

균일 분포하중을 받는 사다리꼴 주름판의 정적 해석

Static Analysis of Trapezoidal Corrugated Plates under Uniformly Distributed Load

김 영 완*

Young-Wann Kim*

(접수일 : 2013년 09월 03일, 수정일 : 2013년 10월 10일, 채택확정 : 2013년 10월 10일)

Abstract: In this paper, the static characteristics of the trapezoidal corrugated plate under uniformly distributed pressure are investigated by the analytical method. Because the corrugated plate is very flexible in the corrugation direction and stiff in the transverse direction, the corrugated plate is treated as the orthotropic plate. This equivalent orthotropic plate must include both the extensional and flexural effect to obtain the precise solution. The effective extensional and flexural stiffness of the trapezoidal corrugated plate are derived to consider these effects in the analysis. To demonstrate the validity of the proposed approach, the comparison is made with the previously published results. Some numerical results are presented to check the effect of the geometric properties.

Key Words : Trapezoidal Corrugated Plate, Equivalent Orthotropic Plate, Effective Extensional Stiffness, Effective Flexural Stiffness

1. 서 론

주름판은 일반적으로 판을 한 방향으로 주름을 잡아 주름진 방향으로는 유연성을 주고 주름 반대 방향에 대해서는 강성을 증대시킨 구조물이다. 이들 구조물은 경량을 유지하며 부하능력을 개선한 것으로서, 우주항공, 조선 및 자동차 등의 산업분야에서 널리 이용되고 있다. 특히 샌드위치 패널의 코어로 널리 이용되고 있다.^{1,2)} 하니컴 코어를 갖는 경우와는 달리 주름판을 코어로 이용할 경우 샌드위치판은 수직방향 전단변형에 대해서도 지지할 수 있기 때문에 그 응용 범위는 매우 넓다. 또한 주름 반대방향으로는 충분한 강성을 유지하면

서 주름 방향으로는 쉽게 형상변화를 줄 수 있기 때문에 비행기의 형상가변익(morphing wing) 등과 같은 유연 구조물 설계에 적용되고 있다.^{3,4)}

주름판에 대해 보다 정확한 해를 구하기 위해 주름을 개개의 단성체 즉, 판으로 간주하여 해석을 할 수 있다.^{5,6)} 그러나 이 방법은 주름수가 적은 경우에는 적용할 수 있으나 주름수가 많은 경우에는 수식적으로 매우 복잡해져 많은 해석시간이 요구되며, 주름 형상이 복잡할 경우에는 거의 해석이 불가능하다는 단점이 있다. 이와 같은 단점을 보완하기 위해 개발된 방법으로 주름판을 직교이방성판으로 취급하여 해석하는 것이다. 주름판의 직교방향에 대해 서로 다른 성질을 이용한 것으로

*김영완(교신저자) : 전남대학교 기계설계공학부
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7285

*Young-Wann Kim(corresponding author) : Department of Mechanical Design Engineering, Chonnam National University.
E-mail : wannkim@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7285

