

## 원형PET용기와 사각PET용기의 압축하중시 변형거동에 관한 수치적 연구

조승현<sup>1</sup> · 권창오<sup>2</sup> · 박균명<sup>3</sup> · 고영배<sup>#</sup>

### Numerical Study of the Deformation Characteristics for Circle Shaped and Square Shaped PET Bottles under Compressive Loads

S. H. Cho, C. H. Kwon, G. M. Park, Y. B. Ko

(Received November 11, 2013 / Revised December 19, 2013 / Accepted January 6, 2014)

#### Abstract

Although much research has been conducted to reduce the thickness of PET bottles in order to save manufacturing costs, the challenge remains of guaranteeing mechanical strength for top-loaded thin PET bottles. The current study investigates the large deformation characteristics of a circle shaped PET bottle and a square shaped PET bottle when compressively loaded using FEA. The arc length method is used in the nonlinear FEA to understand the buckling phenomenon. For PET bottles with the same capacity, the circle shaped bottle shows more resistance to buckling and compression loading than the square shaped bottle.

**Key Words** : PET Bottle, Compressive Load, Buckling, Large Deformation, FEA

## 1. 서론

PET 용기산업은 가격이 저렴하고 사용이 편리하여 사용량이 증가하는 분야로서 가격경쟁력을 확보하기 위한 재료절감 기술, 디자인설계 기술, 제조자동화 기술 등의 개발이 절실한 상황이다. 최근 관련 업계에서는 원재료 절감, 물류에 필요한 연료 사용량 및 이산화탄소 배출량 감소를 할 수 있도록 용기의 두께를 감소시키는 연구를 수행하고 있다. 그러나 용기의 두께가 얇아지면 용기를 보관할 때 적층 무게를 지탱하는 내력이 약해지는 문제가 발생할 수 있다.

PET 용기업계에서는 원재료와 물류비 절감을 위

해 용기의 두께를 감소시키기 위한 많은 연구개발을 수행하고 있는데 용기의 박판화는 Top loading에 대한 내구성 약화의 중요한 원인이 된다. 본 논문에서는 1.65l용량의 원형과 사각PET용기의 압축 하중시 변형거동 특성을 수치해석을 통해 분석하여 용기 경량화를 위한 기초연구를 수행하고자 한다[1].

## 2. 수치적 연구

### 2.1 좌굴

압축실험을 통해 PET용기가 순간적으로 내려앉는 (collapse) 현상이 발생할 때 걸리는 하중은 좌굴해석을 통해 예측할 수 있다. 좌굴이 발생할 때 하중은

1. 동양미래대학교, 기계과

2. 동아정밀공업(주), 부설연구소

3. 한국생산기술연구원, 금형기술센터

# Corresponding Author : Korea Institute of Industrial Technology, Molds & Dies Technology R&D Group, E-mail:kaiser74@kitech.re.kr

power sweep 이나 Lanczos 법에 의해 계산되는 고유 모드(eigenvalue)값을 기초로 계산된다. 본 논문에서는 초기 일정한 하중에 의한 PET용기의 좌굴거동을 일으키는 좌굴임계하중( $P_{cr}$ , buckling critical load)을 해석하기 위해 선형좌굴(Linear buckling)해석이 적용되었다[2,3].

기둥의 굽힘-변형 평형방정식에서 유도된 좌굴임계하중은 다음의 식(1)로 계산된다. 이때  $E$ 는 탄성계수,  $I$ 는 최소 관성모멘트,  $L$ 은 양단이 지지되지 않은 기둥의 길이이다.

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}, n=1,2, 3, \dots \quad (1)$$

$P_{cr}$ 은  $n=1$ 일때 최소값을 가지게 되고 이러한 최소값을 좌굴임계하중이라고 할 수 있다. 따라서, PET용기의 최소 관성모멘트를 구하게 되면 이론적으로 좌굴임계하중을 수식(1)에 의해 계산할 수 있다.

