

예비교사의 수리논술 평가문항 개발과 평가 기준 설정에 관한 연구

이동근¹⁾ · 최상호²⁾ · 김동중³⁾

본 연구의 목적은 예비교사들이 수리논술과목을 통해 수학적 과정을 경험하고 평가문항 및 평가기준을 개발하는 교육과정이 예비교사들에게 어떠한 영향을 미치는지 분석하여 향후 교사교육에 시사점을 주기 위함이다. 이를 위해 서울 K대학교 수리논술 수업을 수강하는 49명의 예비교사를 대상으로 수리논술 문항개발추면과 그 문항에 대한 평가 기준 설정 과정을 중심으로 분석하였다. 분석 결과 첫째, 예비교사들이 개발한 수리논술 문항은 수학적 과정의 요소를 반영하고 있었고 특히, 그룹토의 및 중·고등학생의 응답을 보고 문항을 수정할 때는 문항의 난이도, 수학적 추측을 통한 정당화와 문제 해결 과정을 논리적으로 서술하는 것을 고려하여 수정하는 특징을 보였다. 둘째, 예비교사들은 대부분 분석적 평가 기준표를 개발하였고, 문항의 평가 기준표를 만들고 학생의 반응을 통해 수정하는 과정을 거치면서, 결과보다는 문제해결을 중시하고 학생의 예상치 못한 풀이방법을 고려하는 등 수학적 과정을 고려하는 평가기준을 설정하였다고 볼 수 있었다. 이러한 연구결과를 토대로 교사양성교육에서 수학적 과정 평가 경험에 도움을 줄 수 있는 수리논술 수업을 계획하고 실행하는데 구체적인 방법론에 시사점을 제시한다.

주요용어 : 수리논술, 평가 문항, 평가 기준, 수학적 과정

I. 서론

학습자를 단순히 지식습득의 객체로 보는 관점에서 수학적 과정을 통해 의미를 형성해가는 과정에 대한 주체로 인식하는 관점으로 변화하고 있는 현 시점에서 수학적 의미는 결과보다 형성되는 과정 측면에 더욱 중심을 두고 있다고 볼 수 있다(Sfard, 1998). 이러한 흐름에 발맞추어 교육과학기술부(2011)는 2009 개정 교육과정에서 수학적 과정을 강조하며 평가는 결과보다는 과정에 초점이 맞춰져야 한다고 주장한다.

수학적 과정은 다양한 맥락들을 수학과 연결하고 그 맥락 속에서 발생하는 문제를 해결할 때 중심적인 역할을 하는 수학적 능력을 의미하는 것으로 수학적 문제해결, 추론, 의사소통 등을 구성요소로 포함하는 개념이다(김도한 외, 2009). 이러한 과정적 요소들이 실질적으로 교육과정에 반영되기 위해서는 평가에서도 수학적 과정에서 강조하는 요소를 포함시켜야 가

1) 고려대학교 대학원(donggeuny@hanmail.net)
2) 고려대학교 대학원(shchoi83@hanmail.net)
3) 교신저자, 고려대학교(dongjoongkim@korea.ac.kr)

능할 것이다. 이를 위해서 2009 개정 교육과정에서는 수학 교과와 평가를 선택형 평가보다는 서술형 평가의 비중을 늘려서 수학적 과정을 평가하도록 권고하고 있다.

여러 가지 서술형 평가 중에서 수리논술은 학생의 생각이나 의견을 직접 서술하도록 하여 주어진 상황을 판단하고 분석하여 문제를 해결하는 고등사고능력을 평가할 수 있기 때문에 수학적 과정에서 강조하는 요소를 평가하기에 적합한 평가 유형이라고 볼 수 있다(김영숙, 방정숙, 2009).

이러한 과정적 측면을 강조하는 수리논술의 중요성에 대해 국내에서는 수리논술 문항 분석에 관한 연구(강그림, 2013; 김원중, 2010; 김원태, 2011; 김정운, 2007; 박윤민, 2013; 박인영, 2011; 백지연, 2010; 서상조, 2008; 송인숙, 2009)와 수리논술의 특징 및 교수학습자료 개발에 관한 연구(김규상, 2013; 김성호, 2009; 김영숙, 방정숙, 2009; 김원태, 2011; 김지원, 2010; 이햇님, 2011; 허지희, 2013)가 주를 이루고 있다고 볼 수 있었다.

선행연구에서는 수리논술 문항이 수학적 과정의 요소들을 가지고 있기 때문에 문제 풀이를 통해 자연스럽게 발현될 수 있다는 가정 하에 수리논술 문항을 분석하고 교수학습자료를 개발하였다고 볼 수 있다. 하지만 아무리 좋은 문항과 자료들이 있다고 하더라도 수리논술을 지도하는 교사가 수학적 과정 요소를 평가할 수 있는 문항과 평가 기준표를 개발하는 경험을 하지 않고 기존 수리논술 문항을 풀이하는 정도에 그친다면 수리논술은 학생들이 수학적 과정을 경험할 수 있는 좋은 평가 방법에도 불구하고 단순히 대입을 위한 입시도구로 전락할 가능성이 크다고 볼 수 있다.

수리논술 평가에서 중요한 것은 수학적 과정 요소를 평가할 수 있는 좋은 평가문항과 평가 기준표를 개발하느냐에 달려있다(노선숙 외, 2008). 하지만 구체적인 방법론이 개발되지 않아 학교 교사들은 수리논술 지도에 대해서 많은 부담을 느끼고 있다(김정운, 2007; 방정숙, 2009; 백신혜, 2008). 또한 실제 대학에서 진행되었던 수리논술 강의의 목표가 대학별 수리논술 기출문항을 직접 해결하거나 분석하는 것에 초점을 맞춰서 진행되고 있는 실정이며 예비교사들 또한 수리논술 평가 문항과 평가 기준표를 개발하는 경험을 하는데 제한이 있다고 볼 수 있다. 그러므로 예비교사들이 좋은 평가 문항과 좋은 평가 기준표를 만들기 위해 필요한 요소가 무엇인지 학습하고 실제로 평가문항과 평가 기준표를 개발하여 학생들에게 적용하고 수정·보완할 수 있는 경험을 제공하도록 교육프로그램을 개발하는 것은 의미가 있다.

따라서 본 연구자는 수리논술에 대한 본질적인 목적 달성을 위해서 교사들의 역할이 중요하다고 판단하여 예비교사들을 위한 수리논술 교육 프로그램을 개발하고 이 교육과정을 통해 예비교사들이 어떠한 특징을 보이는지를 연구하여 향후 교사 연수 및 학교 현장에서 학생들을 지도할 때 지침을 제시하고자 한다.

이러한 목적을 달성하기 위해서 본 연구의 목표는 예비교사들이 수학적 과정 요소들을 평가할 수 있는 수리논술 평가문항을 개발하고 평가 기준표 작성 과정을 거치면서 나타나는 특징을 조사하여 수학적 과정에 대한 경험과 평가가 이루어질 수 있도록 하기 위한 구체적인 방법론을 제시하는데 있다. 이를 위해 연구 문제를 다음과 같이 설정하였다.

1. 수학적 과정을 바탕으로 수리논술 평가문항을 분석하는 교육과정을 통해 예비교사들이 수리논술 평가 문항을 개발하는 과정에서 나타난 특징은 무엇인가?
2. 개발된 교육과정을 통해 예비교사들이 수리논술 평가 기준표를 개발하는 과정에서 나타난 특징은 무엇인가?

II. 이론적 배경

1. 과정 중심 평가

교육과정에서 강조하는 목표가 변하면 평가의 목적도 이에 맞춰 변해야 한다. Herman 외(1992)은 결과에 초점을 맞춘 교수-학습에서 과정에 초점을 맞춘 교수-학습으로 변화하고 있음을 언급하며 기존의 평가 방법과 다르게 앞으로 대체되어야 할 평가도 구술, 포트폴리오, 논술 등의 수행 평가와 같이 과정을 평가할 수 있어야 한다고 주장하였다. 또한 NCTM(2000)에서도 다섯 가지 과정 기준을 제시함으로써 가르칠 수학적 내용과 교수-학습의 과정이 긴밀하게 연계되어야 함을 강조하였다. 특히 평가에 대한 원리에서는 수학 교수-학습 과정과 평가가 일치하지 않는 것에 대하여 학생들이 수학을 학습하는 중요한 이유는 실생활에서의 자연현상과 사회현상을 이해하는데 필요한 수학적 개념과 원리를 배우는 것이므로 이에 평가도 수학학습과 본질이 통합되어야 한다고 강조하고 있다. 따라서 수학의 내용적 측면과 함께 과정적 측면에 대해 평가는 5가지 과정 기준과 일치되어야 하고 학생들이 무엇을 알고 있는지에 관한 정보를 제공하는 것에 대해 평가해야 한다고 주장하면서 수학적 내용과 함께 과정에 대한 평가를 강조한다고 볼 수 있다.

