

격자 볼츠만 방법을 이용한 덕트 내 쌍둥이 직렬배열 사각 실린더에 의한 Aeolian 순음소음 고찰

Investigation Into Aeolian Tone Noise by Twin Tandem Square Cylinders in duct Using Lattice Boltzmann Method

이 송 준* · 정 철 응 †
Songjune Lee and Cheolung Cheong

(Received August 29, 2014 ; Revised November 4, 2014 ; Accepted November 4, 2014)

Key Words : Lattice Boltzmann Method(격자 볼츠만법), Aeolian Tone Noise(Aeolian 순음소음), Tandem-twin Cylinder(직렬 쌍둥이 실린더), Vortex Shedding(와홀림)

ABSTRACT

The lattice Boltzmann method(LBM) has attracted attention as an alternative numerical algorithm for solving fluid mechanics since the end of the 90's. In these days, its intrinsic unsteadiness and rapid increase in computing power make the LBM be more applicable for computing flow-induced noise as well as fluid dynamics. The lattice Boltzmann method is a weakly compressible scheme, so we can get information about both aerodynamics and aeroacoustics from single simulation. In this paper, numerical analysis on Aeolian tone noise generated by tandem-twin square cylinders in duct is performed using the LBM. For simplicity, laminar two-dimensional fluid models are used. To verify the validity and accuracy of the current numerical techniques, numerical results for the laminar duct and the cylinder flows are compared with the analytical solution and the measurement, respectively. Then, aerodynamic noise of the twin tandem square cylinders is investigated. It is shown that the aerodynamic noise from the twin tandem square cylinders can be reduced by controlling the distance between the cylinders.

기 호 설 명

f_i : 입자분포함수
 f_i^{eq} : 평형입자분포함수
 c_s : 음속
 τ : 충돌완화계수
 ν : 점성계수

ρ : 유체의 밀도
 w_i : 분포함수의 i 방향 가중치
 c_i : i 방향의 입자속도
 \bar{p} : 시간평균 압력

1. 서 론

과학 기술의 발전으로 생활이 풍요로워짐에 따라

* Corresponding Author ; Member, School of Mechanical Engineering,
Pusan National University
E-mail : ccheong@pusan.ac.kr
Tel : +82-51-510-3205

* School of Mechanical Engineering, Pusan National University

‡ Recommended by Editor Don Chool Lee

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

환경문제에 대한 관심이 증대되었다. 그중 자동차, 항공기, 기차, 선박 등의 수송기계와 냉각용 팬, 냉동공조 기기 등으로부터 발생하는 유동소음(flow noise)은 최근 중요한 문제로 대두하고 있다⁽¹⁾. 유동소음의 발생원인이나 그 메커니즘을 밝히기 위한 노력으로 이론 및 실험뿐만 아니라 컴퓨터 성능의 비약적인 발달과 더불어 전산공력음향학(computational aero-acoustics, 이하 CAA)의 수치 해석을 통한 연구들도 활발하게 이루어지고 있다. 하지만 Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS) 방정식을 지배방정식으로 유체역학적 힘을 계산하는데 초점을 맞추어 개발되어온 전통적인 전산유체역학(computational fluid dynamics, 이하 CFD)적 수치기법은 과도한 수치 감쇄, 낮은 해상도의 이산관계 보존성 등의 특성으로 인하여 소음원이 되는 유동과 그에 따른 소음전파를 동시에 해석하기에는 어려움이 있다^(2,3). 이에 대한 대안으로 볼츠만식 지배방정식으로 확률적 분포함수를 계산하여 유동해석을 수행하는 격자 볼츠만 법(lattice Boltzmann method, 이하 LBM)^(4,5)을 이용하여 유동소음을 해석하는 연구가⁽⁶⁾ 최근 보고되고 있다. 하지만 대부분의 연구가 복잡한 유동과 소음의 상호작용현상을 포함하고 있는 응용문제에 대한 예측결과를 측정값과의 비교를 통하여 그 유효성을 증명하고 있기 때문에 LBM 기법 자체의 CAA 분야에서의 적용 가능성에 대한 평가는 아직 이루어지지 않고 있다.