## 2.2 Arc length method에 의한 좌굴

시간에 대한 하중과 변위 증분이 일정한 조건의 선형해석을 적용하여 PET용기의 비선형-대변형 거동에서 발생하는 snap-through과 snap-back 거동 현상을 모사할 수 없다. Arc length method는 유한요소법을 사용한 비선형해석에 사용되는 Incremental load-displacement method로서 비선형-대변형 거동을 수치해석하기 위해서 하중과 변위를 동시에 조절하는 변위법에 기초한 하중 증분법으로 비선형 궤적에 일정반경의 구속 조건을 추가하여 보다 안정된 해를 구할 수 있다[3~5].

## 2.3 유한요소 모델

Fig. 1(a), (b)는 각각 원형과 사각 PET용기의 실제 품과 유한요소 해석모델을 보여주고 있다. 수치해석을 위해 Fig. 1(a), (b)와 같이 PET용기의 두께를 측정하여 3각형 3차원 쉘요소로 변환하였다. 이때 원형과 사각 PET용기는 그림과 같이 높이방향으로 각각 6개, 12개 구간을 구분하여 두께를 입력하였다. 즉, PET용기는 원주방향으로 균일한 두께를 갖는다고 가정하였다. Top-loading 해석을 위해 PET용기는 변형체(Deformable body)로 지정하고, 변형이 되지 않는 강체(rigid body)가 압축을 하는 접촉모델(contact model)을 적용하였다. 유한요소해석에 사용한 PET소재의 기계적 특성값은 탄성계수가 3Gpa이고 포아송

비가 0.4이고, 소성변형을 위한 응력-변형률 특성은 기존연구의 결과를 인용하였다[6].

Fig. 2는 수치해석에 의한 Top-loading에 의한 PET용기의 압축하중 계산의 신뢰성을 검증하기 위한 수치해석모델과 해석결과를 보여주고 있다. 본 논문에서는 Top-loading에 의한 PET용기의 압축하중을 접촉모델의 강체(Contact body)에서 계산을 하게 된다. 따라서 Fig. 2와 같은 검증모델에서는 변형체가 가해지는 하중이 변형체의 변형으로 인해 손실되지 않고 강체로 전달되도록 변형체를 강철로 모델링하였다. 즉, Fig. 2와 같이 강철에 1,000N의 하중이 가해지면 접촉판(contact plate)에서 1,000N의 반력이 발생하는지를 확인하였다. 해석결과에 의하면 강철에 가해진 1,000N의 하중에 의해 접촉판에서 발생하는 반력이 1,000N으로 계산되었다. 따라서, 접촉모델을 사용한 유한요소법에 의해 PET용기의 압축하중을 계산하는 것은 유효하다고 판단되었다.