국내에서도 4차 교육과정에서 문제해결력을 강조하고, 7차 개정 교육과정부터는 추론 능력 신장, 의사소통 능력 신장 항목을 추가하며 과정 중심의 평가를 강조해 왔다. 최근 2009 개정 교육과정에서부터는 ‘수학적 과정’이라는 이름으로 구성 요소인 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 능력을 보다 명시적으로 강조하고 있다(정상권 외, 2012). 수학적 문제해결은 주어진 문제를 해결하기 위해 적절한 전략을 활용하거나 해결과정과 결과의 타당성을 설명하기도 하며 문제 만들거나 일반화를 통해 새로운 문제에 적용 가능성으로 설명하였다. 그리고 수학적 추론은 수학적 추측을 정당화하거나 수학적 사고 과정을 수학적으로 검증하고 독창적인 아이디어로 수학적 추론을 하는 것이다. 또한 수학적 의사소통은 수학적 방식으로 자신의 생각을 표현하고 의사소통 하며 자신의 생각을 수정하거나 다른 사람의 수학적 사고 과정을 이해하는 것으로 볼 수 있다. 수학적 과정과 관련하여 김도한 외(2009)는 PISA나 TIMSS 같은 국제 학업성취도 평가에서 국내 학생들의 수학적 과정 요소의 능력이 부족하다고 지적하며 초·중·고등학교에서 다룰 수 있는 수학적 성취기준을 <표 II-1>과 같이 제시하였다. 또한 황선욱 외(2011)는 학교급별로 수학과 교육과정 내용 시안 개발 시 참고하고 반영할 수 있도록 수학적 과정의 내용 요소를 <표 II-2>와 같이 정리하였다.

<표 II-1> 초·중·고등학교에서 다룰 수 있는 수학적 성취기준(김도한 외, 2009)

수학적 과정	성취기준
문제 해결	기본적인 문제해결 전략을 이해하고 문제에 따라 적절한 전략을 선택하여 사용할 수 있다.
	주어진 문제에서 필요한 정보와 필요없는 정보를 구분하고 문제를 해결할 수 있다.
	주어진 문제에서 부족한 정보를 확인하고 필요한 정보를 보완하여 문제를 해결할 수 있다.

	논리적 추론, 산술적 기법, 기하적 직관(또는 상상적 사고, imaginary thinking) 등을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 활용하여 문제해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.
	하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다.
	개방형 문제에 대해 여러 개의 답을 산출할 수 있다.
	간단한 문제에서의 전략과 결과를 보다 복잡한 문제에 적용할 수 있다.
	문제해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.
	문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고 해결할 수 있다.
	수학의 여러 영역이 통합된 문제나 다른 교과 상황에서 나타나는 문제를 해결할 수 있다.
추론	수학을 하는데 있어서 추론하기를 기본적인 중요한 요소로 인식하며, 경험이나 구체적 사실에 근거하여 간단한 추론을 할 수 있다.
	학습한 수학적 개념, 원리, 법칙 등에 근거해서 수학적 추측(수학적 주장)을 만들고 정당화할 수 있다.
	기하적 직관(또는 상상적 사고, imaginary thinking), 유비 추론, 귀납적 추론, 연역적 추론 등을 활용하여 수학적 추측을 만들고 정당화 할 수 있다.
	귀납적 추론과 연역적 추론의 차이를 알고 설명할 수 있다.
	제시된 추론 과정에서 논리적 오류를 찾고 설명할 수 있다.
	수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 사용하여 학생 자신의 수학적 아이디어 추론과정을 설명할 수 있다.
	수학 학습에서 다양한 아이디어나 자신만의 아이디어가 갖는 가치 인식을 바탕으로 수학적 사고의 과정에 이러한 생각들을 해내려고 노력한다.
의사소통	학생 자신의 수학적인 생각을 다른 사람과 주고받는 수학적 의사소통 활동의 중요성을 인식하고, 수학적 의사소통을 통하여 자신의 수학적인 생각을 개선시킬 수 있다.
	수학 용어, 기호, 표, 그래프 등의 수학적 언어를 사용하여 학생 자신의 수학적 아이디어를 정확하게 표현할 수 있다.
	학생 자신의 수학적 사고 과정을 학급 친구나 교사에게 논리적으로 명확하게 의사소통할 수 있다.
	다른 사람의 수학적 아이디어와 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

<표 II-2> ‘수학적 과정’ 내용 요소(황선욱 외, 2011)

수학적 과정	내용 요소
문제 해결	주어진 문제의 해결에 필요한 정보를 확인 또는 보완하고 적절한 전략이나 사고 과정을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
	수학적인 방법으로 문제해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.

	문제해결 과정이나 완결 후 문제제기를 통하여 문제해결을 발전적으로 이끌 수 있다.
	문제해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.
추론	수학적 추측이나 주장을 만들고, 수학적 지식에 근거하여 정당화할 수 있다.
	수학적 아이디어나 사고 과정을 수학적으로 검증할 수 있다.
	다양하고 독창적인 아이디어를 통하여 수학적으로 추론할 수 있다.
의사소통	수학적인 방법을 활용하여 자신의 생각을 논리적으로 정확하게 표현하고, 다른 사람을 이해시킬 수 있다.
	자신의 수학적 생각을 다른 사람과 주고받는 활동의 중요성을 인식하고, 이를 통하여 자신의 생각을 개선시킬 수 있다.
	다른 사람의 수학적 아이디어나 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

이러한 수학적 과정 요소를 측정하기에 적합한 평가가 수리논술이라고 볼 수 있다. 왜냐하면 수리논술은 단순히 대학입시제도의 평가도구로서가 아니라, 학생이 제시된 주제에 대하여 자신의 생각이나 의견을 학교에서 배운 수학적 개념이나 원리를 바탕으로 정당화하는 글쓰기이며, 학생의 고차적인 사고 능력(표현력, 조직력, 종합력, 추리력, 창의력, 문제해결력)을 알아보기 위한 평가 방식이라고 볼 수 있기 때문이다(김영숙, 방정숙, 2009; 김원중, 2010; 박제남, 2011). 따라서 학교수학에서의 평가는 다양한 맥락에서 학생들의 고차원적인 인지 능력과 수학적 능력에 중점을 두는 평가를 실시해야 함을 알 수 있는데 이러한 평가는 수학적 과정의 요소들을 강조할 수 있는 수리논술을 통해 가능하다고 볼 수 있다.

2. 수학적 과정을 강조한 수리논술 평가 문항 개발 및 평가 기준 설정

수학적 과정을 반영한 평가문항과 교육과정이 일관성 있게 진행되기 위해서는 평가 방법이 중요하다고 볼 수 있는데 수리논술과 같은 서술형 문제에서는 좋은 평가 문항을 개발하는 것과 평가 문항을 평가하는 기준을 어떻게 설정하는가가 관건이라고 볼 수 있다(노선숙 외, 2008).

수리논술 문제를 해결하면서 학생들은 문제해결, 추론, 의사소통과 같은 수학적 과정을 경험한다고 볼 수 있고 또한 평가 방법과 평가 과정을 통해 자신의 사고를 반성할 수 있는 기회를 가질 수 있기 때문에 수학적 과정에 대한 경험의 확장이 가능하다고 볼 수 있다. 이러한 관점에서 평가를 하는 교사의 역할은 좋은 평가 문항을 개발해야 하고 문항을 평가하는 적절한 기준을 설정하는 것이라고 볼 수 있다.

좋은 수리논술 평가 문항을 개발하기 위해서는 첫째, 수학적 지식과 수학적 활동¹⁾의 조화가 이루어 졌는지, 둘째, 평가하고자 하는 개념 간의 구조를 이해했는지, 셋째, 실생활에 적용시킬 수 있는지, 넷째, 필요한 정보와 불필요한 정보를 구별하고 활용할 수 있는지, 다섯째, 수학적 근거를 통해 의사표현을 할 수 있는 기회가 제공되었는지를 고려해야 한다(박미영, 2013; 성태제, 2004; NCTM, 2000; Mullis 외, 2003). 따라서, 수학적 과정 요소를 잘 반영하여 좋은 수리논술 평가 문항을 개발하였는지 확인하기 위해서 <표 II-3>과 같이 수학

1) '수학적 활동'이란 「NCTM(2000)의 과정 기준」과 「TIMSS 2003 수학 평가틀의 인지영역」과 같이 학생들이 학교 수학을 향상시키기 위해 학습하면서 기대되는 행동을 의미한다.

적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통을 평가할 수 있는 분석틀을 개발하였다. 분석틀은 기존에 개발된 <표 II-1>과 <표 II-2>를 토대로 좋은 수리논술 평가 문항의 조건과 수리논술이 쓰기 활동인 점을 고려하였고, 본질적으로 동일한 의미라고 판단되는 경우는 제거하거나 통합하는 등 수리논술 문항에 적합하도록 수정·보완하여 코딩하였다.