주름판을 일정 두께를 갖는 직교 이방성판으로 간주하여 해석에 적용한다⁷⁻¹⁰⁾. 이 방법은 판의 길이에 비해 주름 높이가 작고 주름수가 비교적 많은 주름판에 적용할 수 있다. 현재 가장 많이 이용되고 있는 해석 방법은 복잡한 구조 형상에도 쉽게 적용할 수 있는 유한요소법이다. 그러나 유한요소법을 이용하여 정확한 해를 얻기 위해서는 많은 요소로 분할하여야 하며, 이로 인해 많은 작업 및 해석 시간이 요구된다. 또한 구조물의 모델이 변경될 때마다 프로그램을 다시 수정하여야 하는 등 많은 복잡한 요인을 포함하고 있다. 이들 해석 방법 중에서 주름판을 직교이방성판으로 등가시켜 해석하는 방법이 가장 간단하다. 직교이방성판으로 해석하기 위해서는 강성계수 등과 같은 재료특성을 구하여야 한다. 그러나 복잡한 기하학적 형상으로 인하여 엄밀한 강성계수를 결정하는 데는 상당한 어려움이 있다. 오랫동안 많은 연구자들이 주름판의 굽힘강성계수만을 유도하고 해석에 적용하였다.⁷⁻⁹⁾ 단지 Samanta 등이 주름판 해석을 위해 신장 및 굽힘 강성계수를 동시에 고려하였다.¹⁰⁾ 그러나 이들은 주름방향의 신장 강성계수를 유도하는 과정에서 인장력에 의한 굽힘만을 고려하여 값의 정확성을 기하지 못했다. 주름판의 거동에는 굽힘강성계수가 지배적이지만 보다 엄밀한 해를 얻기 위해서는 신장강성계수도 고려하여야 한다. 특히 복합재료 주름판 및 샌드위치판 등으로 주름판을 확장하기 위해서는 신장강성계수를 고려하여야 한다.

따라서 본 연구에서는 사다리꼴 주름판을 직교 이방성판으로 등가시켜 해석하기 위해 신장 강성계수를 유도하였으며, 굽힘 강성계수는 본 저자의 이전 연구에서 유도한 계수를 사용하였다.⁹⁾ 유도된 강성계수를 적용하여 균일분포하중을 받는 주름판에 대한 굽힘해석을 수행하였으며, 일부 결과를 기존의 연구결과와 비교·검토하였다. 또한 주름판의 각종 기하형상에 따른 영향도 검토하였다.

2. 수식화

Fig. 1은 사다리꼴 주름판 및 단위 주름의 형상

을 나타낸 것이다. 판의 x 및 y 방향 길이는 각각 a, b 이며, 두께는 t 이다. 직교이방성판으로 등가화(이하 등가판)할 때 주름판의 길이, 폭 및 두께는 변하지 않는다. 주름판에 발생하는 중립면에서의 x, y 및 z 방향 변위를 각각 u, v 및 w 라 하였다. 한편 단위 주름에 대한 축방향 길이를 $2l$, 이에 대한 주름 길이를 $2s$, 중립면에 대한 주름 높이를 h , 주름각을 θ 로 하였다.

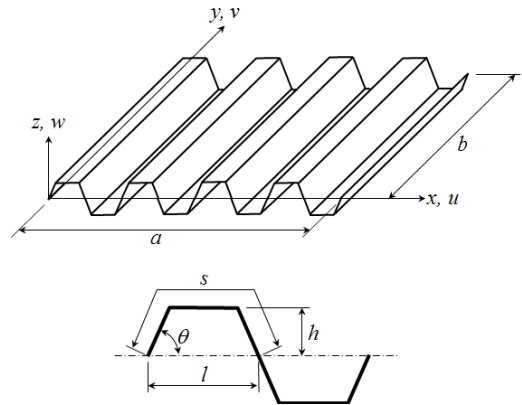


Fig. 1 Trapezoidally corrugated plate and its corrugation unit

2.1 직교이방성판의 굽힘

주름판에서 주름으로 인해 각 방향 강성은 변하게 된다. 그러므로 등가판의 경우에도 각 방향 강성을 다르게 취급하여야 한다. 직교이방성판에 대한 응력(σ)-변형률(ϵ) 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\nu'} \begin{bmatrix} E_x & \nu_y E_x & 0 \\ \nu_x E_y & E_y & 0 \\ 0 & 0 & \nu' G_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $\nu' = 1/(1 - \nu_x \nu_y)$ 이며, E_x, E_y, G_{xy}, ν_x 및 ν_y 는 등가 직교이방성판에 대한 재료물성이다.