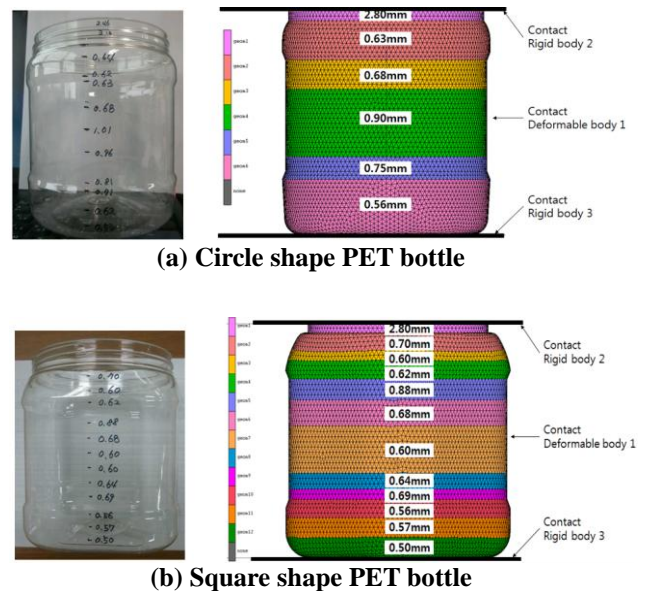


Fig. 1 Modeling of Finite Element Analysis

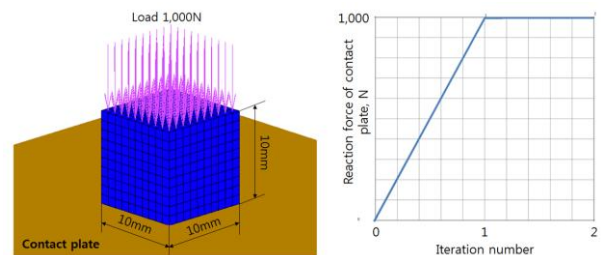
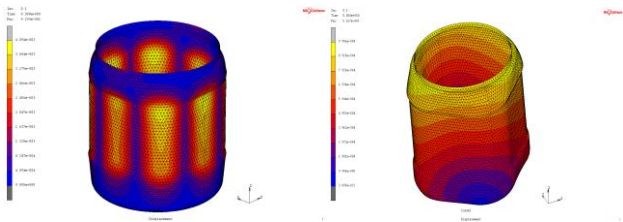


Fig. 2 Reaction force of the contact plate



(a) Circle shaped bottle (b) Square shaped bottle  
**Fig. 3 Buckling modes of the PET bottle under load of 1300N**

### 3. 연구결과 및 고찰

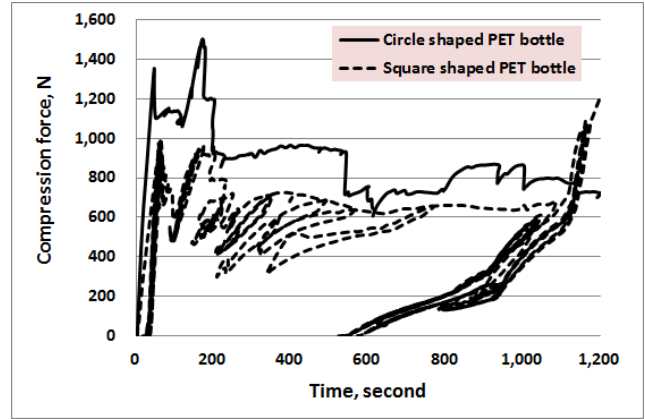
#### 3.1 좌굴해석

Fig. 3(a)는 PET용기의 좌굴(buckling)해석 결과로서 1,300N의 하중이 가해질 때 원형 PET용기에서 발생하는 1차모드의 변형분포와 좌굴하중계수를 보여주고 있다. 원주방향으로 균일한 두께를 갖는 모델링이기 때문에 원주방향으로 45도의 동일한 변형패턴이 발생하였고, 두께가 얇은 주입구쪽에서 큰 변형이 발생하였다. 좌굴을 결정하는 1차 좌굴하중계수는 0.9293으로 계산되었기 때문에 원형 PET용기의 좌굴임계하중( $P_{cr}$ )은 하중과 좌굴하중계수의 곱인 약 1,208N으로 예측할 수 있다.

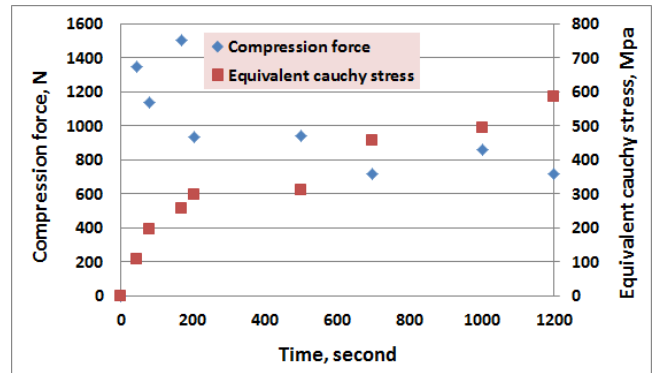
Fig. 3(b)는 동일한 조건에서 수행한 사각 PET용기의 좌굴해석 결과이다. 사각PET용기의 좌굴변형은 원형PET용기와는 달리 180도의 변형패턴이 발생하였고 1차 좌굴하중계수는 0.5167으로 계산되었다. 따라서, 사각PET용기의 좌굴임계하중( $P_{cr}$ )은 약 671N으로 사각PET용기의 원형PET용기의 56%의 하중에 의해 좌굴이 발생하는 것으로 예상되었다.