<표 II-3> 수학적 과정에 근거한 수리논술 평가 요소

수학적 과정	수리논술 평가 요소	약어
문제 해결 (P)	문제해결을 위해 문제 상황을 수학적 기호, 그림으로 표현하는 능력	P1
	문제해결에서 사용되는 개념들 간의 연결성을 인식하고 활용하는 능력	P2
	문제해결에서 적절한 전략을 활용하여 문제를 해결하는 능력	P3
	문제해결 전략 또는 결과를 새로운 문제에 적용하는 능력	P4
	주어진 문제에서 필요한 정보와 필요 없는 정보를 구분하여 문제를 해결하는 능력	P5
	문제해결에 필요한 조건을 확인 또는 보완하는 능력	P6
	실생활 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력	P7
	다른 교과 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력	P8
추론 (R)	수학적 관계를 파악하는 능력	R1
	수학적 지식에 근거해서 수학적으로 추측하고 정당화하는 능력	R2
	제시된 추론 과정과 결과의 타당성을 점검하는 능력	R3
	추론 과정과 결과를 확장 또는 일반화하는 능력	R4
의사 소통 (C)	문제해결 또는 추론 과정을 수학적 언어를 사용하여 논리적으로 서술하는 능력	C1
	자신의 문제해결 또는 추론 과정을 반성적으로 점검하여 표현하는 능력	C2
	문제해결 또는 추론 과정의 표현을 다른 방식으로 변환하는 능력	C3

평가 문항을 채점할 때, 객관성을 높이기 위해서 평가 기준 설정은 필수적이다. 특히, 수리논술과 같은 서술형 평가는 학생의 답안도 다양하고 답안에 대한 해석도 다양할 뿐만 아니라 부분점수를 주는 것이 가능하므로 채점이 어렵다. 따라서 서술형 평가에서 신뢰도를 높이기 위해서는 평가 기준표가 명확해야 한다. 평가 기준표에는 문제해결 과정 전체에 대해 단일한 점수를 산출하는 총괄적 평가 기준표와 문제해결 과정의 단계에 대하여 각각 점수를 할당하고 전체적으로 합산하는 분석적 평가 기준표로 나눌 수 있다. 대표적인 총괄적 평가 기준표로는 Malone 외(1980)의 총괄적 평가 기준표로 <표 II-4>와 같이 0~4점으로 나누어 각 배점마다 기준을 제공하였다. 또한, 대표적인 분석적 평가 기준표로 노선숙 외(2008)는 <표 II-5>와 같이 국내·외 서술형 평가 연구와 미국의 수행평가 기준표에서 활용되었던 평가 기준표를 분석하여 공통적으로 강조되고 있는 평가 준거들과 그 의미들을 도출하였으며, 문제 이해, 문제 해결과정, 의사소통 3가지를 평가 준거로 설정하였다. 문제이해 영역에서는 문제 속에 내포된 수학적 개념을 이해하는 정도와 문제를 해결하기 위해 문제에 제시된 정보를 이해하고 활용하는 정도를 평가하고자 하였다. 그리고 문제 해결과정 영역에

서는 문제 해결 전략을 세워 실행하는 정도의 정확성을 평가하고 전략 수행 후, 문제 상황에 맞게 답을 기술하거나 해석하는 정도를 평가하게 된다. 의사소통 영역에서는 풀이과정에 드러난 수학적 내용과 아이디어, 기호 등의 표현이 정확 혹은 명확하거나 세련된 정도와 문제해결과정의 설명이 충분한가의 정도를 평가하고자 하였다.

<표 II-4> 총괄적 평가 기준표(Malone 외, 1980)

평가 기준	배점
시작도 안했거나 전혀 의미 없는 내용만 제시한 경우	0
풀이과정의 일부분만 제시한 경우	1
충분한 풀이과정을 제시하였지만 중요한 실수를 하였거나 오해를 하여 정확한 풀이과정을 제시하지 못한 경우	2
미비한 실수로 인해 근거 없는 풀이를 제시하였지만 풀이과정이 거의 맞는 경우	3
타당한 풀이 방법으로 접근하여 정확한 풀이과정을 제시한 경우	4

<표 II-5> 분석적 평가 기준표(노선숙 외, 2008)

평가준거	의미	약어
문제이해 (U)	문제 속에 내포된 수학적 개념의 이해 정도	U1
	문제에 제시된 조건의 이해 및 활용 정도	U2
문제해결과정 (S)	문제해결 전략 선택의 적절성	S1
	문제풀이 과정의 적절성 및 정확성	S2
	전략 수행 후, 문제 상황에 맞게 답을 기술하거나 해석하는 정도	S3
의사소통 (M)	문제해결과정에서의 논리성 및 정확성	M1
	문제해결과정에서 사용된 연산, 기호, 식 등의 표현의 정확성	M2

III. 연구방법

1. 연구대상

연구대상은 서울 소재 사립 K대학교 사범대학 수학교육과 전공과목인 ‘수학교과 논리 및 논술’ 강좌를 수강하는 예비교사 49명으로 4~5명씩 1개조로 나누어 총 10개 조를 대상으로 하였다. 예비교사들은 모두 ‘수학교과 논리 및 논술’ 강좌를 처음으로 수강하였으며, 수학교육을 전공 또는 복수전공 하였다.

2. 자료 수집과 분석

자료 수집은 예비교사 49명이 16주의 교육과정을 경험한 후 조별 과제인 파이널 프로젝트에서 수리논술 평가문항과 평가 기준표를 개발한 자료를 수집하였다.

연구 문제 1을 해결하기 위해 본 연구에서는 10개 조에서 개발한 평가 문항들이 고려한 수리논술 평가 요소를 <표 II-3>에 근거하여 정리하고 특징을 기술하였다. 또한 각 조가 그룹토의와 20명의 중·고등학생들을 선정한 후 실제 반응을 통해 문항을 수정하는 과정에서 나타난 대표적인 특징을 기술하였다. 연구 문제 2를 해결하기 위해 10개 조에서 개발한 평가 기준표가 총괄적 평가 기준표인지 분석적 평가 기준표인지 알아 본 후, 개발한 평가 기준표가 고려한 평가 기준 요소를 <표 II-4> 또는 <표 II-5>를 기준으로 정리하고 특징을 기술하였다. 또한, 각 조들이 개발한 문항들을 학생 20명에게 풀어 보도록 한 후 답안 분석을 통해 평가 기준표를 수정하면서 나타난 특징을 분석하였다.

특히, 각 조에서 개발한 평가 문항과 평가 기준표가 각각 <표 II-3>과 <표 II-4>, <표 II-5>의 하위요소와 대응될 수 있는지를 확인하기 위해 수학교육 석사과정, 박사과정과 수학교육 전문가들이 검증을 하여 타당성을 확보하였다. 또한, 본 논문에 제시된 자료들은 지면 관계상 예비교사들의 응답 중에 대표적인 평가 문항과 평가 기준표를 제시하였다.

3. 수리논술 교육프로그램 설계

연구에서 실행된 프로그램은 예비교사들이 수리논술 문항 개발과 평가 기준표에 대한 기준 설정을 통해 수학적 과정을 경험할 수 있도록 개발된 교육프로그램이다. 대표적인 학습 활동은 크게 2가지 측면으로 구분될 수 있다.

첫째, 평가문항 개발을 위한 수업 활동이다. 먼저 좋은 수리논술 평가 문항을 개발 위해 고려해야 할 사항 중 수학적 지식과 수학적 활동의 조화를 하는 능력을 함양하기 위해 TIMSS 2003의 수학 분석틀 중 인지 영역과 NCTM(2000)의 과정 기준을 학습하고 각 과정에 적절한 문항들을 중·고등학교 교과서에서 각 그룹별로 선정하고 문항을 개발하도록 하였다. 개발된 문항을 바탕으로 클릭커(교수들이나 강연자가 강의나 강연을 하면서 시스템을 이용해서 청중들이 얼마나 이해를 하고 있는지 또는 어떤 생각을 하는지 쉽게 파악하는 실시간 응답시스템)²⁾를 활용하여 전체 예비교사들이 개발된 문항에 대한 의견을 쉽게 이해할 수 있도록 하였고 각각의 이유에 대해서 개인별 의사표현, 소그룹별 토론, 전체 토론을 통해서 논의하고 요약하는 수업을 진행하였다. 이러한 수학적 과정에 대한 이해를 바탕으로 수학의 개념적 구조를 다루기 위해 문항개발에 필요한 핵심 개념, 구조, 연결성 등을 고려할 수 있는 개념 맵에 대해 학습하고 그룹 별로 문항을 만들어보는 활동을 한 후 비교분석을 통해 동료들과 토의하고 수학적 내용의 구조적 측면에서 논의하고 그 중요성을 경험하고 반성하는 기회를 제공하였다.