직교이방성판에 대한 변형률은 중립면에 대한 내평면 변형률(ϵ_0)과 곡률(κ)의 항으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{x0} + z\kappa_x = u_{,x} + zw_{,xx} \\ \epsilon_y &= \epsilon_{y0} + z\kappa_y = v_{,y} + zw_{,yy} \\ \epsilon_{xy} &= \epsilon_{xy0} + z\kappa_{xy} = (v_{,x} + u_{,y})/2 + zw_{,xy} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 (,)는 공간미분을 나타낸다.

중립면에 대한 변위는 다음 식과 같이 가정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u(x,y) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn} X_m^u(x) Y_n(y) \\ v(x,y) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn} X_m^v(x) Y_n(y) \\ w(x,y) &= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn} X_m^w(x) Y_n(y) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $X_m(x), Y_n(y)$ 는 경계조건을 만족하는 함수로 보함수를 이용하였으며, U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} 는 각 모드에서의 진폭을 나타낸다.

판에 대한 변형에너지는 다음과 같이 응력과 변형률의 항으로 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_V [\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + 2\sigma_{xy} \epsilon_{xy}] dV \quad (4)$$

식(1)과 식(2)를 식(4)에 적용하면 변형에너지는 다음과 같은 형태로 재정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} U = \frac{1}{2} \int_A [A_x \epsilon_{x0}^2 + 2A_1 \epsilon_{x0} \epsilon_{y0} + A_y \epsilon_{y0}^2 + A_{xy} \epsilon_{xy0}^2 \\ + D_x \kappa_x^2 + 2D_1 \kappa_x \kappa_y + D_y \kappa_y^2 + D_{xy} \kappa_{xy}^2] dA \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 계수 A_i, D_i ($i = x, y, 1, xy$)는 각각 신장 및 굽힘 강성계수로 신장 및 굽힘을 받는 상태에서 구하여야할 계수이다.

한편 주름판 중립면에 수직인 하중 $p(x,y)$ 가 작용할 경우 수직력에 의한 일은 다음과 같다.

$$W = \int_A p(x,y)w(x,y) dA \quad (6)$$

이 때 수직하중 $p(x,y)$ 는 2중 푸리에 급수를

이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$p(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (7)$$

본 연구에서는 다음과 같이 4변이 모두 고정된 사변 고정 경계조건을 고려하였다.

$$\begin{aligned} u = v = w = w_{,x} = 0 \text{ at } x = 0, a \\ u = v = w = w_{,y} = 0 \text{ at } y = 0, b \end{aligned} \quad (8)$$

유도된 에너지식을 Rayleigh-Ritz법에 적용하면 식(9)와 같은 굽힘해석을 위한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (9)$$

여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬, \mathbf{F} 는 힘벡터이며, \mathbf{d} 는 변위벡터이다.

2.2 사다리꼴 주름판의 등가강성계수

Fig. 2에서처럼 주름판의 단위 주름에 x 방향으로 하중 P 를 작용시킬 경우 총변형량은 다음과 같다.

$$\delta^c = \frac{Ph^2c}{EI} + \frac{Pc}{AE} + \frac{2Ph^3}{3EI\sin\theta} + \frac{2Ph\cos^2\theta}{AE\sin\theta} \quad (10)$$

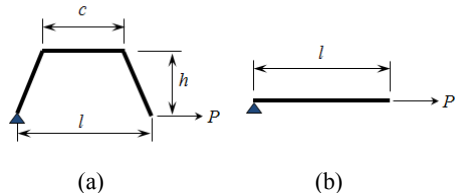


Fig. 2 Cross section of corrugation unit under uni-axial tension

한편 등가 직교이방성판(Fig. 2b)에 대한 단위주름 길이에 대한 x 방향 변형량은 다음과 같다.

$$\delta^c = \frac{Pl}{AE_x} \quad (11)$$

여기서 E_x 는 신장상태에서의 등가탄성계수이다.