#### 3.2 대변형 해석

Fig. 4는 1200초동안 100mm가 압축되는 조건에서 원형과 사각PET용기에서 발생한 압축하중을 계산하기 위해 접촉강체에서 발생한 반력을 계산한 결과로서 접촉강체의 반력은 PET용기의 압축하중이라고 할 수 있다. 계산결과에 의하면 원형PET용기는 최대 약 1500N의 압축하중이 발생한 후 감소하였다. 반면 사각PET용기는 최대 약 1,000N의 압축하중이 발생한 후 감소하였으나 압축해석이 완료되는 시점인 1200초 근처에서 재상승하였다. 사각PET용기의 압축하중이 압축되는 동안 시간의 역순과 함께 증감을 반복한 것은 본 해석에서 적용한 Arc-length



**Fig. 4 Reaction force of a circle shaped PET bottle and a square shaped PET bottle during compressive time**



**Fig. 5 Reaction force and equivalent cauchy stress in the a circle shaped PET bottle during compressive time**

method 때문이다. 압축조건에서 PET용기에 대변형이 발생하면 수치해석의 수렴이 어려워지는데 이때 Arc-length method는 계산시간을 역으로 돌리면서 수렴이 될 때까지 재해석을 반복하게 된다. 이와 같은 과정을 나타낸 결과가 Fig. 4의 실선으로 표시된 사각 PET용기의 압축하중인 것이다.

Fig. 5는 압축시간동안 원형PET용기에서 발생한 압축하중과 등가코쉬응력(equivalent cauchy stress)을 보여주고 있다. 결과에서 보여주는 바와 같이 압축하중은 약 170초 경과 후 최대인 1500N이 발생한 후 감소하지만 등가코쉬응력은 압축이 완료되는 동안 상승하여 완료될 때 최대인 약 600Mpa이 발생하였다. 즉, Top-loading에 의한 압축하중은 초기에 최대가 발생하지만 PET용기의 대변형이 발생하면서 외력에 대한 지지력은 오히려 감소하였으나 대변형이 증

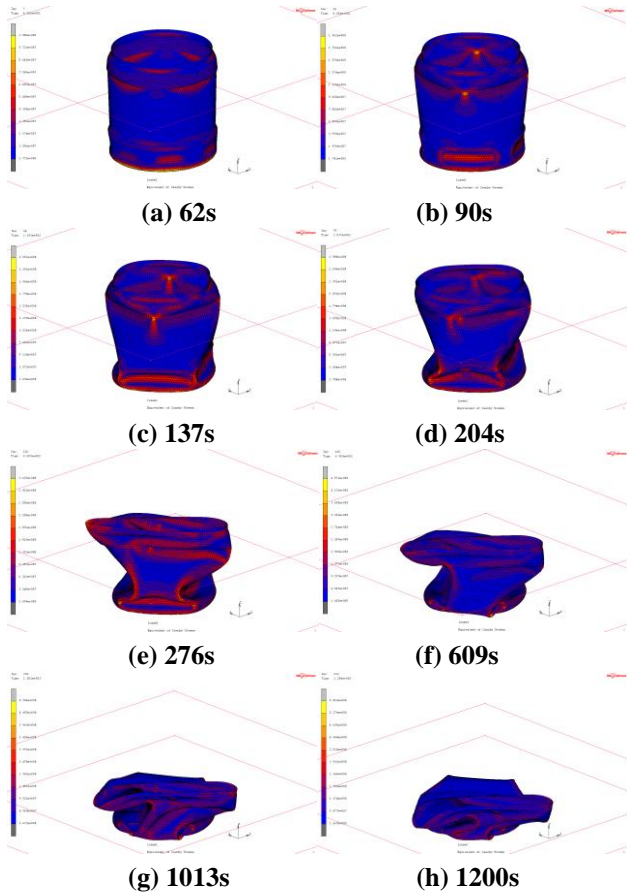


Fig. 6 Deformation and equivalent cauchy stress distribution of the PET bottle with a square shape