둘째, 평가 기준표 개발을 위한 수업 활동이다. 이를 위해 총괄적 평가 기준과 분석적 평가 기준을 학습하고 <표 II-4>와 <표 II-5>와 같이 각각의 대표적인 평가 기준표를 제시하

2) <http://ko.wikipedia.org/wiki/>

였다. 또한, 교수자가 제시한 예시 문항들에 대해 2가지 평가 기준표를 개발하고, 그것을 바탕으로 “클릭커”를 활용하여 반 전체의 의견에서 같은 문제에 대한 서로 다른 평가 기준에 대해 동료들과 토의하는 과정을 통해 자신이 개발한 평가 기준에 대한 반영적 사고과정과 수정의 필요성 및 이유에 대해서 생각할 수 있는 기회가 제공되었다.

이러한 2가지 주요 활동을 통해 10개 그룹은 파이널 프로젝트를 위해 중·고등학생들의 수학적 과정을 평가할 수 있는 수리논술 문항을 자신들의 내용적 이해와 개념 맵을 바탕으로 개발하고 수정하는 과정을 거쳤고, 그 문항에 대한 평가 기준표를 개발하였다. 또한 평가 기준표의 상향식 과정의 필요성을 강조하기 위해 각 그룹별로 개발한 수리논술 문항을 실제 중·고등학생 최소한 20명에게 풀어보게 한 후 채점 과정에서 발생하는 문제점을 바탕으로 그룹별로 개발한 평가 기준표를 수정·보완하여 최종 평가 기준표를 만들어 본 후, 학기가 끝나는 마지막 주에 평가 문항과 평가 기준표를 수정한 과정과 이유에 대해서 보고서를 제출하도록 하였다.

IV. 연구결과

1. 예비교사들이 수리논술 평가문항을 개발하는 과정에서 나타난 특징은 무엇인가?

연구 문제 1을 해결하기 위해 본 연구에서는 10개 조에서 개발한 문항들이 고려한 수리논술 평가요소를 <표 IV-1>과 같이 정리하고 특징을 기술하였다. 그리고, 각 조가 그룹토의와 중·고등학생들의 실제 반응을 통해 문항을 수정하는 과정에서 나타난 대표적인 특징을 기술하였다.

<표 IV-1>수학적 과정에 근거한 수리논술 평가 요소 분석 결과

	1조	2조	3조	4조	5조	6조	7조	8조	9조	10조
P1	○	○		○		○		○	○	○
P2	○	○	○							
P3	○		○	○	○	○	○	○	○	○
P4										
P5						○				
P6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
P7	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
P8										
R1	○	○	○	○	○	○	○			○
R2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
R3	○			○		○				
R4	○	○		○						
C1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
C2										
C3				○						

각 조가 개발한 문항에서 나타난 수리논술 평가요소의 특징은 다음과 같다.

첫째, 문제해결에서는 문제해결에 필요한 조건을 확인 또는 보완하는 능력(P6)과 실생활 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력(P7)을 고려하여 문항을 개발하는 경향이 있었지만 문제해결 전략 또는 결과를 새로운 문제에 적용하는 능력(P4)과 다른 교과 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력(P8)은 고려하지 않았다. 둘째, 수학적 지식에 근거해서 수학적으로 추측하고 정당화 하는 능력(R2)을 모든 조에서 고려하여 문항을 개발하였지만 추론 과정과 결과를 확장 또는 일반화하는 능력을 고려하는 문항들은 상대적으로 적었다. 셋째, 의사소통에서는 문제해결 또는 추론과정을 수학적 언어를 사용하여 논리적으로 서술하는 능력(C1)을 고려하였지만 자신의 문제해결 또는 추론 과정을 반성적으로 점검하여 표현하는 능력(C2)과 문제해결 또는 추론 과정의 표현을 다른 방식으로 변환하는 능력(C3)은 고려하지 않은 것으로 나타났다.

이러한 특징을 바탕으로 문항을 수정하는 과정에서 나타난 특징은 다음과 같다.

1) 조건을 수정함으로써 난이도 조절하기

대다수의 조가 난이도 조절의 어려움으로 문항을 수정하는 과정을 보였다. 대표적으로 1조와 2조의 특징을 볼 수 있는데 1조는 수정 전 지문에서는 핵심 개념인 문자화하는 과정이 예시로 모두 드러나 난이도가 너무 낮다고 판단하여 문장을 암호화하는 과정이 직접적으로 나타나있지 않고 다른 단어를 암호화하는 예시자료를 주었고, 난이도가 급격히 상승하지 않도록 하기 위해 2×5 행렬로 바꾸라는 것과 열쇠행렬을 지문에 제공하였다.

수정 전
<p>이때, 김란이 “I love you”라는 문장을 암호화하여 편지를 보내려고 한다면 우선 이 문장에 대응하는 수들을 차례로 나열한 수열 “9, 27, 12, 15, 22, 5, 27, 25, 15, 21” 을 열고 열을 5개씩 끊어서 2×5 행렬 $A = \begin{pmatrix} 9 & 27 & 12 & 15 & 22 \\ 5 & 27 & 25 & 15 & 21 \end{pmatrix}$로 나타낸다. 그 다음에 행렬 $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$을 곱하여 다음과 같이 암호화하고 암호문 “18,119,14,-14,51,72,21,0,56,43”을 보낸다고 가정한다.</p> $BA = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 27 & 12 & 15 & 22 \\ 5 & 27 & 25 & 15 & 21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 108 & 35 & 60 & 89 \\ 6 & 54 & 63 & 30 & 41 \end{pmatrix}$ <p>이 때 차은상은 위 식을 편지로 받는다.</p>
수정 후
<p style="text-align: center;">행렬과 암호</p> <p>현대의 정보화 사회에서는 인터넷을 통해 정보를 서로 주고받으므로 정보를 보호하기 위하여 암호에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 여러 가지 암호 중에서 행렬을 이용한 것을 힐(Hill) 암호라 하고, 힐 암호에 이용되는 행렬을 열쇠 행렬이라고 한다. 열쇠 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$을 이용하여 단어 ‘star’를 나타내는 암호를 만들고자 한다. 각각의 알파벳에 대응되는 숫자가[나]에서 19, 20, 1, 18이므로 이를 2×2행렬로 만들어 $\begin{pmatrix} 19 & 20 \\ 1 & 18 \end{pmatrix}$로 나타내고 열쇠행렬 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$을 암호행렬 앞에 곱하면 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19 & 20 \\ 1 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 & 58 \\ 22 & 74 \end{pmatrix}$가 되고 $\begin{pmatrix} 39 & 58 \\ 22 & 74 \end{pmatrix}$는 star를 나타내는 암호가 된다.</p>

김탄은 차은상에게 I love you라는 10글자(공백포함)의 문장을 2*5행렬로 바꾸어 암호화하여 보내려고 한다. 이 때, 로맨틱가이 김탄은 열쇠행렬을 차은상의 어머니의 생일인 61.2.1을 기념하고자 $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 로 하고자 한다.

[그림 IV-1] 1조 지문 수정 내용

또한 2조는 수정 전 지문에서 거리함수의 조건을 이용하여 $d(x,y) = \min(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$ 가 거리함수가 되는지 판별하려 했으나 조별 토의를 통해 난이도가 높다고 판단하여 거리함수에 관한 조건 대신 원에 대한 정의를 제시하였다.

수정 전
<p>(다) 일반적으로 거리함수 d는 다음 세 가지 조건을 만족해야 한다.</p> <p>① 임의의 x, y에 대하여 $d(x, y) \geq 0$ 이어야 한다.</p> <p>② 임의의 x, y에 대하여 $d(x, y) = d(y, x)$ 이어야 한다.</p> <p>③ 임의의 x, y, z에 대하여 $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ 이어야 한다.</p>
수정 후
<p>(다) 수학에서 원의 정의는 다음과 같다. '원 또는 동그라미는 평면상의 어떤 점에서 거리가 일정한 점들의 집합으로 정의되는 평면도형이다.'</p>

[그림 IV-2] 2조 지문 수정 내용

이러한 과정들을 통해 두 조는 난이도가 높거나 낮다고 판단하는 경우 적정 수준의 난이도를 고려한 문제로 수정함으로써 문제해결에 필요한 조건을 확인하거나 보완하는 능력(P6)과 적절한 전략을 활용하여 문제를 해결하는 능력(P3)에 영향을 미쳤다고 볼 수 있다.

2) 수학적으로 추측하고 정당화하기

대부분의 조가 학생들 스스로 수학적으로 추측하고 정당화 할 수 있도록 문항을 수정하였다. 대표적으로 1조와 10조의 특징을 볼 수 있었는데 1조는 2번에서 역행렬의 성질을 알고 있는지 알아보기 위해 문제에 $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 행렬을 형태가 주어졌지만 학생들이 스스로 2*2 행렬을 추측하도록 하기 위해 $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 를 삭제하였다.