CAA 분야에 사용되고 있는 수치기법들은 1993년에 처음으로 개최된 CAA workshop에서 제시된 여러 benchmark 문제들을 통하여 유효성이 이론적으로 증명된 기법들이다. 따라서 LBM의 CAA 분야의 적용과 그 확장을 위해서는 이러한 단순한 benchmark 문제의 해석을 통하여 그 유효성을 확인하는 과정이 꼭 필요하다.

이 논문에서는 이러한 목적의 일환으로 LBM 기법을 사용하여 유동소음분야에서 가장 많이 연구되어 왔고 그 발생메커니즘에 대해서도 비교적 명확히 이해하고 있는 실린더에 의한 Aeolian 순음소음의 해석을 시도하였다. 문제의 단순성을 위하여 덕트 내 2차원 사각 실린더에 의한 Aeolian 순음소음을 수치적으로 분석하였다. 유동해석의 검증을 위하여 2차원 층류 덕트 유동을 먼저 계산하여 그 결과를 이론 해와 비교하였다. 다음으로 덕트 내에 유동 방

향에 평행하게 배치된(tandem) 같은 모양의 사각 실린더에 의하여 발생하는 Aeolian 순음소음을 예측하고 그 결과를 분석하였다. 이 논문의 결과는 LBM을 보다 복잡한 문제에 적용할 수 있는 기초 자료를 제공할 수 있을 것으로 기대한다.

2. LBM 수치기법

이 절에서는 LBM 기법에 대해서 간략히 기술하도록 한다. LBM은 볼츠만식을 지배방정식으로 하여 이산화된 격자내의 입자의 거동을 확률적으로 나타낸 분포함수를 이용해 유동을 해석한다. 볼츠만 방정식의 충돌 항을 시간에 대하여 1차로 완화시켜 단일완화시간(single relaxation time, 이하 SRT)을 갖는 BGK⁽⁷⁾(Bhatnagar Gross Krook) 모델과 2차원 해석에서 정사각형 격자를 이용하는 D2Q9 모델⁽⁸⁾이 많이 사용되고 있으며 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i(\vec{r} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{r}, t) - \frac{[f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)]}{\tau} \quad (1)$$

여기서 f 는 입자분포함수이며, $f_i(\vec{r} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{r}, t)$ 는 각 방향의 입자분포 함수값을 이동시키는 streaming 과정을 나타내며 $[f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)]/\tau$ 는 점성계수에 의해 결정된 완화시간을 사용한 충돌(collision) 과정을 나타낸다. 그리고 f_i^{eq} 는 국소평형

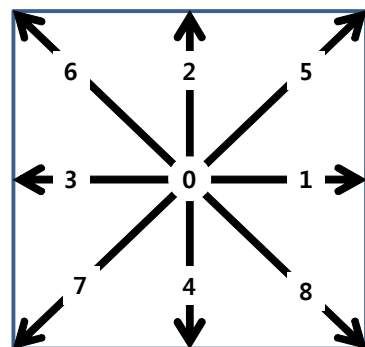


Fig. 1 D2Q9 lattice and velocity vectors

분포함수(local equilibrium distribution function)이며 Maxwell-Boltzmann 분포함수를 속도의 2차 항까지 Taylor 전개하여 식 (2)와 같이 표현한다⁽⁸⁾.

$$f_i^{eq}(\vec{r}, t) = \omega_i \rho(\vec{r}, t) \left[1 + 3 \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{9(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{2c^4} - \frac{3\vec{u}^2}{2c^2} \right] \quad (2)$$

여기서, ρ 는 유체의 밀도이며, ω_i 는 가중치(weighting)상수로서 요소에 따라 식 (3)과 같은 값을 갖는다.

