단답형 위주의 결과 중심의 평가에서 과정 중심의 대안적인 평가로 전국적인 교육 현장에서 급물살을 타며 실시되고 있다.

한편 학교현장에서 주로 이루어졌던 양적 평가의 단점을 보완하기 위한 대안적 방법의 요구와 함께 현재 2007개정 초등학교 수학교육과정 내용 체계상 거의 10% 이상을 차지하고 있는 분수는 초등학생에게 매우 추상적인 개념으로서 초등학생이 이해하기 어려워하는 개념으로 인식되고 있다. 이러한 문제로 인하여 분수와 분수 연산에서 나타나는 오개념 및 오류를 분석하는 많은 연구들(권오남, 김진숙 외, 1997; 김선영, 2003; 송정화, 2005; 엄재엽, 류성림, 2009; 정윤희, 2010; 추은영, 2003)이 이루어져왔으나, 분수 연산에서 나타나는 오류 유형을 살펴본 지금까지의 선행연구는 대부분이 단답형 형태의 문항을 연구대상으로 하고 있는데 반해, 현 교육현장에서 점차 확대 실시되고 있는 서술형 평가를 대상으로 한 오류 유형 분석은 거의 이루어지지 않고 있는 실정이다.

이에 본 연구에서는 서술형 평가에서 나타나는 초등학교 5학년 학생의 분수 덧셈·뺄셈·곱셈 연산 능력을 살펴보고, 서술형 평가 문제해결과정에서 나타나는 오류를 분석하고, 더 나아가 학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계를 살펴봄으로써 분수 연산 지도 및 점차 확대 실시되고 있는 서술형 평가에 대한 시사점을 제공하고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 서술형 평가 및 분수 연산 학습

서울시교육청은 2010년 ‘창의력과 표현력을 키워주는 서술형 평가 장학자료집’을 통해 서술형 평가는 문제를 해결하는 학습자가 출제자가 제시한 답 중에서 선택하도록 하는 것이 아니라 학습자가 답이라고 여기는 의견이나 내용 등을 본인이 직접 쓰도록 하는 평가 방식이라고 서술하고 있다. 또한 노선숙 외(2008)는 자신의 지적 배경에 따라 문제해결에 적절한 자료나 정보를 선택하여 자신의 언어로 표현하는 것을 서술형 평가로 내세우고 있다. 이 외의 여러 문헌을 통해 서술형 평가의 의미를 종합해보면, 서술형 평가란 일반적으로 평가에서 자주 볼 수 있는 다지선다형이나 단답형 형식과 같이 문제에서 주어진 것들 중에 고르거

나 정하여진 답을 쓰는 것이 아닌, 문제를 해결하는 데 필요한 정보를 학습자가 선택하고 재조직하여 답을 구성해나갈 수 있도록 하는 평가 방식이다.

서술형 평가는 표현력, 사고력, 문제해결력과 같은 고등정신기능을 측정하는 데 효과적이며, 학습한 개념과 원리를 적용해볼 수 있는 학습태도를 향상시켜줄 수 있다는 것이 장점이다. 또한 서술한 내용을 통해 학습자의 다양하고 풍부한 반응을 확인해볼 수 있으며, 학습자 개개인에 적합한 피드백을 전달할 수 있다. 반면, 서술형 답안을 채점하는 데에 시간과 노력이 많이 들 수 있으며, 채점 기준을 명확하게 제작한다고 하더라도 학습자가 자신의 언어로 자유롭게 표현한 답안에 대하여 항상 일관적이면서 객관적인 채점을 하기 어렵다는 것이 단점으로 대두된다.

한편, 초등학교에서 학생들이 어려워하는 내용 중 하나인 분수 연산은 덧셈과 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 순으로 학습하도록 되어 있다. 초등학교 2·3학년 때 학습한 분수에 대한 개념을 바탕으로 4학년 때 ‘분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈’을 학습한 후, 5학년에 이르러 ‘분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈’, ‘분수의 곱셈’, 나아가 ‘분수의 나눗셈’까지 연이어 학습하도록 구성되어 있다. 이후 6학년에서는 ‘분수와 소수의 혼합 계산’을 다룬다.

분수 연산 관련 선행 연구에서 학생들이 분수 연산을 어려워하는 가장 큰 이유로 공통적으로 제시하고 있는 것은 기계적인 수업 방법이다(김민경, 2009; 김옥경, 류희찬, 1997; 범아영, 2012). 이는 분수 연산 학습이 개념적 이해보다는 추상적인 기호, 알고리즘, 절차적인 측면을 더 강조하면서 실제 문제 상황과는 분리되어 기호에 따라 연산을 수행하기만 하는 기능적 측면에 더 치우치고 있다는 것이다. 나아가 다양한 의미를 가지고 있는 분수를 확실하게 개념화하지 못하고 있는 상황에서 탄탄하지 못한 분수 개념 이해를 바탕으로 기계적인 연산 중심으로 학습이 이루어지는 것은 결국 분수 연산 학습을 더욱 어렵게 만드는 요인이라 할 수 있다.

## 2. 분수 연산 및 서술형 평가 관련 오류 유형

분수 연산에서 나타난 학생들의 오류는 연구자(권오남 외, 1997; 김진식, 1995; 안지은, 2007; 엄재엽, 류성림, 2009; Ashlock, 2006; Kouba, 1981, Radatz, 1980)의 관점에 따라 다양한 기준으로 분석되었다. 이 연구들에서 나타나는 공통적인 오류 유형은 ‘계산과정에서 나타나는 오류’, ‘약분과 통분 등 동치분수로 바꾸는 데에서 발생하는 오류’, ‘대분수를 가분수로 바꾸거나 가분수를 대분수로 바꾸는 데에서 발생하는 오류’로 크게 나누어지고 있다.

나아가 수학교과와 서술형 평가 및 문장제에서 나타나는 오류의 유형 역시 연구자들에 따라 분석틀이 다양하게 제시되고 있는데, 그 중 가장 대표적인 것으로서 다른 연구자들의 분석의 토대로 이용되고 있는 오류 분석틀은 Movshovitz-Hadar, Zaslavsky와 Inbar(1987)의 여섯 가지 유형이다. Movshovitz-Hadar 외(1987)는 ‘자료를 잘못 사용하면서 나타나는 오류’, ‘언어를 잘못 해석하여 나타나는 오류’, ‘부적절한 논리적 추론에서 나타나는 오류’, ‘옳지 않은 정리나 정의를 사용하여 나타나는 오류’, ‘입증되지 않은 풀이로 인한 오류’, ‘기술적 오류’ 6가지로 유형화하고 있다.

국내 연구자들 중 석경희, 백석윤(2004)은 초등 수학의 문장제 해결 과정에 나타나는 오류를 ‘문제의 문장에 대한 오해’, ‘전략의 성급한 선택’, ‘잘못 이해된 수학 내용의 사용’, ‘계산과정의 오류’, ‘풀이를 시도하지 않음’, ‘검토되지 않은 해답’으로 분류한 바 있다. 특히, 정현

도, 강신포, 김성준(2010)은 Movshovitz-Hadar 외(1987)와 윤수찬(2006) 및 석경희 외(2004)의 오류 분석틀을 이용하여 초등학교 4학년 학생들을 대상으로 한 수학 서술형 평가에서 나타나는 오류를 크게 개념적 오류와 기술적 오류로 분류하고, 각 오류를 총 6가지의 키워드에 따라 ‘문항 이해의 오류’, ‘개념 원리의 오류’, ‘자료 사용의 오류’, ‘풀이 과정의 오류’, ‘기록 단계의 오류’, ‘풀이 과정의 생략’으로 유형화하였다. 유형화한 오류에 따라 문항별 답안에서 나타나는 유형별 오류를 분석하고, 성취도에 따른 오류 유형을 분석하였다. 정현도 외(2010)에서 정의한 각 오류의 유형은 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 정현도 외(2010)의 유형별 오류의 정의

키워드	오류 유형	정의
읽기	문항 이해의 오류	문제에서 요구하는 내용을 잘못 해석해서 발생하는 오류
이해	개념 원리의 오류	기본 개념을 잘못 파악, 기본 정보가 부적절하게 이끌어져 발생하는 오류
변환	자료 사용의 오류	문제의 내용을 이해하고, 구조를 파악해서 해결하는 것이 아니라 문제에 주어진 실마리나 키워드를 문제 내용의 식을 변환하거나 연산을 선택하는 오류
처리	풀이 과정의 오류	문제의 답을 논증하는 과정이 잘못되어 발생하는 오류
기록	기록 단계의 오류	풀이 과정은 옳게 되었으나, 답을 잘못 옮겨 쓴 경우 발생하는 오류
생략	풀이 과정의 생략	풀이 과정을 생략하고 답만을 언급한 경우

본 연구에서는 위의 선행 연구들에서 사용한 오류 분석틀을 기반으로 사용하되, ‘서술형 평가’라는 평가방식에 더 초점을 두어 Movshovitz-Hadar 외(1987), 윤수찬(2006), 석경희 외(2004)를 종합하여 분석하였던 정현도 외(2010)에서 사용한 오류 분석틀을 토대로 삼아 ‘풀이 과정의 생략’ 유형에 ‘풀이 과정의 비약’ 유형을 추가하고, 각 오류 유형의 정의에 본 연구 대상 및 연구 내용에 적합하도록 정의의 내용에 해당하는 유형을 보완하여 분석하였다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구에서 개발된 서술형 평가 문항은 서울시에 위치한 두 A, B 초등학교 각 한 학급씩을 대상으로 하여 각각 예비연구 및 본 연구를 적용하였으며, 남학생 28명, 여학생 28명, 총 56명의 학생에게 적용되었다. 연구 대상 학급의 자세한 구성은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 연구 대상 학급 구성