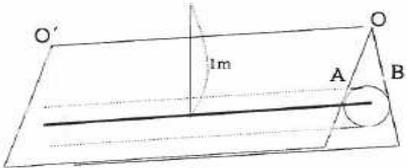
수정 전	
<p>[문제 2] 위와 같은 방법으로 암호화하고 해독하는 데 사용했던 행렬 B 대신에 다른 행렬 $C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$를 이용하려고 한다. 이 때, 행렬 C는 어떤 성질을 갖고 있어야 하는지 수 a, b, c, d 사이의 관계를 이용하여 설명하시오.</p>	
수정 후	
<p>[문제 2] 위와 같은 방법으로 암호화하는 데 사용했던 열쇠행렬 대신에 다른 행렬을 사용하려고 할 때, 이 행렬은 어떠한 성질을 갖고 있어야 하는지 서술하시오.</p>	

[그림 IV-3] 1조 문제2 수정 내용

그리고 10조에서는 빛의 반사로 발생한 교실에서의 문제 상황을 해결하기 위해 전등갓의 길이와 각도를 어떻게 조절해야 하는가에 대한 내용으로 수학적 관계를 파악하고 수학적으로 추측하는 능력을 알아보기 위해 단계적으로 접근할 수 있도록 문제를 추가하였다. 문제 1번에서는 형광등의 부피를 고려하지 않도록 하여 문제를 구성하였고, 문제 2번에서는 형광등의 부피를 고려하여 전등갓의 길이가 어떤 영향을 미치는지 고려하도록 하였다. 그리고 문제 3번에서는 특정 각이 주어진 상황에서 전등갓의 길이를 구하도록 하였다. 하지만, 문제 2번을 이용하면 문제 3번이 쉽게 도출 되는 사실을 알고, 구체적인 전등갓의 각도가 주어졌을 때, 문제 상황에 대해 이해하도록 한 뒤, 임의의 길이에 대해 학생이 일반화 할 수 있고 수학적으로 추측하도록 유도하기 위해 문제 2번과 문제 3번의 순서를 바꾸었다.

수정 전	
<p>[문제2] [그림 4]의 막대기L를 중심으로 하여 반지름이 0.05m이고 길이가 6m인 원통형 형광등 겉면을 씌웠다면, 문제1에서와 달리 형광등의 부피가 생긴다. 이 경우에는 전등갓의 각도뿐만 아니라 전등갓의 길이도 고려해야 한다. 전등갓의 길이에 따라 무엇이 어떻게 변하는지 구체적으로 서술하시오. (단, 전등갓의 길이란 판을 접기 전 세로 길이 $\sqrt{2}L$를 뜻하는 것이다. 그리고 학생들의 눈높이는 바닥으로부터 1m이다.)</p> <p>[문제3] 전등갓의 각도를 90°가 되도록 만든 중기는 학생들이 칠판으로부터 2m떨어진 곳에서부터 앉아도 칠판의 필기를 잘 볼 수 있도록 갓의 길이를 결정하려고 한다. 갓의 길이가 얼마가 되어야 하는지 구체적으로 서술하시오.</p>	
수정 후	

[문제2]
 [그림 4]의 막대기L을 중심으로 하여 반지름이 0.05m이고 길이가 6m인 원통형 형광등 겉면을 씌웠다면, 문제1에서와 달리 형광등의 부피가 생긴다. 이 경우에는 전등갓의 각도뿐만 아니라 전등갓의 길이도 고려해야 한다. 전등갓의 각도를 90°가 되도록 만든 중기는 학생들이 칠판으로부터 2m 떨어진 곳에서부터 앞으로 칠판의 필기를 잘 볼 수 있도록 갓의 길이를 결정하려고 한다. 갓의 길이가 얼마가 되어야 하는지 구체적으로 서술하시오. (단, 전등갓은 똑바르게 설치하며, 한쪽으로 치우치게 설치하지 않는다.)



[그림5]

[문제3]
 형광등 겉면까지 완전히 설치되었을 때, 전등갓의 길이에 따라 첫 번째 줄에 앉는 학생의 위치가 어떻게 달라져야 하는지 [그림 5]를 참고하여 구체적으로 서술하시오. (단, 전등갓의 길이란 판을 접기 전 세로 길이 MN 을 뜻하는 것이다. 그리고 학생들의 눈높이는 바닥으로부터 1m이다.)

[그림 IV-4] 10조 문제2, 3 수정 내용

이러한 과정을 통해 두 개조는 제시된 수리논술 문항의 목적상 학생들이 추측해야 할 내용이 문제에 제시되어 학생의 추론 능력에 도움을 주지 못하는 경우 기존 문항에 제시된 조건을 제거하여 수학적 추론을 할 수 있도록 도움을 주는 한편, 수학적 관계들을 파악하는 능력(R1) 기르고 수학적으로 추측하고 정당화할 수 있는 능력(R2)을 함양하도록 도움을 주기 위해 문항들을 단계별로 제시하여 추론하도록 하였다.

3) 논리적으로 서술하기

대다수의 조에서 학생들이 근거를 언급하여 논리적으로 서술할 수 있도록 문항을 수정하는 모습을 보였다. 대표적으로 2조와 8조의 특징을 볼 수 있었는데 2조의 문제 1번에서는 유클리드 거리와 택시 거리의 차이를 기하 또는 대수와 관련된 근거를 들어서 설명하는 모습을 보고자 했으나 기존 문제로는 근거를 언급하라고 제시하지 않아서 단답형으로 제시하는 학생들이 많아 근거를 언급하도록 문항을 수정하였다.

수정 전
[문제1] (가)에서 삼천포와 택시 기사가 왜 다투게 되었는지 (나)에 제시된 거리에 관한 정의를 이용하여 설명하시오 [10점]
수정 후

[문제1] (가)에서 삼천포가 예상한 시간보다 실제로 신촌 하숙까지 가는 데 걸린 시간이 더 길어진 이유를 (나)에 제시된 거리에 관한 정의를 이용하여 설명하시오 [10점]

[그림 IV-5] 2조 문제1 수정 내용

또한 8조는 처음에 개발한 문제를 학생들에게 풀어보도록 하고 반응을 분석한 결과 수리논술 문제임에도 풀이과정만 쓰고 논리적으로 서술하지 않는 경우를 많이 볼 수 있었다. 따라서 ‘논리적으로 서술하라’는 문구를 명시하고 밑줄을 통해 강조하여 학생들이 풀이과정을 논리적으로 서술하도록 하였다.

수정 전
<p>‘엑소 플래닛’이라는 별에서 각각 초능력을 지닌 초능력자 6명이 한국으로 귀화했다. 각자의 초능력을 소개하자면 수호는 물, 백현은 빛, 세훈은 바람, 카이는 공간이동, 찬열은 불, 디오는 땅의 능력을 가지고 있다. 이 때 3명씩 팀을 나누어 대결을 펼치고자 한다. 대결은 일대일로 겨루어 많이 이기는 쪽이 이긴 것으로 한다. 각 능력의 관계는 다음과 같다. 물은 불과 땅을 이기고 빛은 바람을 이기며 바람은 불을 이긴다. 불은 빛을 이기고 땅은 불을 이기며 공간이동을 가진 사람과 겨루는 경우의 승부는 무조건 무승부가 된다. 그 외의 서로 관계가 없는 두 능력의 경우 각각의 이길 확률이 절반이며 무승부는 나오지 않는다. 이긴 팀의 3명은 군면제가 가능하다고 할 때, 자신이 희망하는 한명이 군면제를 받을 수 있을 확률이 가장 크도록 팀을 구성해 보고 그 팀의 승률을 구하시오. 단, 무승부가 나면 전원 군대에 가야 한다.</p>
수정 후
<p>다음을 읽고 논리적으로 서술하시오.</p> <p>‘엑소 플래닛’이라는 별에서 각각 초능력을 지닌 초능력자 6명이 한국으로 귀화했다. 각자의 초능력을 소개하자면 수호는 물, 백현은 빛, 세훈은 바람, 카이는 공간이동, 찬열은 불, 디오는 땅의 능력을 가지고 있다. 이 때 3명씩 팀을 나누어 대결을 펼치고자 한다. 대결은 일대일로 겨루어(한 사람당 한번의 경기만 한다) 많이 이기는 쪽이 이긴 것으로 한다. 각 능력의 관계는 다음과 같다.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 물은 불과 땅을 이기고 빛은 바람을 이기며 바람은 불을 이긴다. ▪ 불은 빛을 이기고 땅은 불을 이긴다. ▪ 공간이동을 가진 사람과 겨루는 경우의 승부는 무조건 무승부가 된다. ▪ 그 외의 서로 관계가 없는 두 능력의 경우 각각의 이길 확률이 절반이며 무승부는 나오지 않는다. <p>이긴 팀의 3명은 군면제가 가능하다. 자신이 희망하는 한 명을 골라 그 팀원이 군면제를 받을 수 있을 확률이 가장 크도록 팀을 구성하고, 그 팀의 승률을 구하시오. 단, 무승부가 나면 전원 군대에 가야 한다.</p> <hr/> <hr/>

[그림 IV-6] 8조 문제 수정 내용

이러한 과정을 통해서 두 조는 학생들이 수리논술과 서술형 평가에서 차이점 중에 하나라고 볼 수 있는 수리논술의 논리적 서술을 인식하지 못하고 단답형으로 서술하는 경우를 확인하여 수리논술의 목적에 맞게 논리적으로 서술 하도록 명시함으로써 문제해결 또는 추론

과정을 수학적 언어를 사용하여 논리적으로 서술하는 능력(C1)을 확인하고자 하였다.