이 때 두 변형량 δ^c 와 δ^e 은 서로 같아야 하므로 직교이방성판에 대한 x 방향 등가탄성계수는 다음과 같이 유도된다.

$$E_x = \frac{Elt^2}{12ch^2 + ct^2 + 2h/\sin\theta(t^2\cos^2\theta + 4h^2)} \quad (12)$$

y 방향 탄성계수 E_y 도 유사한 방법을 이용하여 구할 수 있다. Fig. 3에서처럼 단위 주름을 y 방향으로 인장시켰을 때 주름판 및 등가판에 대한 변형량은 서로 같아야 하므로 다음과 같은 y 방향 등가 탄성계수를 얻을 수 있다.

$$E_y = \frac{sE}{l} \quad (13)$$

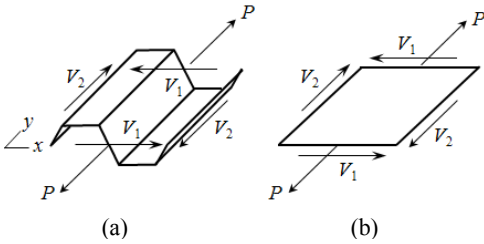


Fig. 3 Cross section of corrugation unit under uni-axial tension or in-plane shear load

등가전단탄성계수 G_{xy} 는 Fig. 3에서처럼 내평면 전단력 V_1 또는 V_2 가 작용할 경우 주름판 및 등가판에 대한 전단변형률이 서로 같다는 조건으로부터 구할 수 있다. 이때 하중 V_1 및 V_2 에 의한 전단변형률이 서로 다르다. 따라서 두 개의 서로 다른 전단탄성계수(sG/l , G)를 유도할 수 있으며, 이들의 평균을 전단탄성계수로 하였다.

$$G_{xy} = \frac{G}{2} \left(\frac{s}{l} + 1 \right) \quad (14)$$

Fig. 3에서 하중 P 에 의한 x 방향 변형량은 식(15)와 같다. 이는 등가판의 변형량과 같아야 하므로 등가판에 대한 x 방향 변형률은 식(15)를 이용하면 식(16)과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_x^c = \frac{\nu P}{tE} (1 + \cos\theta) \quad (15)$$

$$\epsilon_x^e = \frac{\delta_x^c}{l} = \frac{\nu P}{ltE} (1 + \cos\theta) \quad (16)$$

따라서 등가판의 프와송비는 다음과 같이 유도할 수 있다. 여기서 $\epsilon_y^e = P/(ltE_y)$ 이다.

$$\nu_y = \frac{\epsilon_x^e}{\epsilon_y^e} = \nu(1 + \cos\theta) \frac{s}{l} \quad (17)$$

한편 프와송 비 ν_x 는 다음과 같이 탄성계수와 프와송 비 ν_y 와의 관계식으로부터 구하게 된다.

$$\nu_x = \nu_y \frac{E_x}{E_y} \quad (18)$$

이상에서 유도한 등가재료물성을 다음 식에 적용하여 등가 신장강성계수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{E_x t}{1 - \nu_x \nu_y}, A_1 = \nu_x A_y = \nu_y A_x \\ A_y &= \frac{E_y t}{1 - \nu_x \nu_y}, A_{xy} = G_{xy} t \end{aligned} \quad (19)$$

한편 해석에 적용될 등가 굽힘 강성계수는 다음과 같다.⁹⁾

$$\begin{aligned} D_x &= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \frac{l}{s} \\ D_1 &= \nu D_x \\ D_y &= \frac{E\{t^3(m_c + \cos^2\theta) + 4th^2(1+3m_c)\}}{12(1-\nu^2)(m_c + \cos\theta)} \\ D_{xy} &= \frac{Gt^3}{6} \left(\frac{m_c + 1}{m_c + \cos\theta} + \frac{m_c + \cos\theta}{m_c + \cos^3\theta} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

Table 1 Comparison of central displacements(cm) with Ref.[10]