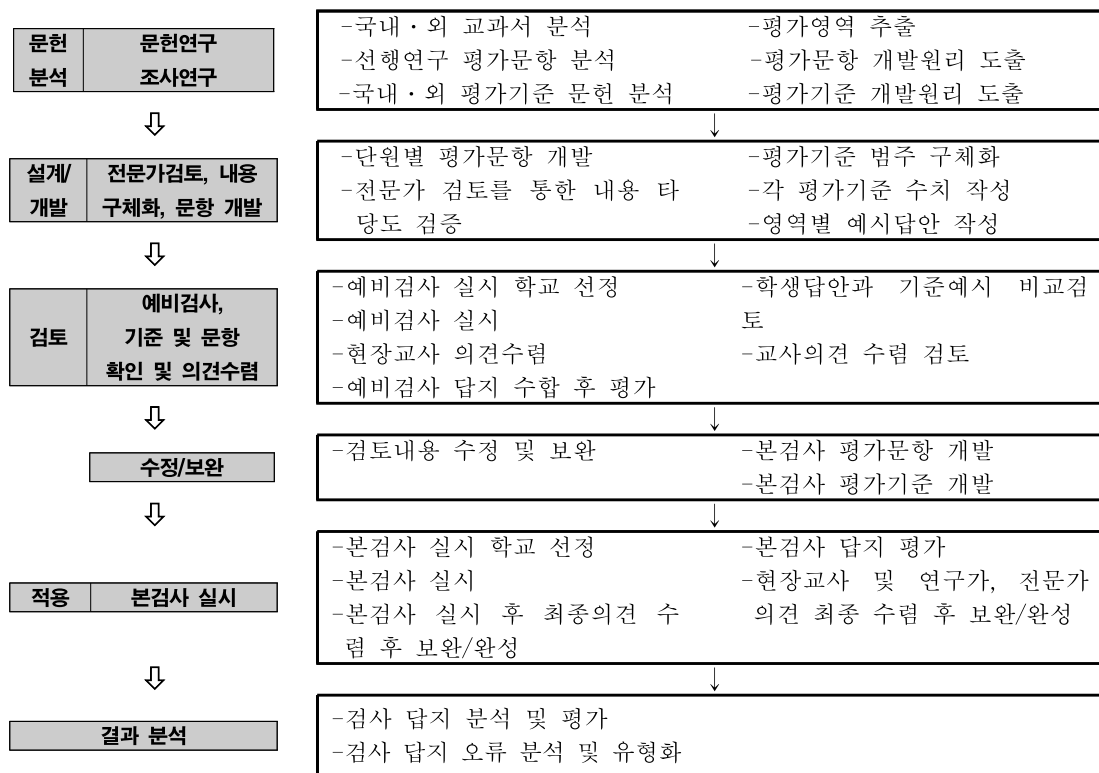
학교	명(%)			
	남	여	전체	비고
A초등학교	10(43.5%)	13(56.5%)	23(100%)	예비연구 적용
B초등학교	18(54.5%)	15(45.5%)	33(100%)	본 연구 적용

## 2. 연구 절차

본 연구에서 서술형 평가 문항의 제작 및 적용은 2012년 3월부터 2013년 6월 사이에 이루어졌으며, 연구 절차는 크게 서술형 평가 도구 개발, 서술형 평가 실시, 서술형 평가 결과 분석으로 이루어졌다([그림 III-1] 참조). 서술형 평가 도구를 개발하기 위하여 먼저 개발할 평가문항과 평가기준이 나아갈 방향에 대해 여러 관련 문헌을 검토, 분석 후, 평가문항 및 평가기준에 대한 개발원리를 도출하였으며, 설계 및 개발 단계에서는 앞의 분석 단계에서 도출된 기준에 기초하여 평가문항과 평가기준을 개발하였으며 전문가 의견을 수렴하여 내용 타당도를 검증하였다.

검토 단계에서는 앞 단계에서 개발한 평가문항을 A초등학교 5학년 학생들을 대상으로 예비검사를 실시한 후, 개발한 평가기준으로 채점하면서 평가문항 및 평가기준에 대한 전문가 검토를 다시 실시하였다. 검토 내용을 바탕으로 평가기준을 수정 및 보완하였다.

마지막으로 예비검사 실시 후 B초등학교 5학년 학생들을 대상으로 하여 본검사를 실시하고 현장 교사와 연구자, 전문가의 의견을 최종 수렴하여 문항과 기준을 최종 보완 및 완성하였다.



[그림 III-1] 연구 절차

### 3. 검사 도구

#### 1) 서술형 평가문항

초등학교 5학년 학생들이 서술형 평가에서 보이는 오류 유형을 살펴보기 위하여 서술형 평가문항을 다음과 같이 서술형 평가문항 개발의 기본방향을 설정하여 개발하였으며, 적용한 서술형 평가문항에 대한 학생들 반응을 분석하기 위한 평가기준을 마련하였다.

- 수학적 개념과 그것을 적용하는 방법을 통해 문제해결과정을 평가한다.
- 문제해결과정에서 수학적으로 표현하고 의사소통하는 과정을 평가한다.
- 하나의 정답을 갖지만 문제해결방법은 다양할 수 있다.
- 실제 생활과 밀접한 관련이 있는 문제 상황을 제시한다.
- 문제를 수학적으로 해석하고 타당한 추론을 통해 해결하는 능력을 평가한다.

본 연구에서는 우선적으로 기본방향에 따라 5학년 1학기 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원 4문항, ‘분수의 곱셈’ 단원 4문항, 총 8문항을 개발하였다. 관련 선행연구 중 김민경 외(2012)에서 초등학교 교사가 실시하고 있는 수학과 서술형 평가의 난이도에 대해 하, 중하, 중, 중상, 상의 다섯 가지 수준으로 설문한 결과, 중 수준 및 중상 수준의 난이도로 실시하고 있다는 응답이 전체의 3분의 2가 넘는 점을 고려하여 본 연구 역시 현 학교 현장에서 사용하고 있는 수학교과서와 수학익힘책에 제시된 문항들을 바탕으로 서술형 평가 문항을 중~중상 수준으로 개발하였다.

이를 위하여 각 단원별 학습내용과 목표를 확인하여 서술형으로 평가하기에 적합한 내용을 추출하고, 그에 맞는 문항들을 개발하여 단계, 단원명, 내용영역 및 성취기준과 출제의도를 함께 기술하였다. 예를 들어, 5학년 1학기 수학 교과서, 수학익힘책, 수학 교사용 지도서에서 ‘3. 분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원의 각 차시별 내용과 문항을 검토하고, 앞서 제시한 서술형 평가문항의 개발 방향에 따라 수학적 개념과 그것을 적용하는 방법을 통해 문제해결과정을 평가할 수 있는 내용으로 적절한 내용을 선택하여 문항을 개발하였다. ‘문제 상황에서 분모가 다른 세 분수의 혼합셈을 하기 위해서는 통분을 해야 함을 알고, 통분하여 세 분수의 혼합셈을 하도록 한다’라는 문항 출제의도와 문항을 이용하여 평가하고자 하는 ‘분모가 다른 세 분수의 혼합셈의 계산 방법을 알고 계산할 수 있다’라는 성취기준을 포함하여 문항 개발표를 구성하였다.

개발된 문항은 초등수학 전공의 석·박사 및 초등학교 5학년 담임교사 등으로 구성된 4명의 전문가 집단이 문항의 내용타당도, 수준, 사용된 용어의 적절성, 현장에의 적용 가능성 여부를 1차 검토한 후 수정·보완되었다. A초등학교 5학년 학생들을 대상으로 예비검사를 실시하여 다시 문항의 내용타당도, 용어의 적절성, 현장 적용 가능성을 2차로 검토하고 문항의 수준을 결정하였다. 이와 같은 과정을 거쳐 아래 <표 III-2>와 <표 III-3>과 같이 최종적인 서술형 평가 검사문항을 완성하였다.

<표 III-2> 3. 분수의 덧셈과 뺄셈 단원의 서술형 평가 문항

교육과정 중영역	번호	성취기준	문항
대분수의 덧셈하기	1	받아올림이 있는 대분수의 덧셈을 할 수 있다.	찬희는 집에서 학교를 거쳐 할머니댁에 가기로 하였습니다. 집에서 학교까지는 $1\frac{4}{5}$ km, 학교에서 할머니댁까지는 $2\frac{4}{7}$ km입니다. 찬희가 집에서부터 할머니댁까지 이동한 거리는 모두 몇 km인지 풀이과정과 답을 쓰시오.
대분수의 뺄셈하기	2	받아올림이 있는 분모가 다른 대분수의 뺄셈을 계산할 수 있다.	준우네 가족과 찬수네 가족은 같은 크기의 피자를 각각 2판씩 주문하였습니다. 준우네 가족은 $1\frac{3}{8}$ 조각을 먹었고, 찬수네 가족은 $1\frac{5}{12}$ 조각을 먹었습니다. 누구네 가족이 얼마만큼 더 먹었는지 풀이과정과 답을 쓰시오.
세 분수의 덧셈과 뺄셈하기	3	분모가 다른 세 분수의 혼합셈의 계산 방법을 알고 계산할 수 있다.	지현이네 모듬은 아침봉사활동을 하면서 쓰레기 2kg을 모으기로 하였습니다. 정문 앞에서 $\frac{2}{3}$ kg을 줌고, 운동장에서 $\frac{3}{4}$ kg을 주웠는데, 달려가다가 $\frac{5}{6}$ kg을 쏟고 말았습니다. 목표량을 채우려면 몇 kg의 쓰레기를 더 모으면 되는지 풀이과정과 답을 쓰시오.
분모가 다른 세 분수의 혼합 계산하기	4	분모가 다른 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 방법을 알고 계산할 수 있다.	진경이네 가족은 새 집으로 이사를 하였습니다. 이사한 기념으로 진경이 부모님께서 진경이 방에 새 책상을 사주시기로 하였습니다. 새 책상을 놓기로 한 벽은 가로 길이가 $4\frac{1}{2}$ m입니다. 그리고 새 책상과 함께 그 벽에 나란히 배치할 물건은 가로 길이가 $1\frac{2}{5}$ m인 옷장과 가로 길이가 $1\frac{3}{4}$ m인 책꽂이입니다. 진경이가 새로 사야 할 책상은 가로의 길이가 몇 m 이하여야 하는지 풀이과정과 답을 쓰시오.

<표 III-3> 4. 분수의 곱셈 단원의 서술형 평가 문항

교육과정 중영역	번호	성취기준	문항
진분수끼리의 곱셈하기	1	진분수끼리의 곱셈 계산 원리를 이해하고 이를 계산할 수 있다.	재영이네 반 친구들의 $\frac{5}{9}$ 는 체육을 좋아하고, 그중에서 $\frac{1}{3}$ 은 육상을 좋아합니다. 육상을 좋아하는 친구들의 $\frac{3}{5}$ 은 계주를 좋아합니다. 계주를 좋아하는 친구가 3명이라면, 재영이네 반 친구들은 모두 몇 명인지 풀이과정과 답을 쓰시오.

