

Gradient Descent 알고리즘을 이용한 퍼지제어기의 멤버십함수 동조 방법

최한수*

¹조선대학교 전자공학과

Tuning Method of the Membership Function for FLC using a Gradient Descent Algorithm

Hansoo Choi*

¹Department of Electronic Engineering, Chosun University

요약 본 연구에서는 *gradient descent* 알고리즘을 퍼지제어기의 동조를 위해 멤버십함수의 폭을 해석하는데 이용하였으며 이 해석은 퍼지 제어규칙의 전건부와 후건부 퍼지변수들을 변화시켜 보다 개선된 제어 효과를 얻기 위해 사용된다. 이 방법은 제어기의 파라미터들이 *gradient descent* 알고리즘의 반복 과정에서 제어변수를 선택하는 것이다. 본 논문에서는 폐환 목표치 제어를 위해 7개의 멤버십함수와 49개의 규칙 그리고 2개의 입력과 1개의 출력을 갖는 FLC를 사용하였다. 추론은 *Min - Max* 합성법을 이용하였고 멤버십함수는 13개의 양자화 레벨에 대한 삼각 형태를 채택하였다.

Abstract In this study, the gradient descent algorithm was used for FLC analysis and the algorithm was used to represent the effects of nonlinear parameters, which alter the antecedent and consequence fuzzy variables of FLC. The controller parameters choose the control variable by iteration for gradient descent algorithm. The FLC consists of 7 membership functions, 49 rules and a two inputs - one output system. The system adopted the Min-Max inference method and triangle type membership function with a 13 quantization level.

Key Words : Fuzzy Logic Controller(FLC), gradient descent algorithm, membership function, tuning

1. 서론

퍼지논리제어기(FLC)는 다양한 제어시스템 특히 잘못된 정의된 시스템과 비선형 시스템에서 전문가 지식을 활용하기 위해 개발되었다[1, 2]. 제어를 요구하는 대부분의 실제 공정들이 비선형이므로 FLC는 비선형 공정의 극복을 위해 최적의 파라미터 변수들을 선정하도록 설계된다. 그러므로 설계자는 주어진 공정에 합당한 적응 퍼지제어기를 설계하는 방법에 관심을 갖게 된다. 동조의 목적은 요구된 설계 기준에 만족하는 폐루프 응답을 얻기 위해 제어기의 모든 파라미터들을 적절히 선택하는 것이다. Wang과 Wen[3]은 퍼지제어기의 멤버십함수를 설계하는 알고리즘을 제시했다. 멤버십함수의 폭은 모호

한 정도를 결정하기 때문에 퍼지 제어시스템의 성능에 중요한 영향을 미친다. Lin[4]과 Jaradat[5] 등은 멤버십함수의 폭을 동조하는데 유전 알고리즘을 소개하였으며, 그 밖의 많은 연구자들은 FLC의 출력을 목표치에 가능한 근접하게 접근시키기 위해 최적의 기법을 적용하는 연구를 수행하였다[6-8]. 본 연구에서는 *gradient descent* 알고리즘을 멤버십함수의 폭을 해석하는데 이용하였으며 이 해석은 퍼지 제어규칙의 전건부와 후건부 퍼지변수들을 변화시켜 보다 개선된 제어 효과를 얻기 위해 사용된다. 이 방법은 제어기의 많은 파라미터들이 *gradient descent* 알고리즘의 반복 과정에서 제어변수를 선택하는 것이다. 본 논문에서는 폐환 목표치 제어를 위해 7개의 멤버십함수와 49개의 규칙 그리고 2개의 입력

이 논문은 2010학년도 조선대학교 학술연구비의 지원을 받아 연구되었음.

*Corresponding Author : Hansoo Choi(Chosun Univ.)

Tel: +82-2-230-7185 email: hschoi@chosun.ac.kr

Received October 22, 2014

Revised (1st December 4, 2014, 2nd December 10, 2014)

Accepted December 11, 2014

과 1개의 출력을 갖는 FLC를 사용하였다. 추론은 Min-Max 합성법을 이용하였고 멤버십함수는 13개의 양자화 레벨에 대한 삼각 형태를 채택하였다. 비퍼지화는 무게중심법을 이용하여 제어신호를 추출하였다.