No. of corrugation	Model	Corrugation angle			
		30°	45°	60°	90°
8 $a/b = 1$	Ref. [10]-ortho	0.196(4.0 [*])	0.175(4.0)	0.164(5.0)	0.146(6.0)
	Ref. [10]-shell	0.201(2.0)	0.182(1.0)	0.171(1.0)	0.156(0.0)
	Present	0.205	0.183	0.172	0.156
12 $a/b = 1.5$	Ref. [10]-ortho	0.217(4.0)	0.191(4.0)	0.176(3.0)	0.156(2.0)
	Ref. [10]-shell	0.210(1.0)	0.188(2.0)	0.175(3.0)	0.157(3.0)
	Present	0.209	0.184	0.171	0.152
16 $a/b = 2$	Ref. [10]-ortho	0.219(7.0)	0.191(6.0)	0.177(6.0)	0.156(4.0)
	Ref. [10]-shell	0.206(1.0)	0.184(2.0)	0.172(3.0)	0.155(3.0)
	Present	0.205	0.180	0.168	0.151

$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $\nu = 0.3$, $b = 81.28 \text{ cm}$, $h = 0.5556 \text{ cm}$, $t = 0.635 \text{ cm}$, $l = 5.08 \text{ cm}$

$$* \text{ Discrepancy}(\%) = \frac{|\text{Ref.}[10] - \text{present}|}{\text{present}} \times 100$$

3. 수치결과 및 토의

Table 1은 균일 분포하중 ($p = 0.70308 \text{ kgf/cm}^2$)을 받는 주름판에 대해 중앙점에서의 처짐을 Samanta¹⁰⁾의 유한요소해석결과와 비교하였다. 이들은 직교이방성판으로 등가시켜 해석한 결과(ortho)와 주름판의 형상을 그대로 3차원 모델링한 결과(shell)를 제시하였다. 표에서 처짐값 뒤의 ()의 값은 참고문헌과 본 결과와의 차이를 백분율로 나타낸 것이다. 표에 나타난 것처럼 직교이방성판으로 등가시켜 해석한 참고문헌과는 최대 7% 정도의 차이가 나타난다. 이와 같은 차이는 이들 연구에서 유도 또는 사용한 등가강성계수에서 프와송 비가 고려되지 않았으며, 굽힘 강성계수 D_1 을 무시하였기 때문에 나타나는 것으로 판단된다. 한편 이들이 제시한 3차원 해석결과와는 최대 3%의 차이를 보이고 있어 본 해석 결과가 이들이 등가시켜 제시한 결과 보다 정확한 값을 제시한다고 할 수 있다.

Fig. 4는 주름높이에 따른 영향을 나타낸 것이다. 고려된 주름수는 10이며, $a/b = 1$, $a/t = 500$ 의 형상비를 갖는다. 그림에서 처짐비는 주름판의 최

대처짐을 평판의 최대처짐으로 나눈 값이다. 그림에서처럼 고려된 모든 주름각에 대해 주름높이가 커질수록 처짐은 급격히 감소하여 어느 높이 이상이 되면 거의 일정한 값으로 접근하는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 평판에 주름을 줌으로써 처짐의 양을 크게 줄일 수 있으나 어느 높이 이상으로 주름을 잡을 경우 주름 효과는 그다지 크지 않다. 그림에서처럼 판 두께 만큼만의 높이로 주름을 잡아