교육과정 중영역	번호	성취기준	문항
세 분수의 곱셈하기	2	세 분수의 곱셈 방법을 알고 계산할 수 있다.	미술선생님께서 아래 그림과 같이 한 변이 $1\frac{2}{5}$ m인 정사각형 도화지를 주시면서, 네 명에서 $\frac{1}{4}$ 씩 똑같이 나누어 가지라고 하 셨습니다. 한 명이 갖게 되는 정사각형의 넓이는 얼마인지 풀이 과정과 답을 쓰시오.
대분수끼 리의 곱셈하기	3	대 분 수 의 끼 리의 곱셈의 계산을 형식 화하여 여러 가지 방법으 로 계산할 수 있다.	주머니 속에 아래의 분수가 적힌 세장의 카드가 들어 있습니다. 민호와 유나는 주머니 속 카드를 보지 않고 2장을 뽑아 두 분 수의 곱이 큰 사람이 이기는 게임을 하려고 합니다. 민호가 $2\frac{1}{6}$ 과 $2\frac{2}{5}$ 를 뽑았다면 유나는 어떤 카드 2장을 뽑아야 민호를 이 길 수 있을지 풀이과정과 답을 쓰시오.(단, 뽑은 카드는 다시 주 머니 속으로 넣습니다.) <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"><math>2\frac{1}{6}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"><math>2\frac{2}{5}</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"><math>2\frac{2}{9}</math></div> </div>
자연수와 대분수의 곱셈하기	4	자연수와 대 분수의 곱셈 방법을 알고 계산할 수 있다.	철진이는 교실에 있는 화이트 보드의 면적이 얼마인지 알아보 기 위해 화이트 보드의 가로와 세로의 길이를 재려고 하였으나 줄자를 구할 수 없었습니다. 그래서 분필을 이용하여 길이를 재 기로 하였습니다. 칠판의 가로는 분필 $12\frac{1}{2}$ 개 만큼의 길이였고, 세로는 분필 $8\frac{4}{5}$ 개 만큼의 길이였습니다. 분필의 길이가 7cm라 면 칠판의 면적은 몇 $\text{cm}^2$ 입니까?

## 2) 서술형 평가기준

국내외 여러 평가문항과 평가기준, 우리나라 초등학교에서 실질적으로 사용하고 있는 평가기준이 3단계, 또는 4단계의 총체적 평가가 실시되는 점, 그리고 분석적 채점 기준은 시간이 오래 걸리고 초등학생의 능력을 총체적으로 판단하는 학교 환경에서 교사들이 실질적으로 사용하기 힘들다는 점에서 본 연구에서는 <표 III-4>와 같은 총체적 채점 기준을 마련하였다.

총체적 채점 기준은 4단계로 하고, A 단계는 ‘매우잘함’으로, B 단계는 ‘잘함’으로, C 단계는 ‘보통’으로, D 단계는 ‘노력요함’으로 설정하였다. 각각의 단계에 해당하는 내용은 초등학교 현장에서 평가에 이용되는 평가 구분을 차용하였다. 그리고 각 단계에서 문제이해 및 문제해결과정, 수학적 의사소통 및 추론 능력의 관점을 기술하여 학생들의 응답을 전체적인 관점에서 평가할 수 있도록 구체적인 평가기준을 완성하였다. 개발된 문항별로 완성된 구체적인 평가기준은 예비검사를 통해 수집된 실제 5학년 학생들의 답안에 근거하여 수준 및 예시 등이 수정 및 보완되었다.



<표 III-4> 본 연구의 총체적 평가기준

단계	평가내용	비고
A	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제상황 및 문제 속에 내포된 수학적 개념을 바르게 이해함</li> <li>• 문제의 조건을 바르게 이해하고, 문제해결에 필요한 올바른 정보를 선택하여 활용함</li> <li>• 문제해결에 알맞은 전략을 찾아 바르게 실행하고, 문제의 조건에 맞게 바르게 답을 기술함</li> <li>• 전략수행과정이나 문제해결과정에서 타당한 추론을 통해 문제를 해결함</li> <li>• 답을 알아내는 모든 단계나 과정을 명확하고 논리적으로 충분히 설명함</li> <li>• 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현이 정확함</li> </ul>	매우 잘함
B	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제상황 및 문제 속에 내포된 수학적 개념을 바르게 이해함</li> <li>• 문제의 조건을 바르게 이해하고, 문제해결에 필요한 올바른 정보를 선택하여 활용함</li> <li>• 타당한 추론을 통해 문제해결에 알맞은 전략을 찾아 실행하고 있으나 답이 부정확함                             <ul style="list-style-type: none"> <li>a) 사소한 오차나 옮겨쓰기 과정에 오류가 있음</li> <li>b) 답을 쓰지 않음</li> </ul> </li> <li>• 답을 알아내는 전체 과정을 논리적으로 설명하고 있으나 약간의 비약을 포함하고 있음</li> <li>• 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현에서 약간의 오류를 나타냄</li> </ul>	잘함
C	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제상황 및 문제 속에 내포된 수학적 개념을 부분적으로 이해함</li> <li>• 문제의 조건을 바르게 이해하지 못하여 일부분의 정보만을 선택하여 활용함</li> <li>• 문제해결을 위한 알맞은 전략을 찾아 시도하고 있으나 타당하게 추론하지 못하거나 끝까지 실행하지 못하여 정답에 이르지 못함</li> <li>• 답을 알아내는 과정 설명에 비약이 많거나, 문제해결과정 없이 정답만 기술함</li> <li>• 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 사용에 오류 및 부정확한 표현이 많이 포함됨</li> </ul>	보통
D	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제상황 및 문제 속에 내포된 수학적 개념을 이해하지 못함</li> <li>• 문제의 조건을 이해하지 못하여 문제해결과 관련없이 제시된 정보를 활용함</li> <li>• 문제해결과정에 대한 설명이 불완전하거나 명료하지 않아 이해하기 어려움</li> <li>• 문제해결을 전혀 시도하지 못함                             <ul style="list-style-type: none"> <li>a) 백지 또는 오답 이외에 아무것도 쓰지 않음</li> <li>b) 문제와 관련 없는 것만을 기술함</li> </ul> </li> </ul>	노력 요함

#### 4. 분석 도구

##### 1) 분수 연산 능력 분석

초등수학 박사 학위를 소지한 현직 초등교사 1명, 초등수학 석사 재학 중인 현직 초등교사 2명이 각 문항별로 세부적으로 개발한 평가기준을 바탕으로 각자 채점하여 학생들의 분수 연산 능력을 매우 잘함(A), 잘함(B), 보통(C), 노력요함(D)로 구분하였다(다음 <표 III-5>는 <표 III-2>에서의 3번에 해당하는 평가기준 예시임).

<표 III-5> 평가기준 예시: 5학년 1학기 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’

단계	평가내용	비고
A	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문제 상황 및 문제 속에 내포된 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 바르게 이해함.</li> <li>· 문제의 조건을 바르게 이해하고, 제시된 문제 상황에서 문제해결에 적절한 정보 (목표량, 주운 양, 쏟은 양)를 활용함.</li> <li>· 분모가 다른 세 분수를 통분(3, 4, 6의 최소공배수인 12로 통분)하는 과정과 자연수-진분수의 뺄셈과정(<math>2 - \frac{7}{12} = \frac{24}{12} - \frac{7}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math>kg)을 정확하게 나타냄.</li> <li>a) <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}</math>kg, <math>2 - \frac{7}{12} = \frac{24}{12} - \frac{7}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math>kg</li> <li>b) <math>2 - (\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}) = 2 - (\frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12}) = 2 - \frac{7}{12} = \frac{24}{12} - \frac{7}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math>kg</li> <li>· 전략수행과정이나 문제해결과정에서 타당한 추론을 통해 문제를 해결함.</li> <li>· 답을 알아내는 모든 단계나 과정을 명확하고 논리적으로 설명함.</li> <li>· 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현이 정확함.</li> </ul>	매우 잘함
B	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문제 상황 및 문제 속에 내포된 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 바르게 이해함.</li> <li>· 문제의 조건을 바르게 이해하고, 제시된 문제 상황에서 문제해결에 적절한 정보 (목표량, 주운 양, 쏟은 양)를 활용함.</li> <li>· 분모가 다른 세 분수를 통분(3, 4, 6의 최소공배수인 12로 통분)하는 과정과 자연수-진분수의 뺄셈과정(<math>2 - \frac{7}{12} = \frac{24}{12} - \frac{7}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math>kg)을 나타냄.</li> <li>a) 사소한 오차나 옮겨 쓰기 과정에 오류가 있음.</li> <li>b) 계산 과정은 있으나 답을 쓰지 않음.</li> <li>· 답을 알아내는 전체 과정을 논리적으로 설명하고 있으나 약간의 비약을 포함하고 있음.</li> <li>· 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현에서 약간의 오류를 나타냄.</li> </ul>	잘함
C	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문제 상황 및 문제 속에 내포된 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 부분적으로 이해함.</li> <li>· 문제의 조건을 바르게 이해하지 못하고 제시된 문제 상황에서 문제해결에 적절한 정보(목표량, 주운 양, 쏟은 양) 중 일부만을 선택하여 활용함.</li> <li>· 분모가 다른 세 분수를 통분(3, 4, 6의 최소공배수인 12로 통분)하는 과정과 자연수-진분수의 뺄셈과정(<math>2 - \frac{7}{12} = \frac{24}{12} - \frac{7}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}</math>kg)을 정확하게 나타내지 못함.</li> <li>· 답을 알아내는 과정 설명에 비약이 많거나, 문제해결과정 없이 정답만 기술함.</li> <li>· 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 사용에 오류 및 부정확한 표현이 많이 포함됨.</li> </ul>	보통
D	<ul style="list-style-type: none"> <li>· 문제 상황 및 문제 속에 내포된 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 이해하지 못함.</li> <li>· 문제의 조건을 이해하지 못하여 문제해결과 관련 없이 제시된 숫자들을 무의미하게 활용함</li> <li>· 문제해결과정에 대한 설명이 불완전하거나 명료하지 않아 이해하기 어려움.</li> <li>· 문제해결을 전혀 시도하지 못함.</li> <li>a) 백지 또는 오답 이외에 아무것도 쓰지 않음.</li> <li>b) 문제와 관련 없는 것만을 기술함.</li> </ul>	노력 요함

2) 분수 연산 오류 유형 분석

문항별 분수 연산 오류 유형을 분석하기에 앞서, 우선 오류를 보이고 있는 대상자를 선별하였다. 각 문항에서 B, C, D단계의 점수를 받은 답안을 대상으로 하되, 전혀 이해할 수 없거나 알아볼 수 없는 풀이과정을 기록하고 답란을 비워둔 경우와 아무것도 기록하지 않은 답안은 무응답으로 처리하여 분석 대상에서 제외하였다.