$$\begin{aligned} \omega_0 &= 4/9 \\ \omega_{1-4} &= 1/9 \\ \omega_{5-8} &= 4/36 \end{aligned} \quad (3)$$

c 는 격자 속도로 등간격 정렬 격자를 사용하는 LBM 특성상 간단하게 1로 나타낸다. \vec{c}_i ⁽⁹⁾는 i 방향의 입자 속도로 식 (4)와 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \vec{c}_i &= 0 \\ \vec{c}_{1-4} &= (\cos(\pi/2(i-1)), \sin((i-1)\pi/2)) \\ \vec{c}_{5-8} &= \sqrt{2}(\cos(i-1)\pi/2 + \pi/4, \\ &\quad + \sin((i-1)\pi/2 + \pi/4)) \end{aligned} \quad (4)$$

유동특성을 결정짓는 점성계수는 충돌 후 입자가 평형상태에 도달할 때까지 걸리는 시간인 τ 와 관련되며 그 관계는 식 (5)와 같다.

$$v = c_s^2 \left(\tau - \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (5)$$

이 때 τ 는 단일시간 완화계수라고 부르며, 그리고 $c_s^2 = c/\sqrt{3}$ ⁽⁸⁾는 격자 내에서의 음속을 나타낸다. D2Q9 모델의 각 격자점에서 유체의 밀도와 운동량, 압력은 다음과 같이 정의된다.

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (6)$$

$$\rho \vec{u} = \sum_{i=0}^8 \vec{c}_i f_i \quad (7)$$

$$p = \rho c_s^2 \quad (8)$$

BGK 완화법을 적용한 LBM은 각 방향의 입자분포함수 값을 이동시키는 streaming 과정과 점성계수에 의해 결정된 완화시간에 의한 collision 과정으로 나뉘며 적절한 경계조건의 적용으로 각 격자점에서의 입자분포함수 값이 계산된다.

3. 수치해석기법의 검증

덕트 내 유동을 해석하기 위한 LBM 기반 프로그램을 개발하고, 해석 코드의 신뢰도 및 경계조건의 적합성을 판단하기 위하여 두 평판 사이를 흐르는 비압축성 Poiseuille 유동의 엄밀해와 해석 결과를 비교하였다. Poiseuille 유동의 엄밀해는 식 (9)와 같다.

$$U(y) = \frac{4U_{\max}}{(y_{\text{top}} - y_{\text{bottom}})^2} \times (y - y_{\text{bottom}})(y_{\text{top}} - y) \quad (9)$$

Fig. 2는 Poiseuille 유동의 엄밀해와 LBM해석 결과를 비교한 것이다. 익히 알려진 바와 같이 평균 유속으로 무차원화한 유속의 최대속도는 평균 속도의 1.5배이며 해석 결과와 잘 일치한다.

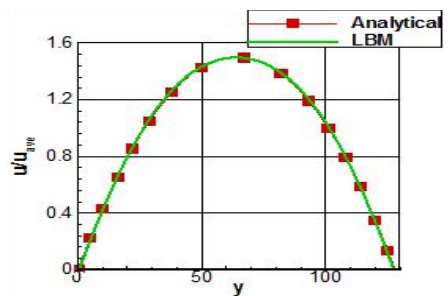


Fig. 2 Comparison between the analytical and numerical solutions

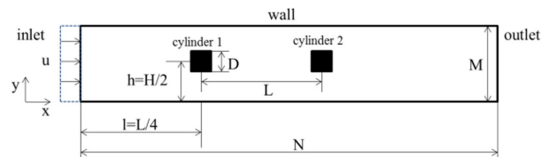


Fig. 3 Configuration of computation domain with applied boundary conditions

4. 덕트내 실린더 Aeolian 순음소음 해석

이 절에서는 LBM을 적용하여 덕트 내 사각실린더에 의하여 발생하는 Aeolian 순음소음을 해석하였다. 사각 실린더를 지나는 덕트 내부 유동의 압력 섭동과 이에 따른 유동소음을 예측하기 위하여 Fig. 3에서 나타낸 계산영역에 사각 실린더를 덕트 중앙에 삽입하고 계산을 수행하였다. 격자의 수는 800×128, 차단율(B=H/D)은 8이며 일정 유속에 기초한 레이놀즈수는 100으로 층류 유동에 해당한다.