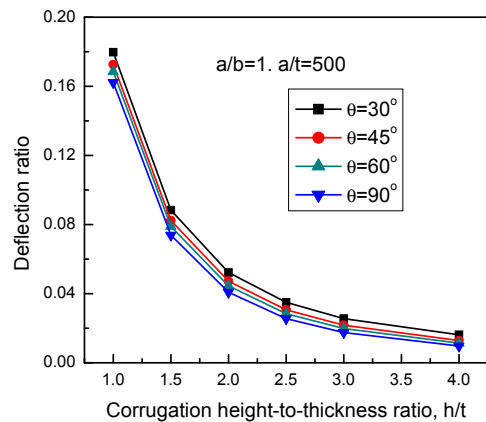


Fig. 4 Effect of corrugation height-to-thickness ratio on the maximum deflection

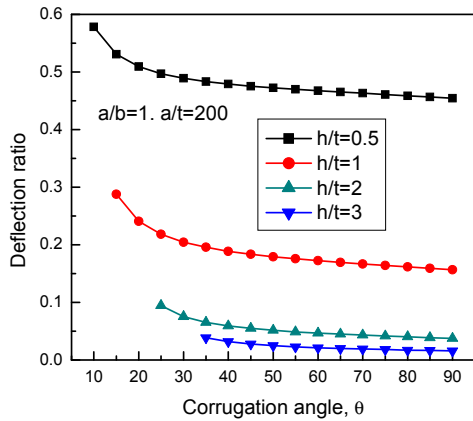


Fig. 5 Effect of corrugation angle on the maximum deflection

도 최대처짐을 약 85% 이상 줄일 수 있기 때문에 적당한 높이로 주름을 잡으면 보다 좋은 효과를 얻을 수 있다.

Fig. 5는 다양한 주름높이에 대해 주름각에 따른 최대처짐의 거동을 보이고 있다. 고려된 주름수는 10이며, $a/b=1, a/t=200$ 의 형상을 갖는다. 그림에서 고려된 초기 주름각이 서로 다른 것은 주름 높이에 따라 주름을 잡을 수 있는 주름각의 최소 크기가 다르기 때문이다. 그림에 나타난 것처럼 주름각이 커질수록 처짐이 급격히 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 주름각이 커짐에 따라 주름 횡방향 강성계수 D_y 가 급격히 증가하기 때문에 나타나는 현상이다. 그러나 주름각이 어느 이상이 되면 주름각 변화에 대한 영향은 거의 나타나지 않아 처짐 감소가 거의 나타나지 않는다. 또한 주름높이가 클수록 발생하는 처짐량은 크게 줄어들지만 이 역시 어느 이상이 되면 줄어드는 비율이 크게 감소하는 것을 볼 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5로부터 처짐은 주름각보다는 주름 높이에 매우 민감하게 작용한다는 것을 알 수 있다. 따라서 외부하중에 의한 주름판의 수직방향 처짐을 줄이기 위해서는 주름각보다는 주름 높이를 조절하는 것이 보다 효과적이다 할 수 있다.

Fig. 6은 $b/t=200, h/t=1.0, \theta=30^\circ$ 인 주름판에 대해 주름수에 따른 영향을 보이고 있다. 그림

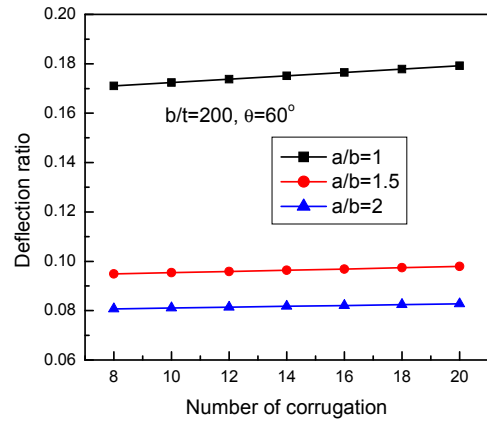


Fig. 6 Effect of corrugation number on the maximum deflection

에서처럼 주름수가 많아질수록 최대 처짐은 증가를 한다. 이는 판의 동일한 길이에 대해 주름수를 증가시킨다는 것은 주름의 단위 길이가 줄어드는 것을 의미한다. 주름의 단위 길이가 감소하면 횡방향 강성도 감소를 한다. 즉 주름수의 증가는 횡방향 강성의 감소를 의미하므로 처짐이 주름수 증가에 따라 감소한다. 이는 주름판의 강성을 증가시키기 위해 주름수를 너무 많이 할 필요가 없다는 것을 의미한다. 한편 a/b 의 형상비에 따라 주름판을 제작할 경우 a/b 의 형상비가 클수록(또는 주름방향의 길이가 길수록) 처짐이 크게 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 주름방향으로 판의 길이가 길수록 단위 주름의 길이가 커져 강성이 증가하기 때문에 나타나는 현상이다. 그러나 동일한 크기의 단위주름을 가는 경우에는 이와 같은 현상은 나타나지 않을 것이다.