분수 연산 단위 평가를 위한 서술형 평가에서 학생들이 보이는 오류 분석을 위하여 정현도 외(2010)에서 사용한 오류 분석틀을 토대로 삼았다. 본 연구에서는 연구대상자들의 답안을 분석할 때, 올바른 답을 도출하였다고 하더라도 기술한 풀이 과정에 비약이 있어 문제해결과정이 충분하게 보이지 않는 경우에는 A단계가 아닌, B단계나 C단계 점수를 부여하였으며, 정현도 외(2010)에서는 오류 유형 중 ‘생략’ 키워드에 ‘풀이 과정의 생략’ 유형만 포함시키고 있기에 본 연구에서는 ‘생략’ 키워드에 ‘풀이 과정의 생략’ 유형뿐만 아니라 ‘풀이 과정의 비약’ 유형도 포함시켰다. 또한, 연구대상자들의 답안을 분석하면서 각 오류 유형에 포함될 수 있는 정의를 본 연구에 적합하게 추가하였다. 본 연구에서 ‘풀이 과정의 비약’ 유형을 포함시키고 오류 내용을 추가하여 최종 보완하여 사용한 오류 분석틀은 <표 III-6>과 같다.

<표 III-6> 오류 분석틀

키워드	오류 유형	정현도 외(2010)의 정의	본 연구에서 사용한 정의
읽기	문항 이해의 오류	· 문제에서 요구하는 내용을 잘못 해석해서 발생하는 오류	· 문제에서 요구하는 해결과정과 구하여야 할 것을 잘못 해석하여 발생하는 오류 · 문제에서 무엇을 구하라고 하는지에 대해 이해하지 못하여 발생하는 오류
이해	개념 원리의 오류	· 기본 개념을 잘못 파악, 기본 정보가 부적절하게 이끌어져 발생하는 오류	· 분수 연산(분수의 덧셈과 뺄셈, 분수의 곱셈)과 관련한 기본 개념을 잘못 파악하여 발생하는 오류
변환	자료 사용의 오류	· 문제의 내용을 이해하고, 구조를 파악해서 해결하는 것이 아니라 문제에 주어진 실마리나 키워드를 문제 내용의 식을 변환하거나 연산을 선택하는 오류	· 문제의 내용과 구조를 파악하여 해결하는 것이 아니라, 문제에 나타나 있는 수와 자료와 같은 주어진 조건들을 문제해결과 전혀 상관없이 자의적으로 판단하여 사용함으로써 발생하는 오류 · 문제에 주어져 있는 조건들을 풀이 과정에 잘못 기록하여 발생하는 오류
처리	풀이 과정의 오류	· 문제의 답을 논증하는 과정이 잘못 되어 발생하는 오류	· 문제의 답을 이끌어내는 풀이 과정에서 발생하는 오류
기록	기록 단계의 오류	· 풀이 과정은 옳게 되었으나, 답을 잘못 옮겨 쓴 경우 발생하는 오류	· 풀이과정은 모두 바르게 기술되어 있으나, 답란에 답을 잘못 옮겨 써서 발생하는 오류
생략	풀이 과정의 비약	없음	· 풀이 과정에 비약이 있거나, 풀이 과정을 체계적이지 않게 기록하여 발생한 오류
	풀이 과정의 생략	· 풀이 과정을 생략하고 답만을 언급한 경우	· 풀이 과정을 생략하고 답만 기록하여 발생한 오류

### 3) 분수 연산 능력과 오류 유형 관계 분석

분수 연산 능력과 오류 유형 사이의 상관관계를 살펴보기 위하여, 가장 먼저 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문항과 ‘분수의 곱셈’ 문항에서 각각의 연산과 관련한 서술형 문제에서의 풀이 결과가 문항 간에 동일하게 나타나고 있는지 Pearson 상관계수로 분석하였다. 둘째, 현 수학 교육과정 체계는 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’을 먼저 학습한 후, 곧이어 ‘분수의 곱셈’을 학습하는 순서로 이루어져있다. 따라서 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력이 후속 학습으로 이어지는 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력과 관계가 있는지 알아보기 위해 일변량 분산분석(ANOVA)을 통해 살펴보았다. 마지막으로, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력 사이에 차이가 크게 나타나는 대상을 중심으로 오류 유형을 분석하고 기술하였다. 분석을 위하여 A, B, C, D 단계를 각각 4, 3, 2, 1점으로 수량화하여 통계 처리하였다.

## IV. 연구 결과

### 1. 분수 연산 능력

#### 1) ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원

3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’과 관련한 서술형 평가문항에서 연구대상자들이 보인 문제해결 과정을 각 문제의 평가기준에 따라 A, B, C, D, 총 4단계로 구분하였다. 그 결과, 전체 문항을 살펴보았을 때 A단계의 답안이 224건 중 122건(54.5%)로 가장 많았으며, C단계, D단계, B단계의 순으로 높은 비율을 보였다(<표 IV-1> 참조). 과반수가 넘는 연구대상자들의 연산 능력이 A단계로 나타났고, 대상자의 약 2/3가 B단계 이상의 수행능력을 보여주었다(3단원 3번 문항의 각 단계에 해당하는 예시답안은 <표 IV-2> 참조).

<표 IV-1> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문항별 평가 결과

문항	단계 판정				명(%)
	A	B	C	D	합계
1	42(75.0)	8(14.3)	5(8.9)	1(1.8)	56(100)
2	27(48.2)	10(17.9)	12(21.4)	7(12.5)	56(100)
3	24(42.9)	10(17.9)	11(19.6)	11(19.6)	56(100)
4	29(51.8)	1(1.8)	11(19.6)	15(26.8)	56(100)
합계	122(54.5)	29(12.9)	39(17.4)	34(15.2)	224(100)

#### 2) ‘분수의 곱셈’ 단원

4단원 ‘분수의 곱셈’과 관련한 연구대상자들의 문제해결과정을 평가기준에 따라 구분한 결과, 모든 문항에서 D단계의 연산 능력이 224건 중 113건(50.4%)으로 가장 많이 나타났다.

문항 1, 2, 3에서는 D, A, C, B단계의 순서로 높게 나타났으며, 4번 문항은 D, A, B, C단계의 순서로 나타났다(<표 IV-3> 참조). '분수의 곱셈'과 관련하여 50.4%의 연구대상자들의 문제해결능력이 D단계로 나타났으며, 약 2/3가 C단계 이하로 나타난 결과로 보아 '분수의 곱셈' 서술형 문제에서의 연산 능력은 '분수의 덧셈과 뺄셈'에 비해 저조하게 나타났다(4단원 3번 문항의 각 단계에 해당하는 예시답안은 <표 IV-4> 참조).

<표 IV-2> 3단원 '분수의 덧셈과 뺄셈' 3번 문항 단계별 예시 답안

단계	예시 답안	설명
A	<p>- 풀이과정: (제현이네 모듬이 총 모듬 쓰레기의 양) = <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{17}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}</math></p> <p>이므로 모듬량을 재우려면 <math>2 - \frac{7}{12} = 1\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = 1\frac{5}{12}</math>, 따라서 <math>1\frac{5}{12}</math> kg 만큼의 쓰레기를 버려야 하므로 모듬량을 재울 수 있다.</p> <p>- 정답: <math>(1\frac{5}{12})</math> kg</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 다른 세 분수를 통분하는 과정과 자연수-진분수의 뺄셈과정을 정확하게 나타냄.</li> <li>• 답을 알아내는 모든 단계나 과정을 명확하고 논리적으로 설명함.</li> <li>• 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현이 정확함.</li> </ul>
B	<p>- 풀이과정: <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{17}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}</math></p> <p><math>2 - \frac{7}{12} = 1\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = 1\frac{5}{12}</math></p> <p>- 정답: <math>(1\frac{5}{12})</math> kg</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제 상황 및 문제 속에 내포된 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 바르게 이해함.</li> <li>• 분모가 다른 세 분수를 통분하는 과정과 자연수-진분수의 뺄셈과정을 바르게 나타내고 있으나, 과정에 오류 (<math>\frac{7}{12} - 1\frac{12}{12} = 1\frac{5}{12}</math>)가 있음.</li> </ul>
C	<p>- 풀이과정: <math>\frac{28}{3} + \frac{39}{4} - \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12} - \frac{5}{6} = 1\frac{5}{12} - \frac{10}{12} = \frac{17}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}</math></p> <p>- 정답: <math>(\frac{7}{12})</math> kg</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제 상황 및 세 분수의 덧셈과 뺄셈의 의미를 부분적으로 이해함.</li> <li>• 과정에 비약(<math>\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12} - \frac{5}{6}</math>)이 있음.</li> <li>• 문제해결과정에 사용된 수학적 용어 및 기호의 사용에 오류가 있음.</li> </ul>
D	<p>- 풀이과정: <math>\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}</math></p> <p><math>\frac{1}{2} - \frac{7}{6} = \frac{3}{6} - \frac{7}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}</math></p> <p>- 정답: <math>(1\frac{1}{6})</math> kg</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 문제의 조건을 이해하지 못하여 문제해결과 관련 없이 제시된 숫자들을 무의미하게 활용(<math>\frac{2}{1} - \frac{7}{12} = \frac{7}{6}</math>)함.</li> <li>• 문제해결과정에 대한 설명이 불완전하거나 명료하지 않아 이해하기 어려움.</li> </ul>

<표 IV-3> 4단원 '분수의 곱셈' 평가 결과

분항	관정 단계				
	A	B	C	D	합계
1	12(21.4)	5(8.9)	9(16.1)	30(53.6)	56(100)
2	17(30.4)	2(3.6)	3(5.4)	34(60.7)	56(100)
3	11(19.6)	13(23.2)	15(26.8)	17(30.6)	56(100)
4	13(23.2)	6(10.7)	5(8.9)	32(57.1)	56(100)
합계	53(23.7)	26(11.6)	32(14.3)	113(50.4)	224(100)