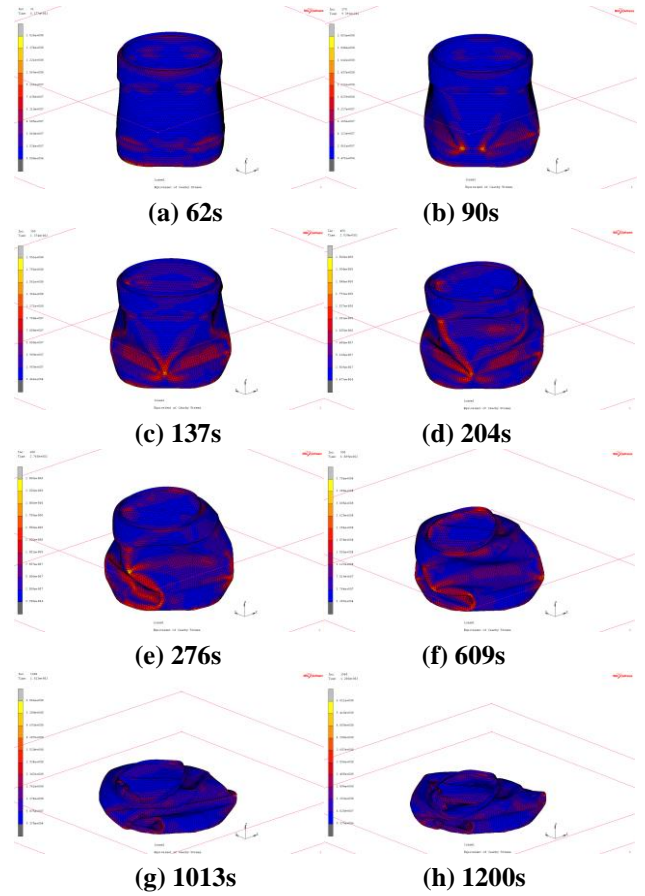


Fig. 8 Deformation and equivalent cauchy stress distribution of the PET bottle with a square shape

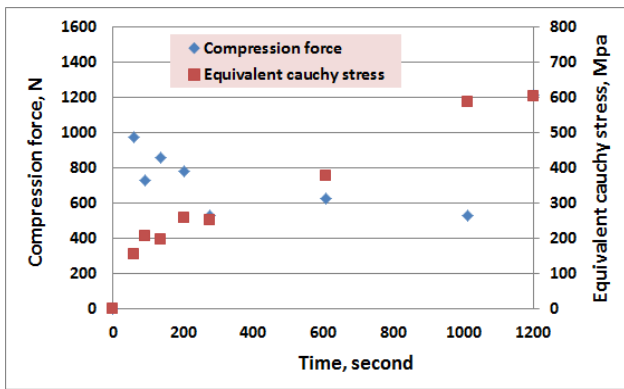


Fig. 7 Contact force and equivalent cauchy stress of the PET bottle with a square shape during compressive time

가할수록 PET용기에서 발생하는 응력은 증가하였다.

Fig. 6(a)~(h)는 압축시간동안 원형PET용기에서 발생하는 대변형과 등가코쉬응력 분포를 시간에 따라

나타낸 그림이다. 압축초기에는 Fig. 6(a)와 같이 용기의 아랫부분과 윗부분의 골곡의 경계근처에서 변형이 크게 발생하고 이후 Fig. 6(b)와 같이 아랫부분의 함몰형태의 변형이 약간 진전되면서 윗부분에서 첫 번째 대변형이 발생하였다. PET병은 Fig. 6(c)와 같이 다시 아랫부분의 함몰이 진행되는데 함몰이 진행되면서 Fig. 6(d)와 같이 함몰형태의 변형이 서로 부딪치게 되면 윗부분의 좌굴이 진전된다. 윗부분의 좌굴이 어느 정도 진행된 후 Fig. 6(e)와 같이 아랫부분에서 함몰이 더욱 진행되고 용기의 주입구가 넓어지는 변형이 발생하였다. 윗면의 변형이 진전된 후 Fig. 6(f)와 같이 중간부분에서 좌굴이 다시 진행되고 이후 Fig. 6(g)와 같이 용기의 아랫부분도 동시에 좌굴이 진행하였다. Fig. 6(h)는 압축이 완료된 후 PET용기의 최종 변형상태를 보여주고 있다.