Fig. 4는 유동해석결과를 기초로 계산한 단일 실린더에 작용하는 항력계수(CD)와 양력계수(CL)를 시간에 대해 나타낸 것이며 아래와 같이 정의된다.

$$C_D = \frac{F_x}{(1/2) \times \rho U_a^2 D} \tag{10}$$

$$C_L = \frac{F_y}{(1/2) \times \rho U_a^2 D} \tag{11}$$

U_a 는 덕트 내부의 평균 유속을 나타낸다. 그리고 F_x 와 F_y 는 실린더에 작용하는 힘을 나타내며 이 연구에서는 운동량 교환 방법(momentum exchange method, 이하 MEM)⁽¹⁰⁾을 이용하여 식 (12)와 같이 유체에 의해 실린더에 작용하는 힘을 구한다.

$$F = \sum_{alt} \sum_{\alpha=1}^{N_d} e_{\alpha} [\tilde{f}_{\alpha}(x_b, t) + \tilde{f}_{\alpha}(x_b + e_{\alpha} \delta t, t)] \times [1 - \omega(x_b + e_{\alpha})] \frac{\partial x}{\partial t} \tag{12}$$

N_d 는 각 방향으로의 0이 아닌 격자 속도이며, $\omega(x_b + e_{\alpha})$ 는 지시자(indicator)로 실린더와 유체의

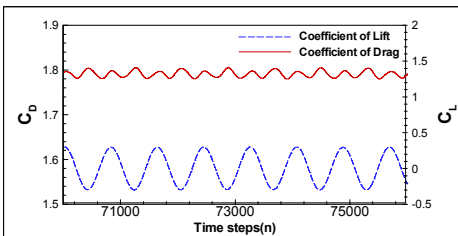


Fig. 4 Flow over a square cylinder. Time-dependent lift and drag coefficient at Re=100

경계에서, 경계 노드(x_b)이면 0, 유체 노드(x_f)이면 1을 나타낸다. 잘 알려진 바와 같이 실린더의 후류 쪽으로 주기적으로 발생하는 와류에 의하여 항력과 양력이 주기적으로 섭동하는 것을 알 수 있으며, 양력 섭동이 항력보다 훨씬 크다는 것을 확인할 수 있다. 정량적인 비교를 위하여 세 개의 레이놀즈 수에 대하여 실린더 주위 유동을 해석하였으며 Table 1에서 레이놀즈 수에 따른 항력계수의 평균값을 실험값과 다른 계산결과와 비교하여 나타내었다. Perumal et al.⁽¹¹⁾의 결과값과 매우 근접함을 알 수 있다. Shimizu et al.⁽¹²⁾과 Breuer et al.⁽¹³⁾의 결과값과는 약간의 차이가 있음을 볼 수 있는데 이는 Table 2에서 볼 수 있듯이 항력계수는 덕트 입구에서의 속도 분포형에 크게 의존하며 이 연구에서와 같이 균일한 속도분포를 적용한 경우 다른 분포형을 적용한 결과값보다 높음을 알 수 있다. 하지만 레이놀즈수가 낮아질수록 항력계수가 증가하는 경향성은 일치 하고 있다.