<표 IV-4> 4단원 '분수의 곱셈' 3번 문항 단계별 예시 답안

단계	예시 답안	설명
A	<p>- 풀이과정 : 민호가 뽑은 카드의 곱: <math>\frac{13}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}</math>                      유나는 민호를 이기려면 <math>5\frac{1}{5}</math> 보다 더 큰 곱을 써야 한다.                      유나가 뽑아야 될 수는 가장 큰 2음과 2번재로 단 2음이다.                      유나가 뽑아야 되는: <math>2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{9} = \frac{12}{5} \times \frac{10}{9} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}</math>  <math>5\frac{1}{5} &lt; 5\frac{1}{3}</math>                      - 정답: <math>(2\frac{2}{5})</math>와 <math>(2\frac{2}{9})</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>민호가 뽑은 분수들의 곱을 구하는 과정과 유나가 뽑을 수 있는 경우(<math>2\frac{1}{6}</math>과 <math>2\frac{2}{9}</math>를 뽑는 경우, <math>2\frac{2}{5}</math>와 <math>2\frac{2}{9}</math>를 뽑는 경우)를 구하는 과정, 그 중에서 유나가 이기는 경우(<math>5\frac{1}{5} &lt; 5\frac{1}{3}</math>)를 구하는 과정을 정확하게 나타냄.</li> <li>사용된 수학적 용어 및 기호 등의 표현이 정확함.</li> </ul>
B	<p>- 풀이과정 :  <math>\frac{13}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}</math>  <math>\frac{12}{5} \times \frac{20}{9} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}</math>                      - 정답: <math>(2\frac{2}{5})</math>와 <math>(2\frac{2}{9})</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>민호가 뽑은 분수들의 곱을 구하는 과정과 유나가 뽑을 수 있는 경우(<math>2\frac{2}{5}</math>와 <math>2\frac{2}{9}</math>)를 서술했으나, 약간의 비약을 포함하고 있음.</li> </ul>
C	<p>- 풀이과정 :                      민: <math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}</math>                      유: <math>2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{9} = \frac{12}{5} \times \frac{10}{9} = 6</math>                      - 정답: <math>(2\frac{2}{5})</math>와 <math>(2\frac{2}{9})</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>민호가 뽑은 분수들의 곱을 구하는 과정과 유나가 뽑을 수 있는 경우(<math>2\frac{2}{5}</math>와 <math>2\frac{2}{9}</math>)가 서술되어 있으나, 유나가 이기는 경우를 구하는 과정을 정확하게 나타내지 못하고 잘못된 계산과정을 보여줌 (<math>2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{9} = 6</math>).</li> </ul>
D	<p>- 풀이과정 :  <math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{12}{5} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}</math>  <math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{9} = \frac{13}{6} \times \frac{10}{9} = \frac{130}{27}</math>  <math>27 \overline{) 130}</math>                      - 정답: ( )와 ( )</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>문제의 조건을 이해하지 못하여 문제해결과 관련 없이 제시된 숫자들을 무의미하게 활용함</li> <li>문제해결을 시도하다가 중단하였으며, 정답을 기록하지 않음.</li> </ul>

앞에서 살펴본 결과를 통해 연구대상자들의 분수 연산 능력은 ‘분수의 곱셈’에서보다 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’에서 더 높게 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’보다 후속학습으로 이어지는 ‘분수의 곱셈’에서 더 낮은 연산 능력을 나타낸다고 보여 진다.

## 2. 분수 연산 오류

### 1) 분수 연산 오류 유형

#### (1) ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원

‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원의 연산에서는 224건의 답안 중 오류를 전혀 나타내지 않는 A 단계의 답안과 무응답 처리된 답안을 제외하고 총 97건의 답안에서 오류가 발견되었다(<표 IV-5>참조). <표 III-6>의 분석틀을 이용하여 각 문항에서 나타난 오류 총 97건의 원인을 분석하고 유형화한 결과(<표 IV-6> 참조), ‘분수의 덧셈과 뺄셈’의 서술형 평가문항 해결에서는 ‘풀이 과정의 오류’가 30건(30.9%), ‘문항 이해의 오류’가 28건(28.9%), ‘풀이 과정의 비약’이 27건(27.8%)으로 가장 많이 나타났다. 이에 비해, 분수의 덧셈과 뺄셈을 어떤 알고리즘을 거쳐 해결해야하는지와 관련한 ‘개념 원리의 오류’ 유형과, ‘기록 단계의 오류’ 유형, ‘풀이 과정의 생략’ 유형이 각각 1건(1.0%)으로 가장 적게 나타났다. <표 IV-7>에서는 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 3번 문항을 예로 들어 가장 많은 오류를 보이고 있는 ‘풀이 과정의 오류’, ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’ 순으로 예시 답안을 제시하고 있다.

<표 IV-5> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문항 별 평가 결과 연산 오류 유형 분석 대상 명

문항	단계 판정	B	C	D(무응답)	분석 대상 합계	비고
						A
1		8	5	1(0)	14	42
2		10	12	7(0)	29	27
3		10	11	7(4)	28	24
4		1	11	14(1)	26	29
합계		29	39	29(3)	97	122

<표 IV-6> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 각 문항별 오류 유형

문항	오류 유형	명(%)							
		읽기 문항 이해의 오류	이해 개념 원리의 오류	변환 자료 사용의 오류	처리 풀이 과정의 오류	기록 기록 단계의 오류	생략 풀이 과정의 비약 / 풀이 과정의 생략		합계
1		0(0.0)	0(0.0)	1(7.1)	6(42.9)	1(7.1)	6(42.9)	0(0.0)	14(100.0)
2		9(31.0)	0(0.0)	4(13.8)	6(20.7)	0(0.0)	9(31.0)	1(3.4)	29(100.0)
3		7(25.0)	0(0.0)	3(10.7)	8(28.6)	0(0.0)	10(35.7)	0(0.0)	28(100.0)
4		12(46.2)	1(3.8)	1(3.8)	10(38.5)	0(0.0)	2(7.7)	0(0.0)	26(100.0)
합계		28(28.9)	1(1.0)	9(9.3)	30(30.9)	1(1.0)	27(27.8)	1(1.0)	97(100.0)

<표 IV-7> 3단원 '분수의 덧셈과 뺄셈' 각 오류 유형별 예시

순	키워드	오류 유형	예시 답안	오류 원인
1	처리	풀이 과정의 오류	<p>- 풀이과정 :</p> $\frac{24}{34} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{17}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}$ <p>- 정답 : <math>(\frac{7}{12})\text{kg}</math></p>	모은 쓰레기의 양을 전체에서 빼야하나, 모은 쓰레기의 양만 구하고, 전체와의 차이까지는 구하지 않음.
2	읽기	문항 이해의 오류	<p>- 풀이과정 :</p> <p><math>(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}) - \frac{5}{6}</math> 이 식이 됩니다.</p> <p><math>\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}</math> 이 공통분모는 12입니다.</p> <p>통분하면 <math>(\frac{4}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12}) - \frac{10}{12}</math> 가 되므로 통분한 값을 더하면</p> <p><math>\frac{21}{12}</math> 은 가분수이므로 대분수로 고쳐줍니다. <math>\frac{21}{12}</math> 에서 <math>\frac{10}{12}</math> 을 빼야 하므로</p> <p>통분합니다. 공통분모는 12이고 통분하면 <math>\frac{21}{12} - \frac{10}{12}</math> 이 됩니다.</p> <p><math>\frac{21}{12} - \frac{10}{12}</math> 는 계산이 안되므로 자릿수에서 음 뺀뒤 계산합니다</p> <p><math>\frac{11}{12} - \frac{10}{12} = \frac{1}{12}</math></p> <p>- 정답 : <math>(\frac{1}{12})\text{kg}</math></p>	전체(2kg)와 쓰레기를 모은 양과의 차를 구해야하나, 문제를 제대로 이해하지 못하여 전체와 모은 양의 부분을 더함.
3	생략	풀이 과정의 비약	<p>- 풀이과정 :</p> $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} - \frac{5}{6} = \frac{17}{12} - \frac{10}{12} = \frac{7}{12}$ <p>- 정답 : <math>(\frac{7}{12})\text{kg}</math></p>	전체적인 과정은 논리적이거나, 문제해결과정에서 등호를 바르게 사용하지 못하고 비약을 나타냄.



서술형 평가 문항에서 나타나는 초등학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계

‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산과 관련한 서술형 평가에서 B, C, D 각 단계별로 보이고 있는 오류 유형을 살펴보았을 때, 연구대상자들의 오류 유형이 각 단계별로 다르게 나타나고 있음을 확인할 수 있다(<표 IV-8> 참조). B단계의 학생들은 ‘풀이 과정의 비약’ 유형이 22건(78.6%), C단계의 학생들은 ‘풀이 과정의 오류’를 22건(57.9%)으로 가장 많이 나타난 반면, D단계의 학생들은 ‘문항 이해의 오류’를 19건(61.3%)으로 가장 많이 보이고 있었다.

<표 IV-8> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 평가 결과 각 단계별 오류 유형

오류 유형 단계	명(%)							합계
	읽기 문항 이해의 오류	이해 개념 원리의 오류	변환 자료 사용의 오류	처리 풀이 과정의 오류	기록 기록 단계의 오류	생략 풀이 과정의 비약 풀이 과정의 생략		
B	1(3.6)	0(0.0)	0(0.0)	4(14.3)	1(3.6)	22(78.6)	0(0.0)	28(100.0)
C	8(21.1)	0(0.0)	4(10.5)	22(57.9)	0(0.0)	3(7.9)	1(2.6)	38(100.0)
D	19(61.3)	1(3.2)	5(16.1)	4(12.9)	0(0.0)	2(6.5)	0(0.0)	31(100.0)
합계	28(28.9)	1(1.0)	9(9.3)	30(30.9)	1(1.0)	27(27.8)	1(1.0)	97(100.0)

\* 무응답제외

이러한 결과를 통해 살펴보았을 때, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산과 관련한 서술형 평가문항을 해결할 때 학생들의 연산 능력 수준에 따라 주로 나타난 오류는 동일하게 나타나고 있지 않았다. B단계의 학생들은 서술형 평가문항 이해 및 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산과 관련한 개념에서의 오류는 거의 보이지 않는 것에 비해 풀이과정에 있어 자신의 해결방법을 충분하게 보이지 못하고 ‘풀이 과정의 비약’ 오류를 많이 나타내고 있다. C단계의 학생들은 주로 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’을 계산하는 과정에서 실수나 오류를 보여 올바른 답을 산출하지 못하고 있으며, 가장 낮은 연산 능력을 보인 D단계의 학생들은 문항에서 ‘문항 이해의 오류’가 나타남으로써 무엇을 구하라고 하는지에 대한 근본적인 이해가 부족하기 때문에 올바른 풀이과정과 답을 구하지 못하는 것으로 확인되었다.

## (2) ‘분수의 곱셈’ 단원

4단원 ‘분수의 곱셈’ 연산에서도 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산과 마찬가지로 224건의 답안 중 오류를 전혀 나타내지 않는 A단계의 답안과 무응답 처리된 답안을 제외하고 오류가 나타난 148건의 답안을 분석대상으로 하였다(<표 IV-9> 참조).