2. Gradient Descent 알고리즘

데이터의 신뢰성 있는 집합이 제어출력을 기술할 수 있다면, 제어대상의 상태 값들 $x_1^r, x_2^r, \dots, x_m^r$ 에 대해 퍼지 제어기는 FLC 출력과 지시 데이터에 의해 주어진 요구 출력 u 와 제어출력 u^r 간 자승오차의 최소화에 의해 동조될 수 있다. Nomura 등[9]은 최소화를 위해 다음의 목적 함수를 선택했다.

$$J = \frac{1}{2}(u - u^r)^2 \quad (1)$$

Steepest descent 알고리즘은 매번 반복 t의 목적함수인 식 (1)의 값을 감소시킨다. 이 경우에 변화되기를 바라는 목적함수 파라미터들은 멤버십함수 파라미터들인 a_{ij}, b_{ij}, u_i 이다. 이러한 최적 문제의 해결은 파라미터 값들을 반복시키는 다음의 방정식[10]으로 가능하다.

$$a_{ij}(t+1) = a_{ij}(t) - \lambda_1(t) \frac{\partial J}{\partial a_{ij}} \quad (2)$$

$$b_{ij}(t+1) = b_{ij}(t) - \lambda_2(t) \frac{\partial J}{\partial b_{ij}} \quad (3)$$

$$u_i(t+1) = u_i(t) - \lambda_3(t) \frac{\partial J}{\partial u_i} \quad (4)$$

$$i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

Gradient step 경신요소 $\lambda_l (l = 1, 2, 3)$ 은 퍼지규칙들을 이용하여 계산된다.

Rule k:

IF $x(t)$ is F_1^k and $\Delta x(t)$ is F_2^k

THEN $\lambda_l(t)$ is G_l^k (5)

여기에서 $x(t)$ 와 $\Delta x(t)$ 는 성능 표준과 그 변화량이

다. F_1^k 과 F_2^k 는 규칙 전건부의 언어 값들이며 G_l^k 는 규칙 후건부의 언어 값이다. $\lambda_l(t)$ 의 함수관계는 식 (6)과 같다[10].

$$\lambda_l(t) = f(x(t), \Delta x(t)) \quad (6)$$

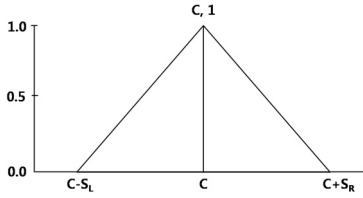
여기서 f 는 $x(t)$ 와 $\Delta x(t)$ 의 비선형 함수이며 퍼지 규칙기반으로 설명된다. λ_l 의 계산을 위해 최적화 문제와 관련된 몇 가지 중요한 고려 대상으로는 최소화하기 위한 대상 함수의 현재 값, 오차변화량, 멤버십함수 파라미터들의 gradient vector 방향 등이 있다. 일반적인 최적화 과정의 언어적 서술로부터 IF-THEN 퍼지규칙들에 대한 멤버십함수의 동조화 방법[10]은 다음과 같다.

1. 현재 값과 목표 값의 차가 커지면 negative gradient vector를 이용하여 차의 증가를 멈추게 한 후 그 차를 점점 줄인다.
2. 현재 값이 목표 값에 접근하면 더욱 접근하게 한다.
3. 현재 값이 목표 값에 허용오차 범위 이내로 접근하면 최적화는 완료된다.

3. FLC 구성

본 연구에서 사용된 퍼지제어기의 동조 방법은 제어 규칙의 전건부와 후건부를 모두 최적화하기 위해 gradient descent 기법을 적용하였다. 이 방법은 제어기가 동조되기 이전의 입·출력 데이터를 적용한다. FLC는 k개의 일련의 퍼지규칙들로 구성되며 식 (5)와 같다. 전건부와 후건부에 적용되는 멤버십함수는 Fig. 1과 같은 삼각 형태이며 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다. 여기에서 C 는 중심의 위치이고 S_L 과 S_R 은 각각 중심에 대한 좌측과 우측으로의 폭이며 멤버십 값은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다. 비퍼지화는 무게중심(Center-of-Gravity) 방법을 이용하였으며 식 (9)와 같다.

$$A = x, \mu_A(x); x \in U, \mu_A(x) \in [0, 1] \quad (7)$$



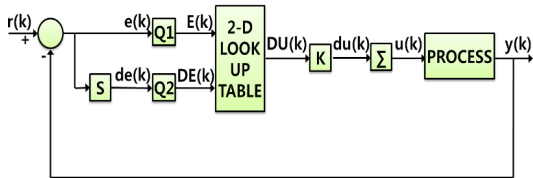
[Fig. 1] Membership function for gradient descent

$$\begin{aligned}
 N_C, S_L, S_R(x) & \\
 &= 1 - \frac{x - C}{S_R} \quad x \in [C, C + S_R] \\
 &= 1 - \frac{x + C}{S_L} \quad x \in [C - S_L, C] \\
 &= 0 \quad \text{otherwise}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i \times u_i}{\sum_{i=1}^M \mu_i}
 \tag{9}$$

μ_i : i 번째 규칙에 대한 전건부 멤버십함수의 최소 값
 u_i : i 번째 규칙에 대한 후건부의 중심 support 값

본 논문에서 적용한 퍼지논리 제어기의 구조는 Fig. 2와 같으며 오차와 오차변화량을 입력으로, 동작신호를 출력으로 하는 PD형 제어기이다. 오차와 오차변화량은 식 (10)과 식 (11)이다.

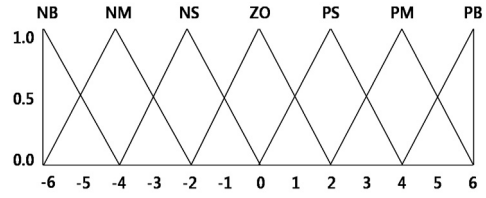


[Fig. 2] Fuzzy Logic Control System

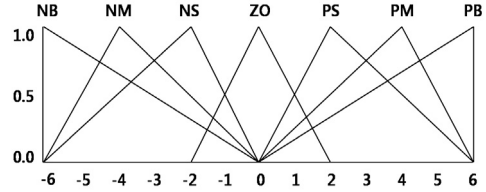
$$e(k) = \text{set point} - y(k) \tag{10}$$

$$de(k) = e(k) - e(k-1) \tag{11}$$

제어규칙은 플랜트의 퍼지 모델에 의한 방법으로 제어규칙을 체계화한 MacVicar-Whelan의 규칙기반을 근거로 하여 설계한 퍼지 제어규칙을 기반으로 한다. 추론



[Fig. 3] Membership function of antecedent and consequence (Type 1)



[Fig. 4] Membership function of antecedent and consequence (Type 2)

방법은 Min-Max 합성법을 적용하였고 멤버십함수는 Fig. 3, Fig. 4이며 13개의 양자화레벨(-6 ~ 0 ~ 6)에 대한 삼각 형태이다. 비퍼지화 방법은 식 (9)의 무게중심법(COG)을 이용하였다. 이와 같은 방법들을 적용하여 추론을 수행하고 비퍼지화 과정을 거쳐서 제어신호 DU를 산출하여 Look-up table로 정리한다. 그리고 이 값들을 Fig. 2의 2차원 Look-up table의 요소로 하여 제어신호를 발생시킨다. Look-up table에서 두 개의 엔트리에 해당하는 좌표 값이 제어신호 DU가 되는데 이 신호는 출력 이득요소 K와 곱해져 식 (12)가 되고 식 (13)에 의해 동작신호를 산출하게 된다. 이와 같이 출력 단에서 이득요소로 작용하는 K의 선정은 매우 중요하며 신중을 기해야 한다.

$$du(k) = DU(k) \times K \tag{12}$$

$$u(k) = du(k) + u(k-1) \tag{13}$$

4. 모의실험

본 연구의 목적은 제어기의 성능을 개선하기 위해 일련의 퍼지규칙들을 구성하는 멤버십함수의 폭을 반복적으로 변화시키는 gradient descent 알고리즘을 이용하여 동조함으로써 제어시스템의 성능을 개선하는 것이다. 제안한 방법으로 제어시스템의 성능평가를 위해 모의실험

에 적용한 공정 모델은 식 (14)와 같은 3차계이며 샘플링 타임(sampling time)은 1[sec]로 하였다.

$$G(s) = \frac{(1+2s)}{(1+10s)(1+7s)(1+3s)} \quad (14)$$

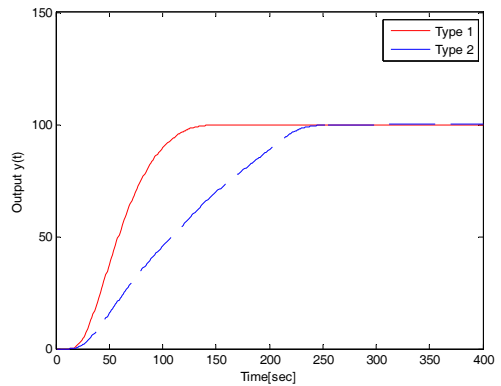
규칙기반과 멤버십함수에 추론과 비퍼지화 과정을 거쳐 제어신호 DU가 얻어지며 이것은 식 (12)와 식 (13)에 의해 새로운 동작신호 u(k)를 얻게 된다. Fig. 2의 퍼지 논리 제어시스템에서 동작신호 u(k)는 시스템 출력 y(k)와 비례하며 오차 e(k)와도 역시 관련된다.

본 연구의 목적인 gradient descent 알고리즘을 이용하여 퍼지제어의 멤버십함수를 동조하는 모의실험을 위해 두 가지 형태의 멤버십함수를 설정하여 그에 따른 결과를 비교 고찰하였다. 멤버십함수는 Type 1, Type 2로 정의하였다. Type 1은 Fig. 3과 같은 형태 즉 전체집합(Universe of Discourse)이 -6 ~ 6의 범위에서 13개의 정수를 갖는 이등변 삼각 형태이고 삼각형의 폭은 4이다. Type 2는 Fig. 4에 나타냈으며 폭은 6이지만 이등변 삼각형이 아닌 중앙 집중 형태이다. 두 Type 모두 전체집합은 동일하다. 퍼지 제어규칙은 MacVicar-Whelan의 규칙기반을 근거로 하여 설계하였다. 퍼지추론을 위해 Min-Max 합성법을 적용하고 비퍼지화 방법으로 무게중심법(Center of Gravity)을 이용하여 제어신호 DU를 산출한 후 2차원 Look-up table로 정리하면 Table 1의 상층 행과 같다. Table 1은 멤버십함수 Type 1과 Type 2를 적용한 결과이다. 표에서 상층 행은 Type 1을 적용한 Look-up table이며 하층 행은 Type 2를 적용한 Look-up table이고 비어있는 하층 행의 값은 상층의 값과 동일하다. 169개의 제어신호 중 102곳의 변화가 있으며 그 차이도 최대 3으로 비교적 큰 편이다. Fig. 5는 Type 1과 Type 2를 비교한 출력 파형이다. Table 2는 멤버십함수 Type 1에 대한 제어신호와 모의실험 결과 얻어낸 제어신호의 Look-up table이다. 상층 행은 Type 1을 적용한 Look-up table 이며, 하층 행은 모의실험 결과 얻어낸 Look-up table이다. 비어있는 하층 행의 값은 상층의 값과 동일하다. Table 2는 60곳의 제어신호 값이 변화하였으나 그 차이는 모두 1로써 작은 값이다. Fig. 6은 Table 2의 제어신호 값을 식 (12)와 식 (13)에 적용하여 생성한 동작신호 u(k)를 공정 모델 식 (14)에 적용한 출력 y(k)에 관한 파형이다. 그림에서 알 수 있듯이 두 개의 출력 파

형은 거의 유사한데 이 결과는 제어신호 DU 값의 변화가 미세하기 때문이다.

[Table 1] Look-up table for Type 1 & Type 2

		DE(K)													
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	
E(K)	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
	-5	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-5	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
	-4	-4	-6	-6	-6	-5	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
	-3	-3	-6	-6	-5	-3	-3	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3
	-2	-2	-6	-5	-4	-3	-2	-2	-2	-1	0	1	2	3	4
	-1	-1	-5	-5	-4	-3	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	4
	0	0	-4	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	4	4
1	1	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2	3	4	5	5	
2	2	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2	2	3	4	5	6	
3	3	-3	-2	-1	0	0	0	3	5	5	5	5	5	6	
4	4	-2	-1	0	1	2	3	4	4	4	5	6	6	6	
5	5	-1	0	1	2	3	4	5	5	5	6	6	6	6	
6	6	0	1	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6	6	

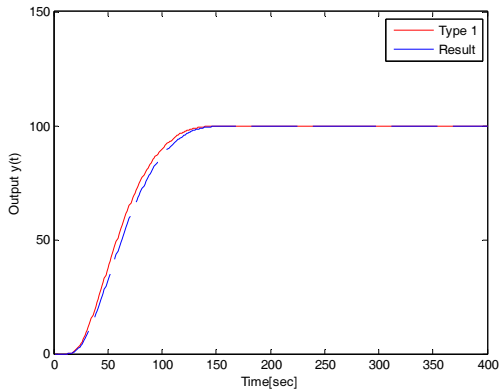


[Fig. 5] Comparison of response for membership function(Type 1 and Type 2)

식 (8)에 의해 전체집합(-6 ~ 0 ~ 6) 중 해당 정수 값 13개에 대한 멤버십 값을 산출하고 gradient descent 알고리즘을 이용하여 멤버십함수의 폭을 변화시키면서 기준신호와 시스템 출력 간의 오차를 조사하는 모의실험을 통해 멤버십함수의 폭 변화에 따른 시스템 출력의 변화를 확인할 수 있었다.

[Table 2] Look-up table for Type 1 & Result

		DE(K)												
		-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
E(K)	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
	-5	-6	-6	-6	-6	-5	-5	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
	-4	-6	-6	-6	-5	-4	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2
	-3	-6	-6	-5	-3	-3	-3	-3	-2	-1	0	1	2	3
	-2	-6	-5	-4	-3	-2	-2	-2	-1	0	1	2	3	4
	-1	-5	-5	-4	-3	-2	-2	-1	0	1	2	3	4	4
	0	-4	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	4	4
	1	-4	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2	3	4	5	5
	2	-4	-3	-2	-1	0	1	2	2	2	3	4	5	6
	3	-3	-2	-1	0	1	2	3	3	3	4	5	6	6
	4	-2	-1	0	1	2	3	4	4	4	5	6	6	6
	5	-1	0	1	2	3	4	5	5	5	6	6	6	6
	6	0	1	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6	6



[Fig. 6] Comparison of response for membership function(Type 1 and Result)

Type 1은 표준 모델이며 Type 2는 비교 대상이다. Type 2의 폭을 반복적으로 증감시켜 오차를 줄이는 방법을 수행하여 Table 3과 같은 결과를 얻었다. Table 3은 Table 1과 Table 2의 Look-up table에 대한 제어신호들을 비교한 내용이다. 전체 제어신호 수는 오차 E(K)에 대한 13개의 양자화 레벨과 오차변화량 DE(K)에 대한 양자화 레벨 13에 대한 가능한 경우 수인 169개 이다. Table 3에서 의미 있는 부분은 “변화 차 값을 반영한 변화한 제어신호 수” 이다. 이것은 (변화차가 1인 신호 수) × 1 + (변화차가 2인 신호 수) × 2 + (변화차가 3인 신호 수) × 3 으로 계산한 값 즉 156 과 60 이다. 이 숫자는 표준 모델인 Type 1과 차이를 의미한다. Table 1은 Type 1과 Type 2의 차이가 156이며, Table 2는 Type 1

과 Result의 차이가 60 이다. Result는 본 연구를 수행한 결과이다. 그러므로 본 연구 결과 그 차이를 60/156 (1/2.6)으로 줄일 수 있었다. 그 결과는 Fig. 5와 Fig. 6에 나타내었으며 Fig. 6에서 알 수 있듯이 표준 모델 Type 1 과 연구 결과 Result는 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

[Table 3] Comparison of response for Table 1 & Table 2

Section	Table 1 (Type 1 vs. Type 2)	Table 2 (Type 1 vs. Result)
Number of total controled signal	169	169
Number of changed controled signal	102	60
Number of difference 1	61	60
Number of differences 2	28	0
Number of differences 3	13	0
Number of changed controled signal include differences	156	60

5. 결론

멤버십함수의 폭 조절을 위해 gradient descent 알고리즘을 이용하여 퍼지제어기의 멤버십함수를 동조하는 연구를 수행하였다. 퍼지제어기의 동조는 제어규칙의 전건부와 후건부를 대상으로 하였다. 폭이 다른 두 가지 형태의 멤버십함수를 대상으로 gradient descent 알고리즘을 이용하여 멤버십함수의 폭을 변화시키면서 기준신호와 시스템 출력 간의 오차를 조사하는 실험을 통해 멤버십함수의 폭 변화에 따른 시스템 출력의 변화를 확인할 수 있었다. 표준 모델과 비교 대상의 차이를 줄이기 위한 연구 결과 제어신호의 변화를 1/2.6로 줄이는 효과가 있었으며 그 결과 시스템의 출력 파형이 표준 모델과 거의 일치하는 효과를 얻을 수 있었다.

References

[1] D. Jabri, K. Guelton, N. Manamanni, A. Jaadari, and C. C. Duong, "Robust stabilization of nonlinear systems based on a switched fuzzy control law," J. Control Eng. Appl. Informat., vol. 14, no. 2, pp. 40 - 49, 2012.
 [2] M. Liu, X. Cao, and P. Shi, "Fault estimation and tolerant

- control for fuzzy stochastic systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 21, no. 2, pp. 221-229, Apr. 2013.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TFUZZ.2012.2209432>
- [3] C. H. Wang and J. S. Wen, "On the equivalence of a table lookup (TL) technique and fuzzy neural network (FNN) with block pulse membership functions (BPMFs) and its application to water injection control of an automobile," IEEE Trans Syst., Man, Cybern. C, Appl. Rev., vol. 38, no. 4, pp. 574-580, Jul. 2008.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TSMCC.2008.923869>
- [4] Lin SC and Chen YY. "Design of adaptive fuzzy sliding mode for nonlinear system control" pp. 35-39, Orlando, Wiley, New York
- [5] Jaradat, M.A. ; Awad, M.I. ; El-Khasawneh, B.S. "Genetic-Fuzzy Sliding Mode Controller for a DC Servomotor system," Mechatronics and its Applications (ISMA), 2012 8th International Symposium on DOI: 10.1109/ISMA.2012.6215186 Publication Year: 2012 , Page(s): 1 - 6 Cited by: Papers (2)
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ISMA.2012.6215186>
- [6] F. L. Chung, Z. H. Deng, and S. T. Wang, "From minimum enclosing ball to fast fuzzy inference system training on large data sets," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 17, no. 1, pp. 173-184, Feb. 2009.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TFUZZ.2008.2006620>
- [7] Y. J. Liu, W. Wang, S. C. Tong, and Y. S. Liu, "Robust adaptive tracking control for nonlinear systems based on bounds of fuzzy approximation parameters," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. A, Syst., Humans, vol. 40, no. 1, pp. 170-184, Jan., 2010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TSMCA.2009.2030164>
- [8] C. S. Chen, "Robust self-organizing neural-fuzzy control with uncertainty observer for MIMO nonlinear systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 19, no. 4, pp. 694-706, Aug. 2011.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TFUZZ.2011.2136349>
- [9] Nomura H., I. Hayashi, N. Wakami, A self-tuning method of fuzzy control by descent method, Proc. of the IFSA'91, pp. 155-158, Brussels 1991.
- [10] Ah. Habbi, M. Zemat, Fuzzy Logic Based Gradient Descent Method with Application to a PI-type Fuzzy Controller Tuning: New Results, pp.93-97, 3th International Symposium on Computational Intelligence and Intelligent Informatics - ISCIII2007·Agadir, Morocco· March 28-30, 2007.

최 한 수(Hansoo Choi)

[정회원]



- 1982년 8월 : 조선대학교 대학원 전기공학과 석사
- 1994년 8월 : 전북대학교 전기공학과 박사
- 1984년 3월 ~ 현재 : 조선대학교 교수

<관심분야>

퍼지이론, 뉴럴네트워크, 인공지능