다음으로 유동 방향에 대하여 일렬로 배치된 쌍둥이 실린더에서 발생하는 유동소음을 해석하였다. 먼저 압력 섭동 값을 다음 식으로 정의한다.

$$\Delta P = P - \bar{P} \tag{13}$$

Fig. 5에 임의의 고정 위치에서 쌍둥이 실린더

Table 1 Mean drag coefficient for the flow past a square cylinder at different Reynolds number

| Authors | Method | Re=50 | Re=60 | Re=100 |
|----------------|---------|-------|-------|--------|
| Shimizu et al. | Exp. | - | - | 1.58 |
| Breuer et al. | FVM/LBM | 1.48 | 1.42 | 1.37 |
| Perumal et al. | LBM | 2.21 | 2.02 | 1.80 |
| Present LBM | LBM | 2.01 | 1.92 | 1.79 |

Table 2 Summary chart of computational results for steady inlet velocity profiles(from Davis et al.⁽¹⁴⁾)

| Blockage ratio | Aspec ratio | Inlet velocity profile | Re. | $C_{d, mean}$ |
|----------------|-------------|------------------------|------|---------------|
| 1/6 | 1 | Para. | 1000 | 1.76 |
| 1/6 | 1 | Exper. | 1000 | 2.11 |
| 1/6 | 1 | Unif. | 1000 | 2.32 |
| 1/4 | 1 | Para. | 1000 | 1.88 |
| 1/4 | 1 | Exper. | 1000 | 2.37 |
| 1/4 | 1 | Unif. | 1000 | 2.82 |

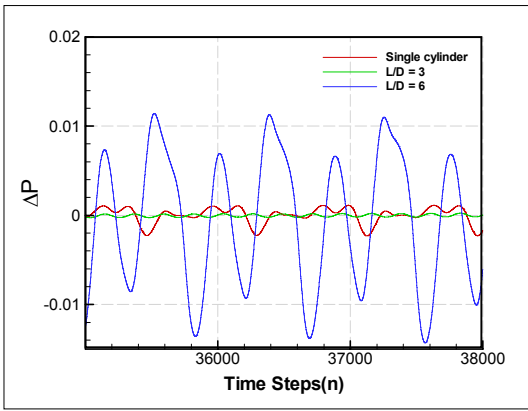


Fig. 5 Time history of the pressure subtracted by time averaged pressure

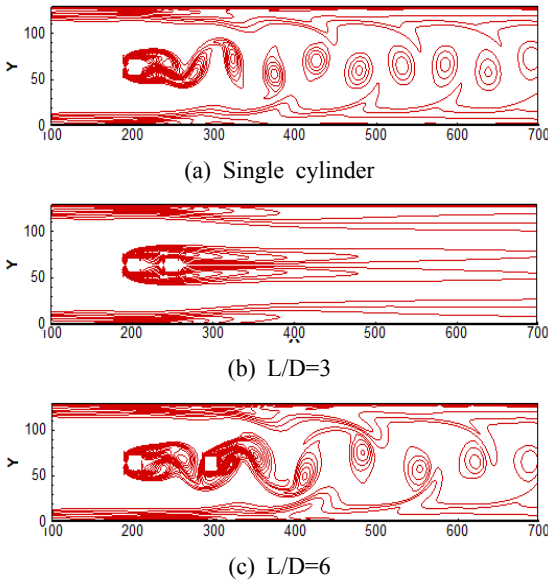


Fig. 6 Instantaneous vorticity contours at time step 20400

사이의 간격에 따른 압력 섭동을 나타내었다. 측정 지점은 $(x,y)=(600, 2)$ 이다. $L/D=3$ 인 경우에는 단일 실린더에서 발생하는 압력 섭동 크기 보다 작아짐을 확인할 수 있으며, Zdravkovich⁽¹⁵⁾와 Inoue et al.⁽¹⁶⁾의 연구에서도 비슷한 결과를 제시하였다. 이러한 특정 간격에서 발생하는 유동소음이 작아지는 이유를 찾기 위하여 Fig. 6에서 등 와류 선을 비교하였다. $L/D=3$ 에서는 거의 와류가 형성되지 않는 것을 알 수 있으며 이에 따라 실린더 표면의 압력 섭동도