<표 IV-9> 4단원 ‘분수의 곱셈’ 평가 결과 판정 단계에 따른 연산 오류 유형 분석 대상 명

문항	판정 단계	B	C	D(무응답)	분석 대상 합계	비고
						A
1		5	9	26(4)	40	12
2		2	3	29(5)	34	17
3		13	15	12(5)	40	11
4		6	5	23(9)	34	13
합계		26	32	90	148	53

<표 III-6>의 분석틀을 이용하여 각 문항의 오류 원인을 분석하고 유형화한 결과(<표 IV-10> 참조), ‘분수의 곱셈’과 관련한 연산에서는 ‘문항 이해의 오류’가 63건(42.6%), ‘풀이 과정의 비약’이 31건(20.9%), ‘풀이 과정의 오류’가 30건(20.3%) 순으로 많이 나타난 반면, ‘기록 단계의 오류’가 2건(1.4%)으로 가장 적게 나타났다. 또한 가장 많이 나타난 오류 유형은 ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’, ‘풀이 과정의 오류’ 순으로 나타났다(<표 IV-11> 참조).

<표 IV-10> 4단원 ‘분수의 곱셈’ 평가 결과 각 단계별 오류 유형

오류 유형 문항	명(%)							합계
	읽기 문항 이해의 오류	이해 개념 원리의 오류	변환 자료 사용의 오류	처리 풀이 과정의 오류	기록 기록 단계의 오류	생략 풀이 과정의 비약 풀이 과정의 생략		
1	15(37.5)	2(5.0)	9(22.5)	1(2.5)	0(0.0)	11(27.5)	2(5.0)	40(100.0)
2	22(64.7)	2(5.9)	2(5.9)	5(14.7)	1(2.9)	2(5.9)	0(0.0)	34(100.0)
3	9(22.5)	0(0.0)	1(2.5)	10(25.0)	1(2.5)	17(42.5)	2(5.0)	40(100.0)
4	17(50.0)	0(0.0)	2(5.9)	14(41.2)	0(0.0)	1(2.9)	0(0.0)	34(100.0)
합계	63(42.6)	4(2.7)	14(9.5)	30(20.3)	2(1.4)	31(20.9)	4(2.7)	148(100.0)

<표 IV-11> 4단원 ‘분수의 곱셈’ 각 오류 유형별 예시

순	키워드	오류 유형	예시 답안	오류 원인
1	읽기	문항 이해의 오류	<p>- 풀이과정: <math>2\frac{2}{5} \times 2 = \frac{13}{5} \times 2 = \frac{26}{5}</math></p> <p><math>= 5\frac{1}{5}</math></p> <p>- 정답: <math>7\frac{1}{5}</math> 와 <math>2\frac{2}{5}</math></p>	세 장의 카드 중 2장을 골라 곱을 구하여야 하는데, 문항의 2장을 2배로 계산함.
2	생략	풀이 과정의 비약	<p>- 풀이과정:</p> <p><math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5} &lt; \square \times \triangle</math></p> <p><math>2\frac{1}{6} = 2\frac{45}{270}</math>    <math>2\frac{2}{5} = 2\frac{108}{270} &lt; 2\frac{60}{270} \times 2\frac{108}{270}</math></p> <p><math>2\frac{2}{5} = 2\frac{108}{270}</math>    <math>(2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{5})</math></p> <p><math>2\frac{2}{9} = 2\frac{60}{270}</math></p> <p><math>6\frac{45}{270}</math>    <math>5\frac{54}{270}</math>    <math>4\frac{30}{270}</math></p> <p><math>\frac{30}{30}</math>    <math>\frac{20}{20}</math></p> <p>- 정답: <math>(2\frac{2}{5})</math> 와 <math>(2\frac{2}{9})</math></p>	정답은 바르게 기술하고 있으나, 문제해결과 정에서 각각의 분수의 곱을 나타내지 않음.

서술형 평가 문항에서 나타나는 초등학생의 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계

3	처리	풀이 과정의 오류	<p>- 풀이과정 : 민호의 곱셈 극도로 카드들이 나올 수 있는 가 것들을 모두 찾아 계산해준다.</p> <p>민호의 곱: <math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{12}{5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}</math></p> <p>유나가 곱셈과 곱셈을 뺐했을 경우 = <math>2\frac{1}{6} \times 2\frac{2}{9} = \frac{13}{6} \times \frac{20}{9} = \frac{130}{27} = 4\frac{22}{27}</math></p> <p>유나가 <math>2\frac{2}{5}</math> 와 <math>2\frac{2}{9}</math> 를 뺐했을 경우 = <math>2\frac{2}{5} \times 2\frac{2}{9} = \frac{14}{5} \times \frac{20}{9} = \frac{16}{3} = 8</math></p> <p>유나가 <math>2\frac{2}{5}</math> 와 <math>2\frac{2}{9}</math> 를 뺐으면 민호를 이길 수 있다</p> <p>- 정답: <math>(2\frac{2}{5})</math> 와 <math>(2\frac{2}{9})</math></p>	정답은 바르게 기술하고 있으 나, 문제해결과 정에서 ' $\frac{16}{3}=8$ ' 로 풀이함.
---	----	-----------	--	--

‘분수의 곱셈’ 연산과 관련하여 B, C, D 각 단계의 연구대상자가 나타내고 있는 오류 유형을 살펴보았을 때, B단계의 학생들은 21건(80.8%)으로 나타난 ‘풀이 과정의 비약’ 유형을 가장 많이 보이고 있었고, C단계의 학생들은 ‘풀이 과정의 오류’를 15건(46.9%)으로 가장 많이 나타내고 있었다. D단계의 학생들은 ‘문항 이해의 오류’를 60건(66.7%)으로 가장 많이 보이고 있었다. 각 단계별로 보이고 있는 오류 유형은 <표 IV-12>와 같다.

<표 IV-12> 4단원 ‘분수의 곱셈’ 각 단계별 오류 유형

오류 유형 단계	명(%)							합계
	읽기	이해	변환	처리	기록	생략		
	문항 이해의 오류	개념 원리의 오류	자료 사용의 오류	풀이 과정의 오류	기록 단계의 오류	풀이 과정의 비약	풀이 과정의 생략	
B	0(0.0)	0(0.0)	0(0.0)	5(19.2)	0(0.0)	21(80.8)	0(0.0)	26(100.0)
C	3(9.4)	0(0.0)	0(0.0)	15(46.9)	2(6.3)	9(28.1)	3(9.4)	32(100.0)
D*	60(66.7)	4(4.44)	14(15.6)	10(11.1)	0(0.0)	1(1.11)	1(1.11)	90(100.0)
합계	63(42.6)	4(2.7)	14(9.5)	30(20.3)	2(1.4)	31(20.9)	4(2.7)	148(100.0)

\* 무응답제외

‘분수의 곱셈’ 연산과 관련한 서술형 평가문항을 해결 시, 연구대상자들은 분수 연산 능력 즉, B, C, D단계에 따라 주로 나타내고 있는 오류 유형이 있음을 확인할 수 있다. B단계의 학생들은 서술형 평가문항을 해결할 때 풀이과정 기술에 있어 자신의 해결방법을 충분하게 보이지 않는 ‘풀이 과정의 비약’ 오류를 많이 나타내고 있었다. C단계의 학생들은 주로 ‘분수의 곱셈’을 계산하는 과정에서 실수나 오류를 보여 최종적인 올바른 답을 산출하지 못하는 ‘풀이 과정의 오류’를 많이 보였다. 가장 낮은 문제해결력을 가진 D단계의 학생들은 문항

에서 ‘분수의 곱셈’과 관련하여 무엇을 구하라고 하는지에 대한 불충분한 이해로 ‘문항 이해의 오류’를 범하여 풀이과정과 답을 구하지 못하고 있었다.

(3) 분수 연산(‘덧셈과 뺄셈’ 그리고 ‘곱셈’)과 오류 유형 사이의 관계

앞에서 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’, ‘분수의 곱셈’ 서술형 평가 문항에서 나타나는 오류 유형을 살펴본 결과는 <표 IV-13>에서 확인할 수 있듯이 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’에서 가장 많이 나타나는 오류 유형은 ‘풀이 과정의 오류’, ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’이며, ‘분수의 곱셈’에서 가장 많이 나타나고 있는 오류는 ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’이었다. 각 연산과 관련한 두 단원에서 가장 많이 나타나고 있는 오류 유형의 순서에는 약간의 차이가 있었지만 ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’이 공통적으로 나타나고 있다.

또한 위 3가지 오류 유형과 연구대상자들의 각 단계와의 관련성에서도 공통점을 찾아볼 수 있는데, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산과 ‘분수의 곱셈’ 연산 모두에서 B단계의 학생들은 ‘풀이 과정의 비약’ 오류를 가장 많이 나타내고 있으며, C단계의 학생들은 ‘풀이 과정의 오류’를 가장 많이 보이고 있었다. 마지막으로 D단계의 학생들은 ‘문항 이해의 오류’를 가장 많이 보이고 있었다.

이와 같은 결과는 B단계의 학생들은 서술형 평가문항을 해결할 때, 서술형 평가문항에서 제시하는 문제 상황 및 구하여야 할 것에 대해 올바르게 이해하고 있고 분수의 연산과 관련된 개념 및 풀이과정에 대한 이해도 좋으나, 풀이를 기술해가는 과정에서 체계적으로 기술하지 못하고 단계를 건너뛰거나 등호와 같은 연산 기호를 잘못 사용하는 등의 오류를 자주 범하였기 때문으로 보이며, C단계의 학생들 역시 B단계의 학생들과 마찬가지로 서술형 평가문항과 분수의 연산과 관련된 개념 및 풀이과정에 대한 충분한 이해를 하고 있으나, 분수의 연산을 수행해가는 과정에서 통분이나 약분, 덧셈, 뺄셈, 곱셈 수행 중에 오류를 자주 보이는 것이 원인이라 할 수 있겠다. 마지막으로 D단계의 학생들은 서술형 평가문항에서 무엇을 구하여야 하는지, 어떤 문제 상황인지에 대한 근본적인 이해 자체가 부족하여 문제를 해결하지 못하였다고 보여 진다.