4. 결 론

사다리꼴 주름판에 대한 해석을 수행하기 위해 동일 두께를 갖는 직교이방성판으로 등가화하였다. 이를 위해 굽힘 강성계수뿐만 아니라 신장 강성계수를 유도하여 해석에 적용하였다. 본 해의 타당성을 검토하기 위해 참고문헌의 결과와 비교·검토하였으며, 수치예를 통해 다음과 같은 결론을

얻었다.

(1) 주름높이가 커질수록 처짐은 크게 감소하나, 어느 높이 이상으로 할 경우 주름 효과는 증가하지 않으므로 적당한 높이(판 두께의 3배 이하)로 주름을 잡을 경우 보다 좋은 효과를 얻을 수 있다.

(2) 주름각이 커질수록 처짐은 급격히 줄어들지만, 어느 이상이 되면 주름각 변화에 대한 영향은 거의 나타나지 않는다.

(3) 처짐은 주름각보다는 주름 높이에 매우 민감하게 작용하고 있어, 주름판의 처짐을 줄이기 위해서는 주름각보다는 주름 높이를 조절하는 것이 보다 효과적이다.

(4) 주름수가 많아질수록 처짐이 증가하므로 판의 강성을 증가시키기 위해 주름수를 너무 많이 할 필요가 없다.

(5) 동일한 수로 주름을 잡을 경우 주름방향의 길이가 길수록 강성이 증가하여 주름판의 처짐은 감소한다.

References

1. V. Rubino, V. S. Deshpande and N. A. Fleck, 2009, "The Dynamic Response of Clamped Rectangular Y-frame and Corrugated Core Sandwich Plates", *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 28, No. 1, pp. 14-24.
2. J. Zhang, P. Supernak, S. Mueller-Alander, C. H. Wang, 2013, "Improving the Bending Strength and Energy Absorption of Corrugated Sandwich Composite Structure", *Materials and Design*, Vol. 52, pp. 767-773.
3. T. Yokozeki, S. Takeda, T. Ogasawara and T. Ishikawa, 2006, "Mechanical Properties of Corrugated Composites for Candidate Materials of Flexible Wing Structures", *Composites: Part A*, Vol. 37, No. 10, pp. 1578-1586.
4. P. Ghabezi and M. Golzar, 2013, "Mechanical Analysis of Trapezoidal Corrugated Composite Skins", *Applied Composite Materials*, Vol. 20, No. 4, pp. 341-353.
5. S. Haldar and A. H. Sheikh, 2011, "Bending Analysis of Composite Folded Plates by Finite Element Method", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 47, No. 4, pp.477-485.
6. S. Y. Lee, S. C. Wooh and S. S. Yhim, 2004, "Dynamic Behavior of Folded Composite Plates Analyzed by the Third Order Plate Theory", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 7, pp. 1879-1892.
7. D. Briassoulis, 1986, "Equivalent Orthotropic Properties of Corrugated Sheets", *Computers & Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 129-138.
8. K. M. Liew, L. X. Peng and S. Kitipornchai, 2009, "Vibration Analysis of Corrugated Reissner - Mindlin Plates Using a Mesh-free Galerkin Method", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 51, No. 9, pp. 642-652.
9. K. Jung and Y. W. Kim, 2012, "Bending Analysis and Flexural Rigidity of Rectangular Corrugated Plates", *Journal of the Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 38-44.
10. A. Samanta and M. Mukhopadhyay, 1999, "Finite Element Static and Dynamic Analyses of Folded Plates", *Engineering Structures*, Vol. 21, No. 3, pp. 277-287.