Fig. 7은 압축시간동안 사각PET용기에서 발생한 압축하중과 등가코쉬응력(equivalent cauchy stress)을

보여주고 있다. 결과에서 보여주는 바와 같이 압축하중은 약 90초 경과 후 최대인 1000N이 발생한 후 감소하지만 등가코쉬응력은 압축이 완료되는 동안 상승하여 완료될 때 최대인 약 600Mpa이 발생하였다.

Fig. 8(a)~(h)는 압축시간동안 원형PET용기에서 발생하는 대변형과 등가코쉬응력 분포를 시간에 따라 나타낸 그림이다. 원형PET용기와는 달리 사각PET용기는 Fig. 8(b)~(c)와 같이 용기의 아랫부분에서 시작된 대변형이 용기의 가운데부분으로 확산된 후(Fig. 8(d)~(e)) 완전 압축되는 변형을 보였다.

원형PET용기는 압축하중에 의해 아랫부분과 윗부분이 변갈아가면서 대변형이 발생하는 것에 비해 사각PET용기는 아랫부분에서 발생한 대변형이 최종 압축이 완료될 때까지 확산되는 형태를 보였다. 이와 같은 해석결과를 바탕으로 압축하중에 대한 지지력 향상을 위해서는 대변형이 발생하는 위치에 변형방지를 위한 형상설계를 하는 것이 바람직하다. 즉, 원형PET용기와 사각PET용기의 좌굴이 시작된 위치가 두께가 가장 얇은 아랫부분(0.56mm)이므로 PET용기의 두께가 균일하게 제작하는 것이 필요하다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 유한요소법을 이용한 좌굴해석과 대변형해석을 통해 PET용기의 형상에 따른 압축거동을 분석하였다. 해석결과에 의하면 원형PET용기는 아랫부분과 윗부분의 좌굴이 교차하며 대변형이 발생하였으나 사각PET용기는 아랫부분에서 발생한 좌굴이 확대되는 형태로 대변형이 발생하였다. 이것은 PET용기의 두께에 의한 것으로서 원형PET용기는

두께가 얇은 아랫부분과 윗부분에서 좌굴이 발생하였고 사각PET용기는 두께가 얇은 아랫부분에서 좌굴이 발생하였다. 따라서 지지력 향상을 위해 좌굴이 발생한 위치의 두께를 보강하거나 용기두께를 균일하게 제작하는 것이 필요하다.

#### 후 기

본 연구는 중소기업기술개발사업(SE-13-0008)의 지원으로 수행되었습니다.

#### REFERENCES

- [1] R. Vaidya, 2012, Master Thesis, Oklahoma State University, USA, pp. 85~112.
- [2] MSC/MARC Volume A : Solution procedures for nonlinear systems, Theory and user information
- [3] R. C. Hibbeler, 1994, Statics and Mechanics of Materials 2nd. Prentice Hall, USA, pp. 42~61
- [4] D. H Lee, J. K. Choi, 1996, Nonlinear Analysis method by the Arc Length Method, Comput. Structural Eng. Inst. Kor., Vol. 9, No. 3, pp. 107~114.
- [5] E. Riks, 1979, An incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, Int. J. Solids Structures, Vol. 15, No. 7, pp. 524~551.
- [6] L. G. Elton, Denardin, S. Tokumoto, D. Samios, 2005, Stress-strain Behaviour of Poly(ethyleneterephthalate) (PET) during Large Plastic Deformation by Plane Strain Compression :The Relation Between Stress-strain Curve and Thermal History Temperature and Strain Rate, Rheol. Acta, Vol. 45, pp. 142~150.