<표 IV-13> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’과 4단원 ‘분수의 곱셈’에서의 오류 유형

오류 유형 단원	명(%)							합계
	읽기 문항 이해의 오류	이해 개념 원리의 오류	변환 자료 사용의 오류	처리 풀이 과정의 오류	기록 기록 단계의 오류	생략 풀이 과정의 비약 풀이 과정의 생략		
3. 분수의 덧셈과 뺄셈	28(28.9)	1(1.0)	9(9.3)	30(30.9)	1(1.0)	27(27.8)	1(1.0)	97(100.0)
4. 분수의 곱셈	63(42.6)	4(2.7)	14(9.5)	30(20.3)	2(1.4)	31(20.9)	4(2.7)	148(100.0)
합계	91(37.1)	5(2.0)	23(9.4)	60(24.5)	3(1.2)	58(23.7)	5(2.0)	245(100.0)

### 3. 분수 연산 능력과 오류 유형과의 관계

분수 연산 능력과 오류 유형 사이의 관계를 살펴보기 위하여 서술형 문제해결력이 문항 간에 동일하게 나타나고 있는지, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문제해결력과 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제해결력 사이의 관계는 어떠한지, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문제해결력과 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제해결력 사이에 차이가 나타나는 대상들이 보이는 오류는 무엇인지 분석하였으며, 나타난 결과는 다음과 같다.

#### 1) 동일 연산 내에 나타나는 연산 능력 관계 분석

‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문항 4개에서는 대상자들의 문제해결력이 1번 문항과 2번 문항을 제외하고 모두 상관이 있는 것으로 나타났다. ‘분수의 곱셈’ 서술형 문항 4개에서는 4 문항 모두 상관관계가 있는 것으로 나타났다. 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원과 4단원 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제해결력 상관관계(<표 IV-14> 참조)는 같은 연산과 관련한 서술형 평가 문항에서는 학생들이 문제를 해결할 때 동일한 분수 연산 능력 및 서술형 문제해결력을 보이고 있다고 보인다.

<표 IV-14> 단원별 문항간 점수의 상관관계 (N=56)

Pearson 상관계수(유의확률)

문항	‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단원			‘분수의 곱셈’ 단원		
	1번	2번	3번	1번	2번	3번
1번	/	/	/	/	/	/
2번	.256(.057)	/	/	.679**(.000)	/	/
3번	.361**(.006)	.534**(.000)	/	.433**(.001)	.533**(.000)	/
4번	.288*(.031)	.295*(.027)	.316*(.018)	.412**(.002)	.612**(.000)	.574**(.000)

\* 상관계수는 0.05 수준(양쪽)에서 유의함

\*\* 상관계수는 0.01 수준(양쪽)에서 유의함

#### 2) ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 각 문항 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력 사이의 관계

‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력이 후속학습으로 이어지는 ‘분수의 곱셈’ 서술형 문제에서의 연산 능력과 관계가 있는지 알아보기 위해 일변량 분산분석(ANOVA)을 통해 살펴본 결과, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 1번 문항과 ‘분수의 곱셈’ 서술형 4개 문항과의 관계는  $p=.030(df=3, F=3.583)$ 으로 나타났고, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 2번 문항과 ‘분수의 곱셈’ 4개 문항간의 관계는  $p=.027(df=3, F=3.688)$ 로 나타났다. 또한 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 3번 문항과 ‘분수의 곱셈’ 4개 문항과의 관계는  $p=.055(df=3, F=2.958)$ 이었으며, 마지막 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 4번 문항과 ‘분수의 곱셈’ 4개 문항의 관계는  $p=.004(df=1, F=5.899)$ 였다.

위의 결과를 통해 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 3번 문항을 제외한 1, 2, 4번 문항이 ‘분수의 곱셈’ 문제해결력에 영향을 끼쳤음을 확인할 수 있으며, 이는 분수의 덧셈과 뺄셈 연산 능력이 후

속학습으로 이어지는 분수의 곱셈 연산 능력의 기초적인 연산으로 작용하고 있음을 암시하고 있다고 할 수 있다.

3) 연산 능력에 차이가 나타나는 대상자들의 오류 유형 분석

‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력에 차이가 나타나는 원인을 살펴보기 위해 먼저 각 서술형 평가문항에서 나타난 연산 능력 단계 A, B, C, D를 각각 4점, 3점, 2점, 1점으로 환산하여 점수화하였다. 다음으로, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 4개 문항의 평균을 기준으로 상, 중, 하 수준의 집단을 구분하였으나 구간 간에 많은 수의 동점자로 인하여 세 집단별 균일한 학생수로 배분하지 못하였으며, 결과적으로 <표 IV-15>와 같이 상 집단 14명, 중 집단 23명, 하 집단 19명으로 구분하였다.

<표 IV-15> 3단원 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력별 집단 구분

평균점수(점)	4	3.75	3.5	3.25	3	2.75	2.5	2.25	2	1.75	1.5	1
인원수(명)	10	4	9	11	3	2	4	4	2	5	1	1
구분집단	상(N=14)		중(N=23)			하(N=19)						

이 중, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력의 차이가 총 4점(4문항, 문항당 평균 1점)이 초과하는 학생들의 결과를 대상으로 하였다. 연산 간에 총 4점이 초과하는 대상자 수는 총 23명이었으며, 모두 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력이 더 높게 나타났음을 확인할 수 있었다. 연산 간에 총 4점이 초과하는 대상자 수는 <표 IV-16>에서 볼 수 있듯이 상 집단에 4명, 중 집단에 14명, 하 집단에 5명이다.

<표 IV-16> 분수의 ‘덧셈과 뺄셈’과 ‘곱셈’ 간에 연산 능력 차이를 보이는 인원수 및 오류 건수

집단	연산 능력 차이											
	상		중			하						
점수 차이(점)	4	3.75	3.5	3.25	3	2.75	2.5	2.25	2	1.75	1.5	1
인원수(명)	1	3	4	9	1	1	2	2	0	0	0	0
소계(명)	4		14			5						
오류수(건)	3	10	15	34	4	4	8	8	0	0	0	0

<표 IV-16>에 제시된 각 집단별로 ‘분수의 곱셈’에서 보이고 있는 오류 유형을 살펴본 결과, 상 집단에서는 ‘풀이 과정의 비약’(4건)을 가장 많이 보이고 있었으며, 뒤를 이어 ‘문항 이해의 오류’와 ‘풀이 과정의 오류’가 각 3건으로 동일하게 나타났다. 중 집단에서는 ‘문항 이해의 오류’가 18건으로 가장 많이 나타났고, ‘풀이 과정의 오류’가 13건으로 그 다음 순이었다. 하 집단에서도 역시 ‘문항 이해의 오류’가 9건으로 가장 많았고, 무응답을 제외한 다음으로 ‘풀이 과정의 오류’가 2건이었다. 이를 집단별이 아닌 전체적으로 살펴보면, ‘문항 이해의 오류’가 30건, ‘풀이 과정의 오류’가 18건, ‘풀이 과정의 비약’이 10건 순으로 많이 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 각 집단별로 보이고 있는 오류 유형의 빈도수를 표시한 결과는 <표 IV-17>과 같다.

<표 IV-17> 연산 능력별 차이를 보이는 세 집단 별 ‘분수의 곱셈’ 오류 유형

오류 유형 집단	건수							무 응 답	합 계
	읽기 문항 이해의 오류	이해 개념 원리의 오류	변환 자료 사용의 오류	처리 풀이 과정의 오류	기록 기록 단계의 오류	생략 풀이 과정의 비약 풀이 과정의 생략			
상(N=4)	3	0	0	3	1	4	2	0	13
중(N=14)	18	0	5	13	0	6	2	9	53
하(N=5)	9	0	1	2	1	0	0	7	20
합계	30	0	6	18	2	10	4	16	86

결과적으로, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력간에 차이가 발생하는 원인으로 ‘문항에 대한 이해’와 ‘풀이 과정에 대한 이해’에서 나타난 오류가 가장 큰 원인을 짐작할 수 있다. 이는 학생들에게 있어 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 서술형 문항에서 묘사되는 상황이 ‘분수의 곱셈’ 상황보다 더 익숙하거나, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문항이 이해하기 수월하여 더 높은 연산 능력을 보여주었다고 할 수 있으며, 학생들이 ‘분수의 곱셈’ 연산보다 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산에서 더 정확한 연산 능력을 가지고 있다는 것을 시사한다. 따라서 ‘분수의 곱셈’ 상황에 대해 보다 다양한 경험과 폭넓은 이해뿐 아니라, ‘분수의 곱셈’ 연산에 대한 관계적 이해를 통해 분수의 곱셈 연산 능력을 제고해 볼 수 있겠다.

## V. 결론 및 제언

본 연구에서는 초등학생이 어려워하는 내용 중 하나인 분수 연산에 대한 학생들의 연산 능력을 살펴보고, 단답형 형태의 문항에서 주로 이루어졌던 오류 분석에 관한 선행연구에서 좀 더 나아가 현 교육현장에서 점차 확대 실시되고 있는 서술형 평가 및 오류 분석의 교수-학습의 효율성을 제고하는데 목적을 두었다. 이를 위해 현 5학년 수학 교육과정에서 분수 관련 두 단위 즉, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 단위, ‘분수의 곱셈’ 단위와 관련한 서술형 평가 문항을 각각 4문항씩 개발하였으며, 이들 서술형 평가 문항에서 나타난 5학년 학생들의 분수 연산 능력을 살펴보고, 답안에서 나타난 오류는 7가지 오류(문항 이해의 오류, 개념 원리의 오류, 자료 사용의 오류, 풀이 과정의 오류, 기록 단계의 오류, 풀이 과정의 비약, 그리고 풀이 과정의 생략)로 유형화하여 자세히 분석하여 학생들의 분수 연산 능력과의 관계를 살펴본 결과는 다음과 같다.

먼저, 분수 연산 서술형 평가 문항에서 나타난 학생들의 연산 능력을 살펴본 결과는 다음과 같다. 연구대상자들의 분수 연산 능력은 ‘분수의 곱셈’에서보다 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’에서 더 높게 나타났으며, 이는 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’보다 후속학습으로 이어지는 ‘분수의 곱셈’에서 더 낮은 연산 능력을 보이고 있다고 보여진다. 학생들이 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’을 통해 확실하게 이해하지 못한 ‘약분’이나 ‘통분’의 개념이 ‘분수의 곱셈’ 과정에 혼란을 가중시킬 수 있다고 보여진다.

다음으로, 분수 연산과 관련한 서술형 평가문항 해결에서 학생들이 보이고 있는 오류를 유형화하여 살펴본 결과는 다음과 같다.