2. 예비교사들이 수리논술 평가 기준표를 개발하는 과정에서 나타난 특징은 무엇인가?

연구 문제 2를 해결하기 위해 본 연구에서는 각 조에서 개발한 평가 기준표가 고려한 평가 준거를 정리하였다. 그 결과 3조의 1, 2번 평가 문항에 대한 평가 기준표를 제외하고, 3조의 3번 문항과 나머지 9개의 조 문항 모두 분석적 평가 기준으로 평가 기준표를 작성하였다. 이는 답안을 신속하게 평가 할 수 있지만 특정한 기준으로 하나의 점수만 배정 되므로 문제해결의 사고과정에 대하여 가중치를 적용할 수 없는 총괄적 평가 기준보다는 문제해결 과정을 고려할 수 있고 사고에 관한 구체적인 정보를 제공해 주는 분석적 평가 기준이 수리논술 평가 문항을 채점하기에 더 적합하기 때문이라고 판단된다(김성희, 2012). 각 조별로 개발한 수리논술 평가 기준표에서 나타난 평가 준거를 정리한 결과 <표 IV-2>와 같았다.

<표 IV-2> 각 조별로 개발한 평가 기준표에서 고려한 평가준거 결과

	1조	2조	3조	4조	5조	6조	7조	8조	9조	10조
U1	○	○		○	○	○	○	○	○	○
U2	○	○		○	○	○	○	○	○	○
S1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
S2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
S3	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
M1	○	○		○	○	○	○	○	○	○
M2	○	○		○	○	○	○	○	○	○

대부분의 조에서 평가 기준 분석틀에서 제시한 문제의 이해, 문제해결과정, 의사소통측면을 고려하여 평가 기준표를 작성하였다. 특히, 문제해결과정측면은 모든 조에서 평가 기준을 고려하여 작성하였다. 이러한 특징을 바탕으로 평가 기준표를 수정하는 과정에서 나타난 특징을 분석한 결과는 다음과 같다.

1) 계산 결과보다는 문제해결과정의 중시

학생의 답안지를 분석한 결과, 문제해결 과정 초기에 계산 오류가 있을 때 전체적인 과정이 논리적으로 모순이 없음에도 불구하고 점수를 받지 못하는 경우가 발생하였는데 이 때 부분점수를 부여하여 계산한 결과 보다는 문제해결과정에 비중을 두는 방향으로 평가 기준표를 수정하였다.

대표적으로 1조와 7조의 특징을 볼 수 있었는데 1조의 문제 1번에서는 계산보다는 개념이 해에 초점을 두고 있다고 생각하여 문제해결과정에서의 계산실수에 대한 배점을 1점에서 0.5점으로 줄였다.

그리고 7조에서는 2013년 총 매출액이 770억원으로 유추하는 것으로 시작하는데 770억원

수정 전			
Problem solving	1	필요한 정보(1.문자 와 수와의 대응의 표, 2. 앞에 곱한 암호행렬)중 한 가지만 서술함.	각 단계별 계산 실수 1점 감점
	2	필요한 정보(1.문자 와 수와의 대응의 표, 2. 앞에 곱한 암호행렬)를 둘 다 서술함.	
	4	필요한 정보를 모두 입력하였고, 해석을 위해 암호 행렬의 역행렬을 곱하는 과정을 서술함.	
	5	암호행렬의 역행렬을 정확히 구함.	
수정 후			
Problem solving	1	필요한 정보(1.문자 와 수와의 대응의 표, 2. 앞에 곱한 암호행렬)중 한 가지만 서술함.	각 단계별 계산 실수 0.5점 감점
	2	필요한 정보(1.문자 와 수와의 대응의 표, 2. 앞에 곱한 암호행렬)를 둘 다 서술함.	
	4	필요한 정보를 모두 입력하였고, 해석을 위해 암호행렬의 역행렬을 곱하는 과정을 서술함.	
	5	암호행렬의 역행렬을 정확히 구함.	

[그림 IV-7] 1조 문제1 평가 기준표 수정 내용

을 정확히 산출해내지 못하면 이후의 과정에서 점수를 받지 못하게 되는 현상이 발생하였다. 따라서 부분적으로 계산실수가 있더라도 평가 기준표에 제시된 수학적 개념이 문제해결 과정에 드러나 있다면 부분점수를 받을 수 있도록 수정하였다.

수정 전			
Problem Solving (문제해결)	11월의 어느날에 팔린 빼빼로의 총 개수(BOX)를 정확하게 구한 경우(6점)	11월의 어느날에 팔린 빼빼로의 총 개수(BOX)를 정확하게 구한 경우(6점)	문제에 대해 접근하지 못한 경우(0점)
	아몬드 빼빼로, 누드 빼빼로, 초코 빼빼로 각각이 팔린 개수(BOX)를 정확히 구했을 경우(5점)		
	아몬드 빼빼로, 누드 빼빼로, 초코 빼빼로 각각의 매출을 정확히 구했을 경우(3점)		
	11월의 총 매출을 구한 경우(2점)	11월이 아닐 때의 총 매출을 구한 경우(2점). 단, 11을 나누지 않았을 경우 1점 감점	
	문제에 대해 접근하지 못한 경우(0점)		
수정 후			
Problem Solving (12점)	아래의 3가지 경우를 만족하고 계산과정에 있어서 오류 없이 정확한 값을 다 계산한 경우 (12점) 각각의 경우에 해당될 때마다 점수를 부여하기로 한다. ≡ 총 매출을 기준으로 하루 매출을 계산한 과정이 알맞게 제시된 경우 ≡ 아몬드, 누드, 초코의 비율을 이용하여 제품별 매출액을 나타낸 올바른 식이 제시된 경우 (3점) ≡ 매출을 단가로 나누는 과정이 올바르게 제시된 경우 (3점) 답안을 작성하지 못했거나 수학적으로 맞지 않는 답안을 제출했을 경우 (0점)		

[그림 IV-8] 7조 문제 평가 기준표 수정 내용

이러한 과정에서 두 조는 문제해결과정에서 계산적인 측면의 실수를 지적하여 감점을 많이 하기보다는 수학적 개념이해의 중요성을 중심으로 평가 기준을 수정하는 것으로 볼 수 있다.

2) 학생들의 예상치 못한 풀이방법으로 인한 수정

기준에 개발한 평가 기준표에는 없지만 학생들이 창의적인 방법으로 문제를 풀었을 때 논리적으로 모순이 없는 경우를 고려하여 평가 기준표를 수정하였다.

대표적으로 6조와 9조에서 그 특징을 볼 수 있었는데 6조의 문제 2번에 대한 학생들의 풀이 중 도구를 최대한 사용하여 엘리베이터 길이를 측정하고 건물의 층수를 곱하는 창의적인 생각을 하였지만 기존의 평가 기준표로는 고려하지 않은 부분이므로 새로운 문제해결 평가 기준표를 추가하기로 하였다.

추가한 문제 2번 평가 기준표	
★문제해결 (방법 4)	
6점	① 제시된 도구를 이용하여 엘리베이터의 길이를 측정한 경우(4점) ② ①에서 구한 길이에 건물의 층 층수를 곱한 경우(2점)
5점	②: 건물의 층 층수를 '123'으로 구체적으로 표기하지 않은 채 단순히 설명식으로 써놓은 경우 1점 감점
4점	* (방법 4)는 곱하기 외에는 필요한 별도의 계산이 없으므로 아이디어에 점수를 높이 평가한다.
0점	아무것도 설명하지 못함

[그림 IV-9] 6조 문제 2번 평가 기준표 추가 내용

그리고 9조 문제는 학생들이 풀이한 답변을 채점하면서 한 학생이 단순 길이의 관점에서 문제를 접근한 것이 아니라 1km마다 맨홀을 설치한다는 것에 착안하여 반지름이 0.5km의 원마다 하나의 맨홀을 설치하여 이 원의 넓이와 섬의 넓이를 나누는 창의적인 논리로 문제를 해결하여 이를 고려하기 위해 평가 기준표를 수정하였다.

수정 전			
문제해결 (총 60점)	전략 선택 (총 30점)	- 정육각형, 정삼각형 등 맨홀 간 거리가 1km가 되는 경우	- 0점
		- 바둑판, 원 등을 고려한 경우	- 5점
		- 위에 언급한 방법 외의 방법을 고려한 경우	-10점
		- 아무런 방법을 고려하지 않은 경우	- 30점
	풀이 과정 (총 30점)	- 정육각형 삼각형 원 등의 도형을 이용하여 풀 때 바닷가와 도형 사이의 거리를 고려하지 않았을 때	- 5점
		- 도형에 맨홀을 설치할 때 맨홀의 개수를 구하는 과정에 오류가 있는 경우	
		- 바둑판 등 직선을 이용하여 풀 때 각 선분의 길이를 계산하는 과정에서 오류가 있는 경우	- 30점
		- 풀이가 없거나 답만 있는 경우	
수정 후			
문제해결 (총 60점)	전략 선택 (총 30점)	- 정육각형, 정삼각형 등 맨홀 간 거리가 1km가 되는 경우	- 0점
		- 바둑판, 원 등을 고려한 경우	- 5점
		- 길이와 넓이를 고려한 경우 -5점 (추가한 이유 : 섬에 n개의 맨홀들을 설치했을 때 인접한 맨홀들 간 거리의 중간 지점을 이은 부분의 넓이를 고려하여 각 넓이가 섬을 n등분 하도록 풀이 과정을 전개할 수도 있다.)	
		- 위에 언급한 방법 외의 방법을 고려한 경우	
		- 아무런 방법을 고려하지 않은 경우	- 30점
	풀이 과정 (총 30점)	- 정육각형 삼각형 원 등의 도형을 이용하여 풀 때 바닷가와 도형 사이의 거리를 고려하지 않았을 때	- 5점
		- 도형에 맨홀을 설치할 때 맨홀의 개수를 구하는 과정에 오류가 있는 경우	
		- 바둑판 등 직선을 이용하여 풀 때 각 선분의 길이를 계산하는 과정에서 오류가 있는 경우	
		- 넓이로 풀 때 맨홀 간 거리에 대한 넓이를 구할 때 과정에 오류가 있는 경우 -5점 (추가한 이유 : 넓이를 이용하여 푼 학생들 중 n등분된 넓이에 대해 잘못 접근한 학생이 있었다.)	
		- 넓이와 길이를 헷갈린 경우 - 5점 (추가한 이유 : 넓이 단위와 길이 단위를 헷갈려서 넓이에 대한 값을 길이에 대한 값으로 답을 구한 학생들이 있다.)	
- 풀이가 없거나 답만 있는 경우	- 30점		

[그림 IV-10] 9조 문제 평가 기준표 수정 내용

이러한 과정 속에서 두 조는 처음에 만든 평가 기준에서 고려하지 못했던 풀이과정이 나오는 경우 그 풀이가 논리적인 모순이 없으면 점수를 부여하는 특징을 보였다고 볼 수 있다.

V. 결 론

본 연구 결과를 바탕으로 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다.

첫째, 예비교사들은 개발된 교육과정에서 수리논술 문항 개발을 통해 수학적 과정 평가를 경험하는데 도움을 받을 수 있다고 볼 수 있다. 연구결과를 보면 수리논술 문항을 개발할 때 문제해결 측면에서는 실생활 상황을 통해 문제를 제시하고 문제해결에 필요한 조건을 확인 또는 보완하는 능력을 고려하여, 수정과정에서도 문항의 조건을 수정하여 난이도를 조절하는 과정을 통해 학생들의 입장을 고려하는 것으로 볼 때 수학적 과정 요소를 경험하는데 도움을 받을 수 있다고 볼 수 있다. 하지만 문제해결 전략이나 결과를 새로운 문제에 적용하거나 다른 교과 상황에서 주어진 문제를 해결하는 능력은 고려하지 않았다. 그리고 추론 측면에서는 수학적으로 추측하고 정당화하는 능력을 고려하여 문항을 수정하였으며 의사소통 측면에서는 문제해결 또는 추론 과정을 논리적으로 서술하는 능력을 고려하여 수정과정에서도 반영하였지만 자신의 문제해결 또는 추론 과정을 반성적으로 점검하여 표현하는 능력은 고려하지 않았다. 하지만 학생들이 수학적 과정을 경험하고 그 역량을 향상시키기 위해서는 좀 더 다양하고 복잡한 상황과 자신의 사고 과정을 반성하는 경험 또한 필요하다고 볼 수 있다. 따라서 본 교육과정을 통해 수학적 과정을 평가하는 경험을 하는데 도움을 받았다고 볼 수 있지만 새로운 맥락에서 문제를 적용하고 풀이하며 반성적으로 사고하는 능력을 고려하는 것이 필요하다고 볼 수 있다.

둘째, 예비교사들은 개발된 수리논술 문항에 대한 평가 기준을 설정하면서 수학적 과정 평가를 경험하는데 도움을 받을 수 있다고 볼 수 있다. 연구결과를 보면 모든 그룹들이 분석적 평가 기준표를 활용하여 문제의 이해, 문제해결과정과 의사소통 측면을 고려하여 평가 기준표를 작성하고 수정하였다. 분석적 평가 기준표의 3가지 요소 중 특히 모든 그룹이 문제해결과정의 측면을 고려하고 학생의 반응을 통해 평가 기준을 수정하였다. 이러한 경향성으로 인해 계산 결과보다는 문제해결과정을 중시하는 방향으로 평가 기준표를 수정하는 한편 학생의 창의적인 풀이과정에 점수를 주는 방향으로 수정하였다. 이러한 결과에 대해 문제해결과정 뿐만 아니라 문제의 이해와 의사소통 측면도 함께 고려하여 3가지 요소를 통합적으로 고려하여 수학적 과정을 평가할 수 있도록 해야 할 것이다.

셋째, 예비교사들을 대상으로 개발된 수리논술 교육과정을 통해 수학적 내용과 과정을 통합적으로 경험할 수 있도록 하는데 효과적이라고 볼 수 있었다. 수리논술 평가 문항을 개발하기 위해 내용 측면에서는 수학적 내용을 바탕으로 구조화하고 핵심개념을 추출하는 개념 맵을 만들고 토의를 하는 한편 NCTM과 TIMSS의 수학적 과정에 대한 내용을 학습하고 그 과정에 대한 문항들을 선택하고 평가 기준을 설정하는 과정을 경험하였다. 최종적으로 중·고등학생들의 수학적 과정을 평가할 수 있는 수리논술 문항개발과 평가 기준표를 작성하고 수정하는 과정을 통해 예비교사들은 수학적 내용과 과정을 통합적으로 고려하는 경험을 하는데 도움을 줄 수 있다고 볼 수 있다.

이러한 결론을 바탕으로 다음과 같은 논의를 할 수 있다.

첫째, Dewey(1964)가 교육은 이론적인 측면과 실제적인 측면을 통합해야 한다고 주장하

였다. 이러한 주장에 대해 수학적 내용은 이론적 측면에서, 수학적 과정은 실제적인 측면이라고 볼 수 있는데 이러한 두 가지 측면의 통합은 수학적 과정을 경험할 수 있도록 개발한 수리논술 교육과정을 통해 가능할 수 있음을 보임으로써 이론과 실제적인 측면의 통합 가능성에 대해 구체적인 방법론을 제시하였다고 볼 수 있다.

둘째, 예비교사들은 본 연구에서 개발된 교육과정을 바탕으로 향후 학교 현장에서 학생들에게 수리논술을 지도할 때 평가 문항 개발에서 수학적 과정의 경험과 수학기초의 요소를 포함하고 있는 개념 맵 이해를 바탕으로 그 깊이를 더할 수 있고 평가 기준 개발에서 분석적 평가 기준표에 대한 이해를 바탕으로 다양한 평가 기준에 대한 이해뿐 아니라 수정·보완되어지는 과정을 바탕으로 평가 기준 개발을 개발할 때 하향식 개발과정과 상향식 개발과정의 통합의 중요성과 필요성에 대한 시사점을 제시할 수 있을 것이다.

이러한 결론을 바탕으로 다음과 같은 제언을 할 수 있다.

첫째, 교수측면에서 예비교사들을 위한 교육과정과 현직교사들을 위한 교사연수에서 평가 문항 및 평가기준 개발에서 교사들이 수학적 과정을 경험할 수 있도록 다양한 교수법과 학습 자료를 개발해야 할 것이다. 수학적 과정에 대한 경험이 없는 교사가 자신의 평가문항 및 평가기준 개발에서 수학적 과정을 고려하고 실천하는 것이 어려운 것은 자명한 일이다. 따라서 교사들을 위한 평가문항 및 평가기준에서 수학적 과정에 대한 경험은 학교현장에서 평가문항 및 평가기준 개발 향상을 위한 필요조건이 될 것이다.

둘째, 학생들의 학습적인 측면에서 수리 논술을 통한 교사들의 수학적 과정에 대한 경험은 NCTM의 수학적 과정에 대한 깊이 있는 이해를 바탕으로 실제 수업 현장에서 학생들을 위해 필요한 수학적 과정이 무엇이고 이러한 수학적 과정을 어떻게 학생들에게 활용할 수 있을지에 대한 이해를 깊이 있게 할 것이다. 이러한 이해는 학생들을 지도할 때 수학적 과정에 적극적으로 참여하도록 유도할 수 있을 뿐 아니라 학생들의 수학적 과정에 대한 경험을 바탕으로 평가문항을 개발함으로써 학생들로 하여금 수학적 사고를 깊이 있게 할 수 있을 뿐 아니라 학생들의 여러 가지 의사소통 기술을 개발할 수 있는 다양한 평가 개발로 연결될 수 있을 것이다.

마지막으로 수리논술에 대한 연구에서 수학적 과정을 실천하는 수업을 경험한 교사들이 실제 현장에서 수학적 과정을 어떻게 실천하고 또 수학적 과정을 실천하는데 겪는 어려움과 이러한 어려움을 어떻게 해결해 가는지에 대한 깊이 있는 연구들이 필요하다. 이러한 연구를 바탕으로 예비교사들과 현직 교사들이 수학적 과정을 바탕으로 하는 수리논술 수업에서 수업 내용의 구성과 이론적 구성 뿐 아니라 현장에서 실제 활용될 수 있는 내용과 과정에 대한 이해를 깊이 있게 할 수 있을 것이다. 또한 수학적 과정을 바탕으로 하는 수리논술 수업의 향상을 위해서 맥락의 변이에 따라서 필요한 내용과 과정적 요소들이 무엇이며 어떻게 작용할 수 있는지에 대해 더 깊은 분석들이 필요할 것이다.

참고 문헌

- 강그림 (2013). 대학별 수리논술 기출 문제 분석 및 효과적인 학교 수리논술 지도에 관한 연구. 석사학위논문, 고려대학교 교육대학원.
- 교육과학기술부 (2011). 수학과 교육과정. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호, [별책 8].
- 김규상 (2013). 수학논술을 활용한 수업에서 나타나는 수학적 과정 사례 분석. 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
- 김도한 외 18명 (2009). 2009년 창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구. 한국과학창의재단.
- 김성호 (2009). 수리 논술형 과제 활용 수업에 관한 연구. 석사학위논문, 한국교원대학교 교육대학원.
- 김성희 (2012). 서술형 평가에서 나타나는 오류 분석 및 채점기준 개선에 관한 연구. 석사학위논문, 한국교원대학교 교육대학원.
- 김영숙, 방정숙 (2009). 수리논술형 문제에 대한 초등학교 5학년 학생들의 문제해결력과 수학적 정당화 과정 분석. 수학교육, 28(2), 149-167.
- 김원중 (2010). 학교 내신시험과 대학수학능력시험과의 비교를 통한 대학입학 고사의 수리논술 문항 분석. 석사학위논문, 고려대학교 대학원.
- 김원태 (2011). 고등학교 수학 교과과정과 대입 수리논술의 연관관계 연구. 석사학위논문, 동국대학교 교육대학원.
- 김정윤 (2007). 논술교육에 대한 교사의 인식 조사와 수학과 관련된 논술 문항 분석. 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.
- 김지원 (2010). 수리논술이 수학교육에 미치는 영향과 출제방향 연구 : 수리논술문항과 외국 사례에 대한 분석 중심으로. 석사학위논문, 연세대학교 교육대학원.
- 노선숙 외 3명 (2008). 중학교 1학년 수학과 서술형 평가문항 개발 연구. 수학교육, 47(4), 487-503.
- 박윤민 (2013). 확률과 통계에 관련된 수리 논술 문제 분석. 석사학위논문, 연세대학교 교육대학원.
- 박미영 (2013). 초·중등 예비교사와 현직교사의 수학과 평가문항 개발에 대한 자기인식과 실제 개발능력 연구. 박사학위논문, 이화여자대학교 대학원.
- 박인영 (2011). 대학입학시험 자연계열 논술고사의 수리논술에 관한 연구. 석사학위논문, 한양대학교 교육대학원.
- 박정호 (2009). 통합형 수학 교과서 비교분석을 통한 수리논술 교수-학습 자료 개발 : 고등학교 수학1 지수·로그함수 단원을 중심으로. 석사학위논문, 고려대학교 교육대학원.
- 박제남 (2011). 수리논술 평가목표의 분류 및 실제에 관한 연구. 교육문화연구, 17(3), 149-167.
- 백신혜 (2008). 수리논술교육에 대한 교사와 학생의 인식 조사 및 수리논술에 대한 성취도와 수학성취도의 상관성 연구. 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.
- 백지연 (2010). 수리논술 교육을 위한 대학별 수리논술과 대학수학능력시험 비교분석. 석사학위논문, 이화여자대학교 교육대학원.
- 송인숙 (2009). 수리논술 문제 분석 및 지도방안. 석사학위논문, 연세대학교 교육대학원.

- 서상조 (2008). 수리논술 기출문제 분석과 이를 활용한 수업 방안 제시. 석사학위논문, 연세대학교 교육대학원.
- 성태제 (2004). 문항제작 및 분석의 이론과 실제. 서울: 학지사.
- 이햇님 (2011). 학교 수학 교육과정과 연계한 수리논술 수업방향에 관한 연구. 석사학위논문, 서강대학교 교육대학원.
- 정상권 외 5명 (2012). 수학적 과정 중심 평가에 대한 교사들의 인식 조사. 수학교육학 연구, 22(3), 401-427.
- 허지희 (2013). 대입 수리논술에서 교육과정 외의 소재 활용 방안 연구. 석사학위논문, 서울대학교 대학원.
- 황선욱 외 32명 (2011). 창의 중심의 미래형 수학과 교과내용 개선 및 교육과정 개정 시안 연구. 한국과학창의재단.
- Dewey, J. (1964). The need for a philosophy of education. In R. D. Archambault(Ed.), John Dewey on education: Selected writings (pp. 3-14). New York: The Modern Library.
- Herman, J. L., Aeschbacher, P. R., & Winters, L. (1992). A practical guide to alternative assessment. Alexandria : Association for Supervision and Curriculum Development.
- Malone, J. A., Douglas, G. A., Kissane, B. V., & Mortlock, R. S. (1980). Measuring problem-solving ability. In S. Krulik & R. E. Reys (Eds.), Problem solving in school mathematics (pp. 204-215). Reston, VA: NCTM.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Smith, T.A., Garden, R.A., Gregory, K.D., Gonzalez, E.J., Chrostowski, S.J, and O'Connor, K.M. (2003), TIMSS Assessment Frameworks and Specifications 2003 (2nd Edition), Chestnut Hill, MA: Boston College.
- NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA : Author.
- Sfard, A. (1998). Balancing Unbalanceable: The NCTM Standards in Light of Theories of Learning Mathematics. In J. Kilpatrick, Martin, G., & Schifter, D. (Eds.), A Research Companion for NCTM Standards (pp. 353-392). Reston, VA: NCTM.

A study on pre-service teachers' development of assessment items and standards in a mathematical essay course

Lee, Dong-Geun³⁾ · Choi, Sang-Ho⁴⁾ · Kim, Dong-Joong⁵⁾

Abstract

The purpose of this study is to investigate how the curriculum, in which pre-service teachers experience mathematical process and develop assessment items and standards through the process experience in a mathematical essay course, affects the pre-service teachers and suggest its implications for teacher education. Forty nine pre-service teachers, registered at a mathematical essay course in a K university in Seoul, developed mathematical essay problems and their assessment standards, and their developed processes were analyzed. According to the analysis results, first, mathematical essay problems developed by the fifty students reflect components of mathematical processes. Especially, one characteristic in revising assessment items shows that pre-service teachers considered not only justification process through different levels of difficulty and mathematical reasoning, but also logical descriptions through problem solving, when they worked on group discussions and examined middle school and high school students' responses. Second, while pre-service teachers developed rubrics for their assessment items and revised the rubrics based on students' responses, they established assessment standards which employed mathematical process by focusing on problem solving process rather than results and considering students' unexpected problem solving. The results imply a concrete method in planning and executing a mathematical essay course which makes use of mathematical process in teacher education.

Key words : Mathematical essay, Assessment items, Assessment standards, Mathematical process

Received November 28, 2014

Revised December 17, 2014

Accepted December 25, 2014

3) Korea University Graduate School(donggeuny@hanmail.net)

4) Korea University Graduate School(shchoi83@hanmail.net)

5) Corresponding Author, Korea University(dongjoongkim@korea.ac.kr)