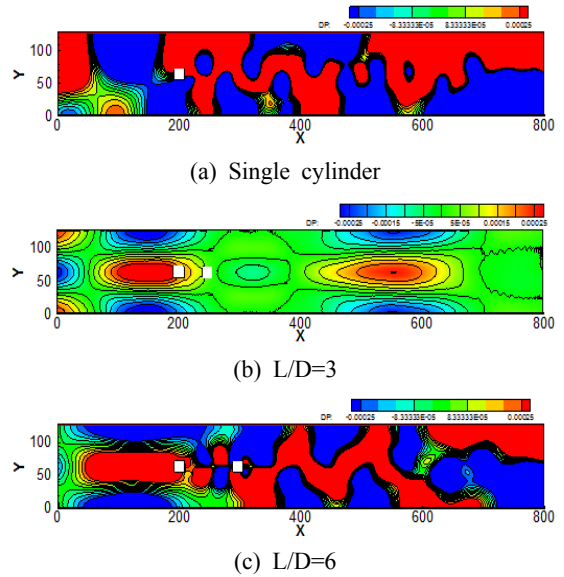


Fig. 7 Distribution of pressure fluctuation

작아지는 것을 확인할 수 있다. 반면 $L/D=6$ 에서는 와류가 크게 형성되어 상대적으로 매우 큰 압력변동이 유도된다. 이를 확인하기 위하여 Fig. 7은 Fig. 5의 압력 섭동을 나타낸 식 (13)을 이용하여 전 유동장에 대한 압력변동(ΔP)을 나타내었다. Fig. 7(b)에서 규칙적인 와류 섭동이 없으므로 비교적 작은 압력 섭동이 발생하고 이에 따라 덕트 모드가 확연히 관찰됨을 확인할 수 있다. 반면 Fig. 7(c)에서는 와류가 형성되는 경우 실린더를 기준으로 상·하로 (+),(-)값의 압력 섭동이 형성되어 시간에 따라 반복됨을 관찰하였으며, 상류에 위치한 실린더에서 발생한 와가 하류에 위치한 실린더와의 상호작용으로 인해 하류에 위치한 실린더에서 큰 소음이 발생함을 보여준다. 그리고 Fig. 7(c)에서도 와류 섭동이 없는 유동의 상류에서 덕트 모드가 관찰된다. 이처럼 두 실린더 사이의 거리에 따라 압력 섭동의 변화가 크음을 확인할 수 있으며, 소음 측면에서 최적의 실린더 배치가 가능함을 확인할 수 있다.

3. 결 론

LBM을 이용하여 Poiseuille 유동을 해석함으로써 덕트 내부를 흐르는 유동에 대한 개발 코드의 신뢰

도 및 경계조건의 적합성을 확인하였다. 다음으로 덕트 내부 유동장에 설치된 하나의 사각 실린더에 대한 항력계수와 양력계수를 계산하고 비교를 통하여 계산결과의 유효성을 확인하였으며 그에 따른 압력 섭동을 확인하였다. 마지막으로 유동 방향에 평행하게 설치된 사각 쌍둥이 실린더에서 발생하는 유동소음을 해석하였다. $L/D=3$ 만큼 떨어진 쌍둥이 실린더에서 발생하는 압력 섭동의 크기가 단일 실린더보다 작아지는 것을 확인하였으며, 이는 두 실린더의 거리에 따른 와류형성의 특성에 따른 결과임을 확인하였다. 특히 생성된 와류의 특성이 크지 않은 경우에 덕트 음향학에서 잘 알려진 압력 섭동의 덕트 모드가 형성됨을 확인할 수 있었다. 이는 LBM이 유동장과 음향장을 동시에 잘 해석할 수 있음을 나타낸다.

후 기

이 논문은 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No.NRF-2013R1A1A2012672). 그리고 산업통상자원부의 산업융합원천기술개발사업(1004 5337)에 의하여 지원되었습니다.

References

(1) Cheong, C., Joseph, P. and Lee, S., 2005, Computation of Broadband Noise of a 2-B Flat-airfoil Cascade Subject to Ingested Turbulence, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 15, No. 6, pp. 687-696.