첫째, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산, ‘분수의 곱셈’ 연산 모두에서 가장 많이 발견되는 오류는

공통적으로 ‘문항 이해의 오류’, ‘풀이 과정의 오류’, ‘풀이 과정의 비약’이고, 가장 적게 나타나는 오류는 ‘기록 단계의 오류’였다. 이는 ‘문항에 대한 이해’가 서술형 평가 문제해결에 있어 가장 큰 영향을 주고 있으며, 반대로 문항에 대해 제대로 이해하지 못하면 서술형 문제를 해결하기 어려울 수 있다는 것을 보여준다. 또한 석경희 외(2004)와 정현도 외(2010)에서도 역시 ‘문항 이해’와 관련된 오류가 가장 대표적인 오류 유형으로 나타난 결과와 함께 이를 종합하였을 때, ‘문항에 대한 이해’가 문제해결에 매우 중요한 요소로 보여진다.

둘째, 연구대상자들의 서술형 평가 답안의 평가 단계에 따라 드러난 대표적인 오류 유형에 차이가 있었다. B단계의 학생들은 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산, ‘분수의 곱셈’ 연산 모두에서 ‘풀이 과정의 비약’ 오류를 가장 많이 나타냈으며, C단계의 학생들은 두 연산 모두에서 ‘풀이 과정의 오류’를 가장 많이 보이고 있었다. 마지막으로 D단계의 학생들은 두 연산에서 공통적으로 ‘문항 이해의 오류’를 가장 많이 보였다. 이러한 결과는 상위권 학생들은 단순한 실수로 인한 오류, 중위권 학생들은 문항 이해에서 오는 오류, 하위권 학생들은 문제 해결을 전혀 시도하지 않거나 문항에 대한 잘못된 이해에서 오는 오류를 가장 많이 나타낸 석경희 외(2004), 정현도 외(2010)와도 매우 비슷한 결과를 보이고 있다. 이는 개인이 지니고 있는 서술형 평가에서 기술된 문제 상황에 대한 학생들의 이해 능력이 문제 해결 과정에서 보이는 연산 능력 차이로 연결된다고 해석된다.

셋째, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력과 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력에 차이가 나타나는 데에는 ‘문항에 대한 이해’와 ‘풀이 과정에 대한 이해’의 결여가 적잖은 영향을 주었다고 짐작할 수 있다. 이는 앞서 서술한 것과 같이 ‘문항에 대한 이해’가 서술형 평가 문제해결에 가장 큰 영향을 미치는 것에서 더 나아가 학생들이 ‘분수의 곱셈’ 상황을 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 상황보다 더 어려워하며, 연산 과정 역시 ‘덧셈과 뺄셈’보다 ‘곱셈’ 연산 과정을 더 어려워하는 것으로 보인다. 이는 학생들에게 있어 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’과 관련되는 서술형 상황이 ‘분수의 곱셈’ 상황보다 더 익숙하다거나, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 문항이 이해하기 수월하였을 수 있다. 또한 학생들은 ‘분수의 곱셈’ 연산보다 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산에서 더 정확하고 체계적인 연산 능력을 가지고 있다는 것을 보여준다.

본 연구 결과를 바탕으로 다음과 같이 제언하는 바이다.

첫째, 문제해결능력 수준에 따라 서술형 평가문항을 해결할 때 보이는 오류가 다르므로, 각 문제해결능력에 따라 학생들에게 오류를 나타내지 않도록 하기 위한 세분화 및 차별화된 교수·학습 지도 방안이 필요하다. 서술형 문제해결력이 낮은 수준의 학생들에게는 서술형 문제상황을 이해하고, 문제상황에서 주어진 조건과 정보들을 수식으로 바꿀 수 있는 능력, 즉 수학적 문장 이해 능력을 키워주는 방안을 모색할 필요가 있겠다. 대다수의 학습부진 학생들은 글을 읽고 내용을 잘 파악할 수 없기 때문에 학습능력이 낮은 것이므로, 한국교육과정평가원(2010)에서 학습부진 학생 지도를 위한 여러 프로그램을 소개하면서 제안한 것처럼 읽기의 기능이나 수준별로 어려움을 겪고 있는 학생들에게 읽기 학습코칭 프로그램을 선택하여 적용하게 되면 읽기 능력을 효과적으로 높일 수 있고, 이를 발판으로 삼아 서술형 문제해결력을 신장시킬 수 있을 것이다. 한편, 서술형 문제해결력이 높은 수준의 학생들에게는 교과서에서 흔히 볼 수 있는 정형화된 서술형 문제에서 더 나아가 비정형화되어 있고 비구조화된 문제를 제공하여 그들의 문제해결력을 좀 더 세분화하고 다양화하여 살펴볼 수 있을 것이다.

둘째, ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산 능력이 ‘분수의 곱셈’ 연산 능력의 기초적인 연산으로 작용할 수 있으므로, 수학교과서의 단원 전개상 앞부분에 해당하는 ‘분수의 덧셈과 뺄셈’ 연산



에 대한 이해를 강화하고, 연산 과정에 대한 체계적인 교수·학습이 확실히 다져져야 할 것이다. 또한 문항 이해와 풀이 능력으로 인해 ‘분수의 곱셈’에서 더 낮은 연산 능력을 보이므로, 서술형 문항에 대한 이해력과 함께 ‘분수의 곱셈’ 연산과 관련한 여러 가지 상황에 대해 이해하고 경험할 수 있도록 하는 것이 필요하다. 나아가 단순 암기식의 개념 중심 연산 학습이 아닌, ‘분수의 곱셈’ 연산에 대한 체계적이고 확실한 절차적 이해, 방법적 이해, 관계적 이해를 추구하는 학습을 통해 ‘분수의 곱셈’과 관련한 서술형 문제해결력을 향상시킬 수 있을 것이다.

## 참고 문헌

- 경기도교육청(2012). 2012년 경기도 초등학교 서술형·논술형 평가 시행 계획. Retrieved from 경기도 교육청 홈페이지, <http://www.goe.go.kr>
- 권오남·김진숙·이경아(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수와 소수연산에 나타나는 오류 유형 분석. 초등수학교육, 10(3), 45-58.
- 김민경(2009). 초등학생의 분수 이해 분석: 6학년의 분수 개념 및 분수 나눗셈을 중심으로. 한국학교수학회논문집, 12(2), 151-170.
- 김민경·권점례·노선숙·주유리·유해진(2008). 초등 수학과 서술형 평가 적용을 위한 기초 조사연구. 학교수학, 10(3), 401-422.
- 김민경·조미경·주유리(2012). 서술형 평가에 대한 인식 및 실태에 관한 조사연구. 한국초등수학교육학회지, 16(1), 63-95.
- 김선영(2003). 분수의 덧셈, 뺄셈에 대한 오류 유형 분석 및 효과적인 지도방안 연구. 국민대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김옥경·류희찬(1997). 초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해와 분수 수업 방안에 대한 연구. 수학교육학연구, 6(2), 211-228.
- 김진식(1995). 국민학교 아동의 분수 계산에서 오류 유형 분석. 한국교원대학교 대학원 수학교육전공 석사학위논문.
- 노선숙·김민경·조성민·정연숙·정윤아(2008). 중등 수학과 서술형 평가의 현황 분석 연구. 한국수학교육학회논문집, 11(3), 377-397.
- 범아영(2012). 분수 연산의 맥락적 문제와 비맥락적 문제에 대한 학생들의 문제해결력 분석. 광주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 서울특별시교육청(2010). 창의성과 표현력을 키워주는 초등 서술형 평가 장학자료집(4학년 용). Retrieved from 서울특별시교육연구정보원 홈페이지, <http://www.serii.re.kr>
- 서울특별시교육청(2011). 2011 주요업무계획. Retrieved from 서울특별시교육청 홈페이지, <http://www.sen.go.kr>
- 서울특별시교육청(2013). 2013학년도 초등 평가 시행 계획안. Retrieved from 서울특별시교육청 홈페이지, <http://www.sen.go.kr>
- 석경희·백석운(2004). 초등 수학의 문장제 해결 과정에 나타난 오류 분석. 한국초등수학교육학회지, 8(2), 147-168.
- 송정화(2005). 분수의 곱셈, 나눗셈의 문제 해결과정에서 나타난 장애 요인 분석. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

- 안지은(2007). 초등학교 수학 학습부진아동과 일반아동의 분수 연산 능력 및 오류 유형 비교. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 엄재엽 · 류성림(2009). 초등학생의 분수 계산에서 나타나는 오류의 유형 분석. 대구교육대학교 초등교육연구논총, 25(2), 67-91.
- 윤수찬(2006). 서술형 평가 문항 답안 작성시 나타나는 오류 유형 분석. 서울시립대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 정윤희(2010). 초등학교 4학년 학생 한명의 분수 계산 오류 분석 및 개념 형성 지도. 아주대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 정현도 · 강신포 · 김성준(2010). 초등수학 서술형 평가에서 나타나는 오류 유형 분석. 한국초등수학교육학회지, 14(3), 885-905.
- 추은영(2003). 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 오류와 원인 분석. 춘천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 한국교육과정평가원(2010). 학습부진 학생 지도의 실효성 제고를 위한 지원 연구: 학습코칭 및 동기향상 프로그램 개발(RRI 2010-11). Retrieved from 한국교육과정평가원 홈페이지, <http://www.kice.re.kr/>
- Ashlock, R. B. (2006). Error patterns in computation: using error patterns to improve instruction, NJ: Pearson
- Kouba, V. L., Brown C. A., Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Silver, E. A., & Swafford, J. O. (1981). Results of the Fourth NEAP Assessment of Mathematics: Number, Operations, and Word Problems. *Arithmetic Teacher*, 35, April, 14-19.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O., & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(1), 3-14.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 16-20.

## The Relations between Children's Fraction Operation Skills and Error Types on Constructed-response items<sup>4)</sup>

Kim, Min Kyeong<sup>5)</sup> · Kim, Seo-Young<sup>6)</sup>

### Abstract

This study examines relations between the 5th graders' fraction operation skills and error types on constructed-response items. As results, first, the participants have lower fraction operation skills on 'multiplication of fraction' than 'addition and subtraction of fraction'. Second, the participants have different error types depend on their constructed-response items. Most of error types which group with high ability made was 'leap of solving process', both groups error type with medium ability as well as low ability is 'misunderstanding of questions'. Third, the operation skills on 'addition and subtraction of fraction' have an influence on their operation skills on 'multiplication of fraction', and error types of 'understanding of questions' and 'understanding of solving process' have the most effects on the influence.

Key Words : fraction, operation skills, error types, constructed-response items

Received June 23, 2014

Revised September 24, 2014

Accepted September 25, 2014

---

4) This work was supported by the National Research Foundation of Korea Grant funded by the Korean government (NRF-2011-32A-B00216)

5) Ewha Womans University (mkkim@ewha.ac.kr) Corresponding author

6) Ewha Womans University (dawn0211@hanmail.net)