(2) Lee, G.-S. and Cheong, C., 2013, Frequency-domain Prediction of Broadband Trailing Edge Noise from a Blunt Flat Plate, Journal of Sound and Vibration, Vol. 332, No. 21, pp. 5322-5344.

(3) Kim, S., Heo, S. and Cheong, C., 2013, Numerical and Experimental Investigation of the Bell-mouth Inlet Design of a Centrifugal Fan for Higher Internal Flow Rate, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 27, No. 8, pp. 2263-2273.

(4) Sukop, M. C. and Thorne, jr., D. T., 2006, Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers, Springer.

(5) Frisch, U., Hassacher, B. and Pomeau, Y., 1986, Lattice-gas Automata for the Navier-Stokes Equations, Phys. Rev. Lett, Vol. 56, pp. 1505-1508.

(6) Pérot, F., Kim, M. S., Moreau, S., Henner, M. and Neal, D., 2010, Direct Aeroacoustics Prediction of a Low Speed Axial Fan, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 3887.

(7) Bhatnagar, P. L., Gross, E. P. and Krook, M., 1954, A Model for Collision Process in Gases. I: Small Amplitude Processes in Charge and Neutral One-component System, Phys. Rev., Vol. 94, pp. 511-525.

(8) Qian, Y. H., D'Humières, D. and Lallemand, P., 1992, Lattice BGK Models for Navier Stokes Equation, Europhys Lett., Vol. 17, pp. 479-484.

(9) Chen, S. and Doolen, G. D., 1998, Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, Annu. Rev. Fluid Mech, Vol. 30, pp. 329-364.

(10) Yu, D., Mei, R., Lou, L.-S. and Shyy, W., 2003, Viscous Flow Computations with the Method of Lattice Boltzmann Equation, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 39, pp. 329-369.

(11) Perumal, D. A., Kumar, G. V. S. and Dass, A. K., 2012, Numerical Simulation of Viscous Flow Over a Square Cylinder using Lattice Boltzmann Method, ISRN Mathematical Physics, Vol. 2012, 630801.

(12) Shimizu, Y. and Tanida, Y., 1978, Fluid Forces Acting on Cylinders of Rectangular Cross-section, Trans. JSME B, Vol. 44, pp. 2699-2706.

(13) Breuer, M., Bernsdorf, J., Zeiser, T. and Durst, F., 2000, Accurate Computations of the Laminar Flow Past a Square Cylinder Based on Two Different Methods: Lattice Boltzmann and Finite-volume, International Journal of Numerical Method for Heat & Fluid, Vol. 21, No. 2, pp. 186-196.

(14) Davis, R. W., Moore, E. F. and Purtell, L. P., 1984, A Numerical-experimental Study of Confined Flow Around Rectangular Cylinders, Physics of Fluid, Vol. 27;46.

(15) Zdravkovich, M. M., 1985, Flow Induced Oscillations of Two Interfering Circular Cylinders, Journal of Sound and Vibration, Vol. 101, No. 4, pp. 511-521.

(16) Inoue, O., Mori, M. and Hatakeyama, N., 2006,

Aeolian Tones Radiated from Flow Past Two Square Cylinders in Tandem, *Physics of Fluids*, Vol. 18, 046101.



Songjune Lee received his B.S. in school of mechanical engineering from Pusan National University in 2010. He is now a student M.S. in school of mechanical engineering at Pusan National University. His current research interest is internal flow-induced noise and Lattice Boltzmann Method.



Cheolung Cheong received his B.S. in Aerospace Engineering from Seoul National University 1997. He received his M.S. and Ph.D. degree in Mechanical and Aerospace Engineering from Seoul National University in 1999 and 2003. He is now an associate professor at School of Mechanical Engineering at Pusan National University in Pusan, Rep. of Korea. Dr. Cheong's current research interests include compressor noise, fan broadband noise, wind turbine noise, computational aero-